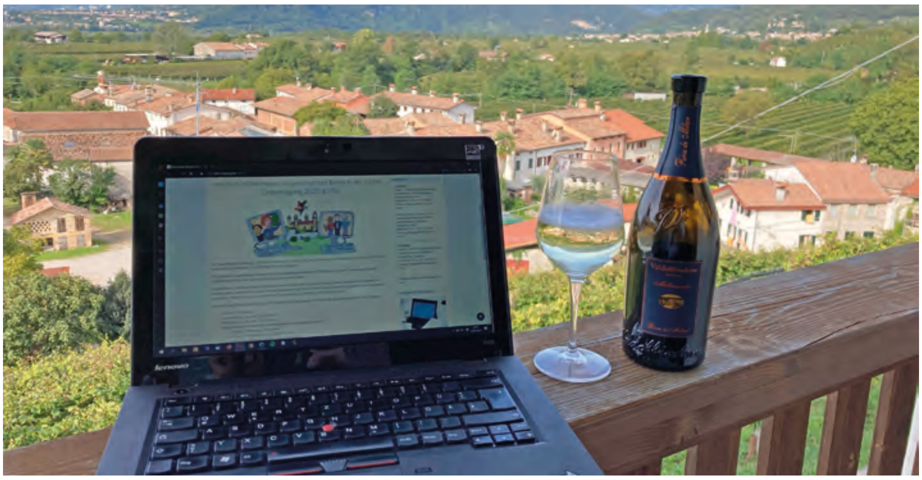
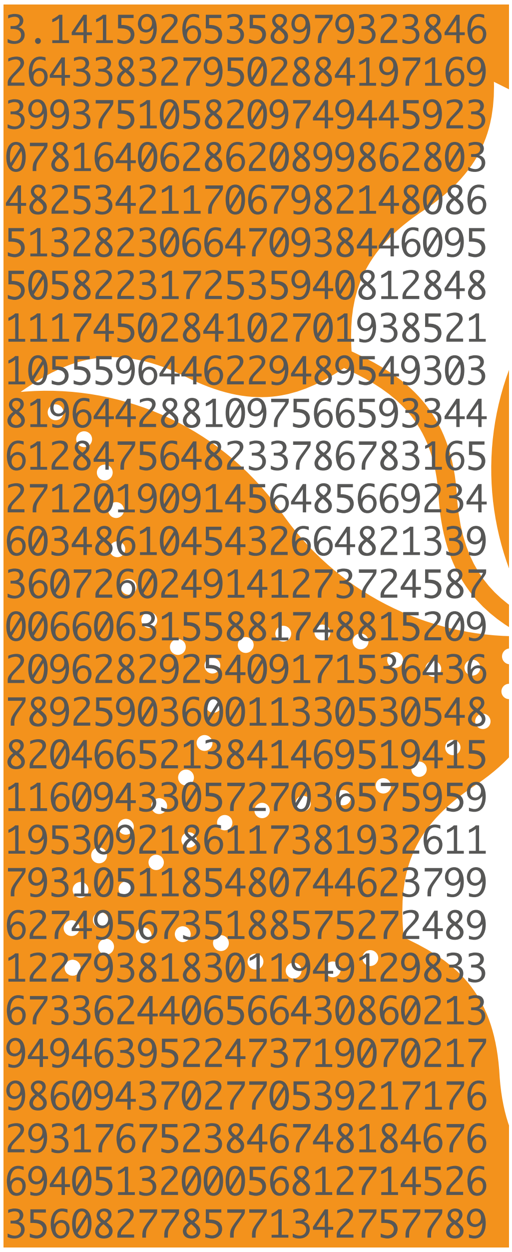
MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK





GDM

110

Februar 2021

Editorial: Herausforderungen der Generation X

In der aktuellen Situation sind alle Hochschullehrende damit gefordert die Lehre digital umzusetzen. Präsenzveranstaltungen sind vielerorts untersagt. Verschiedene Möglichkeiten, die digitale Lehre möglichst studierendenadressiert sowie -aktivierend zu gestalten, wurden bereits in diversen Artikeln im letzten Heft der Mitteilungen der GDM (Heft-Nr. 109) vorgestellt. Die Beiträge spiegelten übereinstimmend die aktuellen Herausforderungen wider: Die für uns eher neuartige digitale Lehre verlangt nach teilweise anderen didaktischen Konzepten sowie nach kreativen Lösungen und deren Umsetzungen.

Mit einer etwas anderen Herausforderung sah ich mich allerdings im Wintersemester 2020/21 konfrontiert. Die Studierenden waren in meinen digitalen Veranstaltungen durch studierendenaktivierende Elemente stets aufgefordert, den Chat zu gebrauchen. Dieser wurde durchaus rege genutzt, allerdings manchmal in einer für mich nicht immer leicht zu verstehenden Jugendsprache. Vielleicht haben die Studierenden gedacht, dass ich den Chat nicht sehe bzw. die Nachrichten im Chat nur an die Teilnehmenden, nicht aber an mich gingen. Oder sie wollten damit deutlich machen, dass Statements in der Jugendsprache der Studierenden definitiv nicht für mich bestimmt waren. Schließlich ist das Ziel der Jugendsprache eher die Abgrenzung zu anderen sozialen Gruppen, nicht selten zu den Eltern oder zu anderen Altersgruppen, zu denen ich definitiv gehöre.

Kommentare wie „Ich bin gerade total lost." konnte ich souverän interpretieren und wusste, dass der Studierende signalisieren wollte, dass er mir gerade wohl eher nicht mehr folgen konnte. Etwas größere Probleme und damit tatsächliche Ausgrenzungsgefühle bekam ich mit Chateinträgen wie „No front, ich kapier gerade gar nichts mehr." oder „Es war lit!". Hier war ich doch gezwungen, meine Sprachkompetenzen zu erweitern und durch Recherche herauszufinden, dass „no front" als nette Entschuldigung („Tut mir leid, aber...") und „lit" im Sinne von „super" und damit als positive Rückmeldung zu meiner Vorlesung zu verstehen waren.

In diesem Zusammenhang erfuhr ich, dass „lost" im Oktober 2020 zum Jugendwort des Jahres gewählt worden war. Der Platz 2 ging an das Wort „cringe", welches junge Menschen zur Beschreibung von Situationen nutzen, für die sie sich fremdschämen. Gleichermaßen habe ich erfahren, dass ich von den Studierenden aufgrund meines Alters nicht als „Boomer", sondern als „Generation X" bezeichnet werde, während sie sich selbst als „Generation Z" oder „Digital Natives" betiteln. Aber nun genug mit der Jugendsprache, denn ich sollte mit meinen 42 Jahren weiß Gott nicht versuchen, die Jugendsprache zu sprechen. Gleichwohl fand ich die Auseinandersetzung mit ihr durchaus interessant, hat sie sich doch im Vergleich zu der Jugendsprache meiner Generation (logischerweise) *weiterentwickelt*. Denken Sie an dieser Stelle doch mal zurück, welche Ausdrücke typisch für die Jugendsprache Ihrer Generation waren.

Und damit schlage ich die Brücke zu diesem Heft der Mitteilungen der GDM. Zurückblickend auf das letzte Heft, hat sich einiges *weiterentwickelt*. Es mag natürlich an der aktuellen pandemiebedingten Situation liegen, dass in diesem Heft der Fokus noch mehr als im letzten Heft auf digitales Lehren und Lernen und auf aktuelle Bildungsherausforderungen gelegt wird. Es sind einige Artikel zu Maßnahmen und zum Umgang mit digitalen Lehr-Lernangeboten eingereicht worden. Somit konnte die neue Rubrik „Digitales Lehren und Lernen" erfolgreich fortgeführt werden. Ich danke den Autorinnen und den Autoren für ihre vielfältigen Einblicke in digitale Lehrkonzepte und diesbezügliche Forschungen. Darüber hinaus regen in der Rubrik „Diskussion" einige Beiträge zur Auseinandersetzung mit aktuellen, pandemiebedingten Bildungsherausforderungen an. Sie werden merken: Viele von uns kämpfen mit ähnlichen Problemen und Fragestellungen bezüglich der digitalen Lehre und des digitalen Lernens und schaffen kreative Lösungsmöglichkeiten. Vielleicht sind wir doch nicht *lost*. ;-)

Daniela Götze

ISSN 0722-7817

Inhalt

Arbeitskreise

Tagungseinladungen

Rezensionen

Personalia

Bildnachweise der Umschlagseite
Oben und Mitte: Lehrstuhl für Mathematik V – Didaktik der Mathematik, Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Unten: Jens Jordan, Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Vorwort des 1. Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,
dieses achte Vorwort zu den Mitteilungen der Gesellschaft der GDM wird mein letztes sein, nach vier Jahren als 1. Vorsitzender möchte ich auf der virtuellen Mitgliederversammlung im März diesen Jahres den Stab weitergeben. Damit ist es für mich Zeit, auf diese vier Jahre zurückzublicken.

Was für mich zuerst bleibt, ist die Freude und auch Ehre, einer prosperierenden und aktiven Gesellschaft vorzustehen. Weiter gewachsen ist die Gesellschaft, von 1117 im Jahr 2017 auf nunmehr 1214 Mitglieder Ende 2020. 20 aktive Arbeitskreise sind in der GDM organisiert, zwei Kommission koordinieren zu aktuellen Fragen der Lehrerbildung und des Übergangs von Schule zur Hochschule die Positionen von GDM, DMV und MNU. Die soliden Finanzen der GDM ermöglichen es, diverse Aktivitäten der Gesellschaft zu unterstützen und – wenn die Mitgliederversammlung im März dem Vorschlag des Vorstands der GDM zustimmt – mit der Einrichtung einer geschäftsführenden Stelle die Arbeit der GDM weiter zu professionalisieren.

Aktiv war die GDM in den vergangenen Jahren auch bei ihrer Positionierung in verschiedenen Fragen des Lehrens und Lernens von Mathematik, teilweise gegenüber anderen Akteuren im Feld, teilweise gegenüber der Politik. Stellungnahmen zur Qualität des Mathematikunterrichts, zur Bildungsoffensive für die digitales Wissensgesellschaft oder zum Pflichtanteil Mathematik und Deutsch im Lehramtsstudium Sonderpädagogik gehören dazu. Der Katalog mit 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule – Hochschule wurde 2019 zusammen mit DMV und MNU in Berlin der KMK übergeben. Um die Positionierung der GDM weiter zu befördern wurden 2018 die „Symposien zu aktuellen Fragen der Mathematikdidaktik“ ins Leben gerufen. Ein erstes Positionspapier zu „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“ wird verbreitet sein, wenn dieses Heft erscheint, ein zweites Symposium zur Digitalisierung kurz vor der Durchführung stehen. Obwohl die GDM auf diesem Gebiet in den vergangenen Jahren aktiv war, lässt sich die Positionierung der Gesellschaft sicher weiter ausbauen, um bei öffentlichen Entscheidungen zum Lehren und Lernen von Mathematik gesehen und gehört zu werden.

Der Start einer neuen Zeitschrift der GDM, die *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Praxis und Forschung* (ZMFP, zmfp.de), ist 2018 auf den Weg gebracht worden. Ziel der Zeitschrift ist es, die Schnittstelle zwischen Forschung und Praxis sichtbar zu besetzen und den Transfer in beide Richtungen zu befördern. Als open access Publikation hat die ZMFP 2020 die ersten Beiträge durch das Review-Verfahren begleitet und online zur Verfügung gestellt. Zusammen mit dem Journal für Mathematikdidaktik (JMD) und den Mitteilungen der Gesellschaft für Mathematikdidaktik (MGDM) besitzt nun die GDM drei starke Publikationsorgane. Das JMD verzeichnet von Jahr zu Jahr höhere Anzahlen von Einreichungen zu Beiträgen zur Mathematikdidaktik mit hoher wissenschaftlicher Qualität, die MGDM dokumentieren das Leben, die Diskussionen und die Aktivitäten der GDM mit Schwerpunktsetzungen wie jüngst der Digitalisierung oder vorher der Qualitätsoffensive Lehrerbildung. Zusammen mit der Beteiligung am ZDM ist die GDM bezogen auf die Publikation sicher sichtbar und wird diese Sichtbarkeit in der kommenden Zeit auch noch steigern.

Der Nachwuchs der GDM ist in den vergangenen Jahren durchgehend ein Aktivposten gewesen, dessen Unterstützung stets wichtig und selbstverständlich gewesen ist und weiterhin wichtig sein wird. Hier haben wir die jährlichen wiederkehrenden Aktivitäten wie den Nachwuchstag im Rahmen der GDM-Tagungen, die Nachwuchskonferenzen, die Treffen der Nachwuchsgruppe oder die DFG-Antragsworkshops nach Kräften finanziell oder ideell unterstützt. Ob das gerade gestartete Net(t)-Working, das der Nachwuchs der GDM als Reaktion auf die Corona-Pandemie als digitale Fortbildungsreihe entwickelt hat, als neues Format dauerhaft in das Bündel der Aktivitäten des GDM-Nachwuchses aufgenommen wird, ist beim Schreiben dieses Vorworts noch fern einer Entscheidung. Unabhängig davon ist das Net(t)-Working aber ein Ausdruck der fruchtbaren Aktivität des GDM-Nachwuchses.

Vielleicht weniger bemerkt in der Gesellschaft war die Schaffung verbindlicher Richtlinien für eine GDM-Tagung, zumindest für die regulären Tagungen, wie sie vor Corona der Kristallisationspunkt unserer Gesellschaft waren und, hier bin ich trotz Corona optimistisch, ab der Tagung in Frankfurt auch wieder sein werden. Mit den Richtlinien haben wir den Minisymposien mit einem Review-Prozess die Möglichkeit geschaffen, einen länger gehegten Wunsch einer Qualitätskontrolle vor der Tagung zu realisieren, ohne den inklusiven Charakter der Tagung zu verneinen. Ein Tagungskomitee, das sich aus Vorstand, Beirat und je einer Person aus den Organisationsteams der letzten, der aktuellen und der zukünftigen Tagung besteht, sollen eine Konstanz zwischen den Tagung schaffen. Schließlich soll ein einheitliches Tagungstool, dessen Einsatz durch die GDM unterstützt wird, ebenso diese Konstanz ermöglichen. Eine Auswirkung der Schaffung dieser Konstanz beim Tagungstool hat sich bereits dadurch ergeben, dass das Organisationsteam der GDM-Online-Tagung in Würzburg hilfreiche, ergänzende Anwendungen entwickelt hat, die die Organisation und Durchführung zukünftiger Tagungen erleichtern können.

Bei allen Aktivitäten für unsere Gesellschaft ist es klar, dass man als 1. Vorsitzender zwar Prozesse anstoßen oder Ziele entwickeln und im Auge behalten kann, allein aber alleine steht. Schon beispielsweise die Entwicklung von Zielen basiert darauf, dass man im Team – dem Vorstand, dem Beirat, den Kommissionen, der Nachwuchsvertretung oder anderen Akteuren in unserer Gesellschaft – in den Austausch kommt. Die Umsetzung von Zielen und das Aufrechterhalten von Prozessen ist endgültig nur mit Ihnen allen möglich.

Für diese fruchtbare, spannende und konstruktive Zusammenarbeit der letzten vier Jahren bedanke ich mich herzlich!

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

„Die Motivation war ein sinkendes Schiff" – Lernen und Lehren im Homeschooling

Simon Barlovits, Simone Jablonski und Matthias Ludwig

Im März 2020 erlebte Deutschland – wie die meisten europäischen Staaten – einen Lockdown des öffentlichen Lebens, in dessen Zuge sämtliche pädagogische Institutionen vom Kindergarten bis zur Universität geschlossen wurden. Dies stellte Lernende und Lehrende für die folgenden Wochen, teils sogar bis zu den Sommerferien vor eine völlig neue Herausforderung: Das Lernen und Lehren im Homeschooling, d.h. die Organisation und Durchführung von Unterricht trotz räumlicher Trennung.

Anfang April 2020 dokumentierte die JIMplus-Studie (mpfs, 2020; $N = 1002$) die Perspektive der 12- bis 19-jährigen Lernenden auf die ersten Wochen der Homeschooling-Situation: 56 % der Befragten kommunizierten mit ihren Lehrkräften asynchron per E-Mail, während 22 % mit ihrer Klasse in einer Cloud arbeiteten. Synchroner Kontakt zwischen Lehrpersonen und Lernenden erfolgte bei 16 % der Lernenden in Videokonferenzen, bei 11 % per Telefon und bei 10 % via WhatsApp. Folglich zeigt die JIMplus-Studie eine Dominanz asynchroner Lernformate auf, zumal nur 7 % der Lernenden angaben, auch im Homeschooling einen festen Stundenplan zu besitzen. Dass die Homeschooling-Situation nicht nur für die Lernenden eine völlig neue Situation darstellte, verdeutlichte das Schulbarometer Spezial (forsa, 2020; Datenerhebung Anfang April 2020): Zwei Drittel der 1031 befragten deutschen Lehrkräfte gaben an, dass ihre Schulen technisch weniger gut oder schlecht auf das Homeschooling vorbereitet waren. Auch zeigte sich eine starke Tendenz zur Nutzung asynchroner Lernformate: 84 % der Lehrenden setzten in der ersten Homeschooling-Phase Aufgabenblätter ein, gefolgt von Erklärvideos (29 %) oder Präsentationen (17 %). Erst im Anschluss hieran folgten synchrone Formate wie die Video- (14 %) oder Audiokonferenz (8 %). Als besondere Herausforderung im Homeschooling gaben die Lehrkräfte in Freitextantworten den Mangel an digitaler Ausstattung der Schülerinnen und Schüler, die Erstellung und Vermittlung digitaler Unterrichtsinhalte sowie Probleme bei der Kommunikation mit Lernenden und Eltern bzw. die Erreichbarkeit der Lernenden an (ebd.).

Fragestellung und Methode

Die JIM-Plus-Studie und das Schulbarometer Spezial haben das Lernen und Lehren während des Schul-Lockdowns untersucht, allerdings ohne fachspezifische Besonderheiten des Homeschoolings genauer zu beleuchten. Im Folgenden soll die Unterrichtsdurchführung für das Fach Mathematik untersucht werden, wobei insbesondere die im Schulbarometer Spezial angedeutete Diskrepanz zwischen technischer Durchführbarkeit und der Notwendigkeit von synchronem (Mathematik-)Unterricht in den Blick genommen wird. Dem Artikel liegen die folgenden Fragen zugrunde:

1. Wie wurde der Mathematikunterricht während des coronabedingten Homeschoolings durchgeführt?
2. Welche Probleme haben die Lehrkräfte in Bezug auf den Mathematikunterricht während des coronabedingten Homeschoolings identifiziert?
3. Welche Konsequenzen ergeben sich aus den Vorgehensweisen und Problemen des Mathematikunterrichts während des coronabedingten Homeschoolings?

Um diesen Fragen nachgehen zu können, wurde im November 2020 eine Datenerhebung mittels Online-Fragebogen mit $N = 171$ deutschen Mathematiklehrkräften, u. a. von den Partnerschulen der Goethe-Universität Frankfurt und aus der MathCityMap-Community, durchgeführt. Insgesamt enthält der Fragebogen sechs geschlossene und drei offene Fragen. Davon beziehen sich fünf geschlossene und eine offene Frage auf das Mathematiklehren und die verwendeten Medien während des Lockdowns im März und April 2020. Während sich die geschlossenen Fragen und ihre Antwortmöglichkeiten an den Umfragen des Schulbarometer Spezials (forsa, 2020) orientieren, geht die offene Frage konkret auf Mathematikaufgaben ein: *Nach welchen Kriterien haben Sie die Mathematikaufgaben für das Homeschooling ausgewählt?* Weiterhin werden in einer offenen und einer geschlossenen Frage mögliche Probleme und Herausforderungen des Homeschoolings abgefragt. Auch hier ist ein Bezug zu den aus Freitextantworten des Schulbarometer Spezials identifizierten Problemen vorhanden, allerdings mit der Bitte, sich ausschließlich auf den Mathematikunterricht zu beziehen. In einer weiteren offenen Frage werden die Lehrkräfte gebeten, ihre Erfahrungen der Homeschooling-Phase zu reflektieren und zu beurteilen, inwiefern sich ihr Mathematikunterricht durch die Homeschooling-Phase

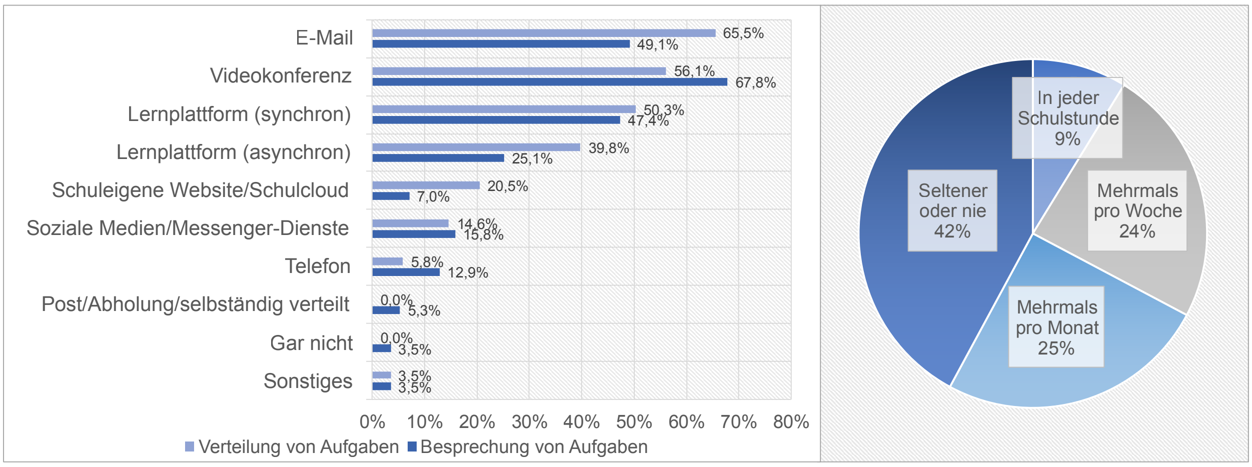


Abbildung 1. Links: Verteilung und Besprechung von Mathematikaufgaben (Mehrfachantworten zzgl. Freitext); rechts: Häufigkeit des synchronen Lernens während der Homeschooling-Phase.

verändert hat. Zur Auswertung der Freitextantworten aus den drei offen gestellten Fragen werden induktive Kategorienbildungen mit der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) herangezogen. Letztlich geben die Lehrkräfte auf freiwilliger Basis ihre Schulform an. Von den 171 teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer unterrichten 120 Lehrkräfte an Gymnasien, 36 an integrierten oder kooperativen Gesamtschulen, 10 an Berufsschulen oder beruflichen Schulen sowie 5 an Grundschulen. Die Ergebnisse sind demnach schwerpunktmäßig im Kontext der gymnasialen Sekundarstufen zu betrachten.

Ergebnisse

Durchführung des Mathematikunterrichts

Um die Durchführung des Mathematikunterrichts während der Corona-Schulschließungen zu analysieren, wurden den Lehrkräften Fragen zur Verteilung und Besprechung von Aufgaben (Mehrfachantworten erlaubt) gestellt. Im Hinblick auf die Verteilung von Aufgaben (Abb. 1, links) zeigt sich, dass ein Großteil der Lehrenden auf digitale Tools zurückgriff, während das Telefon oder der Postweg nur selten genutzt wurde. Die Aufgabenübermittlung erfolgte bevorzugt via E-Mail (66 %) oder per Videokonferenz (56 %). Auch Lernplattformen mit synchronen Elementen, wie einem implementierten Chat, wurden häufig eingesetzt (50 %). Im Vergleich zum Schulbarometer Spezial (forsa, 2020; drei Wochen nach den Schulschließungen) gaben ähnlich viele Lehrkräfte (69 %) an, die E-Mail zur Aufgabenverteilung zu nutzen. Hingegen wurden Lernplattformen laut Schulbarometer Spezial nur von 41 % der Lehrenden genutzt, während diese mit 44 % vermehrt auf Papierausdrucke (Post/Abholung) zurückgriffen. Dieser Unterschied könnte beispielsweise auf eine hohe Medienaffinität von Mathematiklehrkräften oder auf die retrospektive Analyse im Vergleich zum Schulbarometer Spezial zurückgeführt werden: Möglicherweise forcierte das langanhaltende Homeschooling eine Digitalisierung des Unterrichts.

Bei der Besprechung der Aufgaben (Abb. 1, links) zeigt sich im Vergleich zur Aufgabenübermittlung ein scheinbarer Bedeutungsverlust asynchroner Kommunikationswege. Hingegen wurde die Videokonferenz als synchrones Tool von zwei Drittel der Lehrkräfte während des Homeschoolings eingesetzt. Allerdings relativiert die Frage nach der Häufigkeit synchroner Lerneinheiten diesen Eindruck (Abb. 1, rechts): Während ein Drittel der Lehrkräfte mehrmals pro Woche oder in jeder Schulstunde direkt und mit den Lernenden im Austausch stand, wurden zwei Drittel der Lernenden im Homeschooling höchstens dreimal pro Monat synchron unterrichtet, davon 42 % gar höchstens einmal pro Monat oder nie.

Bei der Frage, nach welchen Kriterien die Mathematikaufgaben während des Homeschoolings ausgewählt wurden (Tab. 1), werden in Freitextantworten die thematische Passung und die Verfügbarkeit von Inhalten genannt (pragmatische Kriterien). Die Aussage „Ich habe fast nur Aufgaben aus den Büchern genutzt, da einige Schüler keinen Drucker haben oder keine WLAN-Verbindung, sodass sie Arbeitsblätter nicht richtig bearbeiten konnten" verdeutlicht die Verfügbarkeit als ein erstes Problem des Homeschoolings. Aus didaktischer Perspektive wurde besonders oft die Reduktion des Schwierigkeitsgrades auf die „Mindestanforderungen" hervorgehoben. Diese Einschätzung spiegelt sich auch beim Rückgriff auf Reproduktionsaufgaben durch die Lehrkräfte wider. Notwendig erscheint jene Fokussierung auf „Aufgaben zur Festigung/Wiederholung" aufgrund der besonderen Re-

Tabelle 1. Kriterien zur Aufgabenauswahl (Freitext)

Kriterium	Beispiel: Zitat aus Freitextantwort	*n*
Pragmatische Kriterien		
Thematische Passung zum Curriculum	Ich habe laut Lehrplanlerninhalten aus dem Schulbuch ausgewählt.	23
Verfügbarkeit des Materials	Auf welche Aufgaben können die Lernenden zugreifen? Z. B. auf das Schulbuch, das die Lernenden zu Hause hatten.	8
Didaktisch-methodische Kriterien		
Reproduktion & Standardverfahren	Aufgaben waren hauptsächlich Wiederholungsaufgaben, d.h. es wurde darauf geachtet, dass es um bekannte Aufgabenformate ging.	23
Verständlichkeit & nicht zu hoher Schwierigkeitsgrad	Die Aufgaben sollten für mindestens zwei Drittel der Lernenden lösbar sein, damit sie nicht die Flinte ins Korn warfen.	17
Diagnose & individuelle Förderung	Einfache „Beschreiben & Erläutern“-Aufgaben, damit ich diagnostizieren kann, was verstanden wurde.	12
Selbständigkeit & Autonomie		
Selbstkontrolle & Hinweisoption	Nutzung der Lernplattform eines Schulbuchverlags, da dort Kontroll- und Hilfefunktionen integriert waren.	20
Selbständiges Bearbeiten	Die Aufgaben sollten unbedingt selbstständig bearbeitbar sein, wesentlich stärker als im Präsenzunterricht	18
Selbständiges Aneignen & Lernen	Die Aufgaben und das Material mussten sich für das selbstständige Lernen besonders eignen.	14

levanz des selbständigen Übens und Lernens durch die physische Abwesenheit der Lehrkraft: Häufig wird auf die Möglichkeit zur autonomen Bearbeitung, zur selbständigen Aneignung des Wissens sowie auf die Möglichkeit zur Selbstkontrolle und die Unterstützung durch Hinweisstellungen verwiesen. Zusammenfassend kann also von einer Fokussierung auf das grundlegende Anforderungsniveau – bedingt durch die Notwendigkeit des selbständigen und autonomen Arbeitens in der Homeschooling-Situation – gesprochen werden.

Identifizierte Probleme

In Anlehnung an die Ergebnisse des Schulbarometer Spezials wurden den Lehrkräften die in Abbildung 2 dargestellten Probleme des Homeschoolings zur Mehrfachauswahl vorgestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass alle aus dem Schulbarometer Spezial identifizierten Probleme auch als relevant für den Mathematikunterricht wahrgenommen wurden. Etwa drei Viertel der Mathematiklehrkräfte benennen die Aufrechterhaltung der Motivation der Lernenden als problematisch. Aus den späteren Freitextantworten lässt sich weiterhin folgern, dass die Lehrkräfte dieses Problem in Zusammenhang mit dem fehlenden persönlichen Kontakt betrachten, beispielsweise durch die Aussage „Die Motivation ohne persönlichen Kontakt ist schwierig auf höherem Niveau zu halten . . . “. Dieses Problem wird ebenfalls von nahezu drei Viertel der Lehrkräfte angegeben. 28 % der Lehrkräfte identifizieren mangelnde Möglichkeiten für Feedback und Hinweise als ein Problem, welches zudem in 25 Freitextantworten expliziert wird. Ebenfalls werden die

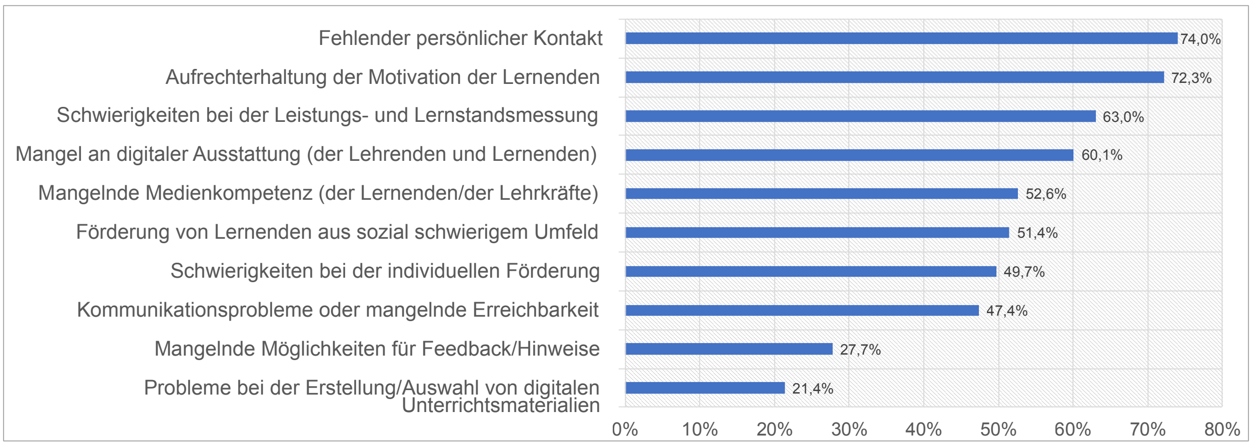


Abbildung 2. Identifizierte Probleme (Mehrfachauswahl)

Tabelle 2. Identifizierte Probleme (Freitext)

Probleme	Beispiel: Zitat aus Freitextantwort	*n*
Soziale Probleme		
Unklare Rolle der Eltern	Eltern sitzen hinter dem PC, bedrängen das Kind, sagen vor.	18
Probleme mit Bezug auf die Unterrichtsstruktur		
Kontrollverlust und fehlende Disziplin	Manche Schüler/innen sind "verloren"gegangen.	48
Erhöhter Zeitaufwand	Individuelle Rückmeldungen kosteten viel zu viel Zeit. Die eingescannten Lösungen von jedem SuS durchzusehen und gerechte Feedbacks zu geben wurde viel zu aufwändig.	35
Mangelnde Struktur und Selbstorganisation	Schüler driften aus dem normalen Stundenplan – es gibt einfach einen anderen Rhythmus, der mit dem Stundenplan nicht synchron geht.	12
Mangelnde Rückmeldung	Ich wusste nicht, ob die Schüler den Stoff verstanden haben.	7

Förderung von Lernenden aus sozial schwierigem Umfeld (51 %) sowie die individuelle Förderung (50 %) als relevante Probleme des Homeschoolings im Fach Mathematik genannt. Schwierigkeiten bei der Leistungsmessung sowie der Mangel an digitaler Ausstattung werden sogar von mindestens 60 % der Lehrkräfte als Probleme identifiziert. Das Fehlen bzw. das Verbot von Leistungsmessung im Homeschooling wird weiterhin in 18 Freitextantworten genauer beschrieben, z. B. „Aufgrund der fehlenden Benotung und der langen Zeit zu Hause entstand das Gefühl von dauerhaften Ferien.“ Entsprechend wird an dieser Stelle auch ein Zusammenhang zu motivationalen Aspekten vermutet. Das Erstellen von digitalen Unterrichtsmaterialien scheint ein vergleichbar geringes Problem zu sein (21 %), wohingegen mangelnde Kommunikation (50 %), Medienkompetenz (53 %) und digitale Ausstattung (60 %) das Mathematiklernen im Homeschooling offenbar erschwert haben.

Aus den 171 Freitextantworten der Lehrkräfte lassen sich weitere Probleme des Homeschoolings identifizieren. Diese werden in Tabelle 2 mit einem repräsentativen Beispiel und ihrer Häufigkeit dargestellt sowie in Probleme sozialer und struktureller Natur kategorisiert. Während die vorgegebenen Antworten Probleme im sozialen und technischen Bereich bereits gut abbilden können, scheint das Kategorienschema für den Mathematikunterricht insbesondere im Bereich der Unterrichtsstruktur erweiterungswürdig. Die Lehrkräfte verweisen insbesondere auf den Kontrollverlust über einzelne oder mehrere Schülerinnen und Schüler, ebenso auf den erhöhten Zeitaufwand durch Vorbereitung, Feedback und Förderung. Weiterhin geben die Lehrkräfte an, dass die Onlinelehre ein erhöhtes Maß an Selbstorganisation von den Schülerinnen und Schülern erfordert – auch in Hinblick auf eine mangelnde vorgegebene Struktur. Einige Lehrkräfte berichten zudem über ein mangelndes Feedback der Schülerinnen und Schülern bzgl. ihres Verständnis und Lernfortschrittes.

Diskussion und Zusammenfassung

Aus den Vorgehensweisen und Problemen während der coronabedingten Homeschooling-Zeit lassen sich folgende Konsequenzen für die Gestaltung von Online-Mathematikunterricht formulieren: Zunächst hat sich im Vergleich zur fächerübergreifenden Unterrichtsgestaltung bestätigt, dass auch der Mathematikunterricht überwiegend asynchron durchgeführt wurde. Jene Asynchronität des Lernens erfordert neue Kriterien für die Auswahl von Aufgaben im Vergleich zum Präsenzunterricht, wo Aufgaben auf direktem Weg ausgegeben und besprochen werden können. Als solche nennen die Lehrkräfte neben einer besonderen Berücksichtigung des selbstständigen Lernens (z. B. durch Selbstkontrolle) insbesondere die Senkung von Anforderung und Schwierigkeitsgrad – auch bedingt durch mangelnde technische Ausstattung oder die Verfügbarkeit von Materialien. Aus Letzterem entsteht der Anspruch, zu verhindern, dass die technischen und organisatorischen Probleme des Homeschoolings das Inhaltliche überlagern. Dabei konnten die für den allgemeinen Schulunterricht identifizierten Probleme des Homeschoolings für den Mathematikunterricht erweitert werden. Diese Herausforderungen wurden insbesondere auf der Ebene der Unterrichtsstruktur kategorisiert: Kontrollverlust und mangelnde Disziplin, ein erhöhter Zeitaufwand, mangelnde Struktur sowie mangelnde Rückmeldung an die Lehrkräfte stellen konkrete Anforderungen an Materialien und digitale Tools für den zukünftigen Online-Mathematikunterricht.

Bei der Wiederaufnahme des aktuellen Mathematikunterrichts zeichnen sich zwei Tendenzen ab: Auf der einen Seite geben etwa ein Viertel der befragten Lehrkräfte an, dass sich ihr Mathematikunterricht nach Wiederaufnahme des Regelbetriebes nicht verändert habe. Auf der anderen Seite nennt die Hälfte der Lehrkräfte eine stärkere Einbindung digitaler Medien, insbesondere von Lernsoftware und -plattformen sowie eine parallele Digitalisierung von Materialien. Damit bestätigt sich eine mehrheitliche Tendenz zu digitalen Veränderungen für den Mathematikunterricht nach der Corona-Pandemie. Gemeinsam mit den herausgearbeiteten Ansprüchen wie Selbstkontrolle, Verfügbarkeit des Materials, Leistungsmessung, Struktur und Rückmeldungsoptionen motiviert diese Digitalisierungstendenz die Entwicklung und den Einsatz von digitalen Tools, welchen diesen Bedürfnissen gerecht werden. Und mit Verweis auf die Strategie „Themen, die sich für den Homeschooling Unterricht eignen (z. B. Geometrie), sparen wir uns für den nächsten Lockdown auf" scheint eine für den Mathematikunterricht geeignete digitale Lösung auf lange Sicht unabdingbar.

Literatur

forsa (2020). *Das Deutsche Schulbarometer Spezial Corona-Krise*. Verfügbar unter: deutsches-schulportal.de/unterricht/das-deutsche-schulbarometer-spezial-corona-krise/ (04.11.2020).

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse*. Weinheim und Basel: Beltz.

Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (mpfs; 2020). *JIMplus 2020. Corona-Zusatzuntersuchung*. Verfügbar unter: www.mpfs.de/studien/jim-studie/jimplus-2020 (06.11.2020).

Simon Barlovits, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: barlovits@math.uni-frankfurt.de

Simone Jablonski, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: jablonski@math.uni-frankfurt.de

Matthias Ludwig, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: ludwig@math.uni-frankfurt.de

Mehr als nur erklären – eine Bestandsanalyse des Angebots an mathematischen YouTube-Videos

David Bednorz und Svenja Bruhn

Die Schließung von Bildungseinrichtungen in Folge der Covid-19-Pandemie führte zu einer neuen Diskussion über den Einsatz von digitalen Lernmöglichkeiten, aber vor allem einer Beschleunigung in der digitalen Transformation des Bildungswesens und der Schullandschaft, die in den nächsten Jahren weiter zunehmen wird. Universitäten führten flächendeckend Distanzlehre ein und in Schulen wurden digitale Lernmanagementsysteme (LMS) eingeführt oder ausgebaut, um Lernende auch zu Hause zu erreichen und an Bildung teilhaben zu lassen. Es verwundert demnach nicht, dass das Thema der Digitalisierung des Mathematikunterrichts auch in der Forschung zunehmend intensiver aufgegriffen wird. In den letzten *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (MGDM) wurde aus diesem Grund ein Fokus auf digitale Lernformate, insbesondere auf mathematische Lern- bzw. Erklärvideos, gelegt (Götze, 2020).

Für den Begriff der *Lern- bzw. Erklärvideos* existieren in der Literatur zahlreiche Definition, die alle unterschiedliche Aspekte fokussieren, wobei häufig diffus bleibt, aus welchem Grund diese als besonders charakterisierend eingeschätzt werden. Nach Kulgemeyer und Peters (2016) lassen sich Erklärungen in Videos grundlegend dadurch beschreiben, dass vermittelt wird, wie etwas gemacht wird oder wie etwas funktioniert, um so im Erklärungsprozess den Adressaten der Videos einen Sachverhalt verständlich zu machen. Dementsprechend nennt Wolf (2015) als Charakteristika von Erklärvideos die selbstständige Erstellung der Videos, eine funktionale Erläuterung oder die Darstellung von abstrakten Konzepten und Zusammenhängen. So lassen sich in der aktuellen Literatur verschiedene Vorschläge für Kriterienraster als Hilfestellung zur Beurteilung von vorhandenen als auch selbst produzierte Lern- bzw. Erklärvideos finden (z. B. Marquardt, 2020). In diesem Zusammenhang konstatieren Oldenburg et al. (2020), dass bei mathematischen Lern- und Erklärvideos auf der Plattform YouTube oft die technischen Möglichkeiten nicht ausreichend ausgeschöpft werden, dass eher prozedurales Wissen fokussiert wird und dass viele Videos eine positive und motivationale Kommunikation zur Mathematik vermissen lassen. Letztere Ergebnisse verweisen darauf, dass YouTube-Videos sich eher an instruktionale Vermittlung orientieren und damit als Hilfsmittel zur Klassen- und Klausurvorbereitung dienen können. Ein stark diskutierte Kriterium für (gute) Erklärvideos ist außerdem die Dauer der Videos. Simscheck & Kia (2017) plädieren für kurze ein- bis dreiminütigen Videos mit unterschiedlichen Formen der medialen Ausgestaltung, da „die Aufmerksamkeitsspanne eines Videokonsumenten nach drei Minuten rapide abnimmt. Insofern ist die Laufzeit hierdurch auf drei Minuten als absolute Obergrenze beschränkt" (S. 23). Hingegen fordern Guo et al. (2014), dass Erklärvideos weniger als 6 Minuten dauern und die enthaltenen Instruktionen in kleine Einheiten aufteilen.

Es bleibt insgesamt festzuhalten, dass die Frage nach einer Definition von mathematischen Lern- bzw. Erklärvideos und deren Kriterien wie die Nutzung der technischen Möglichkeiten, die Art der Vermittlung des erklärten mathematischen Inhalts, die „optimale" Dauer der Videos oder der Einsatz im Mathematikunterricht in der Fachdidaktik stark diskutiert wird. Grundlage für die Beantwortung der Frage nach der mathematikdidaktischen Qualität solcher Videos kann eine *Bestandsanalyse* bereits bestehender, von Schülerinnen und Schülern genutzten und positiv bewerteten Lern- bzw. Erklärvideos sein, in denen diverse schulmathematische Inhalte dargestellt werden. Dafür bietet sich die Videoplattform YouTube besonders an, da sie von Kindern und Jugendlichen für private als auch schulische Zwecke stark genutzt wird (vgl. nachfolgender Abschnitt). Eine solche Bestandsanalyse, die das Angebot verschiedener mathematischer YouTube-Videos mit deren Nutzungsverhalten in Zusammenhang bringt, wird in diesem Beitrag in Form einer Netzwerkanalyse präsentiert.

Nutzung von YouTube-Videos bei Kindern und Jugendlichen

Insbesondere die nicht-institutionellen Zugänge zu (mathematischen) Bildungsangeboten haben durch die Schulschließung im Frühjahr 2020 für Kinder und Jugendliche an Bedeutung gewonnen, indem Schülerinnen und Schüler auf ihre bereits privat etablierten Medien zurückgriffen, um sich Unterstützung oder Informationen für den (Mathematik-) Unterricht zu beschaffen. Das war vor allem deshalb möglich, da bereits ein großes und leicht zu durchsuchendes Online-Angebot an hilfreichen Videos zu mathematischen Inhalten bestand und in Folge der Pandemie in kürzester Zeit stark ausgebaut wurde. Die Bedeutung, die deshalb vor allem YouTube-Videos auch für das schulische Lernen einnehmen, stellen unterschiedliche Studien dar.

Sowohl in der *Kindheit, Internet, Medien* (KIM)-Studie (2018) als auch in der *Jugend, Internet, Medien* (JIM)-Studie (2019) gaben über die Hälfte der befragten Kinder und Jugendlichen im Alter von 6–19 Jahren an, dass YouTube eine regelmäßige und hohe Bedeutung für sie hat (Feierabend et al., 2018, 2019). Dabei zeigten beide Studien, dass YouTube (sowohl als Webseite, aber auch als App) neben Unterhaltungszwecken auch als Hilfestellung bei schulischen Aufgaben genutzt wurden. So verwendeten 21 Prozent der 12–13-jährigen vorrangig YouTube, um bspw. fachliche Informationen für Lern- oder Hausaufgaben zu erhalten. Die hohe Bedeutung von YouTube als schulisches Unterstützungs- oder Ergänzungsmedium zeigte ebenfalls die Horizont Studie (Rat für Kulturelle Bildung, 2019), bei der 45 Prozent der Jugendlichen angaben, dass YouTube-Videos für die Schule eine wichtige bzw. sehr wichtig Bedeutung hatten. Dabei waren den befragten Jugendlichen als Kriterien für gute YouTube-Videos mit 63 Prozent Unterhaltsamkeit, Entspannung, Ablenkung sehr wichtig, aber auch mit 39 Prozent Neuartigkeit und Zeitgemäßheit sowie Originalität und Kreativität mit 33 Prozent. So bewerteten die Jugendlichen YouTube-Videos in den Aspekten Anschaulichkeit, Darstellung, Interesse und Spannung besser als Schule.

Die Bedeutung, die YouTube-Videos beim Mediennutzungsverhalten von Kindern und Jugendlichen im Alter von 6–19 Jahren und damit auch in der fortschreitenden Digitalisierung von Lehr-Lern-Prozessen einnehmen, wurde durch die dargestellten Studien betont. Sie zeigen auf, dass Kinder und Jugendliche auf YouTube gezielt nach Video-Angeboten für die Schule suchen. Insbesondere überzeugen YouTube-Videos Jugendliche aufgrund ihrer multimedialen Möglichkeiten, Inhalte neuartiger, origineller, kreativer und anschaulicher aufzubereiten, als das in der Schule möglich ist. Daher scheint es sinnvoll, über eine fachdidaktische Implementierung von YouTube-Videos im Mathematikunterricht der Grundschule und Sekundarstufe I nachzudenken, um deren Stärke aktiv zu nutzen. Dieser muss jedoch eine systematische Bestandsanalyse des Angebots an bestehenden YouTube-Videos vorausgehen, die die Inhalte des Mathematikunterrichts der Grundschule und Sekundarstufe I darstellen. Dieser Beitrag fokussiert deshalb folgende Ziele:

1. die deskriptive Darstellung des Nutzungsverhaltens von YouTube-Videos mit mathematischen Inhalten auf Basis der erhobenen Metadaten der Videos (Anzahl der Abonnenten der YouTube-Kanäle, Aufrufe der Videos, Dauer der Videos, Bewertung der Videos und der Anzahl der Kommentare),
2. die Analyse des Angebots von mathematischen YouTube-Videos durch eine vernetzte Bezie-

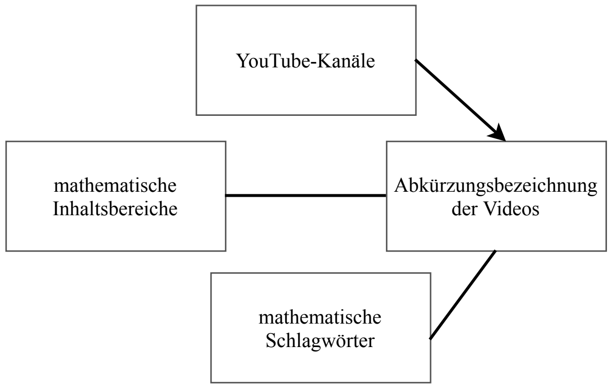


Abbildung 1. Beziehungsstrukturen der Netzwerkanalyse

hungsanalyse, in denen qualitative Daten der YouTube-Videos miteinander in Zusammenhang gesetzt werden.

Anschließend an die Darstellung des methodischen Vorgehens werden primär die Ergebnisse der Analysen vor dem Hintergrund aktueller Forschungsliteratur diskutiert. Die Ergebnisse dieser Bedarfserhebung können dann als Ausgangspunkt für weitere tiefergehende Analysen sowie Diskussionen über die mathematikdidaktische Verwendung von mathematischen YouTube-Videos sein, weshalb im Fazit dieses Beitrags erste Konsequenzen für den Einsatz der YouTube-Videos im Mathematikunterricht skizziert werden.

Bestandsanalyse des Angebots von mathematischen YouTube-Videos

Zur Analyse des Angebots an YouTube-Videos wurden 1941 Videos, die mathematischen Inhalte der Primar- und Sekundarstufe I thematisieren, von den bekannten deutschen YouTube-Kanälen *Mathe by Daniel Jung* (739 Videos), *Mathe Simpleclub* (124 Videos), *Matheretter* (68 Videos), *Dorfuchs* (50 Videos), *MussteWissen Mathematik* (34 Videos), *Lehrer Schmidt* (450 Videos) und *Konnys Schule* (476 Videos) analysiert (für eine Übersicht mathematisch orientierter YouTube-Kanäle siehe Oldenburg et al., 2020). Die Erhebung der mathematischen Youtube-Videos erfolgte durch zwei methodische Vorgehensweisen, die sich direkt auf die Ziele des Beitrags beziehen, nämlich zum einen auf deren einsehbare Metadaten und zum anderen auf qualitative Daten, die im Verlauf des Monats August 2020 erhoben wurden:

Zunächst wurden die Metadaten der Videos, das heißt die Anzahl der Abonnenten der Kanäle, die Aufrufe je Video, das positive bzw. negative Feedback durch die Daumen-hoch- oder Daumen-runter-Funktion, die Kommentare je Video und die Dauer der Videos erhoben. Diese Vorgehensweise ermöglicht es, zugängliche Daten zu den vorhandenen Angeboten von mathematischen YouTube-Videos zu erheben.

Neben den Metadaten wurden vier qualitative Daten, nämlich die YouTube-Kanäle, die Titel der Videos, der mathematische Inhaltsbereich (Algebra/Arithmetik, Stochastik, Funktionen und Geometrie) und mathematische Schlagworte, wie beispielsweise *Bruchrechnung, Parabeln, Wahrscheinlichkeit* erhoben. Diese qualitativen Daten wurden infolge der Analyse miteinander in Beziehung gesetzt. Zur Herstellung der Beziehung wurde methodisch eine Netzwerkanalyse verwendet, die dafür geeignet ist, Beziehungsstrukturen darzustellen und eine Analyse einzelner Beziehungsstrukturen im gesamten Netzwerk zu liefern (siehe ausführlich Hummell & Sodeur, 2010; Stegbauer, 2008; Gamper, 2020). Dabei können theoretisch verschiedene Netzwerke erstellt werden, die die unterschiedlichen Beziehungen zwischen den qualitativen Daten der analysierten mathematischen YouTube-Videos darstellen. Dabei werden in jedem Fall die Knoten (YouTube-Kanäle, Abkürzungsbezeichnung der Videos, mathematische Inhaltsbereiche, mathematische Schlagwörter) und die Kanten, die die Beziehung zwischen den Knoten anzeigen, unterschieden. Für diesen Beitrag und im Sinne des zweiten Teilziels dieser Bedarfsanalyse wurde die Beziehungszuordnung der vier qualitativen Daten wie in Abbildung 1 vorgenommen. Die Auswahl forciert zunächst die qualitativen Merkmale, die für die Suchfunktion auf YouTube entscheidend sind, wie die YouTube-Kanäle und deren Videos sowie verschiedene mathematische Schlagwörter, die in den Videobezeichnungen vorkommen, und ergänzt diese mit den, für fachdidaktisch relevante Erwägungen, analysierbaren mathematischen Inhaltsbereichen der YouTube-Videos.

Nachfolgend werden die Ergebnisse beider Vorgehensweisen, das heißt die Analyse der Metadaten und die Netzwerkanalyse, dargestellt, um die beiden Teilziele der Bestandserhebung an mathematischen YouTube-Videos zu erreichen und ma-

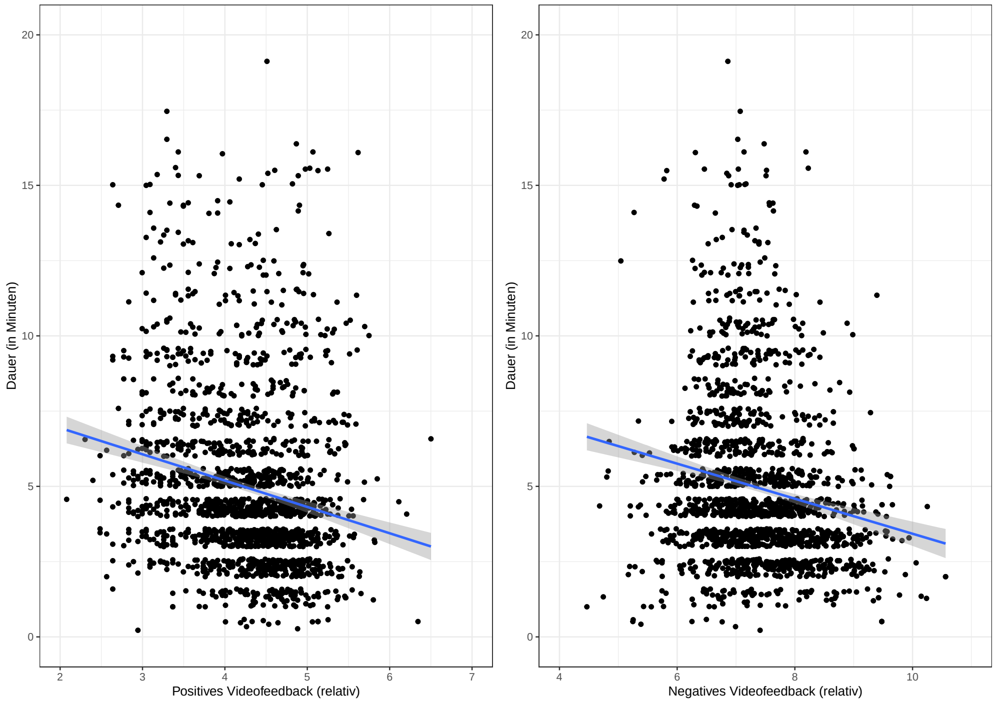


Abbildung 2. Streudiagramm des positiven Videofeedbacks (links) und negativen Videofeedbacks (rechts) in Bezug zur Dauer der Videos (eigene Erstellung)

thematikdidaktische Konsequenzen für die Verwendung und Charakterisierung von mathematischen YouTube-Videos herauszuarbeiten.

Nutzungsverhalten von mathematischen YouTube-Videos

Zunächst soll dargestellt werden, wie sich das aktuelle Nutzungsverhalten an mathematischen YouTube-Videos abbilden lässt. Dazu werden die wesentlichen Ergebnisse der beschreibenden Analyse der Metadaten dargestellt, die sich auf die Anzahl der Aufrufe, die YouTube-Kanäle, das Feedback und die Dauer der Videos bezieht.

- Die erhobenen Videos haben eine durchschnittliche Anzahl an Aufrufen von $M = 106.259$ (aufgerundet auf Ganze) mit einer hohen Standardabweichung von $SD = 206.172$. Dies weist darauf hin, dass eine starke Streuung der Anzahl der Aufrufe der Videos festzustellen ist ($MIN = 36$; $MAX = 360.7245$). Dabei hat der YouTube-Kanal *DorFuchs* durchschnittlich die meisten Aufrufe pro Video ($M = 404.448$, $SD = 676.525$, $MIN = 20.665$, $MAX = 360.7245$) und die Videos des YouTube-Kanals *Konnys Schule* die geringsten Aufrufe ($M = 14.747$, $SD = 37.545$, $MIN = 36$, $MAX = 439.544$).
- Alle analysierten mathematischen YouTube-Videos werden von den Nutzerinnen und Nutzer häufiger positiv bewertet ($M = 1.516$, $SD = 3347$, $MIN = 0$, $MAX = 66.696$) als negativ ($M = 70$, $SD = 265$, $MIN = 0$, $MAX = 8326$). Zusätzlich zu der dichotomen Feedbackfunktion über Daumen-hoch und Daumen-runter geben die Nutzerinnen und Nutzer durchschnittlich $M = 137$ Kommentare je Video ab ($SD = 290$, $MIN = 0$, $MAX = 5.982$), deren Inhalte hier nicht weiter analysiert wurden wie etwa bei Klinger & Walter (2020).
- Die mittlere Dauer der Online-Videos für den Mathematikunterricht beträgt $M = 5.06$ min ($SD = 3.23$ min, $MIN = 0.22$ min, $MAX = 36.36$ min) und liegt damit in dem von Simscheck & Kia (2017) und Guo et al. (2014) als optimal postulierten Intervall von drei bis sechs Minuten für Lern bzw. Erklärvideos.

Aufgrund der besonderen Bedeutung der Videodauer für die Charakterisierung von Lern- bzw. Erklärvideos, scheint es nun notwendig, die Dauer der analysierten mathematischen YouTube-Videos zu deren Nutzerfeedback in Beziehung zu setzen. In Abbildung 2 sind zwei Streudiagramme dargestellt, die die Dauer der mathematischen YouTube-Videos mit dem positiven (linke Seite) und negativen (rechte Seite) Feedback zu den Videos gegeneinander abtragen. Einige Daten zur Dauer der Videos wurden dabei als Ausreißer behandelt (Videos mit einer Dauer über 20 min). Darüber hinaus wurden die Daten des Feedbacks logarithmisch transformiert und anschließend auf Normalverteilung durch ein Q-Q-Diagramm geprüft.

Die Ergebnisse der Regression zeigen, dass die Häufigkeit von positivem oder negativem Feedback bei kürzeren Videos abnimmt ($R_{\text{Pos}} = -0.94$, $R_{\text{Neg}} = -0.67$). Da sowohl positives als auch negatives Feedback abnehmen, lassen sich die Ergebnisse dahingehend interpretieren, dass die Schülerinnen und Schüler durch die Kürze der Videos eine geringe Motivation zur Bewertung der mathematischen Inhalte der Videos entwickeln. Die Ergebnisse zeigen keine Tendenz, dass kürzere mathematische YouTube-Videos besser bewertet wurden. Allgemeingültige Aussagen über eine ideale Länge von Lern- bzw. Erklärvideos im Sinne eines Kriteriums können daher aus der Bewertung der analysierten mathematischen YouTube-Videos nicht abgeleitet werden. Da die Feedback-Funktion aber keinerlei Aussagen über die Lernqualität wie bspw. die Behaltensleistungen der mathematischen Inhalte zulässt, sollte im Sinne der Festlegung einer optimalen Länge von mathematischen Lern- bzw. Erklärvideos fachdidaktischen Qualitätskriterien betrachtet werden, die in der mathematikdidaktischen Forschung zukünftig weiter herausgearbeitet werden müssen.

Qualitative Netzwerkanalyse von mathematischen YouTube-Videos

Zusätzlich zu einer quantitativen Analyse der Metadaten verfolgt der zweite Analysezugang dieses Beitrags das Ziel, die unterschiedlichen qualitativen Daten der mathematischen YouTube-Videos zueinander in Beziehungen zu setzen und damit die verschiedenen mathematischen Inhalte der Primar- und Sekundarstufe I herauszuarbeiten. Dazu wurden, wie im methodischen Vorgehen erläutert, zunächst die qualitativen Daten der YouTube-Videos, die YouTube-Kanäle, Abkürzungsbezeichnungen der Videos, mathematischen Inhaltsbereiche und mathematischen Schlagwörter (Themen) erhoben und dann untereinander in einer Beziehungsstruktur vernetzt. In Abbildung 3, sind die Beziehungsstrukturen, die aufgrund der zuvor festgelegten Zuordnung entstanden (vgl. Abb. 1), dargestellt.

Die vier Inhaltsbereiche ordnen sich jeweils an den äußeren Rändern des Netzwerks an. Während der Inhaltsbereich Arithmetik und Algebra die meisten Verbindungen im Netzwerk aufweist, zeigt der Inhaltsbereich Stochastik die geringste Anzahl an Verbindung. Dies scheint mit Blick auf die Ausführlichkeit der Behandlung des Themas Arithmetik und Algebra im Mathematikunterricht der Primar- und Sekundarstufe I nicht zu verwundern.

Des Weiteren werden im Netzwerk (Abb. 3) die Knoten und die in Beziehung stehenden Kanten entsprechend der unterschiedlichen YouTube-Kanäle farblich unterschieden. Durch diese Darstellung ist erkennbar, dass sich der Knoten des YouTube-Kanals *Lehrer Schmidt* in Richtung des Inhaltsbereichs Geometrie orientiert und der Knoten des Kanals *Daniel Jung* einen starken Bezug zum Inhaltsbereich Arithmetik und Algebra sowie Funktionen aufweist. Alle anderen YouTube-Kanäle zeigen keine offensichtliche Orientierung zu einem Inhaltsbereich und liegen daher im Netzwerk eher mittig.

Außerdem sind in diesem Netzwerk die 17 analysierten mathematischen Schlagwörter, die die meisten Kantenverknüpfungen aufweisen, dargestellt. Die Beziehung nahezu aller Schlagwörter ist bezogen auf ihre Zuordnung zu den Inhaltsbereichen durch die Positionierung im Netzwerk erwartungskonform, was bedeutet, dass sich die Schlagwörter in der Nähe zu den erwarteten Inhaltsbereichen positionieren. So ist das Schlagwort *Lineare Funktionen* nah dem Inhaltsbereich *Funktionen* zugeordnet und nicht etwa *Arithmetik und Algebra*. Im Inhaltsbereich Funktionen lassen sich vergleichsweise viele unterschiedliche Schlagwörter wie *Lineare und Quadratische Funktionen*, *Parabeln* und *Exponentiell* (z. B. exponentielles Wachstum) mit den analysierten YouTube-Videos zuordnen. Auch Schlagwörter, die dem Thema *Gleichungen* zugeordnet werden können, zeigen viele Kantenverknüpfungen. So können hoch frequentiert die Schlagwörter *Quadratische Gleichungen, Gleichungen, Gleichungssysteme* aber auch thematisch nah verwandte Themen wie *Binome, Potenz, Wurzel* oder *Terme* mit vielen YouTube-Videos in Beziehung gesetzt werden. Besonders häufig sind mathematische YouTube-Videos zu finden, die mit den Schlagwörtern *Prozentrechnung* und *Bruchrechnung* in Verbindung gebracht werden können. Mathematische Schlagwörter, die häufig dem Bereich der Geometrie zugeordnet werden können, sind *Pythagoras, Trigonometrie, Winkel, Dreieck* und *Flächenberechnung*.

Darüber hinaus ist im Netzwerk die Größe der Knoten proportional zur Anzahl der Aufrufe der mathematischen YouTube-Videos dargestellt. Die meisten Aufrufe haben die Videos von Daniel Jung mit den Titeln *Parabeln und Quadratische Funktionen* und *Lineare Funktionen und Geraden*, die YouTube-Videos *Quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen und Logarithmus*, *PQ-Formel*, *Potenzregeln-, gesetze*, *Lineare Gleichungssysteme*, *Gauß und Lineare Gleichungssysteme*, *Sinus, Cosinus, Tangens* von *SimpleClub* sowie die Videos *Satz des Pythagoras*, *Normalverteilung*, *Brüche*, *Lineare Funktionen*, *PQ-Formel* und *Binomische Formeln* von dem YouTube-Kanal *DorFuchs*. Das Video von DorFuchs mit der Bezeichnungsabkürzung *Binomische Formeln* hat dabei insgesamt die meisten Aufrufe.

Insgesamt fällt bei der Betrachtung der bedeutenden Schlagwörter im Netzwerk sowie der mathematischen Inhalte der YouTube-Videos mit den meisten Aufrufen auf, dass diese vor allem solche Themen benennen, die basale inhaltliche Kompetenzen der Sekundarstufe I abbilden. So werden bspw.

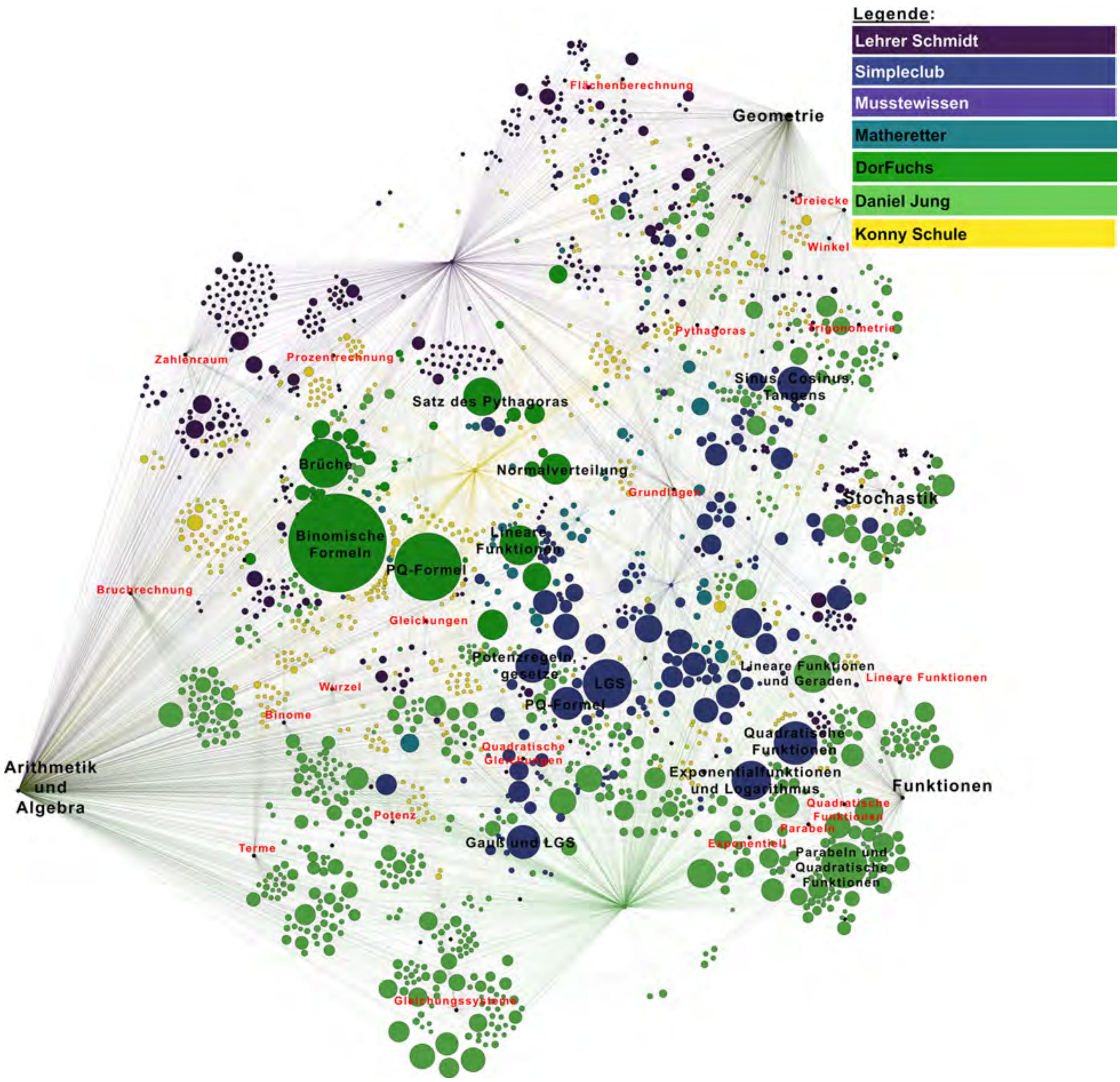


Abbildung 3. Netzwerk von YouTube-Videos mit mathematischem Inhalt. Dargestellt mit wichtigen deutschen YouTube-Kanälen, produzierten Videos, Schlagwörter und Inhaltsbereiche (eigene Erstellung)

dem Schlagwort *Gleichungssysteme* Videos zugeordnet, die sich mit dem Additions-, Gleichsetzungs- und Einsetzungsverfahren von linearen Gleichungssysteme beschäftigen und damit insbesondere auf algorithmische Verfahrensweise abzielen. Dieses Ergebnis verweist auf die von Oldenburg et al. (2020) dargestellte Bedeutung von Lern- bzw. Erklärvideos, die vor allem auf prozedurale Kompetenzen fokussieren. Zudem erscheint die von Kulgemeyer und Peters (2016) vorgeschlagene Definition von Lern- bzw. Erklärvideos als Videos, die erklären wie etwas gemacht wird oder wie etwas funktioniert als adäquat.

Die mathematischen Videos mit den höchsten Aufrufen stammen von dem YouTube-Kanal *DorFuchs*. Im Vergleich hat vor allem der Kanal *Konnys Schule* zwar viele mathematische YouTube-Videos produziert. Diese erreichen aber nur geringe Aufrufzahlen. Ähnliches ist für die YouTube-Kanäle *MussteWissen* und *Matheretter* festzustellen, die jedoch aktuell deutlich weniger Videos anbieten als *Konnys Schule*. Da sich die letztgenannten YouTube-Kanäle durch ihre Nähe im Netzwerk ähnlichen thematischen Bereichen zuordnen lassen, müssen die deutlichen Unterschiede in den Aufrufen der Videos auf andere Gründe zurückgeführt werden. Betrachtet man deshalb mithilfe der Analysekriterien von Lern- bzw. Erklärvideos nach Kulgemeyer (2018), die aus der Netzwerkanalyse „beliebten" YouTube-Videos der YouTube-Kanäle *DorFuchs* (meiste Videoaufrufe) und *SimpleClub* (höchste Abonnentenzahl), so zeichnen sich diese vor allem durch ihre Zugänge zu den mathematischen Inhalten auf Ebene der Darstellungsform, Sprache und dem Wecken von Interesse aus. Der YouTube-Kanal *SimpleClub* mit den meisten Abonnenten fällt bspw. durch fachlich gute Illustrationen, aufwändige Animationen und einer adressatenorientierten und jungen Sprache auf, sodass diese Aspekte möglicherweise Kriterien für gute Lern- bzw. Erklärvideos darstellen. Der YouTube-Kanal *DorFuchs*, der die mathematischen YouTube-Videos mit den meisten Aufrufen produziert, zeichnet sich durch einen kreativen und dadurch eventuell besonders reizvollen, motivierenden Zugang zur Mathematik aus. So ist das von den analysierten Daten meistgesehene YouTube-Video, ein Mathe-Song von *DorFuchs* zum Thema Binomische Formeln. Damit eröffnet der YouTube-Kanal *DorFuchs* fernab von instruktionalen mathematischen Lern- bzw. Erklärvideos einen kreativ-künstlerischer Zugang zur Mathematik und bietet eine Möglichkeit, diejenigen Schülerinnen- und Schülern zu aktivieren, deren Lernen vor allem motivational und affektiv gesteuert ist.

Die Bestandsanalyse durch die Darstellung des Netzwerks an YouTube-Videos zu mathematischen Inhalten zeigt insgesamt eine große Bandbreite an unterschiedlichen Zugängen wie instruktionale, stark fachlich orientierte, aber auch ästhetisch-kreative Zugänge, die viele mathematische Lerninhalte der Primar- und Sekundarstufe I aufbereiten. Dabei zeichnet sich ein Trend im Angebot an mathematischen YouTube-Videos in Richtung des Inhaltsbereichs Arithmetik und Algebra ab, wobei die am häufigsten angesehen Videos die Themen *Binomische Formeln*, *Brüche* und *PQ-Formel* behandeln und sich durch eine besondere Anschaulichkeit (Originalität, Kreativität und technische Umsetzung) und Motivation auszeichnen.

Fazit

Mathematische YouTube-Videos sind eine potentielle Ressource für Lerngelegenheiten außerhalb der Schule, die Schülerinnen und Schüler bereits vielfach nutzen. Aufgrund der durch die Covid19-Pandemie bedingten Notwendigkeit eines verstärkten Einsatzes digitaler Angebote für das Lehren und Lernen von Mathematik, können YouTube-Video als Ressource auch für den Mathematikunterricht bedeutsam werden. Hier stellte sich jedoch zunächst die Frage danach, welches Angebot an mathematischen YouTube-Videos zurzeit zu finden ist und wie dieses von Nutzerinnen und Nutzern konsumiert werden.

Die beschreibende und qualitativ-analytische Auswertung von 1941 mathematischen YouTube-Videos konnte aufzeigen, dass besonders ästhetisch-kreative, technisch aufwändige oder sprachlich nahbare YouTube-Videos (aus dem Inhaltsbereich der Funktionen) Interesse bei den Nutzerinnen und Nutzern erzeugen und dadurch häufig konsumiert werden. Das deckt sich mit Erkenntnissen aus der Horizont Studie, dass Jugendliche die Vermittlung von Inhalten in YouTube-Videos aufgrund der Anschaulichkeit und Motivation gegenüber der Schule bevorzugen (Rat für Kulturelle Bildung, 2019). Jedoch deutet das Netzwerk auch an, dass für viele mathematische Inhaltsbereiche, wie etwa der Geometrie oder Stochastik, solche Zugänge in den aktuell vorhandenen mathematischen YouTube-Videos fehlen. Aus diesen Analyseergebnissen lässt sich möglicherweise ein weiterer Bedarf an YouTube-Videos ableiten, die vor allem einen ästhetisch-kreativen oder einen anschauungszentrierten Zugang zu mathematischen Themen bieten.

Eine Charakterisierung von mathematischen YouTube-Videos als primär verfahrensorientiert und ausschließlich erklärend kann nicht abgeleitet werden. Daher ist das Subsummieren der vielfältigen Zugangsweisen zu mathematischen Inhalten in den bereits existierenden YouTube-Videos unter dem Begriff von Lern- bzw. Erklärvideos noch nicht ausreichend. Um diesem Umstand gerecht zu werden, schlagen wir vor, bei einer allgemeinen Betrachtung des Nutzens von mathematischen YouTube-Videos (auch im Unterricht) den Begriff *Multimedia-Videos* zu nutzen (Bullock, 2014). Das würde die fachdidaktische Perspektive des Einsatzes solcher Videos weg von verfahrensbezogenen Aspekten wie der Erklärung bzw. Einführung eines mathematischen Themas hin zu motivationalen Aspekten wie bspw. dem Interessewecken (Spaßhaben) an Mathematik, Reflektieren über mathematische Themen oder ihrer Darstellungen, Überprüfen des eigenen mathematischen Wissens oder Erinnern (Rekapitulieren) von Inhalten ermöglichen. Dies erweitert letztlich die Bandbreite an Einsatzmöglichkeiten von mathematischen YouTube-Videos im Mathematikunterricht der Primar- und Sekundarstufe I, wodurch alle Schülerinnen und Schüler angesprochen werden können.

Literatur

Bullock S.M. (2015) Multimedia Videos and Podcasting. In: Gunstone R. (eds) Encyclopedia of Science Education. Springer, Dordrecht. doi:10.1007/978-94-007-2150-0_59

Feierabend, S., Rathgeb, T., Reutter, T. (2019). *KIM-Studie 2018 Kindheit, Internet, Medien. Basisuntersuchung zum Medienumgang 6- bis 13-Jähriger.* Stuttgart.

Feierabend, S., Rathgeb, T., Reutter, T. (2020). *JIM-Studie 2019 Jugend, Information, Medien. Basisuntersuchung zum Medienumgang 12- bis 19-Jähriger.* Stuttgart.

Gamper M. (2020). Netzwerkanalyse – eine methodische Annäherung. In Klärner A., Gamper M., Keim-

Klärner S., Moor I., von der Lippe H., Voneulich N. (Hrsg.), *Soziale Netzwerke und gesundheitliche Ungleichheiten* (S. 109–133). Wiesbaden: Springer VS. doi:10.1007/978-3-658-21659-7_6

Götze, D (2020). Homeschooling – Perspektive einer Mutter. *Mitteilungen der GDM*, (109), 1.

Guo, P. J., Kim, J., Rubin, R. (2014). How Video Production Affects Student Engagement: An empirical study of MOOC Videos. *Proceedings of the first ACM conference on Learning at scale conference. New York*. 41–50.

Hummel H.J., Sodeur W. (2010). Netzwerkanalyse. In Wolf C., Best H. (Hrsg.), *Handbuch der sozialwissenschaftlichen Datenanalyse* (S. 575–603). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-92038-2_23

Klinger, M.; Walter, D. (2020). „Ein wahrer Ehrenmann" – Wie mathematikhaltige Apps und Videos von Nutzenden bewertet werden. In Hans-Stefan Siller, Wolfgang Weigel & Jan Franz Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 185–188). Münster: WTM-Verlag, 513-516.

Kulgemeyer, C., Peters, C. H. (2016). Exploring the explaining quality of physics online explanatory videos. *European Journal of Physics*, (37), 1–14. doi:10.1088/0143-0807/37/6/065705

Kulgemeyer, C. (2018). Wie gut erklären Erklärvideos? Ein Bewertungs-Leitfaden. *Computer + Unterricht*, (109), 8–11.

Marquardt, K. (2020). Qualitätskriterien für Mathematik-Erklärvideos. *Mitteilungen der GDM*, (109), 43–49.

Oldenburg, B., Bersch, S., Merkel, A., Weckerle, M. (2020). Erklärvideos: Chancen und Risiken. Zwischen fachlicher Korrektheit und didaktischen Zielen. *Mitteilungen der GDM*, (109), 58–63.

Rat für Kulturelle Bildung (2019). Jugend / YouTube / Kulturelle Bildung. Horizont 2019. Studie: Eine repräsentative Umfrage unter 12- bis 19-Jährigen zur Nutzung kultureller Bildungsangebote an digitalen Kulturorten.

Simscheck, R., & Kia, S. (Hrsg.) (2012). *Erklärvideos einfach erfolgreich*. München: UVK.

Stegbauer C. (2008). Soziale Netzwerkanalyse. In Sander U., von Gross F., Hugger KU. (Hrsg.), *Handbuch Medienpädagogik* (S. 166–172). Wiesbaden: Springer VS. doi:10.1007/978-3-531-91158-8_21

Wolf, K. D. (2015). Video-Tutorials und Erklärvideos als Gegenstand, Methode und Ziel der Medien- und Filmbildung. In T. Ballhausen, C. Trültzsch-Wijnen, K. Kaiser-Müller & A. Hartung (Hrsg.), *Filmbildung im Wandel* (Mediale Impulse) (S. 121–131). Wien: New Academic Press.

David Bednorz, Universität Bielefeld
E-Mail: david.bednorz@uni-bielefeld.de

Svenja Bruhn, Universität Bielefeld
E-Mail: svenja.bruhn@uni-bielefeld.de

Die Autoren haben gleichermaßen zu diesem Beitrag beigetragen.

Dialogisches Lernen ermöglicht auch im digitalen Fernunterricht nicht nur Repetitionen, sondern auch die Einführung neuer Wissensinhalte – Ein Interview aus der Schweiz

Peter Gallin

Kurz nach dem Lockdown in der Schweiz, Ende April 2020, hat die Redaktion des Mitteilungsblattes „FOKUS SCHULE" der Sekundarlehrpersonen des Kantons Zürich Peter Gallin ein paar Fragen zur Stellung des Dialogischen Lernens im digitalen Fernunterricht gestellt. Natalie Thomma hat mit dem Mitbegründer des Dialogischen Lernens ein Interview geführt, das in der Ausgabe 4 (2019/2020) des Mitteilungsblattes bereits publiziert worden ist. Der Nachdruck hier wurde mit freundlicher Zustimmung von „FOKUS SCHULE" genehmigt.

In Wikipedia findet sich folgende Kurzbeschreibung:

Das *Dialogische Lernen* ist ein von den Didaktikern Urs Ruf (Allgemeine Didaktik und Deutschdidaktik) und Peter Gallin (Mathematikdidaktik) entwickeltes Unterrichtskonzept, das an der Pädagogik Martin Wagenscheins anknüpft. Lehren und Lernen werden nach dem Muster eines Dialogs organisiert und in Anlehnung an Fend unter dem Gesichtspunkt von Angebot und Nutzung betrachtet. In den Mittelpunkt der Aufmerksamkeit wird gerückt, wie die Schüler die Unterrichtsangebote nutzen. Die Beiträge der Lernenden werden – im Sinne des Dialogs – als neues Angebot verstanden,

> das nun von der Lehrperson und den Mitschülern genutzt werden muss. [. . .] Dialogischer Unterricht ist grundsätzlich auf allen Schulstufen möglich und wird nicht nur im Deutsch- und Mathematikunterricht, sondern auch im Fremdsprachen- und Geschichtsunterricht eingesetzt.

Interview

Natalie Thomma: *Während des Fernunterrichts waren viele Schülerinnen und Schüler der Sekundarschule auf sich selbst gestellt, weil ihre Eltern vom Schulstoff der verschiedenen Fächer überfordert waren. Wie beurteilen Sie diese Gegebenheit aus Sicht des Dialogischen Lernens?*

Peter Gallin: Charakteristisch für das Dialogische Lernen ist, dass zu Beginn einer Unterrichtssequenz nicht eine Theorie vermittelt wird, sondern Aufträge gestellt werden, die an das Vorwissen der Kinder appellieren oder bereits behandelte Themen ansprechen. Im *Auftrag* – im Gegensatz zu einer Aufgabe – wird das Kind direkt angesprochen mit einer Frage, die im Kern immer so lautet: „Wie siehst du das?“ oder „Wie machst du das?“ Mein Lieblingsauftrag, der statt der Aufgabe „wie viel gibt 49 mal 51?“ gestellt werden kann, heißt: „Sag mir, wie du 49 mal 51 rechnest!“ Es ist offensichtlich, dass die Eltern keine Funktion übernehmen können und sollen, denn es geht um das, was das Kind produziert. Dies ist völlig unabhängig davon, ob in der Schule oder zuhause an einem solchen Auftrag gearbeitet wird. Der einzige Unterschied zum Schulunterricht ist, dass beim Fernunterricht die Aufträge elektronisch übermittelt und die Bearbeitungen der Schülerinnen und Schüler ebenso an die Lehrperson zurückgespielt werden. Erst wenn die Lehrperson die Beiträge der Kinder gesichtet, aus ihnen die markantesten ausgewählt und diese in der sogenannten *Autographensammlung* zusammengestellt hat, kommt allenfalls eine Besprechung dieses Dokuments mit der ganzen Klasse beispielsweise in einer Konferenzschaltung zum Zug. Da werden auch Unstimmigkeiten und Probleme, die im Dokument erkennbar sind, besprochen. Wenn Eltern helfen möchten, ist hier der Ort, wo sie sich am Dialog beteiligen können aber sicherlich nicht müssen. Erst am Schluss wird daraus die Theorie zusammengestellt.

N.T. *Welche Elemente des Dialogischen Lernens (gemeint sind beispielsweise Kernidee, Ich-Phase, Dialog mit dem Du, das Herauskristallisieren von Normen) bieten dem Fernunterricht Chancen?*

P.G. Das Organisieren und Durchführen der sogenannten Ich-Phase, in der jedes Kind alleine arbeitet, ist im Fernunterricht sehr einfach, weil die Isolation so oder so gegeben ist. Dazu kommt die Verbindlichkeit der von den Lernenden verfassten Texte (auch Zeichnungen oder Rechnungen), denn die Texte werden übermittelt und die Autographensammlungen zurückgeschickt, ein Hin und Her, das im Klassenzimmer mit realem Papier sogar schwieriger zu realisieren ist. Vor allem aber ist es möglich, neue Wissensinhalte zu behandeln und nicht bloß Repetitionen durchzuführen.

N.T. *Welche Risiken birgt das Unterrichtskonzept für die Schülerinnen und Schüler im Fernunterricht?*

P.G. Schwieriger ist die *Du-Phase*, weil die reale Begegnung mit den anderen Lernenden nicht möglich ist. So verlagert sich der Kontakt mit dem „Du“ stark auf die Autographensammlung, in der die Meinungen, Haltungen und Sehweisen der anderen Lernenden zum Ausdruck kommen. Es ist ein Risiko, dass in dieser Phase Eltern oder andere außenstehende Personen korrigierend eingreifen, während es gerade hier darum geht, mit allfälligen Fehlern produktiv umzugehen und diese nicht zu brandmarken. Das Motto *„Fehler sind Perlen beim Lernen“* ist für Fremde wohl am ungewohntesten und schwierigsten zu verstehen. Auch hier ist es am besten, wenn sich die Eltern möglichst zurückhalten.

N.T. *Wo liegen die Herausforderungen des Dialogischen Lernens für die Lehrperson im Fernunterricht?*

P.G. Die große Kunst des Dialogischen Unterrichts ist es, geeignete – und zwar kleine – Aufträge zu stellen, so dass die Bearbeitung nicht zu viel Zeit erfordert und nicht zu große Dokumente generiert. Nur so kann die Lehrperson *alle* Bearbeitungen einer ganzen Klasse innert nützlicher Frist durchsehen und würdigen – und nicht etwa korrigieren. Das ist im Präsenzunterricht gleich wie im Fernunterricht. Bei diesem kommen die technischen Herausforderungen dazu, mit elektronischen Dokumenten speditiv so umzugehen, dass den Kindern das Führen eines übersichtlichen *Lernjournals* ermöglicht wird. Gelingt dies, ist ein Wiedereinstieg in den normalen Schulbetrieb fast lückenlos möglich.

N.T. *Für welche Elemente des Dialogischen Lernens sind Schüler und Schülerinnen auf ein Klassenzimmer mit anderen Lernenden angewiesen?*

P.G. Der bei jüngeren Lernenden beliebte *„Sesseltanz“* kann nicht durchgeführt werden. Dabei sollten die Arbeiten der Lernenden auf den Pulten liegen bleiben. Dann wechseln die Schülerinnen und Schüler die Plätze mehrmals und schreiben ihre kurze Rückmeldung zu der gelesenen Arbeit.

Es gibt zwar elektronische Plattformen, die ein ähnliches Vorgehen ermöglichen. Sie sind allerdings meist recht aufwendig zu installieren und zu betreiben. Ein zweiter Punkt, bei dem das Klassenzimmer wichtig wäre, ist der harmonische Übergang von der Autographensammlung in eine personalisierte Theorie, das heißt der mündliche Dialog, bei dem aus den Texten und Fragen der Lernenden direkt eine theoretische Festlegung gleichzeitig an der Tafel und im Lernjournal erfolgen kann.

N.T. *In den vergangenen Wochen haben zahlreiche Lehrpersonen zahlreiche Rückmeldungen geschrieben. Was zeichnet eine gute und was eine schlechte Rückmeldung aus?*

P.G. Es ist wichtig, dass die Lehrperson auf die Arbeiten der Lernenden reagiert, sei es im Präsenz- oder im Fernunterricht. Auch hier ist entscheidend für die Arbeitsökonomie der Lehrenden, dass die *Rückmeldungen* kurz sind. Beim Dialogischen Lernen kommen oft sogar nur die vier Symbole (ein, zwei oder drei oder ein durchgestrichenes Häklein) zum Einsatz. Sie sagen dem Kind auf einen Blick, wie seine Arbeit angekommen ist. Dabei geht es nicht um Richtig oder Falsch oder um eine traditionelle Note, sondern das Symbol drückt vor allem die Intensität aus, mit der das Kind gearbeitet hat. Es kann durchaus sein, dass ein phänomenaler Fehler zu drei Häklein führt, weil dadurch der Lernprozess mit der Gruppe ein gutes Stück vorankommt. Bei schlechten Rückmeldungen werden Fehler kritisiert statt Perlen hervorgehoben. Damit die Rückmeldungen kurz bleiben, ist es oft hilfreich, im Text selbst und nicht erst am Schluss gewisse Stellen besonders zu markieren und zu kommentieren. Nur bei einem durchgestrichenen Häklein sollte die Lehrperson notieren, was das Kind nochmals untersuchen sollte.

N.T. *Das Konzept des Dialogischen Lernens setzt eine hohe Eigenverantwortung von Lehrpersonen und Motivation der Schülerinnen und Schüler voraus. Während des Fernunterrichts (unter Anwendung der Elemente des Dialogischen Lernens) blühten meine Schüler A. und M. auf, während P. trotz aller Anstrengungen „abtauchte“. Welchen methodischen Weg empfehlen Sie als erfahrener Lehrer einer jüngeren Lehrkraft, die in dem heterogenen Umfeld der Volksschule unterrichtet?*

P.G. Das Problem der Motivation wird im Fernunterricht verschärft, weil die sozialen Kontakte eingeschränkt sind. Die erste Bedingung für Motivation ist aber – nach Deci & Ryan – die *Autonomie*, will heißen, dass ein Lernender seine Arbeit in Autonomie und selbstgesteuert leisten kann. Deshalb ist die Ich-Phase, in der jeder für sich arbeitet und seine eigenen Gedanken niederschreibt, so wichtig. Die zweite Bedingung ist die *soziale Eingebundenheit*, welche bei fehlendem realem Kontakt durch die Einsichtnahme in die Texte der anderen Lernenden in der Autographensammlung ermöglicht wird. Die Kinder wollen und sollen sehen, wie es andere machen. Und die dritte Bedingung ist das *Kompetenzerleben*. Wenn die Lernenden erfahren, dass ihre Beiträge wertgeschätzt werden und zum weiteren Verlauf des Unterrichts herangezogen werden, dann fühlen sie sich kompetent, schon bevor sie wirklich etwas gelernt haben. Wer es schafft, die drei Bedingungen für alle Lernenden der Klasse zu erfüllen, wird auch im Fernunterricht das „Abtauchen“ von Kindern vermeiden, so gut es eben auch im Klassenunterricht möglich ist. Auch im elektronisch geführten Dialog ist die nötige Zuwendung möglich, mit der die drei Bedingungen erfüllt werden können. So bleiben die Lernenden motiviert, weil sie fundamental am Unterrichtsgeschehen beteiligt sind.

Literatur

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. In *Zeitschrift für Pädagogik* 39/1993, 223–238.

Fend, H. (1995). Von Systemmerkmalen des Schulsystems zur Qualität des Unterrichts und Lernens in Schulklassen. In Trier, U. P. (Hrsg.), *Wirksamkeitsanalyse von Bildungssystemen*. NFP 33. Bern: Schweizerische Koordinationsstelle für Bildungsforschung.

Gallin, P. & Ruf, U. (1990). *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*. Zürich: Verlag Lehrerinnen und Lehrer Schweiz (LCH).

Gallin, P. & Ruf, U. (1999): *Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. (Ich-Du-Wir). Sprache und Mathematik. 4. bis 6. Schuljahr*. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Gallin, P. (2010). Dialogisches Lernen. Von einem pädagogischen Konzept zum täglichen Unterricht. *Grundschulunterricht Mathematik* 02/2010, 4–9.

Ruf, U. & Gallin, P. (1999). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik*. Band 1: 6. Auflage 2018. Band 2: 6. Auflage 2019. Seelze-Velber: Kallmeyer.

Wagenschein, M. (1980). Physikalismus und Sprache. Gegen die Nichtachtung des Unmessbaren und Unmittelbaren. In G. Schaefer & W. Loch (Hrsg.), *Kommunikative Grundlagen des naturwissenschaftlichen Unterrichts*. Weinheim: Beltz Verlag, 11–37.

Wagenschein, M. (1986). *Die Sprache zwischen Natur und Naturwissenschaft*. Marburg: Jonas Verlag.

Peter Gallin, Universität Zürich
E-Mail: peter@gallin.ch

Videokonferenz trifft Voting-Tool – Lernen, testen, diskutieren und motivieren in der digitalen Distanzlehre

Sabrina Heiderich und Valentin Böswald

Videokonferenzen werden derzeit vielfach an den Hochschulen zur Umsetzung einer Distanzlehre eingesetzt. Die Vorteile liegen in den verschiedenen Interaktionsmöglichkeiten (bspw. Video, Audio, Bildschirm teilen- und Chat-Funktion), die die Präsenzlehre möglichst gut ersetzen sollen. Unser Eindruck ist jedoch, dass das Distanzlehren und -lernen in Videokonferenzen dazu führt, dass sich die aktive Beteiligung der Lehramtsstudierenden insbesondere im Plenum im Vergleich zu Präsenzveranstaltungen deutlich reduziert. Deshalb wird der Auffassung gefolgt, dass Interaktivität keine Eigenschaft des digitalen Lernsystems (bspw. mit Fokus auf die Funktionen der Videokonferenz-Software) ist, sondern als dynamischer Prozess zwischen den Lernenden, den Lehrenden und dem verwendeten System verstanden werden muss (vgl. Heidig, 2020). Das aus der Kommunikationspsychologie stammende Modell INTERACT (Integriertes Modell der Interaktivität beim multimedialen Lernen, vgl. Domagk, Schwartz & Plass, 2010) beschreibt die dynamischen Beziehungen der angebotenen Interaktionsmöglichkeiten durch das Lernsystem, gesteuert durch die Lehrenden und den daraufhin möglichen (Re-)Aktionen der Lernenden auf drei Ebenen: (1) Physische Aktivität, (2) Kognitive und metakognitive Aktivität und (3) Affektiver Zustand. Das Modell folgt der Annahme, dass eine physische Aktivität, zusammen mit einem günstigen affektiven Zustand die zum Lernen notwendige kognitive Aktivierung unterstützen und zusätzlich fördern kann.

Für eine Anregung von Prozessen im Rahmen der Videokonferenzlehre wollten wir ein Werkzeug implementieren, das Interaktionen auf allen drei genannten Ebenen anregt und damit zugleich die Studierenden vom externen Arbeitsplatz aus aktiviert (1), das Lernen unterstützt, Wissen testet, zu Diskussionen anregt (2) und einen motivierenden Charakter besitzt (3). Für eine geeignete Ausgangslage seitens der Lernenden konnten Gegenfurter et al. (2017) in ihrer Studie eine große Akzeptanz hinsichtlich des Einsatzes digitaler Tools in universitären Lehrveranstaltungen durch Mathematikstudierende im Vergleich zu Studierenden anderer Fachkulturen zeigen. Aus der Sicht digitaler Systeme können sogenannte Audience Response Systeme auf verschiedenen Ebenen einen Beitrag zur Qualitätsverbesserung der (Distanz-)Lehre leisten. Studien verweisen auf diverse Effekte durch ihren Einsatz (vgl. Mayhew et al., 2020), u. a.:

- Dynamisierung von Lehrveranstaltungen
- Studierendenzentriertes (Diskussions-)Format
- Verbesserung des Lernens
- Erhöhung von Freude und Aufmerksamkeit
- Erhöhung von Engagement und Motivation
- Erhöhung von Problemlösefähigkeiten
- Erhöhung der Inklusivität durch gegenseitiges Sichtbarwerden der Ideen und Meinungen der gesamten Kohorte

Aus diesen Erkenntnissen ist das Bestreben entsprungen, ein Audio Response System kontinuierlich im Rahmen einer Lehrveranstaltung des Lehramtstudiums Mathematik einzusetzen, die derzeit vollständig per Videokonferenz durchgeführt wird.

Wir hatten die Präsentationsplattform *Mentimeter* in der Veranstaltung „Einführung in die Fachdidaktik“ an der WWU Münster bereits im vorangegangenen Wintersemester für GymGe-Studierende des 3. Semesters und HRSGe-Studierenden des 5. Semesters eingesetzt. In der letzten Übungssitzung haben wir mithilfe des Tools auf das anteilige Single-Choice-Format in der abschließenden Klausur vorbereitet, indem das klassische Ankreuzformat in ein digitales Live-Voting überführt wurde. Auf Basis des äußerst guten Feedbacks der Veranstaltungsteilnehmer/-innen ist die Idee entstanden das digitale Werkzeug in der Folgeveranstaltung im Zuge einer wöchentlichen Einstiegssequenz in jede Übungssitzung – vorbereitet durch kleinere Studierendengruppen (anstelle einer kleinen Referatsleistung) – zu integrieren. Dabei lässt sich dieses Medium unkompliziert in Lehrveranstaltungen per Videokonferenz implementieren.

Voting-Tool Mentimeter und mathematikdidaktische Inhalte

Mentimeter ist eine App für Live-Umfragen und Echtzeit-Feedback. Das gleichnamige Unternehmen wurde 2014 in Schweden gegründet. Für das Erstellen einer Präsentation wird ein Account auf der Mentimeter-Homepage benötigt (www.mentimeter.com). In der kostenfreien Version sind zwei Fragefolien und fünf Quizfolien mit verschiedenen

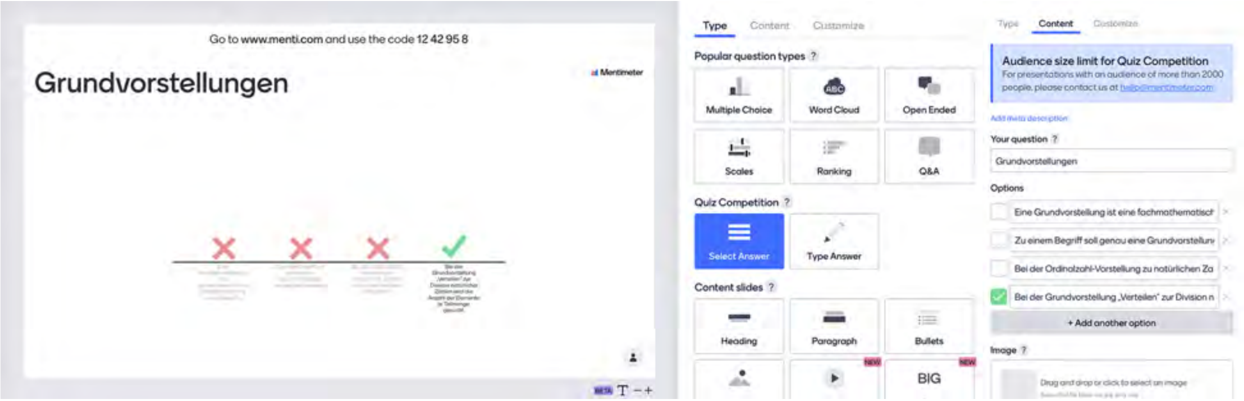


Abbildung 1. Mentimeter Darstellungsart „Select Answer" in der „Quiz Competition"

Darstellungsformaten möglich. Die Abstimmenden nehmen über einen beliebigen Webbrowser (per Smartphone, Laptop o. Ä.) teil.

"Mentimeter enables increased interaction without judgement and, in turn, enables all student voices to be heard within a more inclusive learning environment" (Mayhew et al., 2020, 14). Das Voting-Tool wird in den Übungen zur Einführungsvorlesung in die Mathematikdidaktik ($n = 250$) als wiederkehrendes Einstiegsformat in den Sitzungen genutzt, um bisherige Inhalte aus den vergangenen Vorlesungen und Übungen aufzugreifen, zu diskutieren und zu festigen und um gleichzeitig über das gesamte Semester hinweg auf die abschließende Prüfung vorzubereiten. Der Einsatz zu Beginn jeder Sitzung bringt eine unmittelbare aktive Einbindung aller Studierenden mit sich. Die Veranstaltungsteilnehmer/-innen erarbeiten je eine Präsentation in Kleingruppen. Dabei erstellen sie vier Folien mit je vier Aussagen- bzw. Antwort-Items zu einer zentralen Überschrift bzw. Frage zu einem vorgegebenen Darstellungsformat. Eine fünfte Folie kann optional mit einem anderen Format gestaltet werden. Nach einem inhaltlichen Feedback von den jeweiligen Übungsleiter/-innen auf Basis einer exportierbaren .pdf zur Präsentation führen sie schließlich die Live-Umfrage in der zuvor zugeteilten Sitzung zu Beginn durch. Dies erfordert sowohl ein Vertrautmachen im Umgang mit dem digitalen Werkzeug als auch eine inhaltliche Vorbereitung auf die Diskussion der Umfrageergebnisse.

Bei der Erstellung der Umfrage bietet das von uns ausgewählte Format *Quiz Competition* (Reiter *Type*) bei der Darstellungsform *Select Answer* das Potenzial eine Auswahl verschiedener Optionen in Form von Aussagen zu einer Frage bzw. Überschrift zu treffen (Reiter *Content*), von denen eine oder mehrere korrekt sein können, sodass sowohl Single- als auch Multiple-Choice-Formate konstruiert werden können (vgl. Abb. 1). Bei der illustrierenden Folie wurde bspw. in der jüngsten Vorlesungs- und Übungssitzung u. a. das Konzept der Grundvorstellungen zu grundlegenden mathematischen Begriffen thematisiert, so dass zu der gleichnamigen Überschrift vier Aussagen formuliert wurden, bei denen die eine korrekte (4.) identifiziert werden muss:

Grundvorstellungen

1. Eine Grundvorstellung ist eine fachmathematische Charakterisierung eines Begriffs.
2. Zu einem Begriff soll genau eine Grundvorstellung ausgebildet werden.
3. Bei der Ordinalzahl-Vorstellung zu natürlichen Zahlen ist die zentrale Frage „Wie viele?".
4. Bei der Grundvorstellung „Verteilen" zur Division natürlicher Zahlen wird die Anzahl der Elemente je Teilmenge gesucht.

Es kann zusätzlich eine maximale Antwortzeit für das Voting und eine wiederkehrende Folie mit einer Rangliste (*Leaderboard*) in Form eines Balkendiagramms eingestellt werden, die unmittelbar nach einer Frage den aktuellen Punktestand zeigt und zum Abschluss der eingestellten Folien denjenigen bzw. diejenige mit den meisten und schnellsten korrekten Antworten als Sieger/-in kürt (vgl. Abb. 2).

Videokonferenz trifft Mentimeter

Die Mentimeter-Präsentation wird in der kostenlosen Version im Browser gestartet. Über die „Bildschirm teilen"-Funktion des Videokonferenz-Tools kann das anschließende Live-Voting gestartet werden. Die drei Ebenen der Interaktivität beim multimedialen Lernen lassen sich dabei wie folgt adressieren:

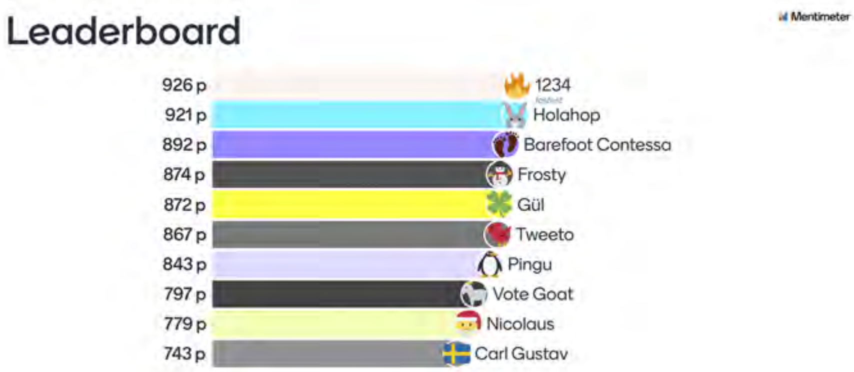


Abbildung 2. Abschließendes „Leaderboard“ zu einer Umfrage

(1) Physische Aktivität

Die Studierenden der Lehrveranstaltung nehmen aktiv an dem Voting teil, indem sie einen aus Mentimeter heraus erzeugten QR-Code mit ihrem Smartphone scannen, den man unmittelbar in der vorangegangenen Präsentationsfolie zur Lehrveranstaltung einbetten kann (vgl. Abb. 3). Alternativ können sie die Seite www.menti.com besuchen und den automatisch generierten Code zur Umfrage eingeben.

Mit der Auswahl eines Charakters in Form eines Icons mit einem durch die Software vorgeschlagenen Namen wird sowohl die Möglichkeit zur Anonymisierung, aber auch zur Individualisierung gegeben, da ein Klarname eingesetzt werden kann, aber nicht muss (vgl. Abb. 4). Hierdurch entfällt die mögliche Barriere einer einzelnen Wortmeldung im Plenum. Eine Überprüfung der Teilnahme der Studierenden ist kurzerhand über einen Abgleich der Anzahl der Live-Anzeige derjenigen, die bereits abgestimmt haben, auf der Präsentationsfolie zur Umfrage zur stets aktualisiert angezeigten Teilnehmer/-innenzahl der Videokonferenz-Software möglich.

Abbildung 3

(2) Kognitive und metakognitive Aktivität

Eine kognitive Aktivierung erfolgt über das Nachdenken der implementierten inhaltlichen Fragen und Aussagen der einzelnen Präsentationsfolien zu bisherigen Veranstaltungsinhalten, die zunächst individuell eingeschätzt werden müssen. Eine unmittelbare dynamische Auswertung jeder Präsentationsfolie erfolgt beim gewählten Darstellungsformat mittels Säulendiagramm über die Antwort-Verteilung, sodass die Einschätzungen aller Studierenden der Lehrveranstaltung äußerst zeitnah und für alle einsichtig sind (vgl. Abb. 5). Eine sich stets anschließende Diskussion und Aufklärung über die (Nicht-)Tragfähigkeit der Items als metakognitive Aktivität, die in der leitenden Verantwortung der Präsentationsgruppe liegt – und damit dem/der Dozierenden nur eine aushelfende Hintergrundfunktion zuweist – regt zur Kommunikation einer bereits in ihrer Korrektheit aufgelösten Situation an. Neben der inhaltlichen Bekräftigung richtiger Items können die nicht-tragfähigen Gründe der anderen Items diskutiert werden. Da die Präsentationsinhalte durch die Studierendengruppen insbesondere mit Fokus auf die jüngsten Vorlesungs- und Übungsinhalte vorbereitet werden sollen und die Präsentationen wöchentlich eingebunden wer-

Abbildung 4. Benutzeroberfläche für Teilnehmer/-innen

Abbildung 5. Säulendiagramm zur Auswertung eines Votings

den, werden mögliche Verstehensschwierigkeiten zeitnah aufgegriffen und diskutiert. Ein nicht zu unterschätzender Nebeneffekt ist der damit verbundene implizite Verweis auf das genaue Lesen von Items bzw. Aussagen mit Bezug zu Single- und Multiple-Choice-Aufgaben. Ein weiterer möglicher positiver Effekt dieses Formats ist die Verbesserung des langfristigen Behaltens der abgefragten Inhalte im Vergleich mit ähnlich zeitaufwendigen Lernaktivitäten, ein sogenannter Test-Effekt (vgl. Rowland, 2014).

(3) Affektiver Zustand

Einen Einfluss auf den affektiven Zustand der Lernenden, insbesondere auf die aktuelle Motivation und die aktuellen Emotionen, hat möglicherweise der integrierte Spielcharakter beim Einsatz des Live-Votings. Dieser wird sowohl einerseits über eine Minimierung der zu gewinnenden Punkte bei zunehmendem Ablauf der Zeit bei jeder Umfragefolie erzeugt (vgl. Ablaufbalken in der rechten Ansicht in Abb. 4), als auch andererseits über die Auswertung einer Rangliste mit einem/r Sieger/-in der Umfrage (Abb. 2). Dies soll eine positive Beeinflussung des affektiven Zustands der Lernenden nach sich ziehen.

Der wiederkehrende Einsatz eines Voting-Tools (in unserem Fall Mentimeter) im Rahmen der Einstiegssequenz einer Lehrveranstaltung (am Beispiel einer Übung zu einer mathematikdidaktischen Einführungsvorlesung), die live per Videokonferenz stattfindet, soll eine mögliche Idee liefern, wie die wahrgenommene Hemmschwelle zur aktiven Beteiligung im Plenum bei der Verwendung dieses Lernsystems überwunden werden kann. Das vorgestellte Potenzial der physischen Aktivierung, der Förderung der (Meta-)Kognition und der positiven Anregung des affektiven Zustands der Lernenden in der Kombination von Videokonferenz und Voting-Tool spricht dabei Interaktionsmöglichkeiten auf verschiedenen Ebenen an, die in ihrem Zusammenwirken einen möglichen Schritt zu einer produktiven Distanzlehre ermöglichen sollen.

Literatur

Domagk, S., Schwartz, R. N., & Plass, J. L. (2010). Interactivity in multimedia learning: An integrated model. *Computers in Human Behavior*, (26), 1024–1033.

Gegenfurtner, A., Fisch, K., & Reitmaier-Krebs, M. (2017). Disziplinäre Fachkultur als Einflussgröße auf die studentische Akzeptanz von E-Learning-Angeboten an Hochschulen. In Deutsches Zentrum für Hochschul- und Wissenschaftsforschung (DZHW) (Hg.), *Digitalisierung der Hochschulen: Forschung, Lehre, Administration.* 12. Jahrestagung der Gesellschaft für Hochschulforschung, Hannover, 6–7.

Heidig, S. (2020). Wie kann ich die aktive Mitarbeit Studierender in Videokonferenzen fördern? In J. Kawalek, K. Hering & E. Schuster (Hrsg.), *Tagungsband 18. Workshop on e-Learning (WeL'20)*, Heft 134, 37-46.

Mayhew, E., Davies, M., Millmore, A., Thompson, L., & Pena Bizama, A. (2020). The impact of audience response platform Mentimeter on the student and staff learning experience. *Research in Learning Technology*, (28). doi:10.25304/rlt.v28.2397

Rowland, C. A. (2014). The effect of testing versus restudy on retention: A meta-analytic review of the testing effect. *Psychological Bulletin*, *140*(6), 1432–1463. doi:10.1037/a0037559

Sabrina Heiderich,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: sabrina.heiderich@uni-muenster.de

Valentin Böswald,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: valentin.boeswald@uni-muenster.de

Herausfordernde Mathematikaufgaben in digitalen Lernmanagementsystemen am Beispiel Moodle

Sebastian Linden

In diesem Aufsatz formuliere ich Ziele des Einsatzes von digitalen Lernmanagementsystemen (LMS) für die Aufgabenkultur in der Mathematikausbildung an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften und diskutiere am Beispiel Moodle die Möglichkeiten des LMS, herausfordernde, offene Mathematikaufgaben und einen diskursiven Umgang mit Fehlern zur Aufgabenkultur beizutragen.

1 Einleitung

Studien verweisen auf die Bedeutung der Aufgabenkultur im Fach Mathematik. Die COACTIV-Studie (Jordan et al., 2008; Kunter et al., 2011) etwa verweist auf einen generell hohen Anteil an technischen Aufgaben im Mathematikunterricht, die mittels bekannter mathematischer Prozeduren gelöst werden können, und damit auf eine tendenziell einseitige Aufgabenkultur. Klieme et al. weisen darauf hin, dass „herausfordernde, offene Aufgaben in der Mathematik und generell ein diskursiver Umgang mit Fehlern" (Klieme et al., 2006, S. 131) kognitiv aktivierend wirken können. Eine kognitive Aktivierung von Lernenden gilt als Qualitätsmerkmal von Lerngelegenheiten (Weber & Lindmeier, 2020). Während sich am Übergang zu einem Mathematikstudium die Lernziele der Mathematikausbildung zum Beweisen als Lerngegenstand hin verschieben, fokussiert die Mathematikausbildung an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften noch stärker auf die Anwendbarkeit und Anwendung der mathematischen Inhalte. Eine zugehörige Aufgabenkultur muss im genannten Sinne Fehlvorstellungen der Lernenden zulassen, aufnehmen und gezieltes Feedback zu einzelnen Lösungsansätzen und -schritten bereitstellen. Des Weiteren ist die Fähigkeit der Lernenden zur Selbstregulation wesentlich für das erfolgreiche Bearbeiten von Aufgaben, hier werden unter anderem Autonomie- und Kompetenzerleben als wichtige Erfolgsfaktoren angeführt (ebd.). Eine zugehörige Aufgabenkultur sollte daher den Lernenden auf Augenhöhe begegnen und ihnen eine aktive Rolle im Lerngeschehen zugestehen. Eine wesentliche Rolle für die Ausgestaltung einer attraktiven Aufgabenkultur spielen die Medien, mit denen nicht nur die Aufgabenstellung transportiert, sondern auch die Aufgabe bearbeitet, die Antwort übermittelt, Feedback ausgegeben und auf Lernressourcen verwiesen wird. Digitale Medien sind kein Neuland mehr und es ist nicht erforderlich, den grundsätzlichen Bedarf am Einsatz von digitalen Medien in der Lehre, ob an Schule oder Hochschule, zu motivieren – dies gilt noch mehr in Zeiten der Covid19-Pandemie. Wenn Digitales aber kein Selbstzweck sein soll, so ist zu fragen, wie der Einsatz von digitalen Lernmanagementsystemen (LMS[1]) zu einer solchen vielfältigen Aufgabenkultur in der Mathematikausbildung beitragen kann. Die Mathematikausbildung ist an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften Stoff der ersten Semester und erfahrungsgemäß eine der größten Hürden zu Studienbeginn. Daher besteht eine besondere Herausforderung beim Einsatz digitaler Tools an dieser Stelle darin, dass die meisten Lernenden ihre Selbstlern-Kompetenz erst entwickeln und darin besonders unterstützt werden müssen (z. B. Bisitz und Jensen, 2012). Dies verweist erneut auf die Notwendigkeit, dass ein digitales Tool in der Mathematikausbildung die Fähigkeiten der Lernenden zur Selbstregulation fördern sollte.

Im Folgenden formuliere ich in Abschnitt 2 Ziele des Einsatzes von LMS für die Aufgabenkultur in der Mathematikausbildung. In Abschnitt 3 diskutiere ich die Möglichkeiten des LMS Moodle, herausfordernde, offene Mathematikaufgaben und einen diskursiven Umgang auch mit Fehlern zur Aufgabenkultur beizutragen.

2 Ziele des Einsatzes von Lernmanagementsystemen in der Mathematikausbildung

Die Ziele des Einsatzes von LMS für die Aufgabenkultur in der Mathematikausbildung an Hochschulen teile ich in zwei Klassen ein:

- didaktische Ziele,
- pragmatische Ziele (verfügbare Ressourcen effizient nutzen).

[1] Mit der Abkürzung LMS sind in der Folge ausschließlich *digitale* Lernmanagementsysteme gemeint.

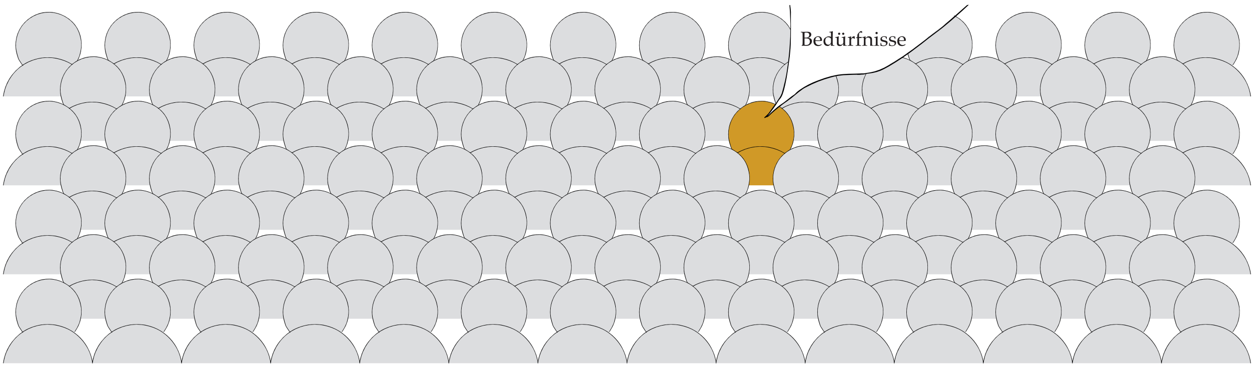


Abbildung 1. Pragmatisches Ziel: In großen Lerngruppen individuellen Bedürfnissen gerecht werden. (Abb. nach einer Idee von M. Kallweit)

Aus gutem Grund mag eingewendet werden, dass didaktische Ziele immer auch pragmatische Ziele seien. Daher ist hier präzisiert, dass bei den pragmatischen Zielen die möglichst effiziente Nutzung der vorhandenen Ressourcen im Vordergrund steht. Die pragmatischen Ziele des Einsatzes von LMS möchte ich im Folgenden nur skizzieren, obwohl sie erfahrungsgemäß meist die ausschlaggebende Rolle bei der Entscheidung für den Einsatz digitaler Unterstützung spielen. Mehr Raum möchte ich anschließend der Formulierung didaktischer Ziele einräumen.

Ein oftmals als ideal angesehenes, enges und diskursives Lehrer:in–Schüler:in-Verhältnis ist angesichts der Größe der Lerngruppen nur noch in Ausnahmesituationen realisierbar. Obwohl es in großen Lerngruppen unmöglich ist, individuell mit allen Lernenden zu interagieren, bleibt es dennoch notwendig, die individuellen Bedürfnisse der Lernenden zu berücksichtigen, vgl. Abb. 1. Hier sind unter anderem individuelle Lernstände und Lernstile sowie ein Bedarf an spezifischem Feedback, Aufmunterung und Kritik zu nennen. Auf Seiten der Lehrenden existiert erfahrungsgemäß der Wunsch nach Rückmeldungen zu den angebotenen Materialien und nach Informationen über deren Verwendung. Hier versprechen digitale Tools einerseits Abhilfe in Form von automatisiertem Feedback und Bewertung, idealerweise auch mit auf die individuellen Bedürfnisse ausgelegten Lernpfaden; andererseits in Form von Learning Analytics (Nutzungsstatistiken). Sehr bewertungseffizient sind Multiple-Choice-Aufgaben. Jedoch können bei Multiple-Choice-Aufgaben richtige Lösungen auch durch Raten und per Ausschlussverfahren gefunden werden, zudem können keine Aufgaben gestellt werden, die konstruktive Lösungssuche verlangen (Blum & Büchter, 2020). Wünschenswert ist ein digitales Tool, das die Bewertungseffizienz von Multiple-Choice-Aufgaben mit der Möglichkeit verknüpft, offene und komplexe Aufgaben zu stellen.

Als weiteres pragmatisches Ziel sei genannt, Lerngelegenheiten zu schaffen, die sich in eine mobile Lebensart und die über online-Netzwerke strukturierte Lebensrealität der Lernenden einfügen.

2.1 *Didaktische Ziele*

Im Folgenden diskutiere ich zwei sich überschneidende didaktische Ziele des Einsatzes von LMS in der Mathematikausbildung an Hochschulen für Angewandte Wissenschaften:

- Förderung prozessbezogener Kompetenzen,
- Aktivierung durch dialogisches Lernen.

Förderung prozessbezogener Kompetenzen. Lehrende an Technischen Universitäten und Hochschulen für Angewandte Wissenschaften erwarten heute zu Studienbeginn von Lernenden über die unverzichtbaren inhaltlichen Kenntnisse hinaus gute bis sehr gute Kenntnisse in einem ganzen Katalog von prozessbezogenen Kompetenzen aus – um nur einige zu nennen – den Bereichen Kommunizieren, Darstellen und Problemlösen (Neumann et al., 2017). Gerade im Kompetenzbereich Problemlösen ergeben sich Einsatzmöglichkeiten digitaler Tools in der Mathematikausbildung. In diesem Kompetenzbereich werden etwa das Verstehen und präzise Wiedergeben von Problemstellungen, das Entwickeln von Problemlösungsstrategien und die sichere Anwendung heuristischer Prinzipien wie zum Beispiel systematisches Probieren und in Teilprobleme zerlegen erwartet (ebd.). Im Kompetenzbereich Kommunikation werden etwa eine sichere Verwendung mathematischer Formulierungen, zielgerichtetes Diskutieren mit Lehrenden und anderen Lernenden und die Fähigkeit vorausgesetzt, mathematische Ideen und Zusammenhänge unter Verwendung der Fachsprache mündlich und schriftlich darstellen zu können (ebd.). Auch hier können digitale Tools punktuell unterstützen.

Erfahrungen an der Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften mit gezielten Mathematikangeboten für Studienanfänger:innen mit ungünstigen Voraussetzungen[2] zeigen, dass gerade die Förderung prozessbezogener Kompetenzen im methodischen Rahmen lernendenzentrierter und aktivierender Lehre die Wahrscheinlichkeit auf späteren erfolgreichen Erwerb inhaltsbezogener Kompetenzen erhöht (Bennecke & Wagner, 2017). Der Einsatz eines LMS in der Mathematikausbildung sollte daher zu Aufbau und Training dieser Kompetenzen beitragen.

Aktivierung durch dialogisches Lernen. Unter dialogischem Lernen verstehe ich eine (inter)aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit dem Lerngegenstand, die einem Austausch auf Augenhöhe mit Lehrenden oder anderen Lernenden gleichkommt. Eines der Ziele dialogischen Lernens ist das Erleben von Kompetenz und Autonomie als Einflussfaktoren der Motivation und letztlich, durch den dadurch geförderten Erwerb prozessbezogener Kompetenzen, des Lernerfolgs. In ihrer einfachsten Form besteht eine digitale Aufgabensammlung aus einer Abfolge von Aufgaben, die nacheinander bearbeitet werden. Eine zugehörige einfache Form automatisierten Feedbacks besteht in der Rückmeldung an die Lernenden, ob ihre jeweilige Eingabe korrekt oder falsch ist. In einem solchen, nicht untypischen Setup haben die Lernenden keine Möglichkeit, den Fortgang des Kurses mitzugestalten, bei Falschantworten nach der Fehlerursache zu fragen, gezielt Inhalte zu wiederholen oder auch Frustration auszudrücken. Ein Autonomieerleben als Einflussgröße für Motivation ist nicht vorhanden. Zumindest für *formatives Assessment* erwartet man jedoch von einem Lernmittel im obigen Sinne, dass es die Lernenden aktiviert, sie in die Lernerfahrung einbezieht und ein dialogisches Lernen entstehen lässt. Ich sehe grundsätzlich zwei Möglichkeiten, wie im Lernen mit digitalen Medien ein Dialog entstehen kann:

- Dialog durch die Maschine hindurch. Dies ist das aktuell zumeist verfolgte Modell. Die Lehrenden treten durch das Medium hindurch mehr oder minder direkt in Erscheinung. So wie ich gerade mit Ihnen kommuniziere, tragen Lehrende ihre Inhalte in das LMS ein, die von den Lernenden auf vorgegebenem Wege bearbeitet werden. Die Lernenden folgen der Lehrperson auf deren Weg durch das Wissensgebiet hin zum Lernziel. An den Wegpunkten können Lehrende Feedbackmaterial bereithalten, das spezifisch auf vorgesehene Eingaben hin ausgespielt wird. Mithilfe interaktiv ausgeführter Aufgaben und guten Feedbacks entsteht eine Form von Dialog und eine individualisierte Lernerfahrung. Die Konstruktion eines solchen Kurses ist *top-down.* Ihm liegt eine vorhergesehene Abfolge von Inhalten/Wegpunkten zugrunde, die ihren Ursprung meist im linearen Ausgangsmaterial der Kurserstellung hat und gewissermaßen eine inhärente Arroganz des tradierten Lehrer:in–Schüler:in-Verhältnisses ausdrückt.
- Dialog mit der Maschine. Dieses Modell setzt eine ‚intelligente' Maschine im Sinne von Künstlicher Intelligenz oder adaptiver Techniken voraus. Die Grundlage für einen direkten Dialog mit der Maschine müssen Inhalte sein, die der Maschine zugeführt wurden, und auf deren Grundlage sie die Inhalte erlernen konnte. Bei einer vollständig selbstlernenden Maschine müssen ihr dazu allein die Quellen zugänglich gemacht werden. Eine zunächst realistischere Situation ist, dass die Lehrperson der Maschine den Umfang und die an den Lernzielen orientierte Struktur der Inhalte vermittelt. Der Dialog mit den Lernenden bleibt dann der Maschine überlassen. Hierzu muss die Maschine selbst über die notwendigen Problemlösungskompetenzen verfügen – in unserem Fall muss sie also ‚Mathe können'. So kann die Maschine das Eingabeverhalten der Lernenden problemspezifisch analysieren und typische Fehler und fachliche Unsicherheiten erkennen. Mit je mehr Lernenden die Maschine interagiert, desto sicherer erkennt sie typische Schwierigkeiten beim Erreichen des Lernziels. Auf diese Erfahrung aufbauend, ermittelt die Maschine individuell an jedem Wegpunkt die Materialien, Herausforderungen oder Hilfen, die der Erreichung des Lernziels im nächsten Schritt am zuträglichsten sind. Darüberhinaus bietet die Maschine jederzeit die Möglichkeit, nachzufragen. Die Struktur eines solchen Kurses ist gewissermaßen *biologisch*, da sein Verhalten das beobachtete Verhalten von biologischen Systemen imitiert: Es gibt viele Wege zum Lernziel. Durch die adaptive Kurskonstruktion erleben die Lernenden ein gesteigertes Maß an Autonomie. Wird die Maschine dieserart zur Tutorin und befindet sich mit den Lernenden in einem Dialog auf Augenhöhe, schließt sich der Kreis zu den pragmatischen Zielen des Einsatzes eines LMS. Wenn

[2] Unter Lernenden mit ungünstigen Voraussetzungen werden hier Lernende verstanden, die in einem Einstiegstest unbefriedigende mathematische Leistungen erbracht haben.

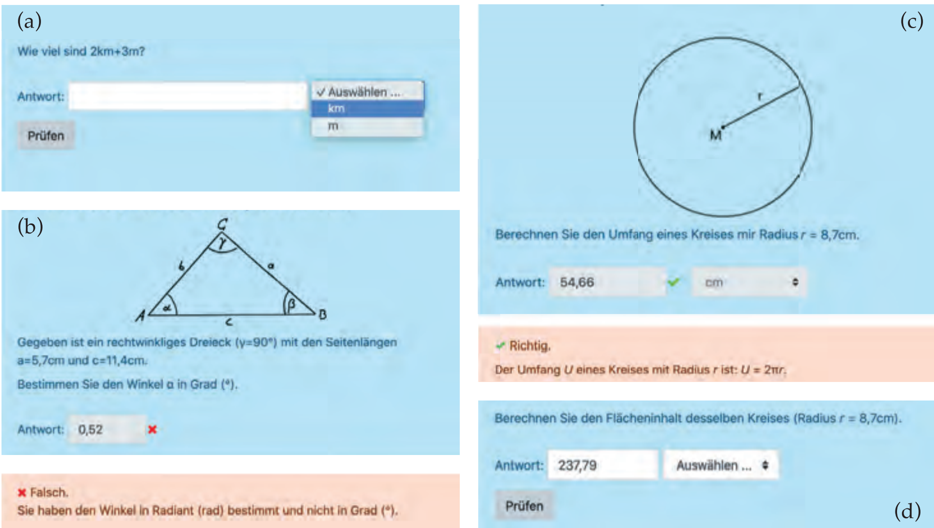


Abbildung 2. Beispiele für die Aufgabentypen Numerisch (a), Einfach berechnet (b) und Berechnet (c)

die oftmals als ideal empfundene Eins-zu-Eins-Lehrsituation aus Gründen der personellen und zeitlichen Ressourcen nicht hergestellt werden kann, so erscheint der Eins-zu-Eins-Dialog mit der Maschine als eine grundsätzlich aussichtsreiche Alternative.

2.2 *Weitere Ziele*

Als mögliche dritte Klasse von Zielen des Einsatzes von LMS (nicht nur in der Mathematikausbildung) möchte ich hinzufügen, dass ein zentrales LMS an einer Hochschule in einem Umfeld von hoher Mobilität und Individualität einen gemeinsamen Raum darstellen kann, in dem auch jenseits von Präsenzveranstaltungen eine gemeinschaftliche Lernerfahrung erzeugt und sozialer Zusammenhalt geschaffen oder gefestigt werden kann. Dieser Raum kann mithilfe einer Vielzahl von Tools und Aktivitäten belebt werden, beispielhaft seien Foren, kollektiv bearbeitbare Dokumente und Videokonferenzen genannt. Die Leser:innen mögen für sich entscheiden, ob dies als didaktisches, als pragmatisches oder als übergeordnetes Ziel einzuordnen ist.

3 **Möglichkeiten des LMS**

In diesem Abschnitt diskutiere ich die Möglichkeiten, die formulierten didaktischen Ziele mit digitalen Lernmanagementsystemen an Hochschulen zu erreichen, anhand des Beispiels des LMS Moodle. Moodle ist ein unter der GNU-GPLv3+ verfügbares freies LMS mit hohem Verbreitungsgrad und einer aktiven, internationalen Entwickler:innen- und Anwender:innengemeinschaft. Im Januar 2021 vermeldete Moodle 209 000 aktive Installationen mit 249 Millionen Anwender:innen in 251 Ländern (Moodle, n. d.). Zahlreiche verfügbare Plugins und Designs erlauben ein hohes Maß an Anpassbarkeit des LMS an die Bedürfnisse der verwendenden Institution. Moodle-Entwickler:innen und -Anwender:innen kommen regelmäßig in nationalen und internationalen Konferenzen zusammen. Die deutschsprachige Moodle-Gemeinschaft tauscht sich im Forum der Moodle-Installation der HU Berlin aus (HU Berlin, n. d.). Die dynamische Entwicklung von Moodle, der rege Austausch unter den Entwickler:innen und Anwender:innen und die Anpassbarkeit des LMS sind Gründe für die zunehmende Verwendung von Moodle als zentrales LMS an Hochschulen. Auch an Sekundarschulen wird Moodle eingesetzt (Moodle, n. d.).

3.1 *Moodle-eigene Aufgabentypen für Mathematik*

Moodle enthält in seiner Standardinstallation drei Aufgabentypen, mit denen sich grundsätzliche mathematische Aufgaben abbilden lassen: 1. „Numerisch“, 2. „Einfach berechnet“, 3. „Berechnet“ (auch als Multiple Choice).

Der Aufgabentyp *Numerisch* ermöglicht die Eingabe von numerischen Antworten innerhalb eines vorgegebenen Fehlerintervalls. Es kann die Eingabe einer Einheit verlangt werden. Die Abb. 2(a) zeigt ein Beispiel für die Lernendenansicht einer solchen Aufgabe. Aufgrund des Mangels an Randomisierbarkeit, an Berechnungen mithilfe mathematischer Funktionen und an mathematischen Auswertungen der Nutzereingaben ist dieser Aufgabentyp nicht geeignet, die formulierten Ziele zu erreichen.

Der Aufgabentyp *Einfach berechnet* stellt zusätzlich zum Aufgabentyp *Numerisch* randomisierbare Zahlenwerte und mathematische Funktionen zur Berechnung bereit. Die Mathematik-Routine berechnet das Ergebnis und typische (durch typische Fehlvorstellungen und falsche Ansätze erzeugte) Fehlerbilder mithilfe von Formeln, die die Lehrperson hinterlegt. Für alle Antwortmöglichkeiten kann ein personalisiertes Feedback und eine Punktbewertung eingestellt werden. Die Abb. 2(b) zeigt ein Beispiel für die Lernendenansicht einer solchen Aufgabe.

Der Aufgabentyp *Berechnet* ermöglicht zusätzlich zum Aufgabentyp *Einfach berechnet* die Synchronisierung von Datensätzen innerhalb eines Tests. So können aufeinander aufbauende Fragen mit demselben Zahlensatz operieren. Es wird damit zum einen möglich, in mehreren Aufgaben mehrere Aspekte desselben Problems zu behandeln, zum anderen bietet dieses Feature die Möglichkeit zur kleinschrittigen Bearbeitung komplexer Aufgaben. Die Abb. 2(c, d) zeigen beispielhaft für die Lernendenansicht zweier solcher Aufgaben, die auf denselben Datensatz zugreifen. Dieser Aufgabentyp liegt auch als Variante *Berechnet (Multiple Choice)* vor, die dieselbe mathematische Funktionalität bietet, jedoch Antwortoptionen vorgibt. Alle Antwortoptionen können dabei Text und berechnete Größen enthalten.

Mit dem Aufgabentyp *(Einfach) Berechnet* können gute Mathematikaufgaben gestellt werden, wenn nicht mehr gefordert wird als die Anwendung von Grundrechenarten und elementarer Funktionen. Die Eingaben sind beschränkt auf numerische Eingaben und ggf. eine vorgesehene Maßeinheit. Für den Einsatz in der Lehre höherer Mathematik fehlen zahlreiche Möglichkeiten wie etwa das Arbeiten mit Mengen, Matrizen, Gleichungssystemen, Grenzwerten, Reihen, Ableitungen, Integralen, Funktionen mehrerer Variablen usw.

► Mit den Aufgabentypen *Numerisch*, *Einfach berechnet* und *Berechnet* können die formulierten didaktischen Ziele nicht oder nur eingeschränkt erreicht werden.

3.2 Der Aufgabentyp Stack

Der Aufgabentyp Stack ist als Plug-in für Moodle verfügbar und verwendet das Computeralgebrasystem (CAS) Maxima, um mathematische Operationen auszuführen. Maxima wurde in den 1960er-Jahren entwickelt, ist seit 1998 unter einer GNU-GPL-Lizenz (aktuell v3) verfügbar und wird von einem Entwickler:innenteam gepflegt. Die Verwendung des CAS bedeutet eine technische Hürde bei der Installation des Plug-ins, da zusätzlich zu Moodle ein Maxima-Server betrieben werden muss. Inhaltlich eröffnet die Verwendung des CAS jedoch ein weites Feld an Möglichkeiten, gute Mathematikaufgaben zu stellen und in bestehende Moodle-Kurse mit all ihren Features zu integrieren.

Die englischsprachige Dokumentation des Plug-ins auf den Seiten des Entwicklers ist ausführlich und umfassend (The University of Edinburgh, 2018, 26. Nov.). Zahlreiche Use-Cases werden von Sporring und Sangwin (2019) dargestellt. Das Plug-in selbst liegt in deutscher Übersetzung vor. Einige deutschsprachige Hochschulen bieten frei verfügbares Material zur Einführung in den Aufgabentyp an, siehe zum Beispiel Kallweit (n. d.) und TU Clausthal (2020, 14. Okt.). Erwähnt sei das Projekt *optes*, in dem im Rahmen des Qualitätspakts Lehre Angebote für die Optimierung des Selbststudiums während der Studieneingangsphase konzipiert und entwickelt werden. Dort wurde ein Mathematik-Vorkurs mithilfe des Aufgabentyps Stack umgesetzt (Weigel et al., 2019). Im Folgenden sollen exemplarisch einige Features dieses Aufgabentyps in Hinblick auf die formulierten didaktischen Ziele vorgestellt werden. Die Beispiele beschränken sich auf vergleichsweise einfache Mathematik und sind als Schaufenster einer größeren, dahinter liegenden Aufgabenwerkstatt anzusehen.

Freie Eingabe. In Stack werden Eingaben frei in der AsciiMath-Syntax eingegeben. Eine LaTeX-gerenderte Vorschau ermöglicht den Lernenden während ihrer Eingabe (on the fly) die Prüfung ihrer Eingabe auf syntaktische Korrektheit. Abb. 3 illustriert dies: Syntaktisch falsche Ausdrücke werden vom System während der Eingabe als ungültig zurückgewiesen [Abb. 3(a)]. Bei syntaktisch korrekten Eingaben können Lernende in der Vorschau überprüfen, ob ihre Eingabe dem intendierten mathematischen Ausdruck entspricht. So wurde etwa in Abb. 3(b) eine Klammer vergessen, sodass der potenzierte geklammerte Ausdruck nicht wie gewünscht im Nenner steht. Ergibt die Vorschau ein syntaktisch korrektes und intendiertes Ergebnis, kann die Eingabe durch Klicken auf *Prüfen* abgesendet werden [Abb. 3(c)]. Die Eingabe wird dann auf Übereinstimmung mit zuvor hinterlegten mathematischen Eigenschaften geprüft und es wird ein dem Ergebnis dieser Prüfung entsprechendes Feedback ausgegeben [Abb. 3(d)].

► Die freie Eingabe von mathematischen Ausdrücken erzeugt eine ausgeprägte Interaktivität des Tools. Das sofortige syntaktische und gerenderte Feedback zur Eingabe erzeugt eine positive Nutzer:innenerfahrung, verringert Frustration und stellt, gerade im Vergleich zum vorgegebenen Antwortraster von Multiple-Choice-Aufgaben, ein erstes Autonomieerleben dar. Die freie Eingabe mit sofortigem Feedback stellt zugleich, als Interaktion mit dem Lerngegenstand Mathematik hinsichtlicher ihrer Syntax und Notationen, ein erstes Element dialogischen Lernens dar.

Eingabespezifisches Feedback/Potential Response Tree. Durch die Verknüpfung mit dem CAS kann das Eingabefeld neben Zahlen und Variablen auch Mengen, Listen, Matrizen, Gleichungen, logische Aussagen usw. aufnehmen und auf mathematische

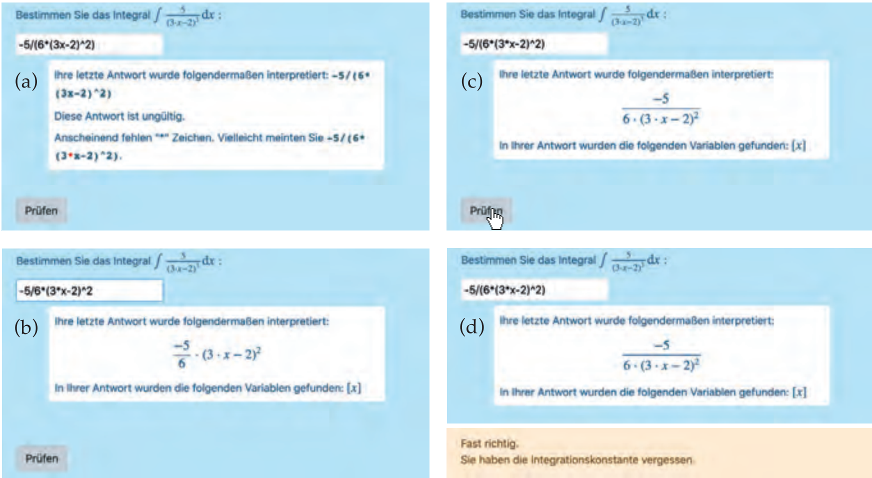


Abbildung 3. AsciiMath-Eingabe mit Vorschau: (a) Malzeichen vergessen; (b) Nicht genügend Klammern gesetzt; (c) intendierte Eingabe; (d) fehlerspezifisches Feedback

Eigenschaften prüfen. Im Fall der in Abb. 3 gezeigten Aufgabe kann geprüft werden, ob die Eingabe zur richtigen Lösung algebraisch äquivalent ist. Dies erfolgt nicht durch Vergleich zweier Zeichenketten, sondern mithilfe des CAS durch Vergleich zweier algebraischer Ausdrücke. (So werden beispielsweise die beiden Eingaben `5/(6*(3*x-2)^2)` und `5/6*(3*x-2)^(-2)` als gleichwertig erkannt.) Ist die Eingabe nicht zur richtigen Lösung äquivalent, so beginnt die Suche nach möglichen Fehlerursachen. Ein typischer Fehler bei der abgebildeten Aufgabe wäre, dass die Integrationskonstante vergessen wurde. Hierauf kann mithilfe des CAS geprüft werden, vgl. das Feedback in Abb. 3(d). Weitere typische Fehler wären, dass die äußere Funktion abgeleitet statt integriert wurde, oder algebraische Fehler bei der Rücksubstitution. Nicht nur auf wirkliche Fehler, auch auf ihre Form hin können Eingaben geprüft werden. So möchte man vielleicht bei der abgebildeten Aufgabe bei der Eingabe von `5/(54*x^2-72*x+24)` darauf hinweisen, dass nicht ausmultipliziert werden muss, ohne gleich Punkte abzuziehen. Typischerweise wird man also die Eingabe auf mehrere mathematische Eigenschaften prüfen wollen. Diese Prüfungen werden im *Potential Response Tree* organisiert.

Im Potential Response Tree (PRT) werden die Prüfungen $P_1, P_2, P_3, \ldots$ der Eingabe auf mathematische Eigenschaften strukturiert, siehe Abb. 4. An den Knoten des PRT findet jeweils eine solche Prüfung statt, die das Ergebnis „wahr“ (w) oder das Ergebnis „falsch“ (f) haben kann. Jedes der beiden möglichen Ergebnisse dieser Prüfung kann entweder auf einen weiteren Knoten verweisen oder die Antwortüberprüfung beenden. Jedem Prüfungsergebnis kann ggf. ein Punktwert ($\pm$, $=$) zugeord-

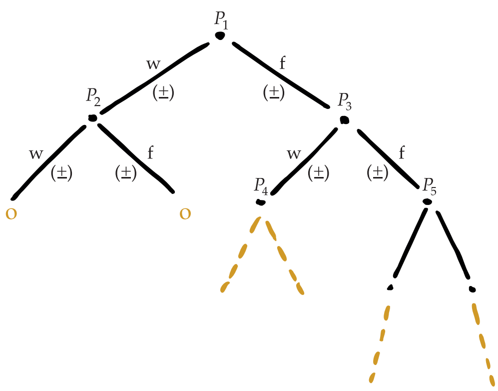


Abbildung 4. Skizze eines Potential Response Trees (PRT). An den Knoten finden Prüfungen auf mathematische Eigenschaften der Eingabe statt. Je nach Ausgang der Prüfung [wahr (w) oder falsch (f)] wird auf weitere Knoten verwiesen. An jedem Wegsegment können Punkte gegeben (+) oder abgezogen (−) werden. Am Ende eines Weges durch den PRT wird ein Output (o) ausgegeben, der spezifisches Feedback für den durch den PRT genommenen Weg sowie ggf. die Gesamtpunktzahl enthalten kann.

Abbildung 5. Zwei Beispiele für eingabespezifisches Feedback und für anschließende Handlungsoptionen. Links: Hyperlink zur Lernressource folgen oder nochmal versuchen. Rechts: Abhilfe ist im Feedback enthalten, die Handlungsoption ist nochmal versuchen.

net werden und zu jedem Prüfungsergebnis kann ein Feedback hinterlegt werden. Die entlang eines Weges ‚eingesammelten' Feedbacks und ggf. Punkte werden am Ende des Weges als Output (o) ausgegeben. Mithilfe von Nutzungsstatistiken können Lehrende die Häufigkeit der im PRT genommenen Wege nachvollziehen. Zwei Beispiele:

- Abb. 5(links) zeigt eine digitale Umsetzung einer Aufgabe aus dem Mathematik-Brückenkurs der Ostfalia. Die Eingabe entsteht aufgrund folgenden Fehlers:

  $$\frac{\cancel{3}\cdot 16^9}{\cancel{3}\cdot 2^{18}\cdot 16^4} = \frac{16^{\cancel{9}}}{2^{\cancel{18}2}\cdot 16^4} = \frac{\cancel{16}}{2^2\cdot 16^{\cancel{4}3}} = \frac{1}{4\cdot 4096} = \frac{1}{16384}$$

  Das Feedback weist auf den Fehler hin und liefert einen Ansatz zur Fehlerbehebung. Zudem bietet es per Hyperlink Zugang zu einer Abhilfe versprechenden Lernressource.
- Abb. 5(rechts) zeigt ein eingabespezifisches Feedback auf eine falsche Antwort auf die bereits in Abb. 3 dargestellte Integrationsaufgabe. Es wurde richtig substituiert ($z = 3x - 2$, $dz = 3dx$), aber der Potenzausdruck $1/z^3$ wurde differenziert statt integriert. Das Feedback weist auf den Fehler hin und bietet per Hyperlink Zugang zu einer Abhilfe versprechenden Lernressource. Da es sich um eine Übungsaufgabe handelt, wird zudem angeboten, diese Aufgabe nochmal zu versuchen.

► Die Eingaben der Lernenden folgen je nach ihren Eigenschaften einem individuellen Pfad durch den PRT. Mithilfe der an den Knoten des PRT hinterlegten Teilfeedbacks kann als Output ein eingabespezifisches Feedback generiert werden, das auf mögliche Fehler entlang der Berechnung des Weges aufmerksam macht, Abhilfen zur Fehlerkorrektur bereithält und Handlungsoptionen anbietet (Lernressource konsultieren, nochmal versuchen).

Zwischenschritte. In einer Stack-Aufgabe können mehrere Eingabefelder platziert werden. So können Zwischenschritte abgefragt werden; etwa in einem ersten Schritt die richtige mathematische Modellierung einer Textaufgabe, bevor im zweiten Schritt die Lösung des Problems abgefragt wird. Abb. 6(links) zeigt eine in zwei Schritte zerlegte Bestimmung der notwendigen Bedingung für die Extremwertstellen eines gegebenen kubischen Polynoms. Die Überprüfungen der Eingaben können innerhalb des PRT miteinander verknüpft werden, um Folgefehler zu berücksichtigen. Abb. 6(links) zeigt die Berücksichtigung eines solchen Folgefehlers, der aus einem Fehlverständnis der Aufgabenstellung entsteht. Das Feedback weist auf den Fehler hin und bietet per Hyperlink Zugang zu einer Abhilfe versprechenden Ressource. (Bei dieser Aufgabe könnte zum Beispiel bei Eingabe der richtigen Bedingungsgleichung, aber einer falschen Lösung derselben, eine Lernressource zum Lösen quadratischer Gleichungen angeboten werden.) Es können auch Variablenwerte an folgende oder spätere Aufgaben weitergereicht werden.

► Die Möglichkeit der freien Eingabe von Zwischenschritten ermöglicht Aufgaben mit konstruktiver Lösungssuche. Die vorgegebene Zerlegung in Teilprobleme ist das Gerüst einer zu entwickelnden und zu reflektierenden Problemlösungsstrategie. Das gezielte Feedback zu einzelnen Modellierungs- und Rechnungsschritten, insbesondere auch zu einem fehlerhaften Verstehen der Problemstellung und zu typischen Fehlvorstellungen, ermöglicht im Zusammenhang mit den Handlungsoptionen ‚Lernressource konsultieren' und ‚nochmal versuchen' (und dem abermaligen detaillierten Feed-

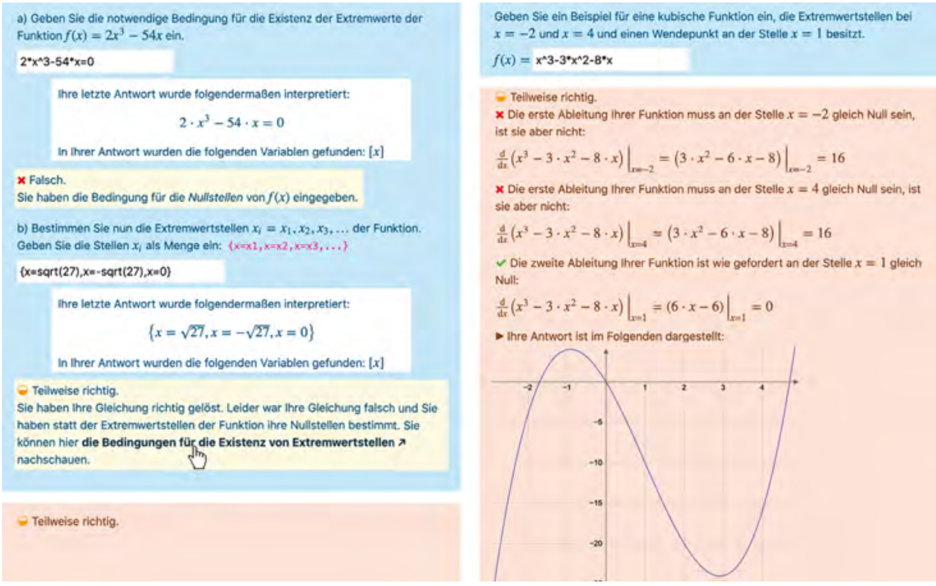


Abbildung 6. Links: Beispiel für Feedback zu Zwischenschritten und Berücksichtigung von Folgefehlern. Rechts: Beispiel für eine offene Aufgabenstellung mit Feedback zu Eigenschaften der Antwort und grafischem Feedback. Aus Platzgründen wurde hier die Syntaxprüfung des Eingabefelds ausgespart.

back) ein systematisches Probieren und stellt eine Form zielgerichteten Diskutierens und damit dialogischen Lernens dar.

Herausfordernde, offene Aufgaben. Die eben diskutierte Aufgabe der Abb. 6 (links), die Bestimmung der Extremwertstellen eines gegebenen kubischen Polynoms, kann ‚umgedreht' werden, indem nach einem kubischen Polynom mit vorgegebenen Eigenschaften gefragt wird, siehe Abb. 6(rechts). In einem sorgfältig angelegten PRT kann die Eingabe der Lernenden nach und nach auf alle geforderten Eigenschaften abgeklopft werden: 1. Wurde ein kubisches Polynom eingegeben? 2. Ist die Ableitung an den gegebenen Extremwertstellen gleich Null? 3. Ist die zweite Ableitung an der Wendestelle gleich Null? Zu jeder dieser Prüfungen kann Feedback ausgegeben werden. Das Feedback kann zudem einen Funktionsplot enthalten, um die Darstellung der Eigenschaften der eingegeben Funktion um die grafische Visualierungsebene zu ergänzen.

► Wird die Aufgabe solchermaßen ‚umgedreht', so wird aus einer Aufgabe, die mittels bekannter mathematischer Prozeduren gelöst werden kann (Kurvendiskussion), eine herausfordernde, offene Aufgabe, die ein mathematisches Verständnis der Problemstellung und das Entwickeln eigener Problemlösungsstrategien erfordert. Das gezielte Feedback zu den Eigenschaften der Eingabe ermöglicht im Zusammenhang mit den Handlungsoptionen eine Art diskursiven Umgang mit Fehlern, regt zu systematischem Probieren an und stellt eine Form zielgerichteten Diskutierens und damit dialogischen Lernens dar.

4 Zusammenfassung

Ich habe in Abschnitt 3.2 anhand von Beispielen gezeigt, wie Elemente der in Abschnitt 2.1 formulierten didaktischen Ziele mithilfe des Aufgabentyps Stack im Lernmanagementsystem Moodle erreicht werden können. Die in den Beispielen erreichten Ziele sind jeweils im letzten Absatz des Abschnitts 3.2 zusammengefasst. Dabei ist deutlich geworden, dass die grundsätzliche Struktur einer Stack-Aufgabe *top-down* und nicht *biologisch* ist (vgl. Abschnitt 2.1), sodass die Möglichkeiten zum dialogischen Handeln beschränkt sind auf hinterlegtes Feedback inklusive Handlungsoptionen. Durch kluge Formulierung und Strukturierung der Aufgabenstellung und des PRT gelingt mit dem Aufgabentyp Stack jedoch eine sehr zielgerichtete Formulierung von Feedback und Handlungsoptionen. Eine Besonderheit des Aufgabentyps ist die freie Eingabe mit sofortigem Feedback, die als Interaktion mit dem Lerngegenstand Mathematik hinsichtlich ihrer Syntax und Notationen ein zusätzliches Element dialogischen Lernens darstellt. Das Ensemble aus freier Eingabe, zielgerichtetem Feedback und den Handlungsoptionen ‚Lernressource konsultieren' und ‚nochmal versuchen' (und dem abermaligen detaillierten Feedback) stellt eine Form dialogischen Lernens dar.

Als Defizite sind zu nennen: 1. Das Feedback und die Handlungsoptionen sind beschränkt auf die Vorausschau der Lehrperson beim Schreiben der Aufgabe. Die Maschine selbst lernt nicht, dass

Lernende ggf. andere Hilfen benötigen. Als Abhilfe erstellt die Maschine Nutzungsstatistiken, aus denen die Lehrperson Schlüsse über zum Beispiel die Notwendigkeit weiterer Knoten im PRT, einer anderen Art von Feedback oder der Bereitstellung anderer Lernressourcen ziehen kann. 2. Zwar nimmt innerhalb einer Aufgabe die Eingabe der Lernenden einen individuellen Weg durch den PRT. Die Abfolge der Aufgaben selbst, und damit der Weg zum letztendlichen Lernziel, ist jedoch weiterhin von der Lehrperson vorgegeben und nicht an die spezifischen Leistungen und Fehlleistungen der Lernenden innerhalb der einzelnen Aufgaben angepasst. 3. Es fehlt die Möglichkeit für Lernende, gezielt nachzufragen. Da die Maschine dies nicht leisten kann, kann hierzu auf andere Features des LMS wie Chats, Foren und Videokonferenzräume, oder auf feste Termine wie Seminare und Tutorien zurückgegriffen werden. Dies wiederum kollidiert in der Praxis oft mit der Ressourcenknappheit auf Lehrendenseite.

Abhilfe bei den Defiziten 1 und 2, womöglich auch bei Defizit 3, verspricht der Einsatz Künstlicher Intelligenz (KI) und adaptiver Technologien. Einen Überblick über die KI-basierten Techniken zum Einsatz in e-Learning-Plattformen findet man bei Colchester et al. (2017). Eine Untersuchung dieser Techniken hinsichtlicher ihres Potentials zur digitalen Bereicherung der Aufgabenkultur in der Mathematikausbildung an Hochschulen erscheint eine lohnenswerte Aufgabe.

Ich danke N. Jensen und U. Priss für Hinweise zum Manuskript. Diese Arbeit wurde aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01PL16066H gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.

Literatur

Bennecke, I. & Wagner, G. Engagierte Studierende – eine Frage der Lehrmethode? [DiNa-Sonderausgabe]. In: *Tagungsband zum 3. Symposium zur Hochschullehre in den MINT-Fächern*. DiNa-Sonderausgabe. Nürnberg, 2017, 257–262.

Bisitz, S. & Jensen, N. (2012). Aktivierende Online-Lehre in der Mathematik mit Moodle, Clicker und LON-CAPA. In J. Desel, J. M. Haake & C. Spannagel (Hrsg.), *DeLFI 2012: Die 10. e-Learning Fachtagung Informatik der Gesellschaft für Informatik e.V.* (S. 219–224). Gesellschaft für Informatik e.V.

Blum, S. & Büchter, A. (2020). Blended Learning in der Studieneingangsphase Mathematik mit digitalen Aufgaben zu Themen der Linearen Algebra. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019: 53. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S. 141–144). WTM-Verlag.

Colchester, K., Hagras, H., Alghazzawi, D. & Aldabbagh, G. (2017). A Survey of Artificial Intelligence Techniques Employed for Adaptive Educational Systems within E-Learning Platforms. *Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, *7*(1), 47–64.

HU Berlin. (n. d.). *Moodle-Forum der Hochschulen im deutschsprachigen Raum*. Verfügbar 11. Januar 2021 unter https://moodle.hu-berlin.de/course/view.php?id=37191

Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M., Kunter, M. & Baumert, J. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *29*(2), 83–107.

Kallweit, M. (n. d.). *Stack in der Lehre*. Verfügbar 11. Januar 2021 unter https://moodle.ruhr-uni-bochum.de/m/course/view.php?id=13674

Klieme, E., Lipowsky, F., Rakoczy, K. & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und ausgewählte Ergebnisse des Projekts „Pythagoras“. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 127–146). Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Waxmann Verlag.

Moodle. (n. d.). *Statistics*. Verfügbar 11. Januar 2021 unter https://stats.moodle.org

Neumann, I., Pigge, C. & Heinze, A. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium?* IPN Kiel.

Sporring, M. & Sangwin, C. (2019). *STACK Online Assessment. A collection of case studies*. The University of Edinburgh.

The University of Edinburgh. (2018, 26. Nov.). *Stack*. https://www.ed.ac.uk/maths/stack

TU Clausthal. (2020, 14. Okt.). *RZ-Dokumentationen: 6. Stack (Maxima)*. https://doku.tu-clausthal.de/doku.php?id=multimedia:moodle:stack%5C_maxima

Weber, B.-J. & Lindmeier, A. (2020). Viel Beweisen, kaum Rechnen? Gestaltungsmerkmale mathematischer Übungsaufgaben im Studium. *Mathematische Semesterberichte*, *67*, 1432–1815.

Weigel, M., Derr, K. & Hübl, R. Optimising Self-study with STACK. In: *STACK Online Assessment. A collection of case studies*. The University of Edinburgh, 2019, 35–40.

Sebastian Linden, Ostfalia Hochschule
für angewandte Wissenschaften
E-Mail: Sebastian.Linden@SundL.online

Distanzlernen am Beispiel des Schülerforschungsclubs Mathematik mit digitalen Werkzeugen – Theoretische Ausgangspunkte zur Rahmung und Entwicklung einer onlinegestützten Fern-Lernumgebung

Matthias Müller

Dieser Beitrag beschreibt die entscheidende Rolle, die digitale Medien beim Lehren und Lernen von Mathematik unter den aktuellen Herausforderungen spielen. Es wird ein (US-amerikanisches) Konzept zur kriteriengeleiteten Auswahl und Bewertung digitaler Medien im Mathematikunterricht zur Diskussion gestellt. Des Weiteren wird ein Beispiel einer onlinegestützten Fern-Lernumgebung zum Distanzlernen innerhalb des Schülerforschungsclubs (SFC) Mathematik mit digitalen Werkzeugen beschrieben, indem die Kriterien und Leitfragen zur Auswahl und Bewertung zur Anwendung kommen.

Lehren und Lernen mit digitalen Medien unter aktuellen Herausforderungen

> Worldwide, the use of technology in all fields of education is at a historical high. In Germany, though, we face a special situation. Germany is a world-leading developer and producer of high-tech products in many domains. And while the medical sector seems relatively well equipped to face the epidemic, educational system seems to be lagging in the use of digital technology for teaching and learning. (Kerres, 2020, S. 1)

Wissenschaftliche Untersuchungen legen nahe, dass viele Lehrende kaum digitale Medien im Mathematikunterricht einsetzen, und fordern daher höhere Anstrengungen zur Unterstützung der Integration digitaler Medien im Unterricht (Mammes, Fletcher, Lang, & Münk, 2016; Ostermann, Härtig, Kampschulte, Ropohl, Schwanewedel, & Lindmeier, 2020). In den neuen Bundesländern bleibt der effektive Einsatz von digitalen Medien im Mathematikunterricht hinter den Erwartungen zurück, was eventuell auf die Besonderheiten der Regionen (z. B. Durchschnittsalter der Lehrkräfte) zurückzuführen ist (Gispert, & Schubring, 2011). Schon vor der Offenlegung der digitalen Schwächen des deutschen Bildungssystems durch das pandemiebegründete Aussetzen des Präsenzunterrichts an den Schulen im März 2020, wollte die Bundesregierung den Einsatz digitaler Medien im Unterricht forcieren und versuchte zumindest die finanziellen Voraussetzungen zu schaffen. Im Rahmen des sogenannten Digitalpakts wurden 2019 fünf Milliarden Euro für die Anschaffung digitaler Medien zum Lehren und Lernen den Schulen in Aussicht gestellt. Zunächst ist es allerdings erforderlich, pädagogische und didaktische Kriterien zu formulieren, nach denen die Auswahl, der Erwerb und die Implementierung der digitalen Medien erfolgen sollte (Kerres, 2020). Diese Kriterien sollten insbesondere in Bezug auf die Herausforderungen eines digitalen Distanzunterrichtes (oder möglicher Hybridformen) anwendbar sein.

> Attempts to provide continuity of education in Germany by means of digital tools faltered in variety of ways, with insufficient competence and inadequate technology [...] German teachers were caught unprepared in this time of crisis, especially in comparison with their European neighbors. (Blume, 2020, S. 1)

Die Auswahl digitaler Medien für den Mathematikunterricht in Präsenz-, Distanz- oder Hybridform sollte kriteriengeleitet erfolgen. Der Einsatz muss fortlaufend überprüft und mit den didaktischen und pädagogischen Zielen abgeglichen werden. Ein möglicher Ausgangspunkt für die kriteriengeleitete Auswahl und Bewertung digitaler Medien zum Lehren und Lernen von Mathematik kann das Mathematical Technological Tool (MTT) Framework sein.

Vorab soll festgehalten werden, dass in diesem Beitrag digitale Medien nach der Definition von Rauh (2012, S. 39) als technische Geräte zur Darstellung von digital gespeicherten Inhalten aufgefasst werden. Digitale Mathematikwerkzeuge sind spezielle digitale Medien, deren primärer Zweck es ist, das mathematische Arbeiten zu unterstützen. Das umfasst auch die Medien, die mathematikspezifisch an Beruf und Alltag oder didaktisch orientiert sind (Barzel, 2019, S. 2).

Mathematikunterricht mit digitalen Medien: Die Bedeutung einer kriteriengeleiteten Auswahl

Eine ständig wachsende Anzahl verfügbarer technologischer Ressourcen und der Druck, diese zu nutzen, stellt Lehrkräfte vor Entscheidungsschwierigkeiten (Smith, Shin, & Kim, 2017). Viele Mathematiklehrkräfte stehen vor der besonderen Herausforderung, geeignete digitale Medien auszuwählen, sich entsprechende Kompetenzen im Umgang anzueignen und im Unterricht zu implementieren. Dies wurde durch die getroffenen Maßnahmen im schulischen Bereich im Zusammengang mit der COVID-19-Pandemie verschärft (Whalen, 2020). Kriterien zur Auswahl und Bewertung der digitalen Medien können Lehrkräften Anleitung zur Bestimmung der Wirksamkeit eines digitalen Mediums zum Lehren und Lernen von Mathematik geben. So können z. B. Kriterien zu spezifischen mathematischen Themenbereichen formuliert werden, um den Einsatz von digitalen Medien im Mathematikunterricht zu steuern (Günster & Weigand, 2020). Ebenso können sich derartige Kriterien an unterschiedliche Adressaten richten, wobei der Zweck variiert. Evtl. kann man zwischen Forschung und Praxis unterscheiden (Hegedus, Laborde, Brady, . . . , & Moreno-Armella, 2017; Traglová, Clark-Wilson, & Weigand, 2018). In jedem Fall besteht der Bedarf der professionellen Begleitung des Einsatzes digitaler Medien im Mathematikunterricht (z. B. durch DZLM-Fortbildungsangebote), um die Arbeit der Lehrenden zu unterstützen (Thurm & Barzel, 2020).

Ein elaboriertes Konzept zur Auswahl und Bewertung digitaler Medien beim Lehren und Lernen von Mathematik stammt aus den USA. Das Mathematical Technological Tool (MTT) Framework ist in den USA ein verbreitetes und anerkanntes Konzept und listet Kriterien zur Auswahl und Bewertung des Einsatzes digitaler Medien beim Lehren und Lernen von Mathematik mit zugeordneten Leitfragen auf (Shin, Smith, & Kim, 2018). Es wurde von Smith et al. (2017) auf Grundlage der Arbeiten von Dick (2008) für Mathematiklehrkräfte in und nach der Ausbildung fortentwickelt. Es ist allgemein formuliert, um auf eine Vielzahl von digitalen Mathematikwerkzeugen angewendet zu werden. Vor dem Hintergrund einer qualitativen Interviewstudie mit 15 Lehrkräften verschiedener Schulformen wurden die Kriterien gesammelt und Leitfragen abgeleitet (Smith et al., 2017) Es ist an (US-amerikanischen) Basisdokumenten zum Mathematikunterricht ausgerichtet (z. B. NCTM, 2014). Die Arbeiten legen nahe, dass das MTT Framework Lehrkräften Kriterien zur fundierten und begründeten Auswahl digitaler Mathematikwerkzeuge an die Hand gegeben kann und sie auch bei der Implementierung im Unterricht unterstützt (Smith et al., 2017; Shin et al., 2018). Das MTT Framework wurde im US-amerikanischen Kontext entwickelt und die genannten Studien beziehen sich auf Angaben US-amerikanischer Lehrkräfte. Eine Adaptation kann sich nicht auf eine einfache (wörtliche) Übersetzung des MTT Frameworks beschränken. Die drei Gütekriterien (*Fidelity*) müssen in Hinsicht auf Beschreibung (*Discriptions*) und Leitfragenfragen (*Questions to Consider When Evaluating and Selecting Technological Tools*) geprüft und evtl. angepasst werden. Eine Kurzübersicht über das MTT Framework bietet Tab. 1.

Evtl. sind auch kulturelle Besonderheiten des MTT Frameworks oder der auszuwählenden digitalen Mathematikwerkzeuge zu beachten. Kulturelle Überlegungen im Zusammenhang mit dem Lehren und Lernen von Mathematik sind bei der Adaptation fachdidaktischer Rahmungen angebracht. Auch in anderen Kontexten konnten kulturelle Unterschiede zwischen Vorstellungen von Lehrkräften aufgezeigt werden (Dreher, Lindmeier, Wang, & Hsieh, 2020).

Immer mehr Websites und Software bieten Lehrkräften Zugang zu hochwertigen virtuellen digitalen Medien für den Mathematikunterricht. Die digitalen Medien werden häufig im US-amerikanischen Kontext entwickelt und mit US-amerikanischen Lehrenden und Lernenden als primäre Nutzer getestet. Etwaige Unterschiede die beim Einsatz der digitalen Medien auftreten, können in Bezug auf den kulturellen Kontext womöglich fruchtbar für den Mathematikunterricht nutzbar gemacht werden (Müller, 2020). Ein oft genanntes (sehr einfaches) Beispiel für kulturelle Unterschiede, die sich auf den Einsatz digitaler Medien auswirken, ist die Eingabe von Punkt und/oder Komma (Furner, Yahya, & Duffy, 2005). Die Diskussion der Interpretation der Eingabe als reelle Zahl oder evtl. als Datumsangabe durch das jeweilige digitale Medium eröffnet einen kulturellen Einblick über die Mathematik hinaus.

Eine onlinegestützte Fern-Lernumgebung im Schülerforschungsclub Mathematik mit digitalen Werkzeugen

Das Schülerforschungszentrum (SFZ) Jena wurde 2016 gegründet und verfolgt einen didaktischen Ansatz zum forschend-entdeckenden Lernen. Die Konzepte und Angebote werden fortlaufend evaluiert und weiterentwickelt, dabei orientiert man sich eng an den Qualitätskriterien für Schülerforschungszentren (Netzwerk Schülerforschungszentren, 2019). Das SFZ Jena konkretisiert seine Angebote für mathematik-interessierte Kinder und Jugendliche in dezentralen Arbeitsgemeinschaften an Jenaer Schulen und der Friedrich-Schiller-Universität Jena (FSU). Diese wöchentlichen Angebote, die als SFC bezeichnet werden, ermöglichen den Lernenden ein kontinuierliches Arbeiten über ein Schuljahr an einer (oder mehreren) selbstgewählten Fragestellung(en). Die Projekte werden in Wettbewerben wie z. B. Jugend forscht oder in schulischen Seminarfacharbeiten realisiert (Müller, & Geitel, 2018).

Mit der Ankündigung des Distanzunterrichts im März dieses Jahres wurde auch der SFC Mathematik mit digitalen Werkzeugen an der FSU in

Tabelle 1. Übersicht zu Mathematical Technological Tool Framework (Shin et al., 2018, S. 158)

Fidelity	Descriptions (Dick, 2008)	Questions to Consider When Evaluating and Selecting Technological Tools
Pedagogical fidelity	How well the technological tool allows students to "do" mathematics without difficulty and to manipulate and not be distracted or limited by technical features	Is the tool difficult to use? Does the tool include clear instructions and directions on how to use it? Are there features that distract students from learning? How well does the tool allow students to interact with the mathematical object (e.g., shape, figure, table, plot, formula, equation) and take mathematical actions? How well does the tool offer students the opportunity to explore and develop conjectures and generalizations? How accessible is the tool for all students and does the tool offer customization or accommodations?
Mathematical fidelity	How well a mathematical object in the technological tool represents the underlying mathematical properties of the object with mathematical accuracy	How accurately does the tool represent the mathematics? Does the tool display mathematical formulas correctly, including basic assumptions? (Bokhove, & Drijvers, 2010) What mathematical misconceptions may students develop while using the tool?
Cognitive fidelity	How well the technological tool reflects students' cognitive actions with emphasis on illuminating mathematical thinking processes rather than simply arriving at the final results	How well does the tool show the ways in which the solution is produced? Does the tool simply display the final results? How well does the tool's solution method resemble your students' methods? Does the tool allow multiple solution methods? How well does the tool allow you to gain insight into how students are thinking?

Präsenzform ausgesetzt. Alle beteiligten Lehrkräfte bemühten sich kurzfristig um eine onlinegestützte Fern-Lernumgebung als Distanzlern-Angebot. Entsprechend des MTT Frameworks wurde ein Format entwickelt, indem die digitalen Medien nach den Leitfragen ausgewählt und der Einsatz fortlaufend bewertet werden soll. Folgend der theoretischen Orientierung konnte die praktische Umsetzung angegangen werden. So begann eine Pilotphase am Ende des Schuljahres 2019/20 in der die onlinegestützte Fern-Lernumgebung erprobt wurde. Die Lernenden des SFC Mathematik mit digitalen Werkzeugen wurden in einem virtuellen Konferenzraum eingeladen, der im Rahmen einer Big-Blue-Button-Lizenz an der Fakultät für Mathematik und Informatik (FMI) der FSU realisiert wird. Zwei Lehrkräfte arbeiten an einer interaktiven Tafel und mit einer Dokumentenkamera. Das Tafel- und das Kamerabild werden digital im virtuellen Konferenzraum geteilt. Mittels drahtloser Headsets können beide Lehrkräfte mit den Lernenden im virtuellen Raum kommunizieren. Die Lernenden arbeiten überwiegend an privaten Laptops zuhause. In virtuellen Gruppenräumen (sogenannten Breakout-Rooms) können Lernende in Kleingruppen an gemeinsamen Projektideen arbeiten. In übergreifenden Präsentationsrunden werden Arbeitsergebnisse gesichert, Feedback ermöglicht und Projektschritte geplant. Nach der erfolgreichen Pilotphase wurde das wöchentliche Distanzlern-Angebot mit Beginn des neuen Schuljahres 2020/21 verstetigt und an die Partnerschulen kommuniziert. Eingeladen sind alle interessierten Schülerinnen und Schüler. Teilnahmeinformationen finden sich auf den Internetseiten des SFZ und der FMI. Um das wöchentliche Distanzlern-Angebot flankierend zu begleiten, konnte auf bestehende digitale Ressourcen zurückgegriffen werden. So konnte auf digitalisierte Aufgaben und Problemstellungen mit Lösungen und Hinweisen aufgebaut werden. Dabei bildeten die onlineverfügbaren Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik sowie die digitalen Ausgaben der Schülerzeitung Gedankenblitze die Ausgangslage.[1] Die bestehenden Angebote wurden auf einer neugestalteten Internetseite zusammengetragen und um praxiserprobte Arbeitsmaterialien des Schülerfor-

[1] Unter https://www.mi-didaktik.uni-jena.de/ressourcen. Zugriff: 23.11.2020.

scherguides ergänzt. Des Weiteren wird eine Möglichkeit der Fernleihe der genannten Arbeitsmaterialien in analoger Form auf der Internetseite angeboten, um auch Lernende zu unterstützen, die im heimischen Bereich nicht die technischen Voraussetzungen vorfinden um an der onlinegestützten Fern-Lernumgebung teilzunehmen.

Wie eingangs angedeutet, wurden nach den Leitfragen des MTT Frameworks die digitalen Medien und Mathematikwerkzeuge für die onlinegestützte Fern-Lernumgebung ausgewählt. So weist das Video-Konferenztool Big-Blue-Button eine hohe Güte beim Kriterium *Pedagogical fidelty* auf, da es sich u. a. durch die intuitive Nutzung als Browser-Anwendung auszeichnet. Als digitales Mathematikwerkzeug kommt die Software GeoGebra zum Einsatz, die eine hohe Güte bei den Kriterien *Mathematical fidelity* und *Cognitive fidelty* zeigt, da die mathematischen Sachverhalte z. B. gut repräsentiert werden sowie verschiede Lösungsansätze und -strategien unterstützt werden. Für die Lehrenden des SFC Mathematik mit digitalen Werkzeugen ist das MTT Framework ein wichtiger erster Schritt zur Auswahl und Bewertung digitaler Medien und Mathematikwerkzeuge für die onlinegestützte Fern-Lernumgebung. Eine Fortentwicklung bzw. Adaptation vor dem Hintergrund des Einsatzes digitaler Medien im regulären Mathematikunterricht erscheint lohnenswert.

Literatur

Barzel, B. (2019). Digitalisierung als Herausforderung an Mathematikdidaktik – gestern. heute. morgen In G. Pinkernell, & F. Schacht (Hrsg.), *Digitalisierung fachbezogen gestalten* (S. 1–10). Hildesheim: Franzbecker.

Blume, C. (2020). German teachers' digital habitus and their pandemic pedagogy. *Postdigital Science and Education*, 2, 879–905.

Bokhove, C., & P. Drijvers (2010) Digital Tools for Algebra Education: Criteria and Evaluation. *International Journal of Computers Mathematical Learning, 15*(1), 45–62

Dick, T. P. (2008). Keeping the Faith: Fidelity in Technological Tools for Mathematics Education. In G. W. Blume, & M. K. Heid (Hrsg.) *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Cases and Perspectives* (S. 333–339). Charlotte, NC: Information Age.

Dreher, A., Lindmeier, A., Feltes, P., Wang, T.-Y. & Hsieh, F.-J. (2020, online first). Do cultural norms influence how teacher noticing is studied in different sociocultural contexts? A focus on expert norms of dealing with students' mathematical thinking. *ZDM*. doi:10.1007/s11858-020-01197-z

Furner, J. M., Yahya, N., & Duffy, M. L. (2005). Teach mathematics: Strategies to reach all students. *Intervention in School and Clinic, 41*(1), 16–23.

Gispert, H., & Schubring, G. (2011). Societal, structural, and conceptual changes in mathematics teaching: Reform processes in France and Germany over the twentieth century and the international dynamics. *Science in context, 24*(1), 73.

Günster, S. M., & Weigand, H. G. (2020). Designing digital technology tasks for the development of functional thinking. *ZDM, 52*(7), 1259–1274.

Hegedus, S., Laborde, C., Brady, . . . , & Moreno-Armella, L. (2017). *Uses of technology in upper secondary mathematics education.* New York, Berlin: Springer Nature.

Kerres, M. (2020). Against all odds: Education in Germany coping with Covid-19. *Postdigital Science and Education, 2*(3), 1–5.

Mammes, I., Fletcher, S., Lang, M., & Münk, D. (2016). Technology education in Germany. In M. J. de Vries, S. Fletcher, S. Kruse, . . . , & M. Winterbottom (Hrsg.) *Technology Education Today. International Perspectives* (S. 11–38). Münster: Waxmann.

Müller, M. (2020). Bilingual math lessons with digital tools. Challenges can be door opener to language and technology. In B. Barzel, R. Bebernik, L. Göbel, M. Pohl, H. Ruchniewicz, F. Schacht, D. Thurm (Hrsg.), *Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14* (S. 312–319).

Müller, M. & Geitel, L. (2018). Mathematische Experimente als Basis für Forschendes Lernen – Konzeption und empirische Befunde des SFZ Mathematik mit digitalen Werkzeugen. In N. Neuber, W. Paravici, M. Stein (Hrsg.), *Forschendes Lernen – The Wider View.* (S. 265–268). Münster: WTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* Reston, VA: NCTM.

Netzwerk Schülerforschungszentren (2019). *Qualitätskriterien für Schülerforschungszentren.* Unter https://schuelerforschungszentren.de/qualitaetskriterien. Zugriff: 23.11.2020.

Ostermann, A., Härtig, H., Kampschulte, L., Ropohl, M., Schwanewedel, J., & Lindmeier, A. (2020, accepted pending minor revisions). *Nutzung von Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – Effekte von Merkmalen der Lehrperson und der Schule auf die Nutzung von mathematikspezifischen Medien.*

Rauh, B. (2012). Höheres Lernen mit digitalen Medien – auch im Bereich der Arithmetik? In S. Ladel, C. Schreiber (Hrsg.), *Lernen, Lehren und Forschen in der Primarstufe* (S. 37–58). Hildesheim: Franzbecker.

Shin, D., Smith, R. C., & Kim, S. (2018). Evaluating technology for teaching mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School, 24*(3), 156–163.

Smith, R. C., Shin, D., & Kim, S. (2017). Prospective and current secondary mathematics teachers' criteria for evaluating mathematical cognitive technologies. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(5), 659–681.

Traglová, J., Clark-Wilson, A., & Weigand, H.-G. (2018). Technology and resources in mathematics education. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger, & K. Ruthven (Hrsg.), *Developing research in mathematics education: Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (S. 142–161). Berlin: Springer.

Thurm, D., & Barzel, B. (2020, online first). Effects of a professional development program for teaching mathematics with technology on teachers' beliefs, self-efficacy and practices. *ZDM* doi:10.1007/s11858-020-01158-6

Whalen, J. (2020). Should teachers be trained in emergency remote teaching? Lessons Learned from the COVID-19 Pandemic. *Journal of Technology and Teacher Education, 28*(2), 189–199.

Dr. Matthias Müller, Friedrich-Schiller-Universität Jena
E-Mail: matthias.mueller.2@uni-jena.de

Mit der Digitalisierung der Schulen Corona trotzen?

Peter Bender

Vorbemerkung. Dieser Diskussionsbeitrag wurde im Großen und Ganzen im Spätsommer 2020 verfasst, als die Zahlen der bekannten Corona-Infektionen in Deutschland sehr niedrig waren, und im November 2020 aktualisiert (wobei trotz der damals wieder veränderten gesellschaftlichen Situation nicht allzu viel zu ergänzen war). Die weitere Entwicklung bis zur Veröffentlichung im Spätwinter 2020/21 konnte natürlich nicht berücksichtigt werden.

Die Ausgangslage

Seit Jahrzehnten hören wir die Klage, dass Deutschland bei der Computerisierung des Schulunterrichts „hinterherhinke". Nachdem der Vorreiter Australien inzwischen seine computer-orientierten Schulreformen schon wieder zurücknimmt, wird uns gerne Estland (mit einer Einwohnerzahl kleiner als die von München und, anders als München, unterstützt von der EU) als Vorbild hingestellt. Seit der Schließung der Schulen im Zuge der Corona-Krise verstärken interessierte Kreise das Trommelfeuer: Deutschland sei bei der technischen Ausstattung der Schulen „rückständig"; die „Digitalisierung" des Unterrichts sei „überfällig"; nun „räche sich", dass wir die Digitalisierung „verschlafen" hätten; usw.

Halten wir einen Moment inne. Wird da kritisiert, dass „das" Bildungswesen, „die" Schulen, „die" Lehrer[1] bis Januar 2020 bei der Vorbereitung auf die Corona-Pandemie versagt haben? Da hätte doch die ganze Menschheit versagt und sich nicht gegen ökonomische Verluste von vielen Billionen Euro, Firmenpleiten, Arbeitslosigkeit, Gefährdung von Staatshaushalten mitten in Zeiten der Prosperität gewappnet. In mehreren Ländern hat die Krankenhauskapazität nicht gereicht, und auch in Deutschland gab es zunächst nicht genug Schutzkleidung, Atemmasken usw. Den Schulen ist jedenfalls kein Versäumnis vorzuwerfen.

Na gut, es wird ja vielleicht nicht nachträglich gefordert, dass ein Plan für einen kompletten Distanzunterricht, wie er anfangs in Corona-Zeiten stattfinden musste, hätte ausgearbeitet sein sollen, sondern es wird suggeriert, dass eine stärkere Computerisierung der Schulen die Ein- und Durchführung des Distanzunterrichts erleichtert und die unübersehbaren Schwächen des real stattgefundenen Distanzunterrichts verringert hätte.

Es ist gewiss nicht zu bestreiten, dass eine fortgeschrittenere technische Ausstattung von Schulen und Schülern „über Alles integriert" den Distanzunterricht erleichtert hätte, und es ist nicht zu bezweifeln, dass bei manchem schulischen Thema das Lernen durch die Verwendung von Computern i. w. S. gefördert werden kann, und zwar schon im ganz biederen, herkömmlichen Präsenzunterricht. Dieser hat, was man sich sofort klarmacht, auch eine Distanzkomponente, nämlich die (i. d. R. nachmittäglichen) Hausaufgaben, über deren Nutzen ja trefflich gestritten wird. Jedenfalls wird dabei der Computer (auch in Form von Smartphones mit allerlei Funktionen) bereits jetzt breit eingesetzt, allerdings ganz klar an den Präsenzunterricht angebunden und leider keineswegs immer der Sache förderlich.

Von „den" Digitalisierungsanhängern erfährt man i. A. wenig darüber, worin eigentlich der pädagogische und soziale Mehrwert einer zunehmenden Digitalisierung des Unterrichts besteht. Hoffentlich ist nicht daran gedacht, den Distanzunterricht auf Kosten des Präsenzunterrichts auszuweiten, bis hin zu der Dystopie eines Seymour Papert aus den 1960-er Jahren, nach der die Kinder die Welt mit der Programmiersprache „Logo" erkunden sollten.

Noch einmal: Es gibt im Unterricht ertragreiche Möglichkeiten des Computer-Einsatzes, in meinem Fach „Mathematik" z. B. als Massendatenverarbeiter (in der Statistik), als Schnellzeichner (bei allen Arten von grafischen Darstellungen), als Schnellrechner (bei Simulationen oder in realen Anwendungen mit nicht-glatten Zahlen), und fachunabhängig zum Informieren im Internet, zum Kommunizieren usw. Alle diese Möglichkeiten sind jedoch ausgesprochen voraussetzungsvoll und haben ihre negativen Begleiterscheinungen, die aus didaktischen Analysen und realen Erfahrungen wohlbekannt sind. Im Folgenden möchte ich aber nicht diese diskutieren, sondern mich einigen grundsätzlicheren Problemen zuwenden.

[1] Als Feminist der ersten Stunde habe ich viele Jahre lang den sog. fraueneinbeziehenden Sprachgebrauch penibel gepflegt. Inzwischen denke ich, dass das nicht mehr nötig ist, und deshalb bin ich zur Verwendung allein der substantivischen Stammformen mit ihrem jeweiligen grammatischen Geschlecht zurückgekehrt.

Die Technik

Nach langem Hin und Her wurde im Mai 2019 der „Digitalpakt Schule“ verabschiedet, nach dem der Bund 5 Mrd Euro zur digitalen Aufrüstung der deutschen Schulen bereitstellt (später wurde der Betrag mehrfach für verschiedene Spezialzwecke erhöht). Dieser Betrag reicht gerade einmal dafür aus, alle Schulen mit Rechnern auszustatten. Da ist noch nichts verkabelt, keine Software installiert, nichts zum Laufen gebracht, verlinkt, gewartet, repariert und erneuert. Und da ist noch kein IT-Mensch eingestellt, der an der Schule hauptberuflich diese Tätigkeiten kontinuierlich ausübt. Ich will damit sagen, dass die über 6 Mrd Euro Peanuts sind gegenüber dem etwa zehnfachen Betrag, der für eine flächendeckende Digitalisierung des Schulwesens wirklich gebraucht würde (s. Estland). Da muss man schon einmal den möglichen Ertrag mit dem Aufwand konfrontieren. Man könnte diesen Aufwand zwar als Konjunkturprogramm für die IT-Branche deklarieren; aber in Corona-Zeiten gäbe es Wirtschaftszweige, die ein solches Programm nötiger hätten.

Man könnte z. B. für jedes Klassenzimmer Luftreiniger anschaffen und damit einen echten Regelbetrieb ohne Masken ermöglichen. Die Kosten dafür würden sich bundesweit auf größenordnungsmäßig 1 Mrd Euro belaufen, und es wären immer noch 5 Mrd Euro für die Digitalisierung übrig. Allerdings bestehen in den Schulen seit vielen Jahren anderweitig viele Mängel, deren Beseitigung ebenfalls viel Geld kosten würde (weswegen sie ja oft schon so lange bestehen), aber dringender als die digitale Aufrüstung wäre. Bei zahlreichen Schulgebäuden im ganzen Land eine marode Bausubstanz (mehr bei denen im Alter von 40 bis 60 als bei denen von 110 bis 140 Jahren); Erfordernis von Neubauten wegen wachsender Schülerzahlen infolge der Zuwanderung in den letzten Jahren; vor allem aber, was durch die Corona-Krise besonders deutlich geworden ist, kritische hygienische Zustände, von verdreckten oder gebührenpflichtigen Toiletten über dauerhaft nicht zu öffnende Fenster bis hin zu fehlenden Waschbecken in den Klassenräumen (abmontiert bei der Abschaffung der Kreidetafeln zugunsten der glorreichen Whiteboards).

Das Programm der Digitalisierung der Schulen

Bemerkenswert ist, dass heute, etwa 1 1/2 Jahre nach Inkrafttreten des Digitalpakts, noch nicht einmal 10 % der bereitgestellten Mittel von den Schulen abgerufen worden sind. Das liegt zum einen an der unvermeidlichen Bürokratie: in den Bundesländern fehlt es an Ausführungsbestimmungen; die Beantragung ist arg aufwändig; die erforderlichen Ausschreibungen dauern ihre Zeit, nicht zuletzt weil das Angebot an Geräten knapp wird; und sollte wirklich einmal eine halbe IT-Stelle besetzt werden dürfen, sind keine geeigneten Bewerber vorhanden. Vor allem aber müssen die Schulen zum Erhalt dieser Mittel *pädagogische* Digitalisierungsprogramme vorlegen.

Viele Kollegien scheuen die Entwicklung eines solchen Programms, und zwar aus mehreren Gründen: Zum einen wurden ihnen in den letzten Jahrzehnten zusätzlich zu ihrer zunehmend schwierigen Kernaufgabe des Unterrichtens, Bildens und Erziehens viele weitere Aufgaben aufgebürdet, darunter die Ausarbeitung allerlei eigener und Umsetzung vorgegebener Programme. Zum zweiten wurden und werden solche Programme, zur Frustration der Engagierten, nach mehr oder weniger kurzer Zeit immer wieder eingestampft. Und zum dritten mangelt es oft an Expertise. Wohl gibt es in den meisten Kollegien wenigstens einen IT-Spezialisten, der ein System zusammenbauen und am Laufen halten kann; aber die Entwicklung eines *pädagogischen* Digitalisierungsprogramms (über alle Fächer!) ist eine Aufgabe von ganz anderem Kaliber. Auch wenn die Vergaberichtlinien des Digitalisierungspakts gar nicht so weit gehen –; das ist es aber, was erforderlich wäre und was viele Kollegien offenbar nicht leisten (wollen, können). Außerdem schreckt die überbordende Bürokratie.

Die Programme von sog. Leuchtturm-Schulen im In- und Ausland scheinen unergiebig, zumindest kaum auf andere Schulen übertragbar zu sein. Was fehlt, ist eine *Konzeption*, die hinreichend allgemein ist, um von vielen Schulen, wenigstens modifiziert, übernommen werden zu können, aber zugleich so konkret und detailliert, dass man (auch in den Fächern!) damit arbeiten kann. Eine solche Aufgabe stelle ich mir ähnlich aufwändig wie den Aufbau und die Pflege des Textsystems „Word“ von Microsoft o. ä. vor, mit vergleichbaren erforderlichen finanziellen und personellen Ressourcen, also praktisch nur kommerziell leistbar. Da würden doch wieder technische und ökonomische Faktoren auf Kosten der pädagogischen Belange im Vordergrund stehen. In den USA (und in anderen Ländern) wirkt sich die Kommerzialisierung des Bildungswesens schon drastisch negativ aus, und wir sollten das deutsche Bildungswesen vor einer solchen Kommerzialisierung bewahren, zumal der pädagogische Erfolg eines solchen Unternehmens im höchsten Maße fraglich ist.

In einer Arbeitsgruppe, die eine solche Konzeption oder auch „nur“ konkrete Software entwickelt, müssten nicht nur „die“ Pädagogen gegenüber „den“ IT-Fachleuten (auch in Personalunion) in der Mehrheit sein, sondern es müssten auch Digitalisierungsskeptiker dabei sein, auf dass alle die „schönen“ Möglichkeiten der Rechner, des Internets, der Kommunikationssysteme usw. auf ihren didaktischen, pädagogischen und sozialen Mehrwert hin abgeklopft werden.

Die Forderung nach Ausweitung der Digitalisierung der Schulen wird ja immer mit der Forderung nach der einschlägigen Fortbildung der Lehrer flankiert. Auch das ist leichter gesagt als getan. Natürlich sollten die Lehrer die Möglichkeiten kennen und wissen, wie man sie installiert, am Laufen hält und nutzt. Aber dann geht es mit der Fortbildung (i. W. in der Freizeit der Lehrer) doch erst richtig los, und da werden einerseits *pädagogische* Experten und andererseits wieder auch Skeptiker gebraucht, selbst auf die Gefahr hin, dass die IT-Euphorie flöten geht. Wir benötigen aber keine IT-Euphoriker, sondern pädagogisch denkende IT-Realisten. – Es ist gar nicht so einfach, Digitialisierungseuphoriker und -skeptiker zur Zusammenarbeit zu bringen. Das weiß ich aus eigener Erfahrung, der ich seit 1966 mit dem Computer zugange bin und in einschlägigen Arbeitskreisen mit meiner pädagogischen und didaktischen Skepsis immer wieder auch angeeckt bin. Aus meiner Sicht ist übrigens auch schon der gerne verächtlich gemachte Mail-Verkehr zwischen Lehrer und Schülern mit Hin- und Hersenden von Aufgabenblättern, Lösungen, Kommentaren usw. im pdf-Format eine vollgültige und nützliche Form von Distanzunterricht (wenn dieser denn sein muss).

Der soziale Aspekt

Der Digitalisierungsdiskurs wird schon immer, und auch in seiner corona-bezogenen Aktualität, vom gehobenen Bürgertum bestritten. Da wird der idyllischen Vorstellung von Kindern gefrönt, die dank einer ausgefeilten IT in der Schule und zu Hause lange ohne Schulpräsenz dem Lehrplan (natürlich mit Abstrichen, aber doch einigermaßen erfolgreich) gerecht werden können. – Diese Idylle ist allerdings im Frühjahr nach wenigen Wochen der allgemeinen Schulschließung verblasst. Die Kinder mussten irgendwann überhaupt wieder heraus aus den Wohnungen, unter ihresgleichen, in die struktur-liefernde Schule kommen, und die Eltern mussten entlastet werden, sei es, dass sie werktätig sind, sei es, dass die häusliche Enge doch enervierend wurde. Die Lehr-Lern-Leistungen gingen nach anfänglichen positiven Nachwirkungen des Präsenzunterrichts bald zurück. Die Gründe dafür liegen im Fehlen des physischen Zusammenseins, in der mangelnden Authentizität einer gemeinsamen Lehr-Lern-Situation, in der Auflösung der schulischen Strukturen sowie in der buchstäblichen Abwesenheit der (wie wir nicht erst seit Hattie wissen) ausschlaggebenden Person des Lehrers.

Die IT-Gläubigen werden hier einwenden, dass mit besserer technischer Ausstattung und besseren pädagogischen Konzepten bessere und längere Lernerfolge erzielt werden hätten können. Selbst wenn; so sprechen doch die sozialen Umstände gegen allzu lange Schulschließungen. Aus epidemiologischen Gründen habe ich eine solche zwar anfangs befürwortet; aber aufgrund der o. a. Argumente habe ich eingesehen, dass die Schulen noch vor den Sommerferien – allerdings unter Einhaltung strengster Hygiene-, Mundschutz-, Abstandshaltungs- und Luftreinigungsmaßnahmen – wieder geöffnet werden sollten. Die genannten einschränkenden Maßnahmen halte ich auch im laufenden Schuljahr zumindest für eine längere Zeit für unabdingbar, trotz des erforderlichen erhöhten Sach-, Raum- und personellen Aufwands, selbst auf die Gefahr hin, dass die Kinder dann immer noch weniger lernen als im echten Regelbetrieb. Auch in einem sog. Hybrid-Unterricht mit (am besten: täglichem) Wechsel von Präsenz- und Distanz-Lernen blieben diese Maßnahmen unentbehrlich, müsste mit Einbußen beim Lernen gerechnet werden und würde die Belastung der Lehrer über Gebühr steigen.

Die Corona-Politik

Kinder (unter zehn Jahren) erkranken zwar seltener und wenn, glimpflicher an Corona, aber dass sie keine „Virenschleudern“ und „Pandemietreiber“ seien, ist *nicht* belegt. Eine entsprechende Studie vom Juni 2020 behauptet das zwar, aber wenn man sich diese ein bisschen genauer anschaut, erkennt man auch als epidemiologischer Laie, dass sie diese Behauptung mitnichten hergibt (in Zeiten der umfassenden Freizügigkeitsbeschränkungen waren unter den Probanden eh nur 0,7 % der Kinder und 1,7 % der Erwachsenen infiziert, und über das Infektionsgeschehen war nichts bekannt) und daher nicht als Argument für die frühe Rückkehr zum uneingeschränkten Regelbetrieb taugt. „Den“ Kultusministern passte das angebliche Ergebnis dieser Studie von vier (!) Universitäts- (!) Kliniken (aus Baden-Württemberg) aber gut in den Kram, und so zogen sie dieses als Begründung für ihr Vorpreschen heran und ignorierten viel validere, aber im Ergebnis ihren Absichten entgegenstehende Studien aus dem Aus- und inzwischen auch aus dem Inland.

Für den Verzicht auf das Tragen von Masken im Regelunterricht beriefen sich „die“ Kultusminister dann u. a. auf eine weitere „Expertise“: Der renommierte Ärzteverband „Marburger Bund“ erklärte das Maskentragen im Regelunterricht für „sinnlos“. – Jedenfalls lauteten so die Überschriften der entsprechenden Zeitungsberichte. – Tatsächlich hatte die Verbandsvorsitzende bei ihrer Feststellung die Bedingung hinzugefügt: „wenn alle auf ihren Plätzen sitzen und Abstand sichergestellt ist“; die man unter dem Eindruck der marktschreierischen Überschrift leicht überlas. Mit dieser Zusatzbedingung wird die Feststellung jedoch trivialisiert und praktisch leer (einen Regelunterricht, wo alle Beteiligten paarweise einen Abstand von 1,50 m einnehmen, gibt es in deutschen Schulen nur als extrem seltene Ausnahme). Ob für die Unterdrückung dieser Zusatzbedingung in den Verlautbarungen „die“ Medienvertreter oder der Marburger Bund hauptverantwortlich sind, sei dahingestellt. Infolge der Wortwahl ist letzterer jedenfalls nicht ganz unschuldig. Statt „sinnlos“ hätte man z. B. weniger drastisch auch „entbehrlich“ oder „unnötig“ sagen können. Sinnlos wäre eine Maskenpflicht nämlich noch nicht einmal bei Einhaltung eines paarweisen Abstands von 1,50 m.

Eine ähnliche Stimmungsmache richtete sich gegen einen flächendeckenden Einsatz von sog. mobilen Luftreinigern (mLr). „Die“ Kultusminister stützten sich mit ihrer Ablehnung auf eine Stellungnahme des Umweltbundesamts (UBA) mit der reißerischen Überschrift „Mobile Luftreiniger in Schulen: Nur im Ausnahmefall sinnvoll“ und der Empfehlung des Lüftens als allein wirksame Strategie.

Wohl kennt das UBA die beiden einzigen Studien, die die Wirksamkeit dieser mLr zur Reduzierung von coronaviren-behafteten Aerosolen untersucht haben und voll des Lobes sind, und sonst keine, weil es (bis Mitte November 2020) keine gibt. Es kommt dann jedoch zu dem Schluss, dass „es einem generellen Einsatz der mLr kritisch gegenübersteht und ihn lediglich in Ausnahmefällen als zusätzliche Maßnahme für gerechtfertigt hält“ *(die Fälle, wo das empfohlene Lüften ungenügend funktioniert, sind nicht so selten, dass man sie als Ausnahmen bezeichnen könnte, und in solchen „Ausnahmen“ wären mLr keine zusätzliche, sondern hauptsächliche Maßnahmen)*. Die Wirksamkeit der mLr sei in vielen Fällen bislang nicht eindeutig nachgewiesen *(in welchen Fällen? und was heißt „nicht eindeutig nachgewiesen“?)*, und zudem würden sie nicht die in Unterrichtsräumen übliche Anreicherung von CO_2, Luftfeuchte und diversen geruchsaktiven Substanzen verhindern *(darum geht es doch gar nicht!)*. Zwar könnten sie corona-behaftete Partikel „teilweise entfernen“ *(hört sich nach viel weniger an als die nachgewiesene Größenordnung von über 90 %)*, aber sie müssten sehr großzügig dimensioniert sein *(na und?)*, sie erforderten eine fachgerechte Aufstellung *(na und?)*, kontinuierliche Wartung *(na und?)* sowie Austausch und Entsorgung der Filter *(im mehrjährigen Rhythmus; na und?)*. – An anderer Stelle empfiehlt das UBA stattdessen die Aufstellung von sog. CO_2-Ampeln, ein Gimmick, das 300 Euro pro Stück kostet –, als ob man nicht auf die Uhr schauen könnte, bis wann die zwanzig Minuten bis zur nächsten Lüftung um sind, bzw. (seit Jahrtausenden) mit natürlichen Rezeptoren merkt, wenn die Raumluft verbraucht ist.

Natürlich kann es sein, dass das UBA Recht hat und in seriösen Studien noch nachgewiesen wird, dass mLr tatsächlich nicht genug leisten, besonders in Relation zu den Kosten; aber dafür hat es bis jetzt keine auch nur ansatzweise überzeugende Belege geliefert. Die Naturburschen vom UBA halten eisern an ihrer Abhärtungsstrategie fest, die übrigens bei jedem gewerblichen Büro wegen der niedrigen Raumtemperaturen zu einem Aufstand der Gewerkschaft führen würde. Wohl haben die Schüler „nur“ ihre Eltern als Lobby, aber auch die Lehrer haben als Arbeitnehmer einen Anspruch auf einen Arbeitsplatz, der nicht die Gesundheit gefährdet.

„Die“ Kultusminister haben Einschätzung und „Begründung“ vom UBA übernommen. Sie müssten sonst eingestehen, dass sie ein halbes Jahr lang in dieser Angelegenheit untätig geblieben sind. Außerdem würden diese Kosten (wie gesagt, in der Größenordnung von 1 Mrd Euro) wohl nicht vom Bund getragen. – Allerdings scheint die Front zu bröckeln. In einigen Bundesländern wurden schon Behördenräume mit mLr ausgerüstet und in anderen die Mittel für die Ausstattung von Schulen damit bereitgestellt.

Hier habe ich drei Beispiele geliefert, wie auch seriöse Institutionen Nachrichten produzieren, die in der Form, wie sie der Öffentlichkeit dargeboten werden, hart an der Grenze zu „fake news“ liegen.

Seit dem Ende der Sommerferien hört man aus fast allen Bundesländern von mehr oder weniger umfangreichen Quarantäne-Maßnahmen in Schulen aufgrund von Corona-Fällen. Leider fühlt sich die KMK nicht bemüßigt, diese Vorfälle gesammelt zu veröffentlichen; wohl weil diese dann nicht mehr so vereinzelt wirken würden.

Allerdings möchte ich mich nicht an der allgemeinen Schelte „der“ Kultusminister beteiligen. Oft genug ist es zum Zwecke des schnellen Reagierens unvermeidlich gewesen, den Schulen freitags Richtlinien zu übermitteln, die alsbald (möglichst montags) umgesetzt werden sollten. In Corona-Zeiten hat es in Politik und Wissenschaft immer wieder Sinneswandel gegeben. Man denke nur daran, dass in den ersten Wochen der Pandemie die „normalen“ Masken für quasi wirkungslos erklärt wurden (vermutlich, weil zu wenige zur Verfügung standen) und sie inzwischen zum A und O des Schutzes vor Corona mutiert sind, oder an das Hin und Her, wie umfangreich getestet werden soll (wo schließlich ökonomische Argumente den Ausschlag dafür gaben, dass dem „gewöhnlichen“ Bürger der Zugang zu einem Test arg erschwert wird). – Umgekehrt fehlt halt „den" Kultusministern die Kompetenz (im doppelten Sinn), detaillierte Vorschriften zu allerlei Themen, z. B. zur Digitalisierung, zu erlassen (was immer wieder von ihnen eingefordert wird), auch wenn sie viele Monate Zeit dafür gehabt haben.

Von „den" Bildungsökonomen wird ein anderes Argument gegen die Schulschließungen eingeführt. Sie rechnen Bildungszeit in Einkommen um und kommen bei vier Monaten fehlender Schulzeit auf 3–4 % Einkommensverlust im späteren Leben. Dieser Folgerung liegen z. T. sehr windige Übertragungen von Vorkommnissen in anderen Ländern mit anderen Umständen aus anderen Zeiten zugrunde, z. B. von einem Vergleich von Schülern mit einem längeren Schulstreik einerseits mit Schülern ohne Schulstreik andererseits, – eine Situation, die bei uns aktuell doch offensichtlich nicht gegeben ist.

Die Pädagogik

Ungeachtet einer solchen primitiven Pekuniarisierung handelt es sich für die Kinder um einen Verlust an Bildung, der, wenn überhaupt, nur mit Mühe wieder ausgeglichen werden kann. In vielen Bundesländern kommt für die Mehrzahl der Gymnasiasten dieser Verlust auf die Verkürzung auf acht Schuljahre obendrauf, so dass sie jetzt nur noch über etwa G(7,5) verfügen. Diesen Schülern könnte man ruhig das weggenommene Schuljahr wieder gönnen und würde damit dem Wunsch einer großen Mehrheit von Eltern und Kindern entsprechen.

Eine noch weitergehende Idee, nämlich, in Erwartung eines breit verfügbaren Impfstoffs erst ab 2021, in allen Schulformen das Schuljahr einfach nicht zu zählen, ist leider allzu schnell in der Versenkung verschwunden. Da wäre allen Schülern ein Mehr an Bildung zuteilgeworden (laut Berechnung „der" Bildungsökonomen würden sie später etwa 5 % mehr verdienen (Scherz)). Dieses Mehr an Bildung würde ihnen angesichts einer weiteren Verlängerung der Lebenszeit und der Lebensarbeitszeit bestimmt guttun. Erfahrungen mit der Veränderung der Schulzeit um ein Jahr hat man ja bei der seinerzeitigen Umstellung des Gymnasiums von G9 auf G8 und wieder zurück in vielen Bundesländern gesammelt.

Unabhängig von der Schulform sollten vor allem nicht die Familien aus dem Blick verloren werden, wo die Voraussetzungen für ein häusliches Lernen nicht so gut wie beim gehobenen Bürgertum sind, auch wenn diese die Bildungsinteressen ihrer Kinder weniger vehement vertreten (können oder wollen). In vielen Familien fehlt es, abgesehen von Smartphones, an leistungsfähigen Endgeräten, an geeigneter Software, am Drucker mit Toner und Papier, am stabilen Internet-Anschluss, an einem hinreichend großen und ungestörten Arbeitsplatz, an einer lernförderlichen Atmosphäre, an Unterstützung durch die Eltern usw. (Und wenn dann – in der Anfangszeit der Krise – so mancher Lehrer mit unkonventionellen Mitteln die Verbindung zu seinen Schülern aufrechterhalten möchte, fährt ihm – wie in Thüringen geschehen – der oberste Datenschützer in die Parade und droht ihm ein Bußgeld an, weil er in der Notsituation vielleicht nicht alle datenschutzrechtlichen Bestimmungen penibel beachtet hat.)

Die genannten Unzulänglichkeiten lassen sich doch nicht dadurch beseitigen, dass man diesen Familien eine sog. Internet-Lern-Flatrate gewährt, pro Kind einen Computer schenkt oder leiht und – besonders kostenintensiv, aber erforderlich – Fachleute bereitstellt, die die häuslichen Computersysteme am Laufen halten. Und hier rede ich keineswegs nur von den ärmsten 5 % der Bevölkerung.

Die o. a. Gründe für das mittelfristige Scheitern des Distanzunterrichts – *alle ja unabhängig vom Grad der Digitalisierung von Schule und Wohnung* – gelten hier erst recht. Die Gefahr liegt auf der Hand, dass die Kinder mit schlechteren Voraussetzungen vom familiären Umfeld, aber auch von der eigenen Disposition her durch den Distanzunterricht zusätzlich benachteiligt werden. Und daran ändert eine noch so intensive Digitalisierung nicht nur nichts, sondern sie verstärkt diese Benachteiligung.

Fazit

Wenige Berufene und viele Unberufene haben die Corona-Krise zum Anlass genommen, noch drängender eine umfassende Digitalisierung der Schulen, und inzwischen auch der Elternhäuser, zu fordern. Von Vielen wird der Computer ohne weitere Begründung sozusagen als Allheilmittel hingestellt, womöglich aufgrund positiver Erfahrungen mit der partiellen Auslagerung von Büroarbeit in Privatwohnungen (die allerdings inzwischen in dieser Allgemeinheit auch schon wieder in Frage gestellt werden) oder mit dem Ersatz von wissenschaftlichen und geschäftlichen persönlichen Treffen durch Video-Konferenzen. Aber Bildungsprozesse mit jungen Menschen sind nun einmal etwas fundamental Anderes. Es ist eben nicht so, dass sie in der Distanzlehre gut funktionieren, wenn nur alle Beteiligten mit der „erforderlichen" Technik ausgestattet sind. Nach einiger Zeit laufen sie ins Leere. Genau das hat die Corona-Krise gezeigt.

Peter Bender, Universität Paderborn
E-Mail: bender@math.upb.de

Eine „neue" Präsenz? Lehren und Lernen an der Hochschule in Zeiten von Kontaktbeschränkungen – und danach – wirksam gestalten

Frederik Dilling, Felicitas Pielsticker, Gero Stoffels und Ingo Witzke

In Bezug auf den Einsatz digitaler Technologien hält H.-G. Weigand (2020, S. 65) in den *Mitteilungen der GDM* fest, dass der „Unterricht [...] bisher überwiegend [...] auf den Präsenzunterricht im Klassenzimmer ausgerichtet" war und die aktuelle Corona-Situation die Chance für Neukonzeptionen und kritisch-reflektierte und zukunftsorientierte Überlegungen bietet. Daran anknüpfend wollen wir überlegen, ob sich damit einhergehend dann für die Gestaltung von Lehr-Lern-Situationen, insbesondere mit Blick auf die Hochschulen, langfristig eine gewissermaßen „neue" Präsenz (in Anlehnung an den z. Zt. populären Begriff „neue Normalität") ergeben wird, bzw. bereits ergibt.

Fragen wir zunächst nach der Wortbedeutung von Präsenz. Der Duden hält als erste Wortbedeutung für den Begriff der Präsenz fest: „Anwesenheit, [bewusst wahrgenommene] Gegenwärtigkeit" (Duden, 2020). Wenn es sich nun um eine „neue" Präsenz handeln soll, wie können Lehrende und Lernende durch neu gewonnene Möglichkeiten des E-learnings oder von Kommunikationssystemen wie Zoom, WebEx oder MS Teams anwesend und bewusst gegenwärtig sein? Welche Chancen und welche Herausforderungen ergeben sich im Umgang mit dieser „neuen" Präsenz?

Eine Umfrage bei 50 Studierenden hat in Bezug und als Motivation auf dieses Thema „neue Präsenz" die in Abb. 1 gezeigte „Wortwolke" ergeben.

Die Studierenden sollten formlos zwei frei gewählte Stichworte dazu nennen, was ihnen bei der Gestaltung der „neuen" Präsenz in ihren Lehrveranstaltungen wichtig erscheint. Besonders viel Gewicht – wegen einer häufigen Nennung – haben dabei entsprechend der Hervorhebung in Abb. 1 die Stichworte „Gruppenarbeit", „klare Aufgabenstellungen", „Abwechslung in den Arbeitsformen", „Regelmäßiger Kontakt zu den Dozenten", als auch „Feedback", „klare Kommunikation" und „Zusammenarbeit" erhalten.

Weitergehend haben wir zwei Fragen formuliert, die wir mit diesem Beitrag zur Diskussion stellen möchten:

1. Wie können Lehrende und Lernende in dieser Situation „Präsenz zeigen"?
2. Wie kann Präsenz strukturiert und effizient gestaltet werden?

1 Präsenz zeigen

Einfacher als zu definieren was es bedeutet „Präsenz zu zeigen", ist es wohl pointierte Beispiele anzugeben in denen tatsächlich „keine Präsenz gezeigt wird" (gerade in Zeiten der Corona-Pandemie):

- Studierende, deren weißer (Fantasie-)Name auf schwarzem Grund im Videokonferenztool prangt und die auch nach direkter Ansprache keine Regung von sich geben;
- Dozierende, die wie non-adaptive Aufgabendatenbanken und Ressourcenmaschine wirken, ohne eigene Perspektiven sichtbar werden zu lassen.

Vorweg: Solche extremen Beispiele sind natürlich selten und eine Übertreibung zur Illustration. Für produktive Lehr- und Lernprozesse wären sie darüber hinaus Gift, insofern beide diese unterbinden. Dies gilt, nicht nur, aber insbesondere für das Lehren und Lernen von Mathematik und Mathematikdidaktik, was sich auf ganz verschiedenen Ebenen diskutieren lässt:

Das Kommunizieren (Herkunft: „lateinisch communicatio = Mitteilung, Unterredung" Duden, 2020) als allgemeine mathematische Kompetenz ist ein festes Element der normativen Setzung von Bildungsstandards (Kultusministerkonferenz, 2003). Auch bei der Frage nach „sinnstiftendem Mathematikunterricht" bilden Interaktionsprozesse, bspw. analysiert durch das epistemologische Dreieck (Steinbring, 2000) oder eingebettet in gemeinsame Erfahrungsräume (Bauersfeld, 1983) seit nunmehr vielen Jahrzehnten zentrale Gegenstände mathematikdidaktischer Forschung. Vor diesem Hintergrund soll nun die Frage in den Blick genommen werden, was es eigentlich heißen kann „Präsenz zu zeigen".

Im Anschluss an die genannten Beispiele aber auch Forderungen zur Präsenzlehre (vgl. beispielsweise www.praesenzlehre.com) sollte Präsenz wohl nicht als „bloße physische Anwesenheit" verstanden werden, sondern als Präsenz im Diskurs, in der Kommunikation oder fachspezifischer in der Auseinandersetzung mit mathematischen Gegenständen in mathematischen Kontexten.

Abbildung 1. Stichworteliste von 50 Studierenden zur „neuen“ Präsenz

Die Vielfalt der Präsenz hinsichtlich verschiedener Weisen mathematischer Auseinandersetzung, der Vielzahl mathematischer Gegenstände und der Mannigfaltigkeit mathematischer Kontexte wird zwar durch die jeweilig genutzten (Kommunikations-)Werkzeuge und Modalitäten ihres Einsatzes eingeschränkt, kann aber je nach verfolgtem Ziel der Lehr- und Lernprozesse ausgewählt und angepasst werden. An dieser Stelle soll näher darauf eingegangen werden, was es nun heißen kann, dass „Präsenz in mathematischen Lehr- und Lernsituationen gezeigt“ wird. Dazu sollen zwei Perspektiven genannt werden.

Zum einen kann man als Akteur im Lehr- und Lernprozess „Präsenz zeigen“, indem man sich selbst, möglicherweise – aber nicht notwendigerweise – zusammen mit anderen Akteuren, mit mathematischen oder mathematikdidaktischen Gegenständen in entsprechenden Kontexten auseinandersetzt. Die Präsenz des Akteurs zeigt sich dabei im Prozess und im Produkt der Auseinandersetzung. Eine fruchtbare, recht allgemeine theoretische Rahmung für solche janusköpfigen Prozess-Produkt Verknüpfungen ist das Konzept der „strukturellen Kopplung“ (Reid & Mgombelo, 2015; Steinbring, 2015). Dieses beschreibt, dass Akteure sich durch ihre Auseinandersetzung mit mathematischen Gegenständen oder weiteren Akteuren innerhalb eines mathematischen Kontexts „koppeln“. Insbesondere können strukturelle Kopplungen, je nach Akteuren, mathematischen Gegenständen und Kontexten unterschiedlich ausgestaltet sein und damit, wie bei der Beschreibung der Vielfalt der Präsenz, verschiedene Modalitäten der Auseinandersetzung ermöglichen. Zur Illustration sei hier noch einmal auf das Eingangsbeispiel der Studierenden verwiesen: Es kann sein, dass sie sich einzeln mit den mathematischen oder mathematikdidaktischen Gegenständen im Kontext der Videokonferenz auseinandersetzen, also ggf. mit den behandelten Inhalten und den Äußerungen der übrigen Akteure koppeln, nicht aber die erwünschte und prinzipiell mögliche Präsenz durch aktive Teilnahme am Gespräch zeigen.

Zum anderen kann aber auch Präsenz von Akteuren in mathematischen Lehr- und Lernprozessen explizit gezeigt werden. Dazu zeigt eine Beobachterin oder ein Beobachter eine wie eben beschriebene strukturelle Kopplung auf. Ein solcher Beobachter oder eine solche Beobachterin kann dabei natürlich auch selbst ein Akteur in der entsprechenden Auseinandersetzung sein und sogar anderen Akteuren, die an der Auseinandersetzung teilhaben, diese Auseinandersetzung explizit aufzeigen. Dazu soll hier das zu Beginn erwähnte Beispiel der Dozierenden in den Blick genommen werden. Diese ermöglichen durch ihre Bereitstellung von Aufgaben und Ressourcen zwar eine Auseinandersetzung der Studierenden mit mathematischen oder mathematikdidaktischen Gegenständen in dem von den Dozierenden bestimmten Kontext. Es findet allerdings keine (Rück-)Kopplung mit den Studierenden statt, die ggf. neue Perspektiven eröffnen könnte (Stoffels, 2020). Die Dozierenden zeigen somit in diesem Sinne keine Präsenz.

2 Präsenz strukturieren

Nachdem im vorherigen Abschnitt andiskutiert wurde, wie Studierende und Dozierende auch neben einer physischen Anwesenheit „Präsenz zeigen“ können, sollen nun Aspekte aufgeworfen werden, wie diese „neue“ Präsenz gestaltet werden kann und welche Möglichkeiten sich daraus ergeben.

Betrachtet man das klassische Vorgehen in Seminaren und Vorlesungen an Universitäten (nicht nur, aber auch) im Rahmen eines Mathematikstudiums, so lässt sich bei der Betrachtung äußerer Merkmale die Gemeinsamkeit feststellen, dass sich die beteiligten Personen (Dozierende und Studierende) über ein Semester hinweg wöchentlich für ein oder zwei Blöcke à 90 Minuten in Anwesenheit zusammenfinden (also tatsächlich „zusammensetzen“) und mathematischen oder mathematikdidaktischen Fragestellungen nachgehen. Dieses Vorgehen ist lange bewährt und die Dozierenden füllen die ihnen zugeschriebenen Zeiten zumeist mit sinnvollen Inhalten und Methoden. Dennoch stellt sich die Frage, ob eine solche vorgeschriebene Struktur zu den doch sehr individuellen Lehrwegen der Dozierenden und Lernwegen der Studierenden passt. So wird wohl jeder Dozierende bereits die Situationen erlebt haben, dass sich die zu einem Thema wichtigen Inhalte nicht sinnvoll in einen 90-Minuten-Block „packen“ lassen, spannende Diskussionen aufgrund der drängenden Zeit abgebrochen werden mussten, oder überlegt werden musste, wie man die Restzeit noch „füllen“ kann oder ob es sich lohnt, bereits das nächste Thema anzufangen.

Die seit dem letzten Semester neue Situation, den kompletten bzw. einen Großteil des Lehrbetriebs digital durchzuführen, hat Dozierende (und Studierende) natürlicherweise zunächst vor große Herausforderungen gestellt. So lässt sich das bisher übliche Vorgehen nicht ohne weiteres sinnvoll in ein digitales Format transferieren. Als kurzes Beispiel sei die Durchführung eines Seminars in wöchentlichen 90-Minuten-Blöcken per Videokonferenzsystem analog zur klassischen Seminarveranstaltung zu nennen. Diese ist für alle beteiligten Personen anstrengend und oft wenig zielführend. Um sinnstiftendes Lernen zu ermöglichen, sind neue Vorgehensweisen und insbesondere *neue Strukturen* notwendig. Die bisher sicherlich unvergleichbare Pandemiesituation hat uns damit gezwungen, das übliche Format grundlegend zu überdenken und neue Wege einzuschlagen.

Mit der Abkehr von bisher üblichen Strukturen entsteht aber auch die Freiheit, Lehr-Lern-Prozesse individueller zu gestalten. So hatten viele Dozierende wie Studierende wahrscheinlich das erste Mal echten „Vollkontakt“ mit der jeweils an der Universität „genutzten“ Lehr-Lern-Plattform, der über das Hochladen von Vorlesungs- oder Seminarfolien bzw. das Herunterladen dieser Folien hinausgeht. Es wurden oft aufwändige Lernangebote erstellt, mit denen sich Studierende mit den Inhalten auf vielfältige Weise multimodal und multimedial auseinandersetzen konnten. Damit sind die Studierenden dazu gezwungen, mehr Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess zu übernehmen und damit Präsenz zu zeigen, die weit über eine bloße Anwesenheit hinausgeht. Die eigenständigen Arbeitsphasen konnten durch gemeinsame Diskussionen in Chatportalen oder über Videokonferenzportale unterstützt werden. Die zuvor tiefe Auseinandersetzung mit dem Inhalt hat dabei im besten Fall auch eine tiefgehende Diskussion zur Folge (z. B. durch Flipped Classroom), die in so manchen Präsenzseminaren oder -vorlesungen durchaus vermisst werden konnten, da diese häufig nur auf ersten Eindrücken und teilweise einer unzureichenden Vorbereitung auf Seiten der Studierenden gründeten.

Solche fundamentalen Umstrukturierungen der Universitätslehre haben wohl auch so manche Studierende vor Herausforderungen gestellt. Das gemeinsame Bearbeiten von Aufgaben oder Wiederholen von Vorlesungsstoff in Lerngruppen oder schnelle und unkomplizierte Fragen an den Dozierenden im Anschluss an die Vorlesung oder das Seminar schienen in der neuen Situation nicht möglich. Umso wichtiger ist es in einer solchen Situation, den Studierenden umfassende Rückmeldungen zu ihren Arbeiten zu geben. Dies ist unweigerlich damit verbunden, dass die Studierenden ihre Arbeitsergebnisse aus den eigenständigen Arbeitsphasen zugänglich machen und dabei, wenn nötig auch mehr Hausaufgaben einreichen, als sie es in den vorherigen „normalen“ Semestern gewohnt waren. Die Dozierenden haben dann wiederum die Verantwortung, ausführliches Feedback bereitzustellen, sei es nun über individuell erstellte Kommentare und Anmerkungen, automatisiertes adaptiertes Feedback, Peer-Review-Verfahren oder weitere „neue“ Formen der Beurteilung und Rückmeldung. Zusätzlich ist zu beobachten, dass insbesondere Studierende in den ersten Semestern teilweise erhebliche Probleme haben, ihre Lehr- und Lernzeiten eigenständig zu strukturieren (beachtet man beispielsweise, dass notwendige Informationen teilweise erst kurz vor Abgabe von Hausübungen heruntergeladen werden). Hier erscheint es sinnvoll – neben Material für Selbstlernphasen – auch (virtuelle) verpflichtende Präsenztermine in regelmäßigen Abständen der Lehrveranstaltungen anzubieten, um die Studierenden strukturell und kontinuierlich dabei zu unterstützen, ihre Arbeitsbelastung besser zu verteilen und zu planen, sowie den inhaltlichen und sozialen Austausch zu fördern und gegebenenfalls zu initiieren, der zur erfolgreichen Bewältigung eines Studiums notwendig ist.

Mit den neuen Strukturen in Bezug auf die einzelnen Veranstaltungsthemen sind auch neue Strukturen auf Semesterebene verbunden. So scheint es im Allgemeinen in einem solchen Format nicht mehr zwingend angemessen zu sein, Veranstaltungsmaterialien wöchentlich hochzuladen und damit die Lernzeit der Studierenden zu steuern. Was spricht dagegen, wenn Studierenden bereits zu Semesterbeginn alle oder einen Großteil der Materialien zur Verfügung gestellt bekommen und diese damit ihre Semesterzeit effizient und für ihre individuelle Situation passend einteilen? Auf diese Weise kann schon früh eine große Transparenz gegenüber den Zielen und Anforderungen der Veranstaltung erreicht werden, die beispielsweise auch die Studierenden der Umfrage aus der Einleitung dieses Beitrages für wichtig halten. Dieses Vorgehen steht übrigens auch nicht im Widerspruch dazu, sich darauf zu verständigen, bis zu einem bestimmten Termin einen gewissen Teil des Veranstaltungsinhalts vorbereitet zu haben, um sich dann gemeinsam über diese Inhalte informiert austauschen zu können.

3 Diskussion(seinladung)

Schon seit einiger Zeit, auch schon vor Covid-19 und den damit verbundenen Herausforderungen aufgrund notwendiger Kontaktbeschränkungen, wurde in vielen Zusammenhängen eine oft negativ konnotierte „Präsenzkultur“ diskutiert. Gemeint war damit vorwiegend, dass „Präsenz zeigen“ als physisches Verweilen an einem vorgegebenen Arbeitsort verstanden wurde und dabei nicht mit Produktivität zu verwechseln sei. Die letzten Monate haben erzwungenermaßen eine so verstandene Präsenzkultur unmöglich gemacht und überall, insbesondere auch an Hochschulen, das Definieren und Umsetzen neuer Zugänge zur Präsenz notwendigerweise erfordert, die sicherlich einen nachhaltigen Effekt auf Lehr-/Lernformen und Arbeitsformen haben werden. Unser Beitrag möchte dazu einladen, in eine breite Diskussion dazu einzusteigen, was „Präsenz zeigen“ bedeuten kann und wie diese Präsenz mit Blick auf die Erfahrungen aus den letzten Monaten in Zukunft gestaltet werden sollte.

Die hier mit dem Begriff Präsenz verknüpfte aktive Auseinandersetzung mit mathematischen Gegenständen in mathematischen Kontexten ist selbstredend nicht neu und findet sich in einer Vielzahl theoretischer Rahmungen, z. B. dem aktiv-entdeckenden Lernen, und mathematikdidaktischer Prinzipien, wie dem produktiven Üben, dem Prinzip der Selbsttätigkeit, usw.

Zum Abschluss und zur gemeinsamen Diskussion soll noch einmal der Fokus dieses Beitrags in den Blick genommen werden – auch anschließend an die anfangs angesprochene Frage von Weigand (2020, S. 67) in den Mitteilungen der GDM:

> [W]elche der in der Notsituation des virtuellen Unterrichts evtl. spontan und intuitiv entwickelten Ideen (im Hinblick auf den Einsatz digitaler Technologien) auch in der Nach-Corona-Zeit bestehen bleiben sollten, dann aber – hoffentlich – in enger Wechselbeziehung zum realen Unterricht.

Es gilt aus unserer Sicht – gerade in Zeiten der Pandemie – keinen Diskurs ausschließlich über technische und nicht-technische (Un-)Möglichkeiten für mathematisches oder mathematikdidaktisches Lernen zu führen, sondern darum, Präsenz im obigen Sinne von den Dozierenden, Studierenden, Lehrer*innen sowie Schüler*innen zu gestalten, zu fordern und zu fördern.

Ob es ein „Zurück“ in den „traditionellen“ Präsenzlehrbetrieb geben wird oder die neue Expertise in Bezug auf neue Veranstaltungsformate genutzt wird, zeigt sich zukünftig. Bei der Diskussion sollte aber die Ganzheitlichkeit von Lehren und Lernen in den Blick genommen werden. Diese wird zwar beeinflusst von technischen oder organisatorischen Aspekten, ist aber nicht ausschließlich durch diese beschränkt. Wie lässt sich somit „Präsenz“ gestalten?

Literatur

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik* (S. 1–57). Köln: Aulis.

Duden (2020). *Kommunikation, die*. Verfügbar unter https://www.duden.de/rechtschreibung/Kommunikation#rechtschreibung

Duden (2020). *Präsenz, die*. Verfügbar unter /www.duden.de/rechtschreibung/Praesenz.

Kultusministerkonferenz (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss Beschluss vom 4.12.2003*. Verfügbar unter /www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf.

Reid, D. A.; Mgombelo, J. (2015): Survey of key concepts in enactivist theory and methodology. *ZDM*, 47(2), 171–183. doi:10.1007/s11858-014-0634-7.

Steinbring, H. (2000): Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion — Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. *JMD*, 21(1),28–49. doi:10.1007/BF03338905.

Steinbring, H. (2015): Mathematical interaction shaped by communication, epistemological constraints and enactivism. *ZDM*, 47(2), 281–293. doi:10.1007/s11858-014-0629-4.

Stoffels, G. (2020): *(Re-)Konstruktion von Erfahrungsbereichen bei Übergängen von empirisch-gegenständlichen zu formal-abstrakten Auffassungen*. Siegen: universi.

Weigand, H.-G. (2020). Was lehrt uns das „Lernen zuhause" im Hinblick auf den (zukünftigen) Einsatz digitaler Technologien im Mathematikunterricht. *Mitteilungen der GDM*, 109, 63–67.

Frederik Dilling, Universität Siegen
E-Mail: dilling@mathematik.uni-siegen.de

Felicitas Pielsticker, Universität Siegen
E-Mail: pielsticker@mathematik.uni-siegen.de

Gero Stoffels, Universität Siegen
E-Mail: stoffels@mathematik.uni-siegen.de

Ingo Witzke, Universität Siegen
E-Mail: witzke@mathematik.uni-siegen.de

Das Digitale als Bildungsherausforderung für den Mathematikunterricht? (Un-)Zeitgemäße Betrachtungen

Andreas Vohns

Wenn im Folgenden vom „Digitalen" als Bildungsherausforderung gesprochen werden soll, so nehme ich das ganz wörtlich: Ich beginne mit einer kurzen begrifflichen Klärung, sage also so knapp als möglich, was ich unter „Bildung" und dem „Digitalen" verstehen möchte, das da die Bildung herausfordert.

Im Hauptteil „Konzepte und Herausforderungen" stecke ich dann das Feld „Digitale Bildung" ab, in dem ich mich kurz mit fünf (bzw. ggf. sechs) verschiedenen Konzeptionen digitaler Bildung auseinandersetze, die man, je nach Sichtweise, in das 2016er Papier „Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft: Strategie des Bundesministeriums für Bildung und Forschung" (BMBF, 2016) und seinen erweiterten Wiedergänger „Digitalisierung gestalten: Umsetzungsstrategie der Bundesregierung" (Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2020) herein bzw. aus ihnen herauslesen kann. Das Herein- oder Herauslesen ist dabei nicht nur das, was ich da persönlich heraus bzw. darin hereinlese, ich beziehe mich insbesondere auch auf offizielle Verlautbarungen von GDM und DMV, die bei diesem Thema zum Teil ungewohnt getrennt „marschieren", wenn man diese militärische Metapher einmal bemühen darf.

Ich spitze dann die Überlegungen zu Bildungsherausforderungen zu sieben Thesen zu, die sich im Feld dieser fünf (bzw. sechs) Konzepte für Mathematikunterricht herauskristallisieren.

Bildung und Digitales: Begriffsklärung

Bildung

Bei der Bildung will ich mich kurz fassen, ich hatte da vor zwei Jahren im Arbeitskreis „Mathematik und Bildung"[1], schon einmal über deren „absoluten Kern" spekuliert (vgl. Vohns, 2018), so hoch will ich das hier gar nicht hängen. Hier möchte ich *Bildung als pädagogische Kategorie* zumindest von zwei verwandten Begriffen jeweils durch ein charakteristisches Merkmal abgrenzen, ohne dessen Vorliegen ich die Verwendung der Vokabel „Bildung" eigentlich für überflüssig halte, bzw. eben für „Etikettenschwindel".

Ein gebräuchliches Einführungswerk in die Pädagogik (Seel & Hanke, 2015, S. 14) hält zur Erziehung fest:

> Der Begriff der *Erziehung* beschreibt Prozesse, die Personen (in der Regel Kinder oder Jugendliche) *unter Anleitung anderer* durchlaufen, um ihre intellektuellen, emotionalen, geistigen, sozialen und physischen Fähigkeiten zu entwickeln (= *Personalisation*) und zu vollwertigen Mitgliedern der sozial-kulturellen Gemeinschaft zu werden, der sie angehören (= *Sozialisation/Enkulturation*).

Bei der Erziehung gibt es, so Volker Ladenthin (2014), immer diese asymmetrische Dyade von Erzieher*in und Zögling, Lehrperson und Schüler*in,

[1] Der vorliegende Text ist die nur geringfügig überarbeitete Fassung des Manuskripts eines Vortrags, der auf der Online-Herbsttagung dieses Arbeitskreises am 30. 10. 2020 gehalten wurde und (dem Thema angemessen) unter https://youtu.be/4G_RCu5b4G4 auch als Video angesehen werden kann.

Eltern und Kindern usw. und der Begriff der Erziehung beschreibt genau die Prozesse, die von außen auf die Person wirken.

Wenn es gut läuft, passiert dabei dann etwas mit den Zöglingen, Schüler*innen oder Kindern, was man als *Bildung* bezeichnen könnte. Bildung bezeichnet gemäß der oben genannten Quelle (Seel & Hanke, 2015, S. 14) im

> Unterschied zur *Erziehung*, die als gezielte Einflussnahme auf die Sozialisation und Personalisation von außen nach innen wirken will, [...] *den in der Person ablaufenden Prozess* des Sichherausbildens eines Selbst- und Wertbewusstseins, das auf die Außenwelt gerichtet ist und zeitlich überdauernd das Handeln der Person in unterschiedlichen Lebensbereichen beeinflusst.

Man kann das auch ganz formelhaft und bündig so sagen: Man kann den Menschen wohl auch gegen seinen Willen erziehen, aber bilden kann er sich nur selbst. Zweiteres setzt stets einen bewussten, in aller Regel wohl auch selbstreflexiven Prozess voraus. Oder man sagt es noch etwas blumiger, wie Volker Ladenthin (2014, S. 287), der die Beziehung zwischen Erziehung und Bildung durch die Leitfrage bestimmt sieht, „wie man jemanden durch äußere Einwirkungen dazu bestimmen (kann), sich nicht durch äußere Einwirkungen bestimmen zu lassen".

Bleiben wir noch kurz bei Ladenthin (2014, S. 287), der „Bildung" hier im pädagogischen Sinne auch noch einmal von „Lernen" abgrenzt, in dem er festhält:

> Der Behaviorismus z. B. fragt, wie man Verhalten ändern kann: Das aber ist *nicht* die Frage der Pädagogik. Ihre Frage lautet: Wie kann man jemanden auffordern, sein Handeln nach dem zu richten, was er als richtig und gut selbst eingesehen hat, ohne die Aufforderung als Geltungs*grund* anzusehen?

Bildung setzt also eine *einsichtsvolle Veränderung* von Verhalten voraus. Wenn es erlaubt ist, nicht völlig mit der idealistischen Tradition des Bildungsbegriffs zu brechen, dann würde ich diesen Anspruch noch etwas verschärfen und führe den üblichen Kronzeugen an: Bei Wilhelm von Humboldt (1809/2017, S. 134) heißt es, dass für die allgemeine Bildung jede Kenntnis oder Fertigkeit „tot und unfruchtbar" sei,

> die nicht durch vollständige Einsicht der streng aufgezählten Gründe, oder durch Erhebung zu einer allgemeingültigen Anschauung (wie die mathematische und ästhetische) die Denk- und Einbildungskraft, und durch beide das Gemüt erhöht.

Für die reine Ausbildung müsse man sich gemäß Humboldt (1809/2017, S. 134) „sehr oft auf in ihren Gründen unverstandene Resultate beschränken, weil die Fertigkeit da sein muss, und Zeit oder Talent zur Einsicht fehlt." Wobei Humboldt hinzufügt, dass es gerade eine Hauptaufgabe der Bildung sei spezielle berufliche Ausbildung „so vorzubereiten, dass nur für wenige Gewerbe noch unverstandene, und also nie auf den Menschen zurück wirkende Fertigkeit übrigbleibe."

Bildung setzt also nicht nur voraus, dass man verstanden und akzeptiert hat, warum man sich selbst verändern, sich einem „Bild" anformen soll, sondern setzt auch immer voraus, dass man die Verhaltensänderung selbst in ihren Konsequenzen soweit irgend möglich absehen, verstehen kann.

Mir scheint das ganz zentral: Zur Bildung gehört, dass man danach nicht nur etwas Neues kann oder sich anders verhält, sondern dass irgendetwas mit der Person als solcher passiert ist und das setzt notwendig voraus, dass man einen bewussten, selbstverantworteten, ja reflektierten Prozess durchlaufen hat.

Digitales / Digitalisierung

Verlassen wir die idealistischen Höhen und kommen zu etwas ganz Schnödem: Was soll *das Digitale* sein, über das hier geredet wird? Ich mache das hier total pragmatisch:

> alle Werkzeuge und Medien, die Elektrizität „verbrauchen"[2] und, insofern sie sich unmittelbar an (sehende) Menschen richten, in der Regel auf eine grafikfähige Anzeige angewiesen sind und / oder insbesondere dort, wo sie das nicht tun, irgendetwas selbstständig leisten, von dem man dachte, dass es Menschen dafür benötigt.

Da fehlen jetzt rein auditive Medien, also etwa das gute alte Radio, und nicht-grafikfähige Taschenrechner fallen wohl auch heraus, aber sonst ist meines Erachtens eh alles dabei, was da herein gehört, insbesondere, aber nicht nur alle Formen von „Computern" im weitesten Sinne und deren Zusammenschluss in Netzwerken.

[2] Physiker*innen werden mindestens monieren, das Elektrizität ja nicht verbraucht wird, Informatiker*innen werden die Definition kritisieren, weil sie das Paar „digital" vs. „analog" nicht aufgreift. In beiden Fällen winde ich mich mit der Aussage heraus, dass es mir hier um den im gesellschaftlichen Sprachgebrauch typischen Begriffsinhalt und -umfang geht und nicht darum, was Spezialist*innen in ihren internen Diskursen schön säuberlich hergerichtet haben, denn das tangiert die gesellschaftlichen Diskurse bei einem „Scharnierbegriff" wie Digitalisierung nur sehr bedingt.

„Werkzeuge“ und „Medien“ verwende ich im Wesentlichen wie Heymann (1996, S. 138/9): Ein *Werkzeug* ist etwas, mit dem man eine bestimmte Tätigkeit leichter ausführen kann, als wenn man es nicht hätte (also etwa ein Hammer, der das Nägel-Einschlagen erheblich vereinfacht), über ein *Medium* findet vorwiegend der Austausch von Informationen statt (Buch, Zeitung). Das ist wohl keine disjunkte Beschreibung, so ist etwa jedes Massenmedium potentiell auch ein hervorragendes Propagandawerkzeug.

Eine Ergänzung scheint mir dabei wichtig: Bei Digitalem wird zunehmend auch an „smarte Werkzeuge“ gedacht, also elektronische Geräte, die etwas ohne Zutun des Menschen leisten, bei dem man eigentlich gedacht hat, dass das ohne Mensch nicht geht. Maschinen also, die nicht einfach die Fähigkeiten des Menschen erweitern, sondern ihn ein Stück weit überflüssig machen (Roboter oder intelligente Maschinen im weitesten Sinne).

Digitalisierung bezeichnet dann meinem Verständnis nach gleichzeitig zwei Phänomene, die sich als Transformationsprozesse auffassen lassen:

- einerseits den Umstand, dass in der Gesellschaft oder einem gesellschaftlichen Teilsystem (auf Mikro-, Meso- oder Makroebene) zunehmend auf „das Digitale“ zurückgegriffen wird, sowie
- andererseits und insbesondere alle Folgeerscheinungen, die dadurch in der Gesellschaft oder einem gesellschaftlichen Teilsystem (auf Mikro-, Meso- oder Makroebene) hervorgerufen werden, unabhängig davon, ob intentional oder rein emergent.

Oder nochmal beispielgebunden: Digitalisierung bezeichnet *einerseits* den Umstand, dass in der Gesellschaft oder einem gesellschaftlichen Teilsystem egal in welchem Maßstab, sei es in einem einzelnen Betrieb oder gleichzeitig in allen Schulklassen in Deutschland die Bedeutung des wie oben verstandenen „Digitalen“ zunimmt, weil es jetzt auf einmal einen Roboter gibt, der die Arbeitsschritte von zehn langjährigen Mitarbeiter*innen im Betrieb überflüssig macht oder auf einmal alle Schüler*innen ihre Lehrperson nicht mehr im Zimmer vor sich stehen haben sondern getrennt durch zwei Bildschirmoberflächen miteinander kommunizieren.

Das macht schon deutlich, dass vielleicht entscheidender ist, dass zur Digitalisierung eben auch alle durch solche Umstellungen hervorgerufenen gesellschaftlichen Transformationsprozesse gehören bzw. mit dem Begriff immer schon mitgemeint sind, und zwar unabhängig davon, ob solche Transformationsprozesse bewusst gestaltet werden oder bloß emergieren.

Diesbezüglich ist schon hier festzuhalten, dass alle mir bekannten politischen Strategiepapiere zur „Digitalisierung“ davon ausgehen, dass diese faktisch „alternativlos“ ist, sich jedenfalls gesamtgesellschaftlich betrachtet gar nicht verhindern lässt, sondern es nur um die Frage gehen kann, wie man sie bewusst gestalten kann. Im Sinne von Roland Fischer (2012) wäre eine *bewusst gestaltete Digitalisierung* automatisch schon ein gesellschaftlicher Bildungsprozess. Was natürlich noch in keiner Weise klärt, was in der Schule oder im Mathematikunterricht zu passieren hat. Und da gehen die Meinungen auch etwas auseinander, ob und wie nämlich Schule auf Digitalisierung außerhalb von Schule und Unterricht durch *bewusst gestaltete Digitalisierung von Schule und Unterricht* reagieren soll. Fokussieren wir unseren Blick also ganz auf den Mathematikunterricht.

Konzepte und Herausforderungen „digitaler Bildung“

Quelle meiner Überlegungen sind wie gesagt vor allem die deutschen bildungspolitischen Dokumente „Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft“ (BMBF, 2016) und „Digitalisierung gestalten: Umsetzungsstrategie der Bundesregierung“ (Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2020). Dazu nehme ich vor allem zwei Stellungnahmen her, die als Reaktion auf den ersten Text von GDM (2017) und DMV (2016) in trauter Zwietracht herausgegeben wurden. Ich ergänze das dann durch allgemeine Wahrnehmungen zur Mathematikdidaktik, bei denen ich mich nicht immer sklavisch an einen Zitierzwang gebunden fühle und wo dann Einspruch besonders leicht sein sollte.

Konzepte

Insgesamt würde ich die „Digitale Bildung“ derzeit mit Blick auf Mathematik in im wesentlichen fünf (ggf. auch sechs) Idealtypen repräsentiert sehen, die in recht unterschiedlichem Ausmaß mit der politischen Agenda konform gehen:

1. *Pragmatische digitale Grundbildung*
2. *Praktische Berufsvorbildung*
   durch IKT-Training + ggf. Programmierung
3. *Theoretische Berufsvorbildung*
   durch Mathematik (& Informatik)
4. *“Critical Digital Literacy”*
   (≈ Algorithmische Mündigkeit)
5. *“Business as Usual”* (Aussitzen)

Erstens meint eine pragmatische digitale Grundbildung, vielleicht vergleichbar mit der mathematischen Grundbildung, wie sie PISA anstrebt oder wenigstens anzustreben behauptet, also etwas, dass allen Menschen entweder ganz privat im Alltag und/oder als Bürger*in unabhängig vom Beruf später einmal relativ unmittelbar nutzen können sollten.

Zweitens und drittens sind Konzeptionen, die deutlicher darauf abheben, dass Schule eben auch Vorqualifikation für die Ausübung von Berufen ist, Schule also auch auf die Arbeitswelt vorzubereiten habe, die ihrerseits durch Digitalisierung geprägt ist. Es geht dort auch ganz handfest darum, das Arbeitskräftepotential für Berufe im MINT-Bereich hinreichend groß zu bekommen, was üblicherweise auch gewisse genderspezifische Bemühungen nach sich zieht, da die Zuneigung zu diesen Feldern stark gegendert ist.

Darunter würde ich dann noch einmal unterscheiden wollen, wie mittelbar oder unmittelbar das durch stärkeren Einbezug des Digitalen in Schule und Unterricht selbst passieren soll, es geht nämlich einerseits (oben 2.) darum, eine Basisqualifikation im Bereich der Informations- und Kommunikationstechnologie (so Textverarbeitung, Präsentationssoftware, vielleicht noch etwas Tabellenkalkulation und Datenbanken) oder sogar Programmieren für alle Schüler*innen zu fordern, andererseits (oben 3.) wird auch argumentiert, man müsse die theoretischen Grundlagen des Digitalen erfassen können und da käme man eben letzten Endes auf Mathematik, allenfalls „echte" Informatik, nicht bloß dieser IKT-Krimskrams.

Katja Lengnink hat uns letztes Jahr im Arbeitskreis „Mathematik und Bildung" ihr Konzept „Algorithmischer Mündigkeit" vorgestellt, welches ich mal unter eine Klasse von Bildungskonzeptionen subsummieren würde, die so etwas wie „critical literacy" für Digitales und Digitalisierung etablieren wollen, also eine nicht rein pragmatische digitale Grundbildung, die bloß digitale Kompetenzen vermitteln will, sondern eine, welche die mit Digitalisierung mitgemeinten Transformationsprozesse selbst zum Bildungsgegenstand macht.

Während man Spurenelemente aller vier bislang genannten Konzeptionen auch in den politischen Strategiepapieren finden kann, kommt die fünfte dort nicht vor, nämlich das Aussitzen („business as usual") bzw. die Position, dass man auf Digitalisierung am Besten dadurch reagiert, dass man eben nicht (proaktiv) agiert. Das klingt banal, aber das ist eine ganz interessante und meinem Eindruck nach auch unter Lehrpersonen recht verbreitete Position. Interessant deshalb, weil sich dort eher reformpädagogisch bewegte Pädagoginnen und Pädagogen offenbar genauso gut einfinden können, wie es stockkonservative Mathematiklehrende in technischen Studiengängen (nicht nur, aber besonders) an Fachhochschulen können.

Doch genug der Frotzelei, schauen wir mal, was die deutsche Bundesregierung hochoffiziell zur Digitalisierung bzw. Digitalen Bildung verlautbart hat. Die Bundesregierung will,

> dass alle Menschen die Chancen der Digitalisierung nutzen können. Sie sollen den digitalen Wandel selbstbestimmt mitgestalten und verantwortungsvoll mit den Risiken umgehen können. Deswegen müssen wir in die digitalen Kompetenzen der Menschen investieren. Dafür werden wir in allen Bereichen mehr Angebote bereitstellen und unser Bildungssystem noch stärker auf das digital geprägte Leben, die digitale Arbeits- und Wirtschaftswelt und die digitale Wissensgesellschaft ausrichten. (Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2020, S. 10)

Als *advocatus amicii* will ich hier zunächst festhalten, dass diese Willensbekundung in der Tat Minimalanforderungen an ein Bildungskonzept genügt, wenn gefordert wird, dass alle Menschen *den digitalen Wandel selbstbestimmt mitgestalten* und *verantwortungsvoll mit den Risiken* umgehen können sollen.

Es handelt sich durch den zweiten Absatz dann erkennbar um ein *pragmatisch qualifizierendes* Bildungskonzept, es geht um den Aufbau von Kompetenzen, die in der digitalen Wissensgesellschaft gefordert sind. Auffällig ist, dass hier und an vielen anderen Stellen des Papiers zwar davon gesprochen wird, dass schulische Bildung sich *wegen der Digitalisierung* verändern müsse, damit man dann außerhalb von Schule besser mit der Digitalisierung zurecht käme. Digitalisierung als pädagogische Chance *sui generis*, also: weil man Ziele, die ohne Digitales eh auch wichtig gewesen wären, jetzt anders oder besser erreichen könnte, kommen hier nicht vor und bleiben auch sonst in beiden genannten Papieren sehr, sehr spärlich.

Tatsächlich wäre zu fragen, ob man nicht oben besser auch noch

6. *Digitales als Unterrichtstechnologie*
   (mit Prädikat „pädagogisch wertvoll")

hätte aufnehmen sollen, denn wir werden später sehen, dass diese Denkfigur in den didaktischen Publikationen sehr wohl auftaucht und geradezu als Demarkationslinie zwischen pädagogisierter und politisierter Digitalisierung herhalten könnte. Auch hier bin in aber zunächst bereit, den "benefit of the doubt" gelten zu lassen und entschuldige das Fehlen von Digitalisierung als pädagogischer Maßnahme *sui generis* mal mit dem deutschen Bildungsföderalismus, der im „Digitalpakt Schule" darauf hinausläuft, dass der Bund für die Finanzen, die Hardware und die Cloud zuständig ist und es die Länder dann erklärtermaßen pädagogisch und lehrer*innenbildnerisch richten sollen.

Mit der Referenz auf „die digitale Wirtschafts- und Arbeitswelt" zeichnet sich im Zitat oben bereits ab, was auch den Rest dieses Papiers durch-zieht, dass nämlich Digitalisierung in der Schule sehr deutlich auch als Berufsvorqualifikation für eine zunehmend digitalisierte Arbeitswelt gesehen wird. Woran per se erst einmal auch nichts Verwerfliches ist, was aber bei eher an idealistischen Bildungstraditionen anhängenden Menschen schnell zu Abwehrreaktionen führt.

Die Strategie der Bundesregierung modifiziert mit Blick auf die Bildungskonzeption allenfalls moderat das, was man schon 2016 im Strategiepapier zur „Bildungsoffensive digitale Wissensgesellschaft" lesen konnte. Wobei man bis 2020 vielleicht sogar etwas Kreide gefressen hat, denn in BMBF (2016, S. 7) hieß es zwar auch, dass Bildung „ungeachtet der Veränderungen in Mediennutzung und Arbeitswelt" (a. a. O.) bedeuten müsse, die „bekannte Herausforderung" (a. a. O.) zu adressieren, zu klären, wie „Jugendliche wie Erwachsene müssen selbstbestimmt und verantwortungsbewusst handeln können" (a. a. O.), dem werden aber unmittelbar zwei weitere Herausforderungen an die Seite gestellt, die deutlich handfester ökonomisch daherkommen:

- Sie [Jugendliche und Erwachsene – A. V.] müssen fortlaufend die Qualifikationen erwerben, die für eine sich wandelnde Arbeitswelt nötig sind.
- Aus-, Fort- und Weiterbildung müssen die Innovations- und Wettbewerbsfähigkeit des Standorts Deutschland sichern (BMBF, 2016, S. 7).

Spätestens mit dem letzten Punkt sind wir dann an einer Stelle, wo jetzt dann vielleicht doch nicht jede*r aus dem pädagogischen Milieu zuallererst dran denkt, wenn er oder sie „Bildung" hört (zumindest die idealistisch vorbelasteten unter den Angehörigen des Milieus werden das beinahe als Antithese von Bildung empfinden).

Und jetzt spiele ich kompensatorisch gleich wieder *advocatus amicii* und betone, dass dieses Papier an ganz prominenter Stelle hervorhebt, dass „in dem Maße, in dem Routinefähigkeiten automatisiert werden können, die Bedeutung kreativer und sozialer Fähigkeiten zunehme". Auch das ist hier ganz beinhart ökonomisch gedacht: Wenn demnächst viele einfache Routinetätigkeiten durch Roboter und andere Automaten und Algorithmen übernommen werden, wir aber weiter alle Menschen in Lohn und Brot halten wollen, dann müssen wir schauen, dass die in den letzten Bastionen der Menschen, dem Sozialen und der Kreativität, etwas weiterbringen. Gleichzeitig soll es natürlich die Pädagog*innen in uns ansprechen, die von jeher erklärtermaßen die geistigen Kräfte des Menschen wecken, ihre Kreativität fördern und ihn zum sozialen Wesen sich entwickeln lassen wollten. Und auch wir als Mathematikdidaktiker*innen fühlen uns angesprochen, die wir Mathematik für eine kreative Betätigung halten, die wir aus den Fängen der Aufgabendidaktik und der unverstandenen Rechenprozeduren zu befreien schon seit wenigstens 50 Jahren uns bemühen.

Herausforderungen: Sieben Thesen

Wird das nun alles leichter werden? Man darf sehr skeptisch sein, meines Erachtens werden die Herausforderungen eher größer, was ich im Folgenden anhand von sechs Thesen entfalten möchte.

These 1: Die organisierte deutschsprachige Fachdidaktik Mathematik rahmt „Digitale Bildung" überwiegend als Problem der Potentiale und Grenzen digitaler Medien und Werkzeuge für fachspezifisches Lehren und Lernen – im politischen Diskurs spielt das (bestenfalls) eine untergeordnete Rolle.

Das ist jetzt erst einmal eine Feststellung und gar nicht unbedingt als Kritik gemeint. Dass sich Frau Merkel und ihr Kabinett jetzt nicht persönlich mit der Frage auseinandersetzen, ab welchem Schuljahr DGS oder CAS sinnvoll eingesetzt werden können und wie das das Lernen von Geometrie und Algebra verändert, ist ja an sich nicht weiter verblüffend. Und dass es umgekehrt den Mathematikdidaktiker*innen in erster Linie um das Lernen von Mathematik geht, das ist ja nur recht und billig.

Es besteht aber doch die Gefahr, dass man bezüglich der Digitalisierung aneinander vorbei redet bzw. dass es Zielinkongruenzen gibt, die potentiell auch zu Zielkonflikten führen können. Aber zunächst bin ich den Leser*innen einen Beleg für diese These schuldig. Zur Hälfte, nämlich bzgl. der Politik, sehe ich diesen schon als weitgehend erfolgt an: Digitalisierung in der Schule soll auf Digitalisierung in Gesellschaft und Arbeitswelt vorbereiten. Sie ist zwar pädagogisch zu gestalten, wie insbesondere das Bildungsministerium in seinem Papier nahezu gebetsmühlenartig wiederholt, sie ist aber in erster Linie keine rein pädagogische Maßnahme in dem Sinne, dass sie unabhängig von der Digitalisierung außerhalb von Unterricht einfach nur pädagogische Potentiale digitaler Medien und Werkzeuge für etwas erschließen wollte, was auch unabhängig von der Digitalisierung Bedeutung hätte.

Die von der GDM (2017) als Reaktion auf die Bildungsoffensive „digitale Wissensgesellschaft" veröffentlichte Stellungnahme macht hingegen schon im Titel unmissverständlich klar, dass sie Digitalisierung zuvorderst als pädagogische Maßnahme versteht, sie begreift diese als (vielleicht letzte?) „Chance für den fachdidaktisch reflektierten Einsatz digitaler Werkzeuge" GDM (2017, S. 39). Dieser Eindruck erhärtet sich in den zentralen „talking points" des Papiers:

1. Digitale Kompetenzen seien „um spezifische Kompetenzen für ein gelingendes fachliches Lehren und Lernen mit digitalen Medien" (GDM, 2017, S. 40) zu erweitern.
2. Man müsse dazu fachspezifische „Qualitätsstandards digitaler Lernmedien" (a. a. O.) (insbesondere die von einigen kritisch, zum Teil wohl auch angesichts der Popularität neidisch beäugten oder als Konkurrenz empfundenen "open educational resources") um die Analyse „ihre Potentiale und Grenzen für ein fachspezifisches Lehren und Lernen" (a. a. O.) ergänzen.
3. „Sollen digitale Medien in Lernsituationen verwendet werden, dann sollten sie auch in Prüfungen – zumindest teilweise – verbindlich sein." (GDM, 2017, S. 41) – darauf gehe ich an späterer Stelle in einer eigenen These noch näher ein.
4. Bei allen Bemühungen müsse die Maxime lauten: „Der Einsatz digitaler Medien für den Fachunterricht ist immer *auch* daran zu messen, inwieweit er den verständigen Zugang zu mathematischen Begriffen und Verfahren befördert und festigt." (a. a. O.)

Wäre das ganze ein Deutschaufsatz und das BMBF eine gestrenge Lehrperson, so wäre nicht ganz auszuschließen, dass sie an den Aufsatz „Thema verfehlt, Sechs" notiert hätte. Jedenfalls ist ein eigentümlicher Unwillen oder ein Unverständnis dafür spürbar, dass es der Politik um Digitalisierung als „Bildungs und Qualifikationsinhalt" eigenen Rechts und eben nicht nur als Unterrichtstechnologie zur besseren Erreichung fachlicher Ziele geht. Darum geht es in diesem GDM-Papier allenfalls im „auch" des letzten zitierten Satzes, welches zumindest indirekt anerkennt, dass Digitalisierung in der Schule auch andere Aspekte und Ziele haben könnte, als ein (offenbar ohnehin schon geklärtes) optimales fachliches Lernen zu unterstützen.

Wie gesagt: Man kann das inhaltlich und strategisch sogar verstehen, man sucht sich seine Nische, aber potentiell kann das auch konfliktbehaftet sein, denn man segelt da so ein Stück weit unter „falscher Flagge" bzw. versucht etwas in die Digitalisierungs-Strategie herein zu lesen, was in dieser eben gar nicht so direkt herinnen steht.

These 2: (Nicht nur, aber insbesondere) Fachmathematik und Mathematikdidaktik haben divergierende Einschätzungen dazu, in welchem Maße im Mathematikunterricht durch Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge „Routinetätigkeiten automatisiert werden können" (bzw. sollen) und „die Bedeutung kreativer & sozialer Fertigkeiten" zunimmt (bzw. zunehmen soll).

Hier würde ich, mit Blick auf die gerade präsentierte GDM-Stellungnahme, die Position der organisierten deutschsprachigen Fachdidaktik nämlich so sehen, dass diese eher geneigt ist, den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge als Chance zu begreifen, besseren Mathematikunterricht zu machen. Und das heißt jedenfalls teilweise, das als tendenziell stupide empfundene, oft mit wenig Verständnis verbundene Einpauken von Routineverfahren, die insbesondere CAS-fähige Geräte in aller Regel nahezu vollständig übernehmen könnten, zu reduzieren, um mehr einsichtsvolles und kreatives Lernen und Arbeiten zu ermöglichen.

Wie sieht das die Deutsche Mathematiker Vereinigung (bzw. sah es im Jahr 2016)? Ich zitiere eine eilig zum Digitalisierungs-Gipfel der Bundesregierung herausgegebene Pressemitteilung (DMV, 2016), solche mit der heißen Nadel gestrickten Anlass-Papiere führen ja bisweilen dazu, dass man besonders pointiert und unzensuriert die ureigene Position kund tut:

> Vollständig digital kompetent ist und bleibt auf lange Sicht nur, wer die theoretischen Grundlagen versteht.
> Diese Grundlagen entstehen nicht als Nebeneffekt beim Lernen mit digitalen Medien, sondern müssen separat und fokussiert im Unterricht vermittelt werden. Digitale Medien können und sollten hierzu nur ergänzend eingesetzt werden. Nach Erfahrung der überwältigenden Mehrheit der Mathematikerinnen und Mathematiker weltweit sind Tafel, Papier und das direkte Unterrichtsgespräch meist viel besser geeignet.
> Auch dürfen diese Grundlagen nicht allein Hochbegabten oder digital Affinen vorbehalten bleiben, sondern müssen Teil der Allgemeinbildung werden.

Lesen wir das gemeinsam noch einmal Schritt für Schritt: Der besondere „Spin" der DMV liegt darin, Mathematik als „theoretische Grundlage" der Digitalisierung, gewissermaßen als deren „Betriebssystem" einzuführen. Auf lange Sicht sei nur digital kompetent, wer diese Grundlagen versteht. Ein solches Verständnis der Grundlagen stelle sich aber nicht schon durch den Gebrauch digitaler Medien ein, dieser sei allenfalls ergänzend sinnvoll. Und jetzt wird es spannend: „Nach Erfahrung der überwältigenden Mehrheit der Mathematikerinnen und Mathematiker weltweit sind Tafel, Papier und das direkte Unterrichtsgespräch meist viel besser geeignet, sich diese Grundlagen zu erarbeiten."

Halten wir hier kurz inne. Ich würde diese Passage so interpretieren: Die DMV vertritt hier die Position, dass Digitalisierung zwar die Bedeutung der Mathematik (als deren Betriebssystem) erhöhe, setzt sich also mit dem auseinander, was bei Gellert und Jablonka (2007) „Mathematisation" heißt, glaubt aber offenkundig nicht daran, dass Digitalisierung den Bedarf an mathematischen Kompetenzen so verändern würde, dass irgendwo dann auch weniger oder andere Kompetenzen, etwa im Routinebereich, erforderlich wären, was bei Gellert und Jablonka „Demathemisation“ heißen würde.

Was meine ich bzw. meinen Gellert und Jablonka (2007) damit? Etwa auch Heymann (1996) hatte in seiner Bildungskonzeption argumentiert, dass der zunehmende gesellschaftliche Rückgriff auf Mathematik noch nicht notwendig dazu führen müsse, dass jeder einzelne von uns in seinem Alltag mehr Mathematik beherrschen müsste, eher noch sei das Gegenteil der Fall, woraus sich angesichts der gemäß großen Leistungsstudien verorteten *Effizienzkrise* des Mathematikunterrichts eben auch eine veritable *Legitimations- und Akzeptanzkrise* ergebe. Was uns die DMV hier verkaufen möchte, ist im Kontrast dazu die Argumentation, dass derjenige, der zum Navigieren keine Karte, sondern ein GPS benutzt, zwar unter Umständen weniger mathematische, in diesem Fall das räumliche Vorstellungsvermögen betreffende, Kompetenzen einsetzen müsse, man aber langfristig nur mathematisch kompetent sei, wenn man auch verstehen würde, wie so ein GPS auf mathematischer Ebene arbeitet. Und zwar wirklich *alle Menschen*, nicht nur die technisch Begabten und Interessierten, wie uns der letzte Satz noch einmal deutlich verklickern möchte. Das führt mich nahezu unmittelbar zu meiner dritten These:

*These 3: Es ist fraglich, ob „Mathematik als Betriebssystem des Digitalen“ ein für allgemeinbildenden Unterricht redliches Bildungskonzept und nicht eher „digitales Trittbrettfahrer*innentum“ darstellt.*
Das ist vielleicht nicht die ganz feine englische Art, der DMV Unredlichkeit zu unterstellen, aber de facto scheint mir das, was die DMV da denkt, nicht redlich an allgemeinbildenden Schulen umsetzbar. Roland Fischer hat einmal in einem Text sehr schön ausargumentiert, dass fachliches Wissen in vielen Fällen zu prinzipiell ist, als dass sich daraus dann schon Handlungsleitung oder Kompetenz für das Alltagsleben entwickeln könnten. Dass diejenigen, die etwa die Grundlagen der Mechanik verstanden haben, dann auch quasi automatisch die vorausschauenderen Autofahrer*innen werden, dürfte so als Automatismus wohl nicht gegeben sein.

Analog könnte man hier zuspitzen: Das, was ich den Schüler*innen mit vertretbarem Zeitaufwand in der Schule etwa an Zahlentheorie beibringen kann, wird wohl eher nicht dazu führen, dass diese dann so viel von Kryptographie und Cyber Security verstehen, dass sie dann auch alle brav bei Amazon, Twitch oder Snapchat die Zwei-Faktor-Authentifizierung aktivieren.

Deutlich redlicher wäre da etwa ein klares Bekenntnis zur Qualifikationsfunktion, wie es in den politischen Strategiepapieren enthalten ist: Wegen der Digitalisierung brauchen wir tendentiell mehr Menschen, die im MINT-Bereich arbeiten und diese Leute bekommen wir nur in vertretbarer Zeit ausgebildet, wenn die Schule sie hinsichtlich mathematischer „Basics“ fit gemacht hat. Alternativ könnte man ein Bildungskonzept verfolgen, das schlicht Mathematik als Kulturleistung eigenen Rangs und eigener Art von sich aus ein Potential zur Bildung des Menschen zugesteht.

Um es mal mit etwas Schmäh zuzuspitzen: Einfach zu proklamieren, Mathematik sei wegen dieser Digitalisierung da jetzt halt wichtiger als eh schon immer, deswegen müsse sich am Unterricht aber eh nichts ändern, aber es solle nun endlich einmal akzeptiert werden, dass Mathematik ja eh allgemein bildet, das ist halt doch a bisserl viel verlangt – keine Sorge, aus ausgleichender Gerechtigkeit haue ich jetzt dann mit These 4 auch wieder auf die organisierte Mathematikdidaktik hin.

These 4: Der Status digitaler Werkzeuge in Abschlussprüfungen ist Kulminationspunkt eines gestörten Verhältnisses der organisierten deutschsprachigen Mathematikdidaktik zum „Rechnen“ und zur „real existierenden“ Praxis des Mathematikunterrichts.
Das ist natürlich fast noch etwas frecher, wenn man jetzt den eigenen Kolleg*innen Gestörtheit unterstellt, wobei ich ja eh auch irgendwie dazu gehöre. Ganz so arg ist das aber nicht gemeint, ich bezeichne ja nicht uns als gestört, sondern ich vermeine im Herumlavieren um den Status der digitalen Hilfsmittel insbesondere in Abitur- bzw. Maturaprüfungen eine Störung zu erkennen, die sich im Spannungsfeld unseres Verhältnisses zum Rechnen einerseits und zur real existierenden Praxis andererseits manifestiert.

Was ich nämlich nicht wirklich gut verstehe und in entsprechenden Stellungnahmen und Papieren für eher windig, wenn überhaupt ausargumentiert empfinde, ist der Umstand, dass i. W. dieselben Menschen

- zum Einen den verbindlichen Technologieeinsatz in (einem Teil der Abschluss-)Prüfungen verlangen, weil er sonst ja in Lernsituationen in dieser überaus störrischen Schulpraxis nämlich nicht Verwendung finden würde (etwas frei nach GDM, 2017),
- zum Anderen aber dann 2019 in ein zentrales gemeinsames Papier mit DMV und MNU hereinschreiben, es bräuchte, eine deutschlandweit einheitliche, hilfsmittelfreie Prüfung, die „sich auf das Wissen und Können der Sekundar-

stufe 1“ (Mathematikkommission GDM, DMV, MNU, 2019) beziehe.

Wenn es so wäre, dass die digitalen Werkzeuge so ein großer Segen für das Lehren und Lernen von Mathematik sind, warum muss man dann einerseits die Lehrpersonen zum Einsatz dieser Werkzeuge dadurch “nudgen”, dass man die Werkzeuge in einem Teil der Prüfung vorschreibt, während man dann aber gleichzeitig auch die Schüler*innen an die Kandare nehmen muss, dass sie doch bitte das Wissen und Können von vor zwei oder drei Jahren aber bitte auch noch brav technologiefrei reproduzieren können.

Da stimmt offenkundig irgendetwas nicht, bzw. müsste mir das jemand mal genauer erklären. Meine vorläufige Erklärung packe ich in eine weitere These:

These 5: Die Praxis des Mathematikunterrichts bleibt (in der Breite, sehr konstant) durch Mechanisierung und Routine geprägt, die im Zweifel auch vor Einsicht Vorrang hat („Aufgabendidaktik“). Mathematikdidaktik ist nur bedingt bereit, sich mit der These der Funktionalität dieses Umstands auseinanderzusetzen.

Jetzt könnte eingewandt werden: Aber wenn das stimmt, wozu würde es dann überhaupt einen hilfsmittelfreien Prüfungsteil geben müssen? Ganz einfach: Weil in der Praxis der Technologieeinsatz in der Breite anscheinend nicht automatisch dazu führt, dass jetzt die Dinge verständnisvoller und nachhaltiger gelernt werden, sondern anscheinend eher dazu, dass Aufgaben, bei denen etwas händisch zu rechnen war, durch Aufgaben zum Eintippen in Geräte ersetzt werden.

Der Mathematikunterricht entwickelt mit oder ohne Computer offenbar in der Breite eben kein erhebliches intrinsisches Interesse daran, dass wirklich einsichtsvolles Lernen stattfindet, sondern scheint daran interessiert, den Großteil der Schüler*innen dahin zu bringen, Prozeduren zu reproduzieren, die korrekte Ergebnisse liefern. Das geht aber mit oder ohne Computer mehr oder weniger gleich gut oder schlecht.

Mir scheint, nur sehr wenige in der Mathematikdidaktik sind bereit, diesen Umstand nicht nur als „Versagen der Praxis“ zu framen, sondern als unter Umständen hochgradig *funktional* anzuerkennen. Hier würde ich etwa David Kollosche (2015) oder Sverker Lundin (2012) nennen, in deren Sinne man fragen könnte: Darf man es als *mathematisch bildend* denken, dass Heranwachsende im Mathematikunterricht eben nicht nur die Kraft der eigenen Erkenntnis erleben, sondern dass sie auch ganz bewusst erfahren, dass das Befolgen von Regeln, die man gar nicht völlig geistig durchdrungen hat, sehr wohl zu insgesamt sehr produktiven Ergebnissen führen kann.

Und wenn einem das von den Konsequenzen her zu radikal ist, könnte man immerhin noch mit Ralf Wiechmann (2019) fragen, ob die Mathematikdidaktik der letzten 20 Jahre sich vielleicht etwas zu wenig mit dem „Können als Apriori des Verstehens“ auseinandergesetzt hat und vielleicht etwas zu euphorisch war, wie viel Routine und Rechnen man auslagern kann, um dem Modellieren, dem Entdeckenlassen und der Reflexion den ohne Frage auch wichtigen Raum im Mathematikunterricht zu geben.

Da ich bereits hart an der zulässigen Seitenzahl eines Diskussionsbeitrags schramme, erhöhe ich jetzt etwas die Taktzahl und bringe die nächsten beiden Thesen schlicht simultan:

These 6: Soziale Implikationen digitaler Lehr-Lernarrangments spielen in der (deutschsprachigen) Mathematikdidaktik (bis dato) eine vollkommen randständige Rolle.
These 7: Ob “critical digital literacy“ ein ausreichend konsensfähiges, hinreichend gehaltvolles und praktisch realisierbares Alternativ- oder Komplementärprogramm für den Mathematikunterricht darstellt, ist noch weitgehend ungeklärt.

Zu These 6: Diejenigen, die sich wie Michael Sertl (2007) mit der Soziologie des Unterrichts im Gefolge von Basil Bernstein auseinandersetzen, haben wiederholt davor gewarnt, dass offene Lernformen, die mehr Verantwortung für den Lernprozess an die Lernenden überantworten, sozial nicht neutral sind, sondern einseitig Kinder der Mittelschicht und höherer Schichten bevorzugen, weil diese im Elternhaus eben eine andere Unterstützung der Lernautonomie erfahren und mit den Anforderungen eines solchen Unterrichts besser klar kommen. Versteht man Digitalisierung auch als die Idee, künftig informationsvermittelnde Teile eher in die Eigenverantwortung der Lernenden zu legen, die sich diese durch interaktives, audiovisuelles Material selbsttätig erarbeiten sollen, so ist dies sicher nicht sozial neutral. Diesem Umstand ist schon bei der um sich greifenden Arbeitsblatt-isierung des Mathematikunterrichts seitens der Mathematikdidaktik eher wenig Aufmerksamkeit gewidmet worden, ich habe nicht den Eindruck, dass die Digitalisierung daran viel ändert.

Zu These 7: Hier mache ich einen “cop out“ und gebe eine sehr dringende Leseempfehlung: “Ideological roots and uncontrolled flowering of alternative curriculum conceptions“ (Gellert & Jablonka, 2010). Der Text arbeitet sehr nachvollziehbar heraus, mit welchen prinzipiellen Problemen es Konzeptionen kritischer mathematischer Literalität zu tun haben, nahezu alles davon lässt sich fast 1 : 1 auf solche Konzepte übertragen, die sich um kritische *digitale* Literalität oder algorithmische Mündigkeit beziehen. Meine grobe Einschätzung wäre, dass so ein Konzept für eher traditionelle Bildungsvorstellungen zum Fach Mathematik einerseits und zu einer eher pragmatisch-technisch gedachten digitalen Kompetenzorientierung eine wichtige Komplementarisierung, aber eben eher keine echte Alternativkonzeption darstellt. Aber das ist ja vielleicht auch gar kein Beinbruch – mit dieser vorsichtig optimistischen Einschätzung bin ich dann auch am Ende angelangt.

Literatur

BMBF (Hrsg.). (2016). *Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft: Strategie des Bundesministeriums für Bildung und Forschung*. https://bit.ly/34xYMVl

DMV. (2016). *Inhalte statt Geräte: Presseinformation vom 15.11.2016*. https://bit.ly/31O3ufC

Fischer, R. (2012). Bildung von Individuum und Gesellschaft. In R. Fischer, U. Greiner & H. Bastel (Hrsg.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (S. 262–267). Trauner.

GDM. (2017). Die Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft: Eine Chance für den fachdidaktisch reflektierten Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, (103), 39–41. https://bit.ly/31MuMDe

Gellert, U. & Jablonka, E. (Hrsg.). (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications*. Sense Publ.

Gellert, U. & Jablonka, E. (2010). Ideological roots and uncontrolled flowering of alternative curriculum conceptions. In U. Gellert, E. Jablonka & C. Morgan (Hrsg.), *Proceedings of the Sixth International Mathematics Education and Society Conference* (S. 21–39). MES. https://bit.ly/3jHRq5Z

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Beltz.

Humboldt, W. v. (2017). Der Königsberger und der Litauische Schulplan. In G. Lauer (Hrsg.), *Wilhelm von Humboldt: Schriften zur Bildung* (S. 110–142). Reclam Verlag. (Original erschienen 1809)

Kollosche, D. (2015). *Gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts: Ein soziologischer Beitrag zum kritischen Verständnis mathematischer Bildung*. Springer.

Ladenthin, V. (2014). Bildung als absoluter Begriff. *Erwägen, Wissen, Ethik*, *25*(2), 286–289.

Lundin, S. (2012). Hating school, loving mathematics: On the ideological function of critique and reform in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *80*(1), 73–85. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9366-6

Mathematikkommission GDM, DMV, MNU. (2019). *Mathematik: 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule – Hochschule*. https://bit.ly/31Vg3Wu

Presse- und Informationsamt der Bundesregierung (Hrsg.). (2020). *Digitalisierung gestalten: Umsetzungsstrategie der Bundesregierung* (5. Aufl.). https://bit.ly/3kxFFjP

Seel, N. M. & Hanke, U. (2015). *Erziehungswissenschaft: Lehrbuch für Bachelor-, Master- und Lehramtsstudierende*. Springer.

Sertl, M. (2007). Offene Lernformen bevorzugen einseitig Mittelschichtkinder! Eine Warnung im Geiste von Basil Bernstein. In M. Heinrich & U. Prexl-Krausz (Hrsg.), *Quo vadis? Eine Spurensuche nach „neuen Lernfomen“ in Schulpraxis und LehrerInnenbildung* (S. 79–97). LIT Verlag. https://bit.ly/2TyEkoe

Vohns, A. (2018). *Kann man (sinnvoll) einen „absoluten Kern“ des Bildungsbegriffs bestimmen und inwiefern könnte er (Mathematik-)Unterricht orientieren? Vortrag auf der Herbstagung des GDM AK „Mathematik und Bildung“, Hildesheim, 28.10.2018*. https://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.16796.72323

Wiechmann, R. (2019). Können als Apriori des Verstehens. *mathematica didactica*, (42 (2)), 163–176. https://bit.ly/31WnEEr

Andreas Vohns, Universität Klagenfurt

Wir trauern um

Assoc. Prof. Dr. **Andreas Vohns**,

der am 19. 1. 2021 unerwartet im Alter von 45 Jahren verstorben ist. Wir haben mit Andreas Vohns einen Kollegen verloren, mit dem wir bis zu seinem Ausscheiden im März 2018 im Vorstand der GDM gerne und vertrauensvoll zusammengearbeitet haben.

Der Vorstand

Abarbeiten am Konstruktivismus – Bemerkungen zum Beitrag von Reinhard Oldenburg in den Mitteilungen der GDM 109

David Kollosche

Reinhard Oldenburg (2020) veröffentlichte im Heft 109 der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* einen Beitrag, in dem er kritisch auf den radikalen Konstruktivismus eingeht und vorschlägt, stattdessen auf die evolutionäre Erkenntnistheorie und einen ontologischen Relativismus zurückzugreifen. Es gibt einige Theorien, die als Konstruktivismus bezeichnet werden. Ich werde mich, wie Oldenburg, im Folgenden nur auf den radikalen Konstruktivismus beziehen, auch wenn viele Argumente ebenso für den sozialen Konstruktivismus gelten.

Ich bin dankbar für Oldenburgs Vorstoß, spricht er doch einiges an, was auch mir in der Konstruktivismus-Rezeption innerhalb der Mathematikdidaktik merkwürdig vorkam, ohne dass ich die Zeit gefunden hätte, dieses Missbehagen argumentativ auszuformulieren. So kann ich Oldenburg nur zustimmen, dass der Konstruktivismus „weitreichende metaphysische Annahmen macht, deren Bedeutung in pädagogischen Handlungsfeldern ungeklärt ist", und dass unsere Community „fast nur Aussagen des Konstruktivismus benutzt, die auch aus einer Reihe anderer Erkenntnistheorien folgen" (S. 77). Diese und einige andere Kritikpunkte sind berechtigt und werden gut untermauert. An anderer Stelle werden dem Konstruktivismus jedoch Vorhaltungen unterbreitet oder aus seiner Ablehnung Folgerungen abgeleitet, denen ich hier widersprechen möchte. Auch Oldenburgs Alternativvorschläge überzeugen mich nicht.

Als Hintergrund sei angemerkt, dass alle von Oldenburg referierten Epistemologien als Teil des größeren philosophischen Projekts der Ablehnung des Essentialismus verstanden werden können. Eine essentialistische Erkenntnistheorie geht von der Existenz bestimmter Sachverhalte jenseits der menschlichen Erkenntnis aus (Kamp, 2005). Dabei ist die Existenz dieser Sachverhalte freilich nur deshalb bedeutsam, weil diese Sachverhalte als für den Menschen erkennbar angenommen werden. Entsprechende Positionen gerieten im 20. Jahrhundert aus unterschiedlichen Richtungen ins Kreuzfeuer. Bereits Popper (1935) problematisierte das Bild einer Wissenschaft, die sich auf das Enthüllen und Benennen von Wirklichkeit beschränken will. Paradigmatisch sind die Beiträge der französischen Poststrukturalisten Foucault und Derrida, die aus geisteswissenschaftlicher Sicht aufzeigen, dass unsere Realität sprachlich konstruiert und nicht lediglich vermittelt ist. (Die Tragweite dieses Paradigmenwechselns zeigt sich unter anderem daran, dass Foucault als meistzitierter Wissenschaftlicher überhaupt gilt, vgl. Aguillo, 2020.) Die Kritik einer platonistischen Epistemologie und das Programm des Formalismus innerhalb der Philosophie der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts können dabei durchaus als einflussreiche Vorläufer dieser Essentialismuskritik angesehen werden.

Der Beitrag des radikalen Konstruktivismus liegt nun darin aufzuzeigen, dass die menschliche Wahrnehmung durch ihre sinnliche Beschränkung überhaupt kein abbildendes Erkennen von Realität ermögliche (Glasersfeld, 1981). Erkennen beziehe sich immer nur auf unsere Erfahrungswelt. Als Wissen gelte, was für das Handeln in unserer Erfahrungswelt funktioniert. Ob es nur eine oder viele mögliche Formen eines solchen Wissens gibt und inwiefern ein solches Wissen eine außermenschliche Existenz abbildet, lasse sich wissenschaftlich gar nicht beantworten. Diesem Befund lässt sich nicht vernünftig widersprechen, aber man kann unterschiedlich mit ihm umgehen. Während essentialistische Positionen in der Erkenntnistheorie die Existenz einer Realität schlichtweg als metaphysischen Glaubensgrundsatz postulieren, versucht der radikale Konstruktivismus die ontologische Frage nach der Existenz zu umgehen, indem er sich auf die epistemologische Frage der Genese und Auswahl von Wissen beschränkt.

Zentrale Stärken des Konstruktivismus für das Verständnis von Lernprozessen beschrieb bereits Oldenburg. Hinzuzufügen wäre, dass der Konstruktivismus auch dazu beitrug, die Mathematik als Produkt menschlichen Schaffens zu verstehen und nicht als Beschreibung der Gesetzmäßigkeiten unserer Realität. Wie Oldenburg treffend anmerkte, erscheint die dem Konstruktivismus für die Mathematikdidaktik beigemessene Bedeutung angesichts seiner philosophischen Randständigkeit aber eigenartig. Man beachte, dass von Glasersfeld sogar die Herausgabe eines Sammelbandes zu *Radical Constructivism in Mathematics Education* in der einflussreichen, bei Kluwer erschienen Buchreihe *Mathematics Education Library* zugestanden wurde (Glasersfeld, 1991). Verständlich wird die starke Rezeption des Konstruktivismus jedoch, wenn man beachtet, dass die Mathematik und die Naturwissenschaften die poststrukturalistische Essentialismuskritik aus den Geisteswissenschaften weitgehend ignoriert hatten, die erkenntnistheoretischen Probleme des Essentialismus aber allzu deutlich wurden. So ist es sicherlich kein Zufall, dass die dem Konstruktivismus zugerechneten Denker von Glaserfeld, von Förster und Maturana ihre akademische Herkunft in der analytischen Philosophie und Mathematik, in der Physik und in der Biologie hatten. Ebensowenig ist es wohl ein Zufall, dass die Glasersfeld-Rezeption in der Mathematikdidaktik zeitlich mit ihrer sozialwissenschaftlichen Neuverortung zusammenfällt (Lerman 2000). Für die internationale Mathematikdidaktik lässt sich jedoch festhalten, dass theoretische Bezüge zum Konstruktivismus rar geworden sind und vielfältige Bezüge zu elaborierteren geisteswissenschaftlichen Antworten auf die Essentialismuskritik erschlossen wurden.

Ins Klassenzimmer übertragen stellt uns die Radikalität des Konstruktivismus vor Rätsel. Was bringt es, während sich ein Schüler am Verständnis der bedingten Wahrscheinlichkeit abarbeitet, als Lehrerin zu überlegen, dass der Schüler ja im Grunde nur eine geistige Konstruktion sei, vielleicht auch anders konstruiert werden könne, etwa als Verstehender, dass aber auch ontologisch gar nicht entscheidbar sei, ob nun das kanonische Verständnis von bedingter Wahrscheinlichkeit oder das Verständnis des Schüler „richtig“ sei? Eine solche Position verkennt natürlich, dass wir uns wohl wenigstens in einer sozial vermittelten Realität bewegen, in der Deutungen eben nicht beliebig, sondern ausgehandelt und weitgehend fixiert sind. Hierzu bemerkte von Glasersfeld (1991):

> Thus, whatever another says or writes, you cannot but put your own *subjective* meanings into the words and phrases you hear. Given that we live in a community of other language users, our subjective meanings tend, of course, to become *intersubjective*, because we learn to modify and adapt them so that they fit the situations in which we interact with others. In this way we manage to achieve a great deal of compatibility. But to prove compatible, individual meanings do not have to be identical. Indeed, throughout our lives we now and then discover that the meaning we have associated with a certain word is not yet quite compatible with the use others make of that word. (S. xiv)

Deutlicher wird es hier nicht. Eine Schwäche des Konstruktivismus, vor allem in seiner radikalen Form, liegt also darin, dass er sich nicht anschickt, die sozialen Konstruktionsprozesse zu erklären, in deren Folge unterschiedliche Menschen meinen, über das gleiche sprechen zu können, bis hin zur aus konstruktivistischer Sicht durchaus erklärungsbedürftigen Einigkeit, die wir im Umgang mit Mathematik erzielen. Am tiefgründigsten wunderte sich darüber wohl Wittgenstein (1956), besonders über die „Härte des logischen Muß“ (I, § 121). Doch Vorsicht: Für den Mathematikdidaktiker mag es durchaus einen Erkenntniswert haben, zu einer konstruktivistischen Sicht auf die Unterrichtsszene zurückzukehren und zu fragen: Wie konstruiert die Lehrerin den Schüler als Versteher oder Nicht-Versteher? Worauf wird für diese Zuschreibung geachtet, woran wird Verstehen festgemacht? Ließe sich Verstehen auch anders sinnvoll fassen oder beobachten und wäre der Schüler dann vielleicht doch ein Versteher? Benachteiligt die vorherrschende Interpretation von Verstehen bestimmte Schülergruppen? Selbst fachlich wäre es möglich, dass die nicht-kanonische Schülerperspektive auf den Inhalt neue mathematische Verständnisweisen eröffnet.

Oldenburg stellte nun treffend fest, dass sich mathematikdidaktische Veröffentlichungen oft auf den Konstruktivismus berufen, diesen aber nur lerntheoretisch und nicht erkenntnistheoretisch ernstnehmen. Dies führt letztlich zu einer theoretischen Schieflage, deren negative Auswirkungen auf unser Verständnis ich schon in meiner Problematisierung des entdeckenden Lernens angesprochen hatte, etwa dann, wenn in vorgeblich konstruktivistisch gedachten Entdeckungsprozessen vorausgesetzt wird, dass mathematische Inhalte erkannt werden können, da sie lediglich die Realität abbildeten (Kollosche, 2017). Insbesondere weist Oldenburgs darauf hin, dass der Konstruktivismus (wie alle etablierten Lernpsychologien sowieso) stets von der aktiven Konstruktion von Wissen ausgeht, damit aber kein pauschales Argument für individualisiertes und handelndes Lernen und auch kein Argument gegen Expositionslernen liefert. Das liest sich in mathematikdidaktischen Veröffentlichungen in der Tat oft anders. Doch „liefert der Konstruktivismus die pauschale Empfehlung, der Lehrer müsse für jeden Inhalt einen umfangreichen Konstruktionsprozess initiieren“, wie Oldenburg (2020) behauptet (S. 83)? In seinem Vorwort zum Sammelband *Radical Constructivism in Mathematics Education*, schrieb von Glasersfeld (1991) in direktem Anschluss an das obige Zitat:

> This may serve to remind us – especially when we act as teachers – that new concepts and new knowledge cannot simply be passed to another person by talk, because each must abstract meanings, concepts, and knowledge from his or her own experience. This does not mean that language cannot be used to *orient* students towards certain experiences and certain mental activities such as abstracting; but it does mean that we can never rely on language to “convey” knowledge

> as though it were something like food that can be handed from one to another. (S. xiv)

Diese Formulierung erscheint mir doch differenzierter, als es die Behauptung Oldenburgs hätte vermuten lassen. Das schließt natürlich nicht aus, dass die didaktischen Folgerungen aus dem radikalen Konstruktivismus radikaler als formuliert fehlgedeutet wurden, etwa zur Legitimation von individualisiertem und handelnden Unterricht und zur Ablehnung traditioneller Unterrichtsformen.

Dem Mathematikdidaktiker käme es nun genehm, eine Erkenntnistheorie zu haben, die zum einen den konstruierten Charakter unseres Wissens beschreiben kann, dabei aber Phänomene geteilten Urteils, wie etwa in der Mathematik, nicht unerklärt zurücklassen, und aus der zum anderen eine Lerntheorie folgt, die den individuellen Aufbau von Wissen (auch in Phasen des sogenannten „passiven" Lernens) beschreiben kann. Oldenburg verweist selbst auf die evolutionäre Erkenntnistheorie und den ontologischen Relativismus und präsentiert diese als mögliche Alternativen zum Konstruktivismus. Ob es sich dabei tatsächlich um *alternative* theoretische Standpunkte handelt und ob die Vorschläge fruchtbar sind, darf jedoch bezweifelt werden.

Die *evolutionäre Erkenntnistheorie* geht davon aus, dass sich die Strukturen des Denkapparates phylogenetisch evolutiv, also durch Überleben der Menschen mit passenden kognitiven Strukturen, etablieren (Wolters, 2005). Die Konstruktion der eigenen Wirklichkeit ist hier also nicht wie im Konstruktivismus durch die Evolution der Vorstellungen im Individuum, sondern durch die Evolution des Denkbaren in der Gattung des Menschen gekennzeichnet und dem Individuum damit vorherbestimmt. So ließen sich freilich Phänomene des weitgehenden Konsenses erklären, wie wir sie gerade in der Mathematik und oft noch in den Naturwissenschaften antreffen, ohne die Existenz einer vom Menschen unabhängigen Realität voraussetzen zu müssen. Welchen Sinn die Anwendung dieser Theorie auf die Mathematikdidaktik hat, ist jedoch fraglich. Hier hat sich doch gerade, wie auch Oldenburg festhält, der Blick auf die *individuelle* Konstruktion von Verstehen als erkenntnisförderlich erwiesen. Dass die menschliche Evolution während der menschheitsgeschichtlich doch eher jungen Entwicklung der Mathematik dafür gesorgt habe, dass der Mensch dem Verständnis der Mathematik dienliche kognitive Strukturen evolutiv ausgeprägt habe, wird aber wohl niemand behaupten wollen.

Der *ontologische Relativismus* lehnt wie der Konstruktivismus die Existenz einer eindeutig erkennbaren Wirklichkeit ab, versucht jedoch eine Antwort auf die ontologische Frage zu geben, was denn nun der Gegenstand unserer Erkenntnis sei (Baghramian & Carter, 2019). Diesen verortet Quine in den nicht eindeutig gegebenen und konkurrierenden Theorien, die unser Weltbild bestimmen. Die Existenz der Gegenstände, über die wir Aussagen treffen, ist damit keine absolute, sondern nur relativ zu bestimmten Theorien gegeben. Damit liefert der ontologische Relativismus eine Antwort auf die im Konstruktivismus aufgeworfene und für die Philosophie der Mathematik sicherlich zentrale Frage, wie Wissen ohne Wirklichkeit überhaupt denkbar ist. Das liefert zum Konstruktivismus keinen Widerspruch, sondern eine (spezielle) Antwort darauf, wie aus konstruktivistischer Sicht Wissen ohne Wahrheit möglich ist.

In Teilen finde ich Oldenburgs (2020) Ausführen zum Konstruktivismus zudem irreführend und unangemessen. Einige Einwände, die er offenbar als Gründe für eine Ablehnung des Konstruktivismus festhielt, seien hier kurz kommentiert:

1. Oldenburg befürchtete, dass die „Objektivität des Lehrers z. B. bei der Zensurenvergabe" aus konstruktivistischer Sicht nicht erklärbar sei (S. 79). Versteht man unter dieser Objektivität, dass jeder Schülerleistung eine vom jeweiligen Betrachter unabhängige Note zukommt, muss man die Idee einer solchen Objektivität in der Tat zurückweisen. Jeder, der miterleben durfte, wie unterschiedliche Lehrer oder Lehramtsstudierende bei ein und derselben Schülerleistung zu sehr unterschiedlichen Bewertungen gelangen, kann dies nachvollziehen. Das heißt aber natürlich nicht, dass keine mehr oder weniger elaborierte Verständigung unter den Bewertern möglich sei darüber, was wie bewertet werden solle. Dieses soziale Anstreben von Objektivität ist mit dem Konstruktivismus durchaus vereinbar und kann durch den ontologischen Relativismus erklärt werden.
2. Ferner bemerkte Oldenburg, dass der Konstruktivismus im Modellbildungskreislauf die Prüfung an der Realität unmöglich gestalte. Nun mag es in vielen Fällen das Modellieren vereinfachen, wenn man die Existenz einer von der Modellbildung unabhängigen Realität voraussetzt. Damit gerät aber aus dem Blick, wie mathematische Modellbildung unsere Realität im konstruktivistischen Sinne erst konstituiert. So hatte bereits Husserl (1954) aufgezeigt, dass Galileo sein Fallgesetz mathematisch beschrieb, auch wenn diese Beschreibung einer empirischen Prüfung nicht standhielt. Ausführlicher und aktueller werden solche Effekte der Prägung unserer Weltwahrnehmung durch Mathematik in Cartwrights (1983) *How the Laws of Physics Lie* und in Gingras' (2001) "What did mathematics do to

physics?“ für die Physik sowie in O'Neils (2016) *Weapons of Math Destruction* für die Wirtschaftswissenschaft beschrieben. Aus mathematikdidaktischer Sicht hatte schon Skovsmose (1994) diese *formatting power* der Mathematik beschrieben.

3. Bedauerlich fand Oldenburg, „dass man ein großes Wunder einfach abschafft, nämlich das Staunen darüber, dass Mathematik auf die Welt passt“. Immerhin sei die Erklärung für diese Passung aus konstruktivistischer Sicht allzu einfach: „Wegen der Selbstreferentialität ist es ja gar nicht so, dass Mathematik auf die Welt passt, sie passt nur auf unsere Konstruktion der Welt“ (S. 79). Nun mag jeder selbst darüber urteilen, ob es einem Wissenschaftler besser zu Gesicht steht, eine Theorie für ihre Fähigkeit wertzuschätzen, ein durchaus zentrales und verblüffenden Phänomen zu erklären, oder eine solche Theorie abzulehnen und sich dem reinen Glauben an eine Existenz jenseits des Menschen hinzugeben, damit sich vor einem etwas auftut, was man dann nur noch als Wunder begreifen kann.

Schließlich warnte Oldenburg in seinem Fazit:

> Der radikale Konstruktivismus lässt die enormen Anstrengungen von Menschen, Wahrheit zu gewinnen und Realität zu erkennen in einem sehr zweifelhaften Licht erscheinen, und hat deshalb auf der emotionalen Seite negative Auswirkungen bei Lernenden. (S. 83)

Dementgegen halten Horkheimer und Adorno (1947) in ihrer *Dialektik der Aufklärung* fest, dass *gerade* die Idee einer Wahrheit, der der Mensch nichts mehr anhaben kann, der er nurmehr erkennend und letztlich ohnmächtig gegenübersteht, bedrohlich sein kann. Wie Belenky et al. (1986) aufzeigen, lassen sich je nach individuell bevorzugtem Denkstil (und teilweise je nach Geschlecht) wohl beide Attitüden antreffen.

Insgesamt ergibt sich der Eindruck als ergebe sich Oldenburgs Ablehnung des Konstruktivismus nicht aus erkenntnistheoretischen Argumenten, sondern aus der Unliebsamkeit der Folgerungen, die sich aus einer konstruktivistischen Perspektive ergeben würden. In der Folge fällt Oldenburg in allen vier Fällen auf einen Essentialismus zurück, den auch seine beiden als Alternativen dargestellte Theorien bereits überwunden hatten. Das scheint mir aber eher einer Verdrängung als einer begründeten Ablehnung des Konstruktivismus gleichzukommen und der Sache nicht gerecht zu werden. Ich sehe wohl ein, dass eine konstruktivistische Rahmung einiger mathematikdidaktischer Studien eine erkenntnistheoretische Komplexität mit sich bringt, die der Untersuchung der gegenständlichen Fragen nicht zuträglich ist. Ich stimme außerdem zu, dass die konstruktivistische Erkenntnistheorie innerhalb der Mathematikdidaktik zuweilen verzerrt rezipiert wird. All dies bedeutet doch aber nicht, dass man die im Konstruktivismus dargelegten Argumente ignorieren sollte.

Abschließend möchte ich darauf eingehen, dass Oldenburg anmerkt, dass ihm die Publikation seines Beitrags in den forschungsorientierten Zeitschriften des Faches nicht gelang. Über die Gründe hierfür und in welchem Zusammenhang Adjektive wie „unwissenschaftlich“ und „verblendet“ genutzt wurden, könnte ich hier nur spekulieren. Prinzipiell sollten auch Auseinandersetzungen mit der Nutzung von Theorien aus Bezugsdisziplinen in der Mathematikdidaktik in mathematikdidaktischen Zeitschriften willkommen sein und dort die Begleitung erfahren, die nötig ist, um einen veröffentlichbaren Stand zu erreichen. Letztlich leistet man der wohlwollenden Rezeption seines Beitrags aber auch keinen Vorschub, wenn man die ernsthaften Gedanken Dritter ihrem Kontext entrissen und in entfremdeter Deutung mehr zur Belustigung als zur ernsthaften intellektuellen Auseinandersetzung vorführt. Liest man etwa Latours (2000) Aufsatz “On the partial existence of existing and nonexisting objects”, in der die von Oldenburg thematisierte Frage, ob man sagen könne, dass Ramses II an Tuberkulose gestorben sei, ausführlich diskutiert wird, so zeigt sich, dass Latour keineswegs schlichtweg bestritt, dass dem so sei, sondern sich um einen erkenntnistheoretischen Rahmen bemühte, in dem eine solche Aussage sinnvoll erscheint. In ähnlicher Weise deutlich elaborierter als von Oldenburg dargestellt entpuppt sich die Position von Yves Winkin.

Literatur

Aguillo, I. F. (2020). Highly cited researchers ($h > 100$) according to their Google Scholar Citations public profiles (Internetseite). https://www.webometrics.info/en/hlargerthan100

Baghramian, M., & Carter, J. A. (2019). Relativism. In E. N. Zalta (Hrsg.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2019 Edition). https://plato.stanford.edu/archives/win2019/entries/relativism

Belenky, M. F., Clinchy, B. M., Goldberger, N. R., & Tarule, M. J. (1986). *Women's ways of knowing: The development of self, voice, and mind*. New York, NY: Basic Books.

Cartwright, N. (1983). *How the Laws of Physics Lie*. Oxford: Clarendon.

Gingras, Y. (2001). What did mathematics do to physics? *History of Science*, *39*(4), 383–416.

Glasersfeld, E. von (1981). Einführung in den radikalen Konstruktivismus. In P. Watzlawick (Hrsg.), *Die erfundene Wirklichkeit: Wie wissen wir, was wir zu wissen glauben?* (S. 16–38). München: Piper.

Glasersfeld, E. von (Hrsg.) (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Horkheimer, M., & Adorno, T. W. (1947). *Dialektik der Aufklärung: Philosophische Fragmente*. Amsterdam: Querido.

Husserl, E. (1954). *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendentale Phänomenologie: Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie*. Den Haag: Nijhoff.

Kamp, G. (2005). Essentialismus. In J. Mittelstraß (Hrsg.), *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie* (Bd. 2, S. 398–404). Stuttgart: Metzler.

Kollosche, D. (2017). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *38*(2), 209–237.

Latour, B. (2000). On the partial existence of existing and nonexisting objects. In L. Daston (Hrsg.), *Biographies of scientific objects* (S. 247–269). Chicago, IL: University of Chicago Press.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Hrsg.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning* (S. 19–44). Westport, CT: Ablex.

Oldenburg, R. (2020). Realistischer Konstruktivismus: Ein unwissenschaftlicher Beitrag. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, (109), 77–84.

O'Neil, C. (2016). *Weapons of Math Destruction: How Big Data Increases Inequality and Threatens Democracy*. New York, NY: Broadway Books.

Popper, K. (1935). *Logik der Forschung: Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*. Wien: Springer.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Wittgenstein, L. (1956). *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Oxford: Blackwell.

Wolters, G. (2005). Erkenntnistheorie, evolutionäre. In J. Mittelstraß (Hrsg.), *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie* (Bd. 2, S. 379–380). Stuttgart: Metzler.

David Kollosche, Universität Klagenfurt
E-Mail: david.kollosche@aau.at

Konstruktivistischer Realismus – Reaktion auf den Diskussionsbeitrag „Realistischer Konstruktivismus“ von Reinhard Oldenburg, erschienen in MGDM 109

Hans Wolfgang Valet

Ontologie in der Physik

> Die Physik ist die Lehre von solchen Dingen der Wirklichkeit, bei denen man hoffen darf, dass sie auf Grund weniger Prinzipien in Gedanken nachkonstruiert werden können.

Der Verfasser dieser Zeilen, Friedrich Hund (1969, S. 9), hat sich bestimmt nicht als Konstruktivist gesehen, sondern als Physiker. Bei ihm gibt es Dinge der Wirklichkeit, wie z. B. Himmelskörper, die zuerst entdeckt werden müssen, bevor man ihre Bahnen nachzukonstruieren versucht.

Im Beitrag des Autors geht es aber vordringlich um Mathematik und zwar um ihre Vermittlung an Schule und Hochschule. Er bedauert die „Ontologie-Feindlichkeit“ des (radikalen) Konstruktivismus, die seiner Meinung nach für den Schüler problematisch ist und fragt sich, „wie sich die Einschränkung auf die lokale Erkenntnistätigkeit eines Subjekts mit objektiven Strukturen verträgt.“

Man könnte anhand seines Beispiels aus der Quantenfeldtheorie vermuten, dass bei ontologischen Fragestellungen die Physik grundsätzlich bessere Karten hat als die Mathematik, weil sie die „ontologische Bühne“ betreten kann. Eine im Beitrag zitierte Aussage von Richards & von Glasersfeld scheint dieser These geringe Chancen zu geben:

> Es gibt auch keinen Grund zu der Annahme, dass die ontologische Realität etwas besitzt, was wir Struktur nennen könnten. (Richards & v. Glasersfeld, zitiert nach Nüse et al., 1991, S. 101)

F. Hund (1969, S. 226, 227) äußert sich in seinem Buch unter der Überschrift „Wie ist Physik möglich?“ zu dieser Problematik:

> Dass Physik möglich wurde, liegt wesentlich daran, dass man einfache Vorgänge isoliert betrachten kann. [. . .] Die heutige Physik ist noch kein einheitliches System. Aber sie besteht aus deutlich trennbaren Gebieten, die so etwas wie „Seinsschichten“ entsprechen.

Als Beispiele führt er an: „Die Himmelsmechanik ist das Reich der Gravitation“ und „Die Gravitation spielt (in der atomaren Welt) gar keine Rolle“. Der Grund für die verschiedenen Seinsschichten ist für Hund die Kleinheit der jeweiligen Kopplungskonstanten. So gesehen lässt sich m. E. die obige generalisierende Aussage von Richards & von Glasersfeld nicht aufrecht erhalten.

Ontologie in der Mathematik

Bei ontologischen Fragen der Mathematik ist die Meinung großer Mathematiker sicherlich relevant. Hans Magnus Enzensberger schreibt in *Fortuna und Kalkül* (Enzensberger, 2009, S. 52, 53):

> Kurt Gödel, der wie Charles Hermite, Georg Cantor, Paul Bernays, Hermann Weyl, G. H. Hardy, Roger Penrose und viele andere Mathematiker der Moderne dem Platonismus zuneigte, antwortete in einem seiner posthum veröffentlichten Manuskripte den Konstruktivisten: „Ich habe den Eindruck, dass man nach ausreichender Klärung der fraglichen Vorstellungen und Begriffe dazu kommen wird, dass diese ganze Diskussion mit der erforderlichen mathematischen Strenge geführt werden kann und dass das Ergebnis dann sein wird, dass die platonische Anschauung die einzig zutreffende ist. Damit meine ich diejenige Anschauung, die davon ausgeht, dass die Mathematik eine nicht unmittelbar sinnlich erfahrbare Realität beschreibt, die unabhängig von Akten und Dispositionen des menschlichen Geistes existiert und von diesem Geist lediglich wahrgenommen wird; und zwar vermutlich gegenwärtig noch sehr unvollständig. Diese Ansicht“, fügt Gödel ironisch hinzu, „ist unter Mathematikern ziemlich unbeliebt.“

Begegnung mit dem Konstruktivismus

Die Mathematik, die ich in meinem Berufsleben (bis 2007) unterrichtete, war noch ganz traditionell in Stoffgebiete eingeteilt und erschien den Schüler/innen sehr real. Obwohl das Wesen der Mathematik umstritten ist, liefert sie m. E. doch das ideale Unterrichtsfach. Sie ist sozusagen der Goldstandard aller Fächer. Sie hat Universalität und Tiefgründigkeit. Sie ist spannend wie ein Krimi (Kryptologie), unterhaltsam (Sudoku) und ist zudem für die Gesellschaft von höchster Relevanz (Coronastatistik). Der Mathematikunterricht findet also viele reale Anknüpfungspunkte.

Mit dem Konstruktivismus bin ich über das „Mathematische Theater“ in Berührung gekommen. Frau Prof. Lisa Hefendehl-Hebeker sprach bei einem Tag der offenen Tür am mathematischen Institut der Uni Augsburg zu den didaktischen Konsequenzen des Konstruktivismus. Ein Theaterstück, das sie zusammen mit Friedrich Wille geschrieben hatte, realisierte ich an unserem Gymnasium: Das Stück „Prinzessin Quantenumerata und der Löwe“ (Hefendehl-Hebeker, 1987, S. 301) wurde ein voller Erfolg. Eine kleine Anekdote am Rand: Von einem Kollegen erhielt ich eine CD mit originalem Löwengebrüll. Vielleicht hat dieser Umstand einen Teil der Begeisterung bei der Autorin bewirkt, der ich die Videokassette mit dem Mitschnitt der Aufführung zuschicken sollte. In einem Lehrgang für Projektarbeit (Valet, 1992) an der Akademie für Lehrerfortbildung in Dillingen konnte ich diese und andere Möglichkeiten zur Veranschaulichung von Mathematik einem größeren Publikum vorstellen.

Fazit

Der Autor Reinhard Oldenburg sieht als Fazit seines Beitrags die negativen emotionalen Auswirkungen des radikalen Konstruktivismus bei den Lernenden. Für ihn lässt diese neue philosophische Grundlegung unserer Kultur die „enormen Anstrengungen von Menschen, Wahrheit zu gewinnen und Realität zu erkennen in einem sehr zweifelhaften Licht erscheinen“. Er sieht dagegen einen „rührig forschenden Realist“ als jemand, „der sich Hoffnung machen (darf), wertvolle Erkenntnisse zu gewinnen, die die Welt besser verstehbar machen.“

Sicher richtig! Eventuell sollte man diese seine „realistische Sichtweise“ nicht als „realistischen Konstruktivismus“ bezeichnen, sondern als konstruktivistischen Realismus, wie es das Eingangszitat von Friedrich Hund nahelegt. Dabei muss m. E. der Realismus als hypothetischer Realismus verstanden werden. Man hält eine mutmaßliche Realität so lange für glaubwürdig, bis sie unter Beachtung des semantischen Holismus von Quine gegebenenfalls falsifiziert ist.

P.S.: Noch besteht also Hoffnung für die Realität von Sonne, Mond und Sternen.

Literatur

Enzensberger, H. M. (2009). *Fortuna und Kalkül. Zwei mathematische Belustigungen.* Frankfurt: Suhrkamp.

Hefendehl-Hebeker, L. , Wille, F.(1987). *Mathematische Erzählungen und mathematisches Theater.* Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt, Band 15, Medien zur Veranschaulichung von Mathematik. Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky; Stuttgart: Verlag B. G. Teubner.

Hund, F. (1969). *Grundbegriffe der Physik.* Mannheim: Bibliographisches Institut Mannheim.

Valet, H. W. (1992). *Schulspiel und Mathematikunterricht.* Fortbildungslehrgang Nr. 42/164 vom 18.–22. 5. 1992, Projektarbeit und Möglichkeiten des projektorientierten Unterrichts in Mathematik am Gymnasium, Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen.

Hans Wolfgang Valet, Blaustein
E-Mail: h.w.valet@gmx.de

Die Bedeutung der Stoffdidaktik in der Lehrerausbildung

Jens Weitendorf

Der folgende Artikel beruht nicht auf empirischen Untersuchungen, sondern auf der Erfahrung, die sich aus ca. 120 Hospitationsstunden in der Referendarausbildung gebildet hat. Eine wesentliche Erfahrung besteht darin, dass Stunden in der Regel gescheitert sind, wenn die stoffdidaktische Reduktion fehlerhaft oder nicht hinreichend umfassend war. Dies wird an mehreren Beispielen dargestellt. Dabei werden nicht nur die Fehler analysiert, sondern auch Verbesserungsvorschläge diskutiert. Die inhaltlichen Beispiele beziehen sich dabei im Wesentlichen auf den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.

Zum Stundenaufbau

Hospitations- als auch Examensstunden sind in der Regel folgendermaßen aufgebaut. Zunächst wird zum Einstieg eine in der Regel realitätsbezogene Problematik dargestellt. Danach erfolgt eine Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler meistens in Gruppenarbeit. Zum Ende der Stunde stellt dann eine erfolgreiche Gruppe ihr Ergebnis vor.

Schon für den Einstieg sind gute stoffdidaktische Kenntnisse erforderlich, damit die Lehrkraft auf Vorschläge der Schülerinnen und Schüler angemessen reagieren kann. Vor allem ist eine Rückmeldung wichtig, die nur selten geschieht. Falls eine sofortige Reaktion nicht möglich ist, sollte die Lehrkraft die Bemerkung an die Klasse zurückgeben, wodurch ein Zeitgewinn und damit eine Einschätzung der Antwort möglich sind. Modern ist, mit einer offenen Problematik einzusteigen. Dies beinhaltet das Problem, dass das Spektrum der Vorschläge aus der Klasse zu groß wird. Dies ist vor allem ungünstig, wenn es um die Einführung neuer Begrifflichkeiten geht. Nach meiner Erfahrung sollte das Einstiegsproblem dann eher eng gefasst werden. Ansonsten hat die Lehrkraft fast nur noch die Möglichkeit, in einem sehr eng geführten Lehrer-Schüler-Gespräch auf die neue Begrifflichkeit hinzuwirken, womit die anfängliche Offenheit ad absurdum geführt wurde. Hilfreich für die Frage, wie offen der Einstieg sein kann, ist die Entscheidung, ob es sich um E- oder A-Mathematik[1] handelt.

Vor allem ein realitätsbezogener Einstieg kann schwierig werden, wenn das Problem zu offen ist und Modellierungskompetenz (eher E-Mathematik) gefordert wird. Modellierungen eignen sich nicht als Einstieg für einzuführende Begrifflichkeiten (eher A-Mathematik), sondern sollten davon getrennt Thema des Unterrichts sein. Erfahrungen zeigen, dass die zur Lösung benötigte Mathematik schon bei den Schülerinnen und Schülern präsent sein sollte.

Meines Erachtens ist es nicht ausreichend, wenn nach Beendigung der Gruppenarbeit eine Gruppe ihr Ergebnis vorträgt. Dies hilft den Schülerinnen und Schülern, die Probleme hatten, in der Regel nicht. Sondern, es müssten deren Probleme diskutiert und Lösungsvorschläge erarbeitet werden. Dies setzt diagnostische und gute Kenntnisse des zu behandelnden Stoffes voraus. Wenn eine Gruppenarbeit sinnvoll sein soll, benötigt dies mehr Zeit als die herkömmlichen 45 Minuten. Das heißt, das übliche Zeitraster für Unterrichtsbesuche ist nicht ausreichend.

Zur Unterstützung der Gruppenarbeit werden für die Schülerinnen und Schüler Tippkarten angeboten. Wenn diese Tippkarten so aufgebaut sind, dass sie Teillösungen enthalten, sind sie keine wirkliche Hilfe, da sie im Grunde genommen mit einem Lehrervortrag vergleichbar sind und eigentlich nicht auf die individuellen Erfordernisse der einzelnen Schülerin bzw. des einzelnen Schülers eingehen können. Zynisch wäre zu hinterfragen, ob nicht ein Lehrervortrag in kürzerer Zeit das gleiche Ergebnis hätte. Ein Teil der Schülerinnen und Schüler wartet eh ab, bis eine neue Begrifflichkeit eingeführt oder ein Satz bewiesen ist, bevor sie sich dann wieder beteiligen, wenn Aufgaben zum Sachverhalt zu bearbeiten sind. Wenn man dies ändern will, ist es erforderlich, die Lernenden von Anfang an mitzunehmen, was vor allem bedeutet, für jegliche Fragen offen zu sein und angemessen zu reagieren. Dies setzt eine tiefe Kenntnis des zu behandelnden Stoffes voraus.

Stoffdidaktische Probleme

Im Folgenden werden inhaltliche Probleme diskutiert, die sich in von mir beobachteten Stunden ergeben haben.

[1] Die Begriffe wurden von Neubrand in den Mitteilungen der GDM zur Diskussion gestellt. Bei der E-Mathematik handelt es sich ehr um die Lösung eines lokalen Problems, während es bezogen auf die A-Mathematik eher um einen größeren Zusammenhang geht.

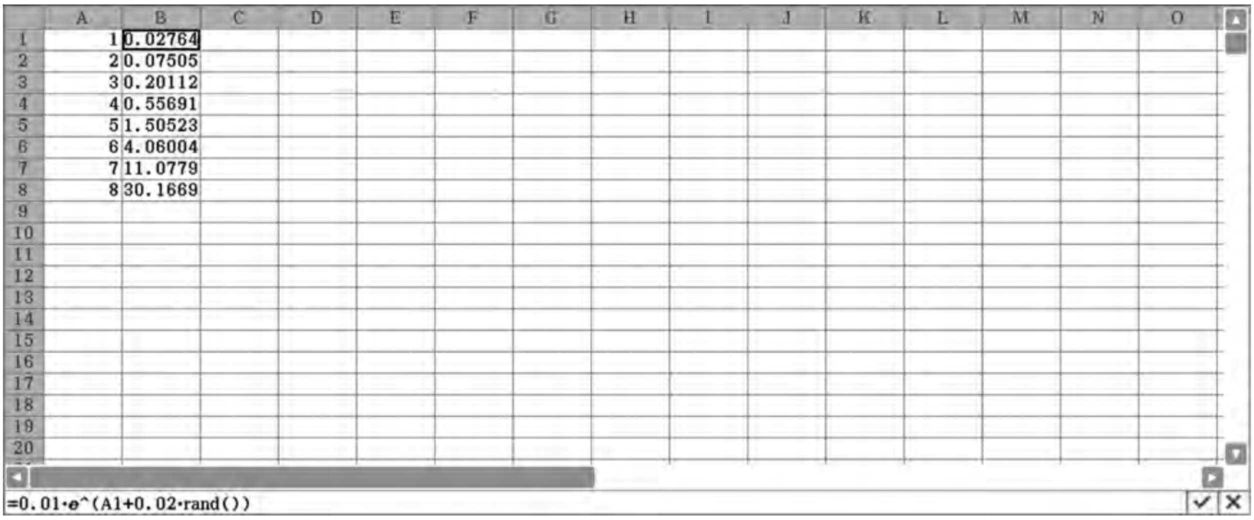


Abbildung 1. Erzeugung der Daten

Zum exponentiellen Wachstum

Thema einer Stunde war die Einführung des exponentiellen Zerfalls an Hand von realitätsbezogenen Beispielen. Den Schülerinnen und Schülern war der Graph der Exponentialfunktion bekannt. Sie sollten Daten aufnehmen und anhand der Graphen erkennen, dass es sich um einen exponentiellen Prozess handelt. Die folgenden beiden Abbildungen zeigen, dass dies kein geeignetes Verfahren ist. Die Daten, mit denen ich das zeigen will, werden nicht exakt, sondern mit einer gewissen Abweichung erzeugt (s. Abb. 1).

Auf die Werte wurde zum einen eine Regression bzgl. einer Potenzfunktion 4. Grades zum anderen eine exponentielle Regression gelegt. Die entstehenden Graphen sind in Abbildung 2 dargestellt. Betrachtet man nur den relevanten Definitionsbereich [1;8], so lässt sich an Hand der Graphen kein Unterschied erkennen. Das bedeutet, dass man an Hand der Graphen nicht entscheiden kann, ob es sich um exponentielles Wachstum handelt. Ähnliche Probleme ergeben sich, wenn man nur einen relativ kleinen Definitionsbereich wählt. In einem solchen Fall lässt sich oft nicht entscheiden, ob es sich um exponentielles oder lineares Wachstum handelt.

Erforderlich wäre es hingegen, dass die Kollegin z. B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation eine Quotientenbildung durchgeführt hätte, wie die Abbildung 3 zeigt. Entscheidend für exponentielles Wachstum ist, dass der Zuwachs vom jeweiligen Bestand abhängig ist. Schülerinnen und Schüler hat-

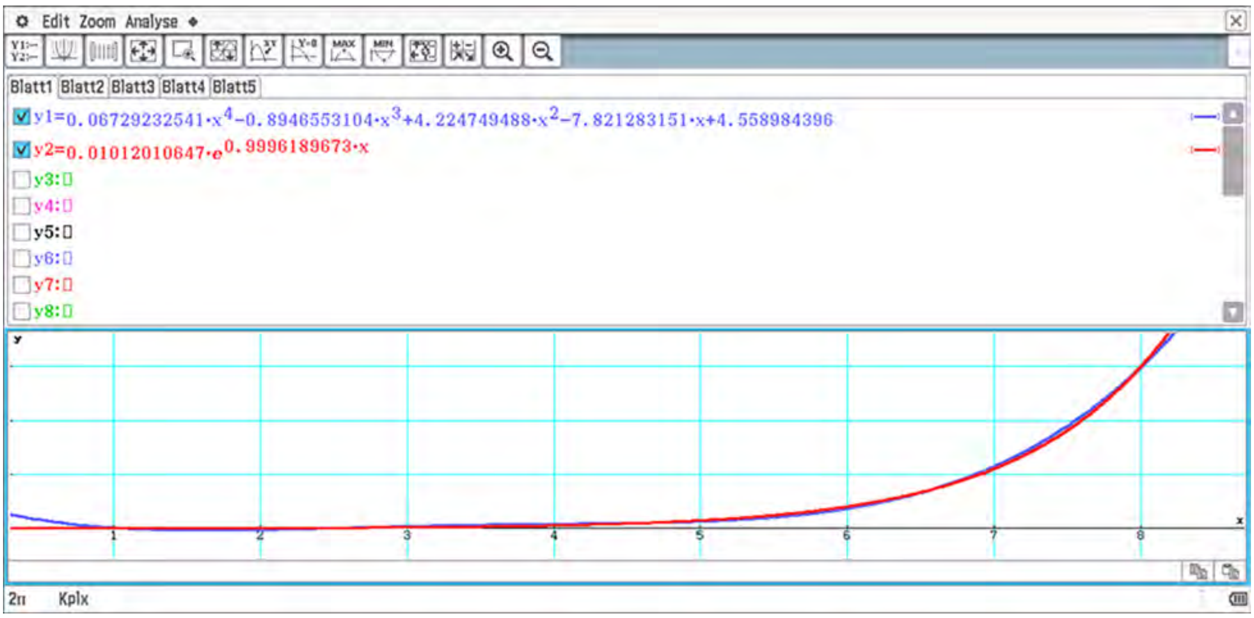
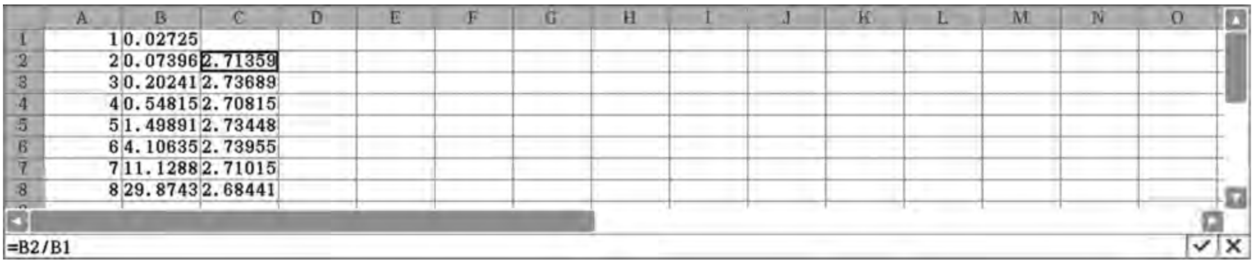


Abbildung 2. Vergleich der Graphen der erzeugten Potenz- und Exponentialfunktion



	A	B	C
1	1	0.02725	
2	2	0.07396	2.71359
3	3	0.20241	2.73689
4	4	0.54815	2.70815
5	5	1.49891	2.73448
6	6	4.10635	2.73955
7	7	11.1288	2.71015
8	8	29.8743	2.68441

=B2/B1

Abbildung 3. Quotientenbildung

ten dies offensichtlich intuitiv erfasst. Ihre Aufgabe war es, die jeweiligen Sprunghöhen eines Balles zu messen. Ein Ball springt ja mehrfach auf, bevor er zur Ruhe kommt. Diesen Vorgang in einem zu erfassen ist nicht möglich, wenn man nicht den Prozess photographisch erfassen kann. So ließen die Schülerinnen und Schüler den Ball nur einmal aufspringen, maßen die Höhe, ließen ihn dann aus dieser Höhe für den zweiten Sprung fallen und setzten den Prozess entsprechend fort. Leider ist die Kollegin auf diese Vorlage der Schülerinnen und Schüler nicht eingegangen. Man kann vermuten, dass ihr die Eigenschaften exponentiellen Wachstums nicht wirklich präsent waren.

Da es in der Realität auf Grund der Endlichkeit der Welt nicht wirklich ein exponentielles Wachstum gibt, wäre mein Vorschlag für die Einführung folgender. Man benötigt dazu ca. 300 Würfel. Es wird mit 50 Würfeln begonnen, die Anzahl der „6“ wird gezählt und entsprechend viele Würfel werden hinzugenommen. Dieses Verfahren wird entsprechend fortgesetzt. Schülerinnen und Schüler erfahren so das Entscheidende, nämlich, dass die Zunahme abhängig vom Bestand ist. Der Zerfall lässt sich entsprechend simulieren. Man vermindert die Gesamtzahl jeweils um die Anzahl der „6“. Dieses Verfahren lässt sich natürlich auch digital simulieren. Dazu wird entweder ein Programm geschrieben, wenn entsprechende Software (z. B. ClassPad oder NT-Spire) vorhanden ist oder man realisiert dies mit einer Tabellenkalkulation, was aufwendiger ist. Der Vorteil besteht darin, dass man die Daten nicht erst eingeben muss, sondern diese unmittelbar weiter verarbeiten kann.

Der Flächeninhalt von Dreiecken

Zur Bestimmung von Flächeninhalten von n-Ecken beginnt man normalerweise mit Rechtecken und Parallelogrammen. Danach bietet es sich an, ein Parallelogramm in zwei kongruente Dreiecke aufzuteilen, woraus sich die Flächeninhaltsformel für Dreiecke ergibt. Allerdings ist dieses in Bezug auf das logische Schließen die falsche Richtung, da dadurch nicht gezeigt ist, dass die Formel für beliebige Dreiecke gilt. Richtig wäre es von einem beliebigen Dreieck auszugehen und zu zeigen, dass sich dieses zu einem Parallelogramm ergänzen lässt. Da man das Dreieck auf drei verschiedene Arten zu einem Parallelogramm ergänzen kann, ergibt sich automatisch:

$$F = \frac{1}{2}c \cdot h_c = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}a \cdot h_a$$

Dass obiges nicht unbedingt als Kenntnis bei jungen Lehrenden vorhanden ist, zeigt das folgende Zitat aus einem Entwurf einer Unterrichtsstunde:

> *Hauptintention: Im Rahmen der Leitidee „Messen“ lernen die Schülerinnen und Schüler den Flächeninhalt eines Dreiecks kennen und entwickeln ein geometrisches Verständnis für die Äquivalenz der Flächenberechnung mittels der drei Höhen eines Dreiecks.*
>
> *Vornehmlich angestrebte Kompetenzen: Zur Lösung der Aufgabe ist eine mehrschrittige geometrische Argumentation notwendig. Die grafische Darstellung muss in einfache Terme für den Flächeninhalt übertragen werden. Zur Diskussion der Äquivalenz der drei möglichen Flächenformeln muss die Schlussfolge der geometrischen Überlegungen kommuniziert werden.*

Die Stunde verlief allerdings nicht bezogen auf die genannte Hauptintention, sondern, wie oben beschrieben, in der falschen Richtung. Auch die genannten Kompetenzen treffen nicht den Kern des Problems. Wenn der Referendar von einem allgemeinen beliebigen Dreieck ausgegangen wäre, würde es keine Rolle spielen, wie die Erweiterung zu einem Parallelogramm durchgeführt wird, da aus dieser Beliebigkeit sofort die Formeln für die verschiedenen Höhen folgen würden. Auch hier zeigt sich, dass gute stoffdidaktische Kenntnisse für die Formulierungen und die Umsetzung im Unterricht unbedingt erforderlich sind.

Literatur

Neubrand, M. (2020), Die „eine“ und die „andere“ Mathematik: Assoziationen zu einem grundlegenden Aspekt der Mathematikdidaktik. Mitteilungen der GDM 109, S. 68–76.

Jens Weitendorf, Norderstedt
E-Mail: JWeitendorf@t-online.de

Was ist eine Gleichung?

Horst Hischer

1 Einleitung

Die im Titel gestellte Frage scheint rhetorischer Art zu sein, verwenden wohl viele (die meisten?), die sich irgendwie mit Mathematik befassen, das Wort „Gleichung" eher so, wie es 1945 Ludwig Wittgenstein in seinen „Philosophischen Untersuchungen", Nr. 43, formulierte:

> Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache.

Wie kann man also nur darauf kommen, obige Titelfrage zu stellen?

Im April 2018 entdeckte ich in einer Online-Enzyklopädie einen m. E. nicht haltbaren Eintrag zu „Gleichung". Mein Vorhaben, diesem Mangel abzuhelfen, erwies sich zu meiner Überraschung als nicht trivial, obwohl es dazu z. B. einen Eintrag im „Lexikon der Mathematik" von 2000 gibt:

> **Gleichung**, zwei durch ein Gleichheitszeichen verbundene Terme, also z. B. $T_1 = T_2$ für Terme T_1, T_2, gesprochen „T_1 gleich T_2".

Das mag zwar zutreffend wirken, jedoch scheint die *Bedeutung* des hier auftretenden *Gleichheitszeichens* nicht erläuternswert zu sein – was auch für die hier verwendete *Gleichheit von Termen* gilt. Sollte es etwa genügen, diese überall in der Mathematik auftretenden Termini undefiniert oder (gar unreflektiert) gemäß der Beschreibung von Wittgenstein *nur zu verwenden*? Und dies auch im Mathematikunterricht?

Andererseits ist man in der Mathematik bemüht, verwendete Termini möglichst *explizit* zu definieren, zumindest aber *implizit*, wie es z. B. Richard Dedekind 1888 bei „Zahl" in seinem Buch „Was sind und was sollen die Zahlen?" macht. Warum also nicht auch bei „Gleichung"?

In dieser Situation kontaktierte ich mit Blick auf eine Definition von „Gleichung" den Grundlagenforscher Ulrich Felgner, Tübingen, und das führte zu einer intensiven diesbezüglichen Zusammenarbeit, die 2020 in separate Publikationen zu diesem Themenkreis mündete. Die nachfolgend angedeuteten Ergebnisse sind auch didaktisch relevant bezüglich der Findung und Formulierung von *Grundvorstellungen* zu „Gleichung".

2 Weitere Blicke in die Literatur

Im Buch *An Introduction To The Modern Theory Of Equations* von Florian Cajori (1919) findet man keine Definition von „Gleichung", auch nicht bei Gerhard Kowol im Buch „Gleichungen: Eine historisch-phänomenologische Darstellung" (1990). Im „Handbuch der Mathematikdidaktik" von Regina Bruder et al. (2015) werden zwar Gleichungen an sehr vielen Stellen im didaktischen Kontext thematisiert, Definitionsansätze werden jedoch auch hier nicht betrachtet.

So legen all diese Einblicke zunächst noch den Verdacht nahe, dass es in der Mathematik und auch in der Didaktik der Mathematik andere Sorgen gibt, als der Frage nachzugehen, was eine Gleichung eigentlich *ist*. Die Betrachtung so simpler Gebilde wie „$3 + 5 = 8$" scheint das zu bestätigen, dürfte wohl seit der Grundschule klar sein, was es *bedeutet*: „$3 + 5 = 8$" *kann* als *Ergebnis der Rechenaufgabe* „$3 + 5$" angesehen werden, was man auch *ohne das Gleichheitszeichen* hätte schreiben können, nämlich in der Gestalt „$3 + 5$ *ergibt* 8". Das Gleichheitszeichen wäre in dieser Interpretation also nur eine Kurzfassung für „ergibt" – es wäre *dann* sogar komplett verzichtbar!

Doch kritisch nachgefragt: Was würde *dann* „$8 = 3 + 5$" bedeuten? Hier müsste das Gleichheitszeichen in ganz anderer Lesart auftreten, etwa: „8 *ist zerlegbar in die Summe* $3 + 5$". Wir stehen hier also vor der unerfreulichen Situation, dass das („anscheinend" oder gar „scheinbar"?) mathematische Symbol „=" situativ unterschiedlich interpretierbar ist.

Nun mag man die beiderseits von „=" auftretenden Gebilde „8" und „$3 + 5$" als *„Zeichen für Zahlen"* auffassen, und zwar gemäß Dedekind dann für *dieselbe Zahl*, was also zur *Gleichwertigkeit* der Schreibweisen „$3 + 5 = 8$" und „$8 = 3 + 5$" führen würde. Jedoch werden andererseits „3", „5" und „8" oft (oder gar meist?) selber als *Zahlen* aufgefasst, nicht aber nur als *Zeichen für Zahlen*. Aber was ist nun „richtig"?

Und wenn auf zumindest einer Seite des Gleichheitszeichens (wie es in der Mathematik bei Gleichungen meistens der Fall ist!) Variablen hinzukommen, entsteht ein weiterer, völlig neuer Deutungsbedarf zur Klärung der Frage dessen, was denn eigentlich eine „Gleichung“ ist – denn z. B. bei „$3 + x = 8$“ ist doch wahrlich nichts „gleich“. Oder etwa doch?

So lesen wir nämlich passend hierzu bei Kevin Houston in seinem Buch „Wie man mathematisch denkt“ (2012) auf S. 44:

> Eine **Gleichung** sagt aus, dass zwei Ausdrücke gleich sind, zum Beispiel $3x^2 - 7 = 4x$. Beachten Sie, dass eine **Ungleichung**, beispielsweise $x \leq 5$, keine Gleichung ist, da eine *Gleichung* eben auch *Gleichheit* beinhalten sollte. Gleichungen und Ungleichungen sind immer eine Aufforderung. Sie wollen gelöst werden, also die Werte der Unbekannten bestimmt werden, für die sie gültig sind.

Aber in welchem Sinn sind wohl diese *„zwei Ausdrücke gleich“*, und was ist unter der hier erwähnten *„Gleichheit“* zu verstehen? Dass jedoch Gleichungen und Ungleichungen *„immer eine Aufforderung“* seien, ist in Bezug auf „immer“ gewiss falsch. Somit tragen diese Betrachtungen nichts zur Klärung bei, im Gegenteil! Zuvor teilt Houston auf S. 37 mit:

> [...] wenn wir das Gleichheitszeichen benutzen, behaupten [wir], die beiden Objekte auf den beiden Seiten seien *exakt dieselben* [...]

Auch das ist *nicht akzeptabel*, denn offensichtlich sind in dem zitierten Beispiel die erwähnten *„beiden Objekte“* gerade *nicht „exakt dieselben“*!

Heinrich Weber und Josef Wellstein bieten in der „Enzyklopädie der Elementarmathematik“ (1903) im „Ersten Buch“ (*Grundlagen der Arithmetik*) auf S. 17 (im „Ersten Abschnitt“: *Natürliche Zahlen*) folgende Definition an, ohne Rückgriff auf „Terme“ und deren „Gleichheit“:

> Ein Satz, der ausspricht, daß ein Zeichen a dieselbe Bedeutung haben soll wie ein anderes Zeichen b, den wir in der mathematischen Zeichensprache auch so ausdrücken $a = b$, heißt eine Gleichung.

Das klingt zwar akzeptabel, aber was ist mit „Bedeutung eines Zeichens“ gemeint? Beziehen sich die Autoren hier vielleicht auf Gottlob Frege? Denn dieser schreibt 1892 bezüglich „Gleichheit“ in seinem Essay „Über Sinn und Bedeutung“ auf S. 25:

> Die Gleichheit fordert das Nachdenken heraus durch Fragen, die sich daran knüpfen und nicht ganz leicht zu beantworten sind. Ist sie eine Beziehung? eine Beziehung zwischen Gegenständen? oder zwischen Namen oder Zeichen für Gegenstände?

Und in einer Fußnote zu „Gleichheit“ erläutert er:

> Ich brauche dies Wort im Sinne von Identität und verstehe „$a = b$“ in dem Sinne von „a ist dasselbe wie b“ oder „a und b fallen zusammen“.

Damit nimmt Frege möglicherweise Bezug auf das kurz zuvor, 1888, erschienene bereits erwähnte Buch „Was sind und was sollen die Zahlen?“ von Richard Dedekind, in dem dieser gleich zu Beginn, nämlich im ersten Paragraphen mit dem Titel *„Systeme von Elementen“*, schreibt:

> Im folgenden verstehe ich unter einem Ding jeden Gegenstand unseres Denkens. Um bequem von den Dingen sprechen zu können, bezeichnet man sie durch Zeichen, z. B. durch Buchstaben, und man erlaubt sich, kurz von dem Ding a oder gar von a zu sprechen, wo man in Wahrheit das durch a bezeichnete Ding, keineswegs den Buchstaben a selbst meint. Ein Ding ist vollständig bestimmt durch alles das, was von ihm ausgesagt oder gedacht werden kann. Ein Ding a ist dasselbe wie b (identisch mit b) und b dasselbe wie a, wenn alles, was von a gedacht werden kann, auch von b, und wenn alles, was von b gilt, auch von a gedacht werden kann. Daß a und b nur Zeichen oder Namen für ein und dasselbe Ding sind, wird durch das Zeichen $a = b$ und ebenso durch $b = a$ angedeutet. Ist außerdem $b = c$, ist also c ebenfalls, wie a, ein Zeichen für das mit b bezeichnete Ding, so ist auch $a = c$. Ist die obige Übereinstimmung des durch a bezeichneten Dinges mit dem durch b bezeichneten Dinge nicht vorhanden, so heißen diese Dinge a, b verschieden, a ist ein anderes Ding wie b, b ein anderes Ding wie a; es gibt irgendeine Eigenschaft, die dem einen zukommt, dem anderen nicht zukommt.

Dedekind spricht hier weder von „Gleichung“ noch von „gleich“ oder von „Gleichheit“, sondern nur von der Bedeutung des hier benutzten *Zeichens „=“* im Sinne von *„dasselbe“*, nämlich als einer von ihm als *„identisch“* gedeuteten Beziehung zwischen zwei derartigen „Dingen“, der er dann kontradiktorisch den Terminus *„verschieden“* gegenüberstellt:

Er kennzeichnet also das für „Gleichungen“ in der Mathematik typische und nicht nur hier auftretende „Gleichheitszeichen“ im Sinne von *„identisch mit“* und *nicht etwa als „ist gleich“*!

Frege verwendet dann das Wort „Gleichheit“ im Sinne von „Identität“ (s. o.). Sind „Identität“ und „Gleichheit“ etwa gleichbedeutend? So ist im Kontext von „Gleichung“ auch zu klären, was unter „Gleichheit“ und „Identität“ zu verstehen ist: Da sich im Sprachgebrauch zu „gleich“ das „Vergleichen“ gesellt, kann nämlich bei zwei „zu vergleichenden Dingen“ die Frage entstehen, ob diese „gleich“ oder gar „identisch“ seien, ob man also situativ *„die gleichen“* oder *„dieselben“* sagen solle. Welche *Grundvorstellung*en sind hiermit assoziiert oder zu entwickeln?

3 Phänomenologische Aspekte zum Gleichungsbegriff

Zunächst seien einige typische faktische Verwendungszusammenhänge von Gleichungen in Schule und Hochschule aufgelistet, anschließend werden sprachliche Aspekte von „Gleichung“ analysiert.

Mathematisch-inhaltliche Aspekte
Eine bereits vorsichtig geordnete, *unvollständige* Sammlung könnte die folgende sein:

- Geradengleichung, Kreisgleichung, Parabelgleichung,
- Lineare Gleichung, Quadratische Gleichung, Kubische Gleichung, Bruchgleichung, Wurzelgleichung, Gleichung n-ten Grades, Polynomiale Gleichung, Trigonometrische Gleichung,
- Funktionalgleichung, Differenzengleichung, Differentialgleichung, Algebro-Differentialgleichung, Integralgleichung,
- Laplace-Gleichung, Diophantische Gleichung,
- Bestimmungsgleichung, Bedingungsgleichung,
- Definitionsgleichung, Rekursionsgleichung, Funktionsgleichung.

Neben diesen vorrangig in die Mathematik gehörenden Beispielen findet man weitere aus Physik und Chemie wie etwa die folgenden:

- Bewegungsgleichung, Wärmeleitungsgleichung, Schwingungsgleichung, Wellengleichung, Schrödingergleichung,
- Reaktionsgleichung, Nernst-Gleichung.

Und man stößt auf weitere Termini, die sich auf „Gleichungen“ beziehen:

- Ungleichung, Gleichungssystem, Gleichungslösung, Gleichungslehre, Gleichsetzungsverfahren, Gleichungstypen und -arten.

In diese Liste gehören auch Termini, die weder das Wort „Gleichung“ noch „gleich“ enthalten, aber dennoch ganz offensichtlich damit zu tun haben, so z. B.:

- Formel, Gesetz, Regel.

Dass auch diese letzten Beispiele in diese Sammlung gehören, zeigen die Termini „Formelsammlung“, „Distributivgesetz“ und „Kettenregel“.

Zusammenfassende Interpretation

- *Gleichungen können …*

  … *der formalen Beschreibung* mathematischer oder auch außermathematischer Probleme oder Phänomene oder Prozesse *dienen*,
  … *der formalen Beschreibung* erkannter oder erdachter funktionaler Zusammenhänge *dienen*,
  … *der Definition neuer Funktionen dienen*,
  … *dem Ziel des Lösens* mathematisch beschreibbarer, ggf. speziell auch funktional beschreibbarer Phänomene oder Probleme oder Prozesse sowohl innerhalb als auch außerhalb der Mathematik *dienen*.

Und folgende weitere auftretende Aspekte sind hervorzuheben:

- *Mit Gleichungen* lässt sich eine *„Gleichheit“* …

  … *feststellen* oder *behaupten*,
  … *erreichen* (indem z. B. nach allen „Lösungen“ gesucht wird, für die diese Gleichheit dann gilt),
  … *per definitionem festsetzen* bzw. *vereinbaren* (z. B. für Funktionen).

Sprachliche Aspekte
Das Nomen „Gleichung“ könnte als eine *Adjektiv-zu-Nomen-Suffigierung* aufgefasst werden: „Gleich-*ung*“ als Zusammensetzung aus dem Adjektiv „gleich“ und dem *Suffix* „-ung“. Es würde dann als eine *Derivation* (Ableitung) von „gleich“ erscheinen. Jedoch betrachtet man sprachwissenschaftlich Nomen, die mit dem Suffix „-ung“ zusammengesetzt sind, so, als wären sie durch Suffigierung eines Verbs oder eines Nomens entstanden. Das Nomen „Gleichung“ wird daher als eine Zusammensetzung aus dem *Verb* „gleichen“ und dem *Nominalisierungs-Suffix* „-ung“ *aufgefasst* (als *Verb-zu-Nomen-Suffigierung* oder *Verbalabstraktum*). Dem Wort „Gleichung“ liegt daher in dieser Sicht das Verb „gleichen“ zugrunde:

Mit der Formulierung *„Sie gleichen einander wie ein Ei dem anderen“* kommt eine *Übereinstimmung zweier Dinge bezüglich bestimmter gegebener Merkmale* zum Ausdruck, hier wird also ein Zustand bzw. ein Produkt beschrieben. Andererseits ist der Satz *„Sie sollen einander gleichen wie ein Ei dem anderen!“* eine Aufforderung zu einer Handlung, also zu einem Prozess im Sinne von *„gleichen“* als *„gleichmachen“*.

In einer „Gleich-*ung*“ können wir also *einerseits* ein *Ergebnis* erkennen (*Zustand*, *Produkt*, also eine „Gleich-*heit*“ oder ein „Gleich-*sein*“ von mindestens zwei „Dingen“), *andererseits* einen *Weg* dorthin (ein „Gleich-*werden*“ als *Prozess* oder ein „Ver-*gleichen*“ als Handlung, die auch ein Prozess ist). Im mathematischen Kontext setzt das einen

Konsens bezüglich einer Auffassung von „gleich“ voraus, die im möglichen Ergebnis bzw. im Zustand in Gestalt einer „Gleich-*heit*“ (mit „-heit“ als weiterem Nominalisierungssuffix) zum Ausdruck kommt. Während also „Gleich-*heit*“ nur die *Eigenschaft* „gleich“ meint, also das „Gleich-*sein*“ als Zustand oder Ergebnis, bedeutet „Gleich-*ung*“ weitaus mehr: *auch* einen möglichen *Weg* dorthin, ein „Gleich-*werden*“!

Zusammenfassende Interpretation

- *Der Terminus „Gleichung“ begegnet uns im umgangssprachlichen Verständnis janusköpfig sowohl in einem „Gleich-Werden“ als auch in einem „Gleich-Sein“ (bzw. in einer „Gleichheit“).*

Diese beim alltäglichen Umgang mit „Gleichungen“ vermutlich kaum bewussten Nuancen sind für das Folgende mit zu (be)denken.

Resümee zu den beiden Aspekten

Wesentliches aus der Sammlung und Erörterung dieser phänomenologischen Aspekte lässt sich offensichtlich knapp wie folgt erfassen:

Eine Gleichung kann einerseits dem

- *Feststellen einer Gleichheit* („Gleichung als Gleich-Sein“) dienen,

und andererseits kann sie dem

- *Erreichen einer Gleichheit* („Gleichung als Gleich-Werden“) dienen.

Diese beiden Aspekte schließen sich nicht per se aus. Insbesondere sind sie didaktisch als *wesentliche Grundvorstellungen* bewusst zu machen.

4 Gleichheit – Identität – Ununterscheidbarkeit

So bleibt zu klären, wann im mathematischen Kontext zwei Dinge als „gleich“ zu betrachten sind, dieses auch im Unterschied bzw. in Abgrenzung dazu, wann dort zwei Dinge als „identisch“ anzusehen sind, und darüber hinaus ist ein „Vergleich“ (sic!) mit Alltagsauffassungen von „gleich“ und „identisch“ sowohl naheliegend als auch sinnvoll.

Dedekind betrachtet 1888 das Gleichheitszeichen als „Zeichen der Identität“ (s. o.), Frege greift dies 1892 auf und versteht „Gleichheit“ als „Identität“ (s. o.), bei Weber & Wellstein haben 1903 beide Seiten einer Gleichung „dieselbe Bedeutung“ (s. o.), und Felgner beendet seine 2020a publizierte Analyse auf S. 129 mit einem verblüffenden Resümee:

> Diese und viele ähnlich lautende Belege zeigen, daß man in guter Gesellschaft ist, wenn man sich dafür entscheidet, einen Ausdruck wie $a = b$ als *Gleichung* zu lesen, aber zugleich betont, daß damit eigentlich eine *Identitifikation* gemeint ist. Es wäre auch nicht falsch, $a = b$ als *Äquivalenz* zu lesen, denn wenn a und b identisch sind, dann sind sie auch äquivalent, aber dann wäre das eigentlich Gemeinte ziemlich verfehlt. Am einfachsten wäre es jedoch, $a = b$ als das, was es sein soll, nämlich als Identifikation zu lesen und von „=“ als dem *Zeichen der Identität* zu sprechen.

Wir werden darauf später zurückkommen.

Im Alltag wird nicht immer zwischen „der gleiche“ (getrennt geschrieben) und „derselbe“ (zusammen geschrieben) unterschieden, und manche Mitmenschen beharren gelegentlich ungerechtfertigt auf einer solchen Unterscheidung. Es geht um folgende Kombinationen bzw. Demonstrativpronomina (letztere sind anaphorische Pronomina der dritten Person):

1. *der gleiche, die gleiche, das gleiche,*
2. *derselbe, dieselbe, dasselbe*.

Diese Bezeichnungen treten in der mündlichen Umgangssprache und in der Schriftsprache auf, wobei die Demonstrativpronomina für *identische Dinge* reserviert sind, die Wortkombinationen hingegen für *gleiche Dinge*.

Dazu sei eine fiktive Situation betrachtet: Zwei Personen mögen *jede von einem Ding* sprechen, d. h., sie sprechen *zunächst von zwei* Dingen, die sich aber im Gespräch *bezüglich aller betrachteten Eigenschaften* als übereinstimmend und sich also *in jeder* (betrachteten!) *Hinsicht gleichen*.

Doch dann stellt sich heraus, dass diese *beiden Dinge* nicht nur (in diesem Sinn!) *ununterscheidbar* sind, sondern dass beide Personen sogar *ein-und-dasselbe* Ding meinen. Man sagt dann, dass diese beiden Dinge *identisch* seien, denn es gibt ja deren nur eines! Somit ist „Identität“ in diesem *Alltagskontext* ein Sonderfall der „Gleichheit“, und zwar als Lehnwort vom spätlateinischen identitas, einer Nominalisierung von idem, das für „derselbe“, „dieselbe“, „dasselbe“ steht.

Voltaire schreibt in seinem *Dictionnaire Philosophique* (1786) auf S. 225, dass „Identité“ nur „même chose“ (also dieselbe Sache) bedeute, was im Französischen am besten als „mêmeté“ zu beschreiben und mit *„Selbigkeit“* übersetzbar ist. So würde „selbig“ als eine *Eigenschaft* erscheinen, die „einem identischen Objekt“ quasi als *„einzigartig“* (im Sinne des o. g. Beispiels) zukommt. Im Deutschen gibt es hierzu ältere Formulierungen wie *„Es handelt sich um (den) selbigen“*. Voltaire fügte seinem o. g. Lexikoneintrag folgenden Kommentar hinzu:

> Ce sujet est bien plus intéressant qu’on ne pense.

In der Tat: *Dieses Thema der Identität ist interessanter, als man denkt!*

In diesem Sinn schrieb Ludwig Wittgenstein gemäß einem Hinweis von Felgner (2020a, S. 110) in einem Brief an Bertrand Russell vom 29. 10. 1913 (ähnlich in einem Brief vom 17. 10. 1913):

> Die Identität ist der Teufel in Person und ungeheuer wichtig, sehr viel wichtiger, als ich (bisher) glaubte.

Worin zeigt sich nun (in der Mathematik, in der Logik) eine Abgrenzung zwischen *gleich*, *ununterscheidbar* und *identisch*? Gibt es eine solche? Diese Frage untersucht Felgner im Rahmen der *Modelltheorie* mit dem Ergebnis, „identisch“ als Sonderfall von „ununterscheidbar“ und andererseits „ununterscheidbar“ als Sonderfall von „gleich“ anzusehen. Damit ist „ununterscheidbar“ eine Verschärfung von „gleich“, und „identisch“ ist eine Verschärfung von „ununterscheidbar“ – oder anders: Zwei gleiche Dinge sind nicht notwendig ununterscheidbar und können also dennoch „unterscheidbar“ sein – und zwei ununterscheidbare Dinge sind nicht notwendig identisch, es können also tatsächlich zwei Individuen sein!

Felgners Abhandlung zielt auf die Umformulierung und den Beweis des *Vollständigkeitssatzes* von Kurt Gödel (1930), um so den Aspekt der *impliziten Definierbarkeit* des *Begriffs der Identität*, eingeschränkt auf *Sprachen $\mathcal{L}$ der ersten Stufe*, hervorzuheben. Das sei knapp erläutert:

Eine *formale Sprache $\mathcal{L}$* ($\mathcal{L}$ steht für „lingua“) ist in der Mathematischen Logik eine *künstliche Sprache*, derer sich die Mathematik für die Formulierung von Definitionen, Theoremen und Beweisen bedienen kann. Sie enthält ein „Alphabet“ für festgelegte Zeichen („Konstanten“) und für „außerlogische“ Zeichen wie Variablen, Operationszeichen usw. (s. o.), so dass man damit zunächst „nichtlogische Terme“ bilden kann und schließlich mittels Relationszeichen und „logischen Zeichen“ wie $\neg$, $\Rightarrow$ und z. B. dem Allquantor $\forall$ zu „$\mathcal{L}$-Formeln“ kommt (man denke hier an Aussagen und Aussageformen), die also in der vorgelegten Sprache $\mathcal{L}$ „formulierbar“ sind. *Sprachen der 1. Stufe* gestatten *Quantifizierungen nur über Elemente des Objektbereichs*, *Sprachen der 2. Stufe* z. B. auch über Teilmengen dieses Objektbereichs, und *infinitäre Sprachen* ermöglichen z. B. Formeln „unendlicher Länge“ wie $\forall x(A_1(x) \wedge A_2(x) \wedge \ldots)$.

Eines der wesentlichen Ergebnisse der tiefliegenden Untersuchungen aus Felgner sei hier zitiert (2020a, S. 126):

> Wir haben also das Ergebnis: *Der Begriff der Identität, wenn er auf die Logik der 1. Stufe eingeschränkt wird, ist implizit definierbar, und zwar ist die in (i) & (ii) angegebene Liste von Axiomen eine derartige implizite Definition.*
> Wir erkennen zugleich, daß die *Identität* den klassischen Grundbegriffen der Logik (*„nicht“, „und“, „oder“, „für alle“*, ...) an die Seite gestellt werden kann, da auch ihre Bedeutung (im Unterschied zur umgangssprachlichen Gleichheit) immer eindeutig ist und sie insofern eine „logische Konstante“ ist.

Anmerkung: Die in obigem Zitat auftretenden Axiome sind: (i) $\forall x(x \equiv x)$, (ii) *für jede $\mathcal{L}$-Formel Φ die Aussage*: $\forall x \forall y(x \equiv y \Rightarrow (\Phi \Rightarrow \Phi^*)$. Das Zeichen „$\equiv$“ ist hier nur ein „leeres“, also bedeutungsloses Zeichen.

Dieses vertiefend betont Felgner mit Bezug auf seine Untersuchungen, dass die Eigenschaft der „Unterscheidbarkeit“ *von der Reichhaltigkeit der zugrunde gelegten Sprache* abhängt, und er schreibt dazu bereits an früherer Stelle (ebd., S. 118; Hervorhebungen nicht im Original):

> Der Begriff der Identität macht eine ontologische Aussage – nämlich die *Einerleiheit von Dingen* –, während im Begriff der Gleichheit – genauso wie im Begriff der Ununterscheidbarkeit – nur etwas über die sprachlich ausdrückbaren *Eigenschaften von Dingen* ausgesagt wird. Der **Begriff der Identität ist** zudem **sprachunabhängig**, während der **Begriff der Gleichheit** [...] ganz wesentlich **von der zugrundegelegten Sprache abhängig** ist.

Das führt uns zu folgender *Grundvorstellung*, auch im Sinne einer

- Sprachregelung: Wenn man sagt, dass zwei Objekte „identisch“ seien, so bezieht sich das nicht auf deren *„Namen“*, sondern auf die *beiden* damit bezeichneten *„Dinge“*, die also *ein-und-dasselbe Ding* sind.
  Diese „Dinge“ sind dann *einerlei* – es liegt somit *nur ein* Ding vor, dieses Ding ist also *einzigartig*!

So beginnt Felgner seine Schlussbetrachtung wie folgt (ebd., S. 126):

> Die Begriffe der *Gleichheit* und der *Identität* sind, wie wir gesehen haben, weder in der Umgangssprache noch in der Fachsprache der Mathematik synonym. Aber dennoch wird in der Mathematik immer noch dort, wo man von Identität sprechen sollte, zumeist von Gleichheit gesprochen. Das ist nicht falsch, da *identische* Objekte auch einander *gleich* sind. In dieser Ausdrucksweise wird jedoch das eigentlich Gemeinte verschleiert. Es handelt sich dabei wohl um ein Zugeständnis an den seit Jahrhunderten üblichen Sprachgebrauch.

5 Zur Definition von „Gleichung"

Das „Herzstück" einer zu entwickelnden Definition für „Gleichung" liegt in der Quintessenz des Essays von Felgner vor (siehe das erste Zitat in Abschnitt 4), das zu folgenden *Zielsetzungen für das Weitere* führt (man beachte, dass gemäß Abschnitt 4 die *Identität sprachunabhängig* ist).

Zielsetzungen.

(1) Wir verwenden das Zeichen „=" inhaltlich primär als Zeichen der Identität *zweier Dinge,* lesen *es aber als „gleich" oder als „ist gleich", genannt „**Gleichheitszeichen**".*

*(2) Jedes so entstandene formale Gebilde der Gestalt „$a = b$" nennen nennen wir „**Gleichung**".*

Das ist mit dem eingangs zitierten enzyklopädischen Eintrag im '*Lexikon der Mathematik*' vereinbar. Es ist aber noch zu klären, was ein „Term" ist und was „Gleichheit von Termen" bedeuten soll. Das geschieht mit Rückgriff auf die Mathematische Logik (wie z. B. bei Felgner 2002):

Dazu legt man eine (ggf. geordnete) *algebraische Struktur* zugrunde, bestehend aus einer nichtleeren Grundmenge M (der *Trägermenge*), endlich vielen endlichstelligen *Relationen* $R_1, R_2, \ldots$ in M, endlich vielen endlichstelligen *Funktionen* $f_1, f_2, \ldots$, die nicht aus M herausführen, ferner endlich vielen *ausgezeichneten Elementen* $e_1, e_2, \ldots$ aus M wie z. B. „0", „1" oder „$\varnothing$". In dieser Schreibweise treten 2-stellige *Verknüpfungen* als 2-stellige Funktionen auf. Durch *Gesetze* und *Verträglichkeitsbedingungen* ergibt sich eine (ggf. geordnete) *Struktur*, z. B. $(\mathbb{R}; 0, 1, +, \cdot, \leq)$. (Vgl. die ausführliche Darstellung von Felgner 2020b, 265 f.)

Damit lässt sich definieren, was unter „Term" zu verstehen ist:

(*) „**Terme** in M " werden ähnlich wie in der Mathematischen Logik gebildet: durch *rekursiven Aufbau mit* den verfügbaren *Operationen* aus *Konstanten* (z. B. Zahlzeichen wie z. B. $0, 1, \ldots, \mathrm{e}, \pi, \log_2(3)$ oder z. B. Zeichen für konkrete konstante Mengen wie $\varnothing$ oder $\mathbb{N}$) und aus *Variablen*, *Funktionstermen* und *Klammernpaaren*.

„Rekursiver Aufbau" soll hier u. a. implizieren, dass Terme nur aus endlich vielen der o. g. Dinge bestehen. Diejenigen Elemente, aus denen bezüglich einer gegebenen Struktur (z. B. einer Mengenalgebra) auf diese Weise Terme gebildet werden, gehören zu einer konkreten formalen **Sprache** $\mathcal{L}$ (s. o.), zu der weitere Elemente wie z. B. logische Junktoren ($\vee, \wedge, \neg$) und Quantoren („für alle", „es gibt") gehören können.

Wir betrachten nun „offene" und „konstante" Terme (vgl. Felgner, 2002). Statt „algebraische Struktur" schreiben wir nur „Struktur":

Definition 1. Es sei $(M; \ldots)$ eine Struktur und T ein Term in M gemäß (*).

Dann ist $\mathrm{Fr}(T)$ *die Menge aller in T vorkommenden Variablen.*

$\mathrm{Fr}(T)$ besteht aus allen in T „**frei vorkommenden Variablen**", deren es gemäß oben angedeuteter Termdefinition dann nur endlich viele gibt. So gelten z. B. folgende *Identitäten*: $\mathrm{Fr}(\mathrm{e}^2)$ ist dasselbe wie $\varnothing$, hingegen ist $\mathrm{Fr}(\mathrm{e}^x)$ dasselbe wie $\{x\}$. Das als Funktionsname auftretende Kürzel „Fr" ist hier passend zu „freien Variablen" bei Aussageformen gewählt worden (im Gegensatz zu z. B. mittels Quantoren „gebundenen Variablen").

Definition 2. Bezüglich einer gegebenen Struktur $(M; \ldots)$ und jeden in M gemäß (*) gebildeten Term T gilt:

- *T ist genau dann ein **konstanter Term**, wenn* $\mathrm{Fr}(T)$ *leer ist.*
- *T ist genau dann ein **offener Term**, wenn* $\mathrm{Fr}(T)$ *nicht leer ist.*

Damit können wir „Gleichung" definieren, wobei wir in Definition 1 und 2 auf die Verwendung des Gleichheitszeichens *an dieser Stelle* aus gutem Grund noch verzichtet haben: Gemäß Zielsetzung (1) soll „=" das Zeichen der „Identität" zweier Dinge werden, damit benötigen wir nicht mehr das von Felgner (2020a) für den Beweis seines Satzes in (i) und (ii) erforderliche temporär verwendete Zeichen $\equiv$ als ein „leeres Zeichen".

Definition 3. Es sei $(M; \ldots)$ eine Struktur, S *und T seien Terme in M, und $=$ sei das* Zeichen der Identität *(aber gelesen als „ist gleich").*
*Dann ist $S = T$ eine **Gleichung**.*

Für $2 + 3 = 5$ ist das einleuchtend, auch wenn $2 + 3$ und 5 nicht selbst schon „Dinge" sein sollten, sondern nur Namen für solche. Aber auch $2 = 3$ wäre dann eine Gleichung. Dem müssen wir auf den Grund gehen:

Konstante Terme S und *T* bezeichnen *Elemente* aus M und sind dann *Namen für Dinge.* Wenn sie *dasselbe Ding* bezeichnen, dann sind ihre Interpretationen *identisch*, und dann ist $S = T$ also eine wahre Aussage, andernfalls eine falsche. Wenn mindestens einer dieser beiden Terme *offen* ist, können *Einsetzungen* in *allen* Variablen zu einer wahren Aussage führen, die Gleichung ist dann *lösbar*, ggf. sogar für alle Einsetzungen (sie ist dann *allgemeingültig*). Wenn jedoch keine Einsetzung zu einer wahren Aussage führt, so ist sie *unlösbar*. Das führt zu folgender trivialen

Folgerung. Für jede Gleichung $S = T$ in einer gegebenen Struktur $(M; \ldots)$ gilt:

(a) *Falls S und T konstante Terme in M sind, so ist $S = T$ entweder eine wahre Aussage oder eine falsche Aussage.*
(b) *Ist mindestens einer der beiden Terme offen, so ist die Gleichung entweder* lösbar *(ggf.* allgemeingültig*) oder* unlösbar.

In einer „Gleichungslehre“ ist das bezüglich der Anzahl der vorkommenden Variablen detailliert aufzufächern, worauf hier verzichtet wird.

Der „kargen“ Definition 3 und den vorhergehenden einschließlich der Folgerung ist noch begründend an die Seite zu stellen, weshalb solche „Gleichung“ genannten Gebilde diesen Namen erhalten und wieso der Terminus „Gleichung“ gleichwohl berechtigt ist. Zugehörige Argumente liegen in Abschnitt 3 in den zusammenfassenden Interpretationen und im Resümee vor und offenbaren entsprechende *Grundvorstellungen*.

Ferner ist zu betonen, dass diese drei Definitionen und die Folgerung *nicht nur* für numerische Verknüpfungsgebilde gelten, sondern *für jede Struktur, in der Terme gebildet und verglichen werden können*, denn alles basiert auf der *sprachunabhängigen Identität* von Dingen, also gelten sie auch z. B. für Mengenalgebren.

Das hat allerdings weitreichende und vermutlich überraschende Konsequenzen, die hier exemplarisch für Geometrien verdeutlicht seien:

In *Analytischen Geometrien* werden alle betrachteten Objekte und ihre Relationen auf Elemente und Relationen in Körpern zurückgeführt, und damit gelten hier per se dieselben Betrachtungen für „Gleichungen“.

In *Axiomatischen Geometrien* (*euklidische*, *nichteuklidische*, *absolute*, *endliche*, …) werden grundlegende Elemente wie „Punkt“ oder „Gerade“ *nicht explizit* definiert, sondern *nur implizit* mit Hilfe von Axiomen in ihrem Zusammenspiel. Da Punkte und Geraden hier *nicht* wie in der Analytischen Geometrie mittels Koordinaten *unterscheidbar* sind, also *ununterscheidbar* sind (wenn auch i. a. *nicht identisch*), „gleichen“ sich alle Punkte, so wie sich z. B. hier auch alle Geraden „gleichen“. Jedoch können zwei Punkte bzw. zwei Geraden *zusammenfallen*, und sie sind dann also *identisch!* So sind z. B. in Axiomatischen Geometrien zwei *„gleiche“ Punkte nicht notwendig identisch* – während andererseits zwei *gleiche Zahlen* stets identisch sind! Da in Axiomatischen Geometrien die Objekte mit ihren Beziehungen und Operationen in der Mengensprache beschrieben und somit Terme gebildet werden können, gelangen wir auch hier im Sinne der vorgestellten Definitionen zu *Gleichungen*.

- Mit Blick auf $2 = 3$ (s. o.) sei noch gefragt: Was ist eine *Ungleichung*?

Wir können die Antwort hierauf nicht neu erfinden, sondern wir müssen uns am tatsächlichen Gebrauch orientieren: So verweist das Präfix „un-“ oft auf eine logische Verneinung wie z. B. bei „ungenau“, jedoch ist „Ungleichung“ keine logische Verneinung von „Gleichung“ (was sollte das auch sein?), auch nicht von „gleich“. Vielmehr ist „$2 = 3$“ gemäß Definition 3 tatsächlich eine Gleichung, wenn auch eine falsche Aussage.

Wir sagen also: „2 ist nicht gleich 3“, was man als „$2 \neq 3$“ notiert, und das ist eine wahre Aussage. Es bleibt so nur die Möglichkeit, die faktisch verwendeten sog. „Ungleichheitszeichen“ aufzulisten, bei den reellen Zahlen also $<, >, \neq, \leq, \geq$. Die mit zwei Termen und einem dieser Zeichen anstelle von „=“ wie gemäß Definition 3 gebildeten Zeichenreihen sind dann „*Ungleichungen*“, obwohl die Relationszeichen $\leq$ und $\geq$ die *Gleichheit* „enthalten“, z. B. $a \leq b :\Leftrightarrow a < b \vee a = b$. Das alles ist nicht schön, nicht systematisch, der Tradition folgend, üblich und wohl nicht zu ändern.

6 Schlussbetrachtung

In der Mathematik ist die *Gleichheit* also auf die *Identität* zurückführbar, jedoch *ist* sie in aller Regel *nicht* die Identität. Man könnte aber eine als „Identität“ verstandene „Gleichheit“ bei „allgemeingültigen“ Gleichungen noch akzeptieren, weil dann bei *allen* zulässigen Einsetzungen eine „Identität“ beider Seiten vorliegt und damit auch deren „Gleichheit“.

Jedoch treten „Gleichungen“ in der Mathematik und ihren Anwendungen – neben der per definitionem erklärten „Gleichheit“ – vor allem im Rahmen des „Lösens“ von Gleichungen auf, wozu auch Funktionalgleichungen und speziell Differentialgleichungen gehören. Aber dort „ist“ gar nichts gleich, sondern es sind jeweils „Lösungen“ derart gesucht, dass *dann* bei *deren* „Einsetzungen“ Identitäten *entstehen*.

Der Terminus „Gleichung“ ist *in solchen Fällen* also von der Sache her *nicht gerechtfertigt*, sondern er ist lediglich der historischen Tatsache geschuldet, dass man „Einsetzungen“ sucht, die *dann* eine „Gleichheit“ (und damit eine „Gleichung“) *im Sinne der „Identität“* liefern. Hierauf wird jedoch zumindest in den hier zitierten Quellen nicht verwiesen.

Diese knappe Sachanalyse zum Gleichungsbegriff (vgl. die ausführliche Fassung 2020) versteht sich als Anstoß in Bezug auf konstruktive Erörterungen didaktischer Konsequenzen. Das betrifft auch die Frage nach *Grundvorstellungen zum Gleichungsbegriff* und damit zusammenhängend von „gleich“, „identisch“ und „Gleichheit“. Beispielsweise die zusammenfassenden Interpretationen inkl. Resümee in Abschnitt 3 bieten hierzu Anregungen und werden eine inhaltliche Rolle spielen. Auch ist die Rolle der „Gleichheit" jenseits der Mathematik (z. B. in der Justiz, bei Verfassungen, bei einer Waage, ...) heranziehbar (siehe zitierte Literatur).

Literatur

Felgner, Ulrich: *Mathematische Logik*, Vorlesungsskript, 2002. (Auffindbar mit Suche nach „Mathematische Logik Felgner 2005", Suche erfolgreich am 17. 11. 2020.)

Felgner, Ulrich: Die Begriffe der Äquivalenz, der Gleichheit und der Identität. In: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, (2020a) 122:109–129. doi:10.1365/s13291-020-00214-0

Felgner, Ulrich: *Philosophie der Mathematik in der Antike und in der Neuzeit*. Cham: Birkhäuser, 2020b.

Hischer, Horst: *Studien zum Gleichungsbegriff*. Hildesheim: Franzbecker, 2020.

Hischer, Horst: *Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung. Struktur – Funktion – Zahl*. Heidelberg: Springer-Spektrum, 2021 (2. Auflage).

Horst Hischer, Universität des Saarlandes
E-Mail: hischer@math.uni-sb.de

Online-Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs

Silke Neuhaus, Sebastian Geisler, Lukas Baumanns, Raja Herold-Blasius, Judith Huget, Norbert Noster, Franziska Peters und Julia Joklitschke

Corona hat uns fest im Griff. Das wurde schon durch die erste Absage einer GDM-Jahrestagung im Präsenzformat im März 2020 deutlich. Spätestens aber als feststand, dass auch 2021 keine normale GDM-Jahrestagung stattfinden wird, sahen wir, die Nachwuchsvertretung der GDM, einen großen Handlungsbedarf. Wir waren besorgt um die Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler in unserer Community. Es gab nur wenige Möglichkeiten für Promovierende, sich mit anderen Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern zu vernetzen. Außerdem fehlten viele Optionen für die eigenständige Weiterbildung, denn die sonst üblichen Workshops oder Vorträge für den wissenschaftlichen Nachwuchs wurden oftmals auf den wenigen Online-Konferenzen nicht angeboten. Ebenso gab es kaum Austausch mit anderen Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern, um Tipps und Tricks für die eigene Promotion zu erhalten oder sich mit Gleichgesinnten über die üblichen Schwierigkeiten auszutauschen. Die Nachwuchsvertretung der GDM nahm sich dieser Probleme an und organisiert seit November 2020 regelmäßige Online-Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs. Zusätzlich werden im GDM-Monat 2021 ein Online-Nachwuchstag und mehrere Online-Abende extra für den wissenschaftlichen Nachwuchs angeboten.

Net(t)-Working – Online-Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs

Mitte Oktober 2020 entschieden wir beim Herbsttreffen der GDM-Nachwuchsvertretung, so schnell wie möglich ein Online-Programm aufzustellen, mit dem wir den wissenschaftlichen Nachwuchs fördern und besser vernetzen können. Federführend entwickelten Lukas Baumanns, Raja Herold-Blasius, Judith Huget und Silke Neuhaus innerhalb weniger Tage ein Konzept und fragten mehrere Expertinnen und Experten, ob sie mit Workshops und Vorträgen ihr Wissen an den Nachwuchs weitergeben wollen. Die vielen positiven und extrem schnellen Rückmeldung waren überwältigend und es konnte ein vielfältiges Programm zusammengestellt werden, welches auch unter mathedidaktik.uni-koeln.de/doktorandinnen/nett-working zu finden ist. Das Programm startete im November, hat weiterhin Bestand und findet ausschließlich online über Videokonferenzen statt.

Das Programm enthält eine bunte Mischung aus Diskussionsforen, Fragerunden und Workshops zu aktuellen Themen rund um die Promotion und die Arbeit als Nachwuchswissenschaftler/in in der Mathematikdidaktik. Zu Beginn hielt Jun.-Prof. Dr. Julia Bruns einen Workshop zu Kompetenzmodellen aus mathematikdidaktischer Perspektive und danach gab Prof. Dr. Gabriele Kaiser einen Einblick in ihre langjährige Erfahrung, indem sie einen Vortrag zum wissenschaftlichen Publizieren hielt. Eine Fragestunde zum Thema Promotion wurde von Prof. Dr. Hedwig Gasteiger angeboten und Prof. Dr. Susanne Prediger stellte ein Angebot zum Design-Research. Im Februar 2021 ergänzt Prof. Dr. Benjamin Rott eine weitere Fragestunde, diesmal aber zu wissenschaftlichen Laufbahnen. Prof. Dr. Nils Buchholtz gibt vielfältige Einblicke in Mixed-Methods und Prof. Dr. Dominik Leiss stellt ein Angebot zur Sprache im Mathematikunterricht. Neben diesen Angeboten ist es uns auch ein Anliegen, Möglichkeiten zu schaffen, in denen sich die Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler untereinander austauschen und vernetzen können. So ist es nach jedem offiziellen Angebot möglich, noch in kleineren Gruppen miteinander zu kommunizieren oder bei informellen Austauschrunden nett online beieinander zu sitzen. Kurze Zeit nach der Freischaltung der Anmeldung hatten sich bereits 120 Personen für die Online-Angebote angemeldet, was uns noch einmal bestärkt hat, dass ein solches Angebot gebraucht und von der Community auch gewünscht wird. Beim ersten Angebot am 2. November 2020 waren etwa 90 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aktiv dabei und tauschten sich zu Problemen beim Promovieren in Zeiten von Corona aus.

Wir bieten auch nach dem GDM-Monat unsere Online-Angebote an und hoffen weiterhin auf rege Beteiligung, sowohl von den Teilnehmenden als auch von Expertinnen und Experten.

Angebote im GDM-Monat – Nachwuchstag und Nachwuchs-Abende

Auch im GDM-Monat 2021 wird es Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs geben. Zum einen werden wir einen Online-Nachwuchstag durchführen und zum anderen Nachwuchsabende mit verschiedenen Aktionen anbieten. Die Angebote für den GDM-Monat werden von Norbert Noster, Franziska Peters und Sebastian Geisler organisiert und sind auch auf 2021.gdm-tagung.de/nachwuchs nachzulesen.

Der *Nachwuchstag*, der sonst immer vor der GDM-Jahrestagung stattfand, wird dieses Jahr in einem ähnlichen Format wie sonst, nur online stattfinden. Wir beginnen am 5. März 2021 um 15 Uhr und setzen den Nachwuchstag am 6. März 2021 von 9 bis 13 Uhr fort. In mehreren Workshops werden durch Mitgliederinnen und Mitglieder der GDM-Nachwuchsvertretung verschiedene Hinweise und Erfahrungen weitergegeben, die für unsere eigene Promotion und Arbeit als Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler hilfreich waren. Die Workshops beziehen sich dabei auf Zeitmanagement, das Gestalten von wissenschaftlichen Postern, Literaturarbeit, wissenschaftliches Schreiben und das Halten von Vorträgen. Zusätzlich bieten Claudia-Susanne Günther und Dr. Karen Reitz-Koncebovski einen Workshop zu Madipedia an. Darüber hinaus können sich die Teilnehmenden in wechselnden Diskussionsgruppen beim thematischen Networking zu ihren eigenen Forschungsgebieten und -methoden austauschen und vernetzen. Wie in den vergangenen Jahren bildet die Talkrunde „Promotion und dann?“ den Abschluss des Nachwuchstags. Dieses Jahr berichten Prof. Dr. Ute Sproesser und Prof. Dr. Mathias Hattermann von ihrem Werdegang und stellen sich den Fragen der Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler unter anderem zum Thema Vereinbarkeit von Familie und Beruf.

Die *Nachwuchsabende* finden ab dem 2. März 2021 jeweils dienstags ab 16 Uhr statt. Wir beginnen die Abende mit Angeboten für fortgeschrittene Promovierende und Postdocs. Den Beginn macht eine Informationsveranstaltung mit Prof. Dr. Aiso Heinze zum wissenschaftlichen Publizieren. Am 9. März folgt das Karriereforum, für das wir unter anderem Prof. Dr. Hedwig Gasteiger und Prof. Dr. Dominik Leiss gewinnen konnten. Am 16. März bietet Prof. Dr. Jürgen Roth einen Workshop zum Halten fachdidaktischer Vorlesungen an. Am 23. März folgt eine Informationsveranstaltung zu DFG-Anträgen mit Prof. Dr. Stefan Ufer. Direkt im Anschluss an diese Veranstaltungen gibt es ab dem 9. März vor allem für Doktorandinnen und Doktoranden, die noch am Beginn ihrer Promotion stehen, die Möglichkeit, Kurzvorträge zu halten. Damit bieten wir auch während des GDM-Monats ein Vortragsformat an, das auf GDM-Jahrestagungen etabliert ist und besonders von neuen Doktorandinnen und Doktoranden in Anspruch genommen wird. Hier würden wir uns natürlich wünschen, dass auch ein paar der bereits erfahrenen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler der GDM die Doktorandinnen und Doktoranden mit konstruktiven Rückmeldungen unterstützen und den Vortragenden neue Impulse geben. Den Ausklang der Nachwuchsabende bildet jeweils ein gemütliches digitales Zusammensein, das auch zum weiteren Networking genutzt werden kann. Als Programm haben wir unter anderem einen Science-Slam und ein online-live-cooking geplant.

An dieser Stelle möchten wir allen Expertinnen und Experten von Herzen danken! Nur durch Ihr Engagement und Ihre oftmals sehr schnellen Rückmeldungen konnten wir ein solches Programm für den wissenschaftlichen Nachwuchs aufstellen. Außerdem hat es uns noch einmal darin bestätigt, wie hoch die Wertschätzung der Community für den wissenschaftlichen Nachwuchs ist.

Wir hoffen, dass die bisherigen Angebote gut angenommen wurden und freuen uns vor allem im GDM-Monat auf die weitere net(t)e Zusammenarbeit! Bitten leiten Sie die verschiedenen Angebote auch gerne weiter, insbesondere an neu eingestellte Doktorandinnen und Doktoranden.

Silke Neuhaus,
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
E-Mail: silke.neuhaus@ovgu.de

Sebastian Geisler,
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
E-Mail: sebastian.geisler@ovgu.de

Lukas Baumanns, Universität zu Köln
E-Mail: lukas.baumanns@uni-koeln.de

Raja Herold-Blasius, Technische Universität Dortmund
E-Mail: raja.herold-blasius@math.tu-dortmund.de

Judith Huget, Universität Bielefeld
E-Mail: jhuget@math.uni-bielefeld.de

Norbert Noster, Universität Würzburg
E-Mail: norbert.noster@mathematik.uni-wuerzburg.de

Franziska Peters, Justus-Liebig-Universität Gießen
E-Mail: Franziska.Peters@math.uni-giessen.de

Julia Joklitschke, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: julia.joklitschke@uni-due.de

GDM Schweiz – Jahresbericht 2020

Esther Brunner

Wintertagung

Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2020 und beginnt mit der Jahrestagung, die am 17. 1. 2020 an der Pädagogischen Hochschule Zürich stattfand. Esther Brunner eröffnete die Tagung mit Gedanken zur mathematischen Bildung allgemein. Der thematische Fokus der Tagung lag auf der Auseinandersetzung mit dem Handlungsaspekt „Mathematisieren und Darstellen“. Am Vormittag stellte Katja Maass von der PH Freiburg i. Br. Grundlagen und eigene Forschungsergebnisse zum Themenbereich «Mathematisieren – Modellieren» vor. Sie zeigte insbesondere auf, wie wichtig Anwendungsaufgaben in authentischen Kontexten sind. Dies begründete sie zum einen mit entwicklungspsychologischen und mathematikdidaktischen Postulaten und Erkenntnissen und zum anderen beleuchtete sie anhand eigener Studien (z. B. „Primas“), wie Fortbildungen zum Thema Modellieren konzipiert sein sollten, um Wirkung entfalten zu können. Sie stellte dazu die Fortbildung im Einzelnen vor und zeigte anhand von Evaluationsergebnissen auch deren Wirksamkeit. Auf der Basis dieser Ergebnisse ließen sich verschiedene Typen von Lehrpersonen zum Einsatz von forschendem Lernen beschreiben: diejenigen Lehrpersonen, die forschendes Lernen als Aktivität zur Motivierung der Lernenden einsetzen, diejenigen, die dadurch primär zum Denken und Begründen anregen möchten und schließlich diejenigen Lehrpersonen, die mit forschendem Lernen mathematisch-naturwissenschaftliche Prozesse und Inhalte vermitteln möchten.

Nach dem Referat fand die erste Runde verschiedener Ateliers statt, die von Mitgliedern der GDM Schweiz geleitet wurden: Hans Walser beleuchtete in seinem Atelier Kinematische Geometrie. André Marty, Edmund Steiner und Dario Zenhäusern befassten sich mit „augmented reality“ und fragten nach dem Beitrag zur Förderung räumlicher Fähigkeiten. Micaela Turina stellte Einsatzmöglichkeiten digitaler Medien im Mathematikunterricht ins Zentrum, während Katrin Kocher und Lis Reusser einen Einblick in die Neuausgabe der Schweizer Zahlenbücher 1–4 gaben.

Über Mittag fand eine Posterausstellung zu laufenden Forschungsprojekten statt. Es bestand die Möglichkeit, sich direkt mit den Verantwortlichen auszutauschen und Fragen zu diskutieren sowie einen Einblick in die Forschungstätigkeiten anderer Hochschulen in der Schweiz zu gewinnen.

Am Nachmittag referierte Barbara Ott, PHSG zum Thema „Kinder entwickeln Darstellungen und sprechen darüber“ und zeigte anhand des Projekts „FlexiS“ auf, wie wichtig flexibler Skizzengebrauch im Sachrechnen ist und in welcher Weise dies bei Kindern der Primarstufe vorkommt. Anhand von Ergebnissen aus einer Interventionsstudie konnte sie aufzeigen, wie sich der flexible Skizzengebrauch der Kinder der Interventionsgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe über einen bestimmten Zeitraum hinweg entwickelte. Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass der flexible Skizzengebrauch angeregt werden kann.

Nach dem informativen Vortrag folgte die zweite Runde von Ateliers. Henrike Allmendinger und Martin Lacher arbeiteten zum Argumentieren und Begründen in offenen Lernarrangements am Beispiel 3D – Die mathematische Welt der Körper. Beat Jaggi stellt Modellieren und Prognostizieren mit Excel in den Mittelpunkt seines Ateliers, während Marco Hübner das Potenzial von Fermi-Fragen diskutierte. Kurt Hess gab in seinem Atelier einen Einblick in mathematisch-fachliche Orientierungspunkte am Ende des Kindergartens und diskutierte entwicklungsorientierte Zugänge zum Lehrplan 21.

Abgerundet wurde die Tagung mit einem reichhaltigen Apéro, bei dem die Gelegenheit für den informellen Austausch und weiterführende Diskussionen – wie immer – rege genutzt wurde.

Mitgliederversammlung

Die Mitgliederversammlung fand anlässlich der Jahrestagung am 17. 1. 2020 unter der Leitung von Esther Brunner statt. Als Stimmenzählende wurden Micaela Turina und Geri Rüegg gewählt. Das Protokoll der Mitgliederversammlung von 2019 wurde genehmigt und der Aktuarin Kathleen Philipp für ihre Arbeit gedankt. Der Jahresbericht 2019 der beiden Co-Präsidentinnen Esther Brunner und Lis Reusser sowie die Rechnung 2019 inkl. Bericht der Revisoren wurden ebenfalls mit Applaus verdankt. Genehmigt wurde auch das Budget 2020. Albert Gächter wurde als Rechnungsrevisor und als langjähriges Mitglied der GDM Schweiz herzlich von Gabriela Schürch verabschiedet. Esther Brunner verabschiedete die zurücktretende Co-Präsidentin Lis Reusser und würdigte ihren langjährigen Einsatz für die GDM Schweiz sehr herzlich.

Anschliessend wurden Wahlen durchgeführt. Es kandidierten erneut Esther Brunner (Vorstand, Präsidium, Beirat GDM) und Gabriela Schürch (Vorstand). Bernhard Dittli kandidierte neu als Vorstandsmitglied. Alle drei wurden mit Applaus gewählt. Die Amtsdauer der anderen beiden Vorstandsmitglieder – Kathleen Philipp und Stephan Schönenberger – ist noch nicht abgelaufen, weshalb noch keine Wiederwahl erfolgte. Als neuen Rechnungsrevisor wurde Roland Pilous gewählt, Guido Beerli wurde für eine weitere Amtsdauer bestätigt.

Unter dem letzten Traktandenpunkt stellte Esther Brunner Überlegungen zum Einsatz von Vereinsgeldern vor. U. a. werden neu Arbeitsgruppen der GDM Schweiz finanziell unterstützt, sofern sie einen entsprechenden Antrag mit einer Konzeptskizze z. H. des Vorstands einreichen und allen Mitgliedern der GDM offen stehen.

Georg Bruckmaier und Roland Keller informierten kurz zum gemeinsamen Masterstudiengang Fachdidaktik Mathematik der PHZH und der PH FHNW. Die große Arbeit der Beteiligten wurde herzlich verdankt. Die Mitgliederversammlung konnte nach 45min geschlossen werden.

Weitere Anlässe

Die Corona-Pandemie verunmöglichte die Durchführung weiterer Anlässe. Der Vorstand verzichtete deshalb im Vereinsjahr 2020 auf die Planung solcher.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Die Corona-Pandemie beschäftigte auch den Vorstand. Dieser traf sich insgesamt zu sechs und damit zu deutlich mehr Sitzungen als in ordentlichen Jahren. Zahlreiche Geschäfte standen an und Flexibilität war auch vom Vorstand der GDM Schweiz gefordert. Sämtliche Sitzungen wurden aufgrund der Pandemie als Videokonferenz durchgeführt.

Die erste Sitzung Anfang März stand im Zeichen des Rückblicks auf die Jahrestagung und die Mitgliederversammlung und diente der Festlegung des Jahresprogramms sowie der ersten Planung der Wintertagung 2021. Der Vorstand konstituierte sich. Neu übernimmt Bernhard Dittli die Protokollführung. Kathleen Philipp übernimmt das Vizepräsidium und Gabriela Schürch amtiert weiterhin als Rechnungsführerin. Ein weiteres wichtiges Thema war das EDK Geschäft zur Überprüfung der Grundkompetenzen Mathematik Zyklus I (ÜGK 1). Hier war es dem Vorstand wichtig, sich bei der EDK einzubringen und mit der Nomination geeigneter Personen aus der GDM Schweiz dazu beizutragen, dass kompetente Mathematikdidaktikerinnen mit Kenntnis und Schwerpunkt Zyklus I das Team um Stephan Schönenberger ergänzen.

Anlässlich der Vorstandssitzung im Juli waren wir zuversichtlich, dass wir die Jahrestagung 2021 durchführen könnten und planten entsprechend weiter. Da Stephan Schönenberger auf Sommer 2020 an die PHTG gewechselt hatte, wollten wir ihn im Vorstand auf die Wintertagung 2021 durch ein Mitglied aus einer anderen PH ersetzen. In seiner Funktion als ICMI-Representative würde er weiterhin an den Vorstandssitzungen teilnehmen. Eine Zusage von Claudia Albertini, PHZH, für eine Kandidatur in den Vorstand liegt nun vor. Weitere Themen waren erneut die ÜGK 1 sowie die neue Website, die mittlerweile fertig gestellt ist.

An der Vorstandssitzung im September konkretisierten wir die Planung der Wintertagung 2021 als Jubiläumstagung. Zudem stellte Esther Brunner ein Projektvorhaben vor, das auf die Weiterbildung amtierender Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker abzielt und für das aktuell von der PHZH Finanzen beim Bund beantragt werden. Die GDM als Projektpartnerin unterstützt das Projekt im Bereich der Netzwerkbildung. Die Besetzung der ÜGK 1 Arbeitsgruppe wurde von der EDK vorgenommen und die beiden GDM-Mitglieder Sarah Jandl und Katrin Kocher nehmen dort Einsitz. Da die GDM Schweiz auch Mitglied der KOFADIS (Konferenz der Fachdidaktiken in der Schweiz) ist, wurde kurz zu diesen Aktivitäten informiert.

Da sich im Verlauf des Septembers und Oktobers die COVID-19-Lage in der Schweiz drastisch verschlechterte, beschloss der Vorstand anlässlich seiner fünften Sitzung, die Ende Oktober stattfand, die Jahrestagung 2021 auf 2022 zu verschieben. Auf eine Verschiebung um ein halbes Jahr oder wenige Monate wurde nach gründlichem Abwägen verzichtet. Die Entwicklung der Pandemie ist derzeit nicht vorhersehbar und mit der Absage der GDM in Lüneburg war klar, dass wir eine Verschiebung um ein Jahr ins Auge fassen möchten. Die nächste Jahrestagung wird deshalb erst am 14. 1. 2022 an der PHTG in Kreuzlingen stattfinden. Erneut Thema an der fünften Sitzung war die KOFADIS zur Verabschiedung des Gründungspräsidenten Peter Labudde.

Anlässlich der sechsten und letzten Vorstandssitzung in diesem Jahr Anfang Dezember wurde ein kurzes Video für die Verabschiedung von Peter Labudde erstellt. Es folgte ein Rückblick auf das bewegte Jahr und ein kurzer Ausblick auf ein hoffentlich etwas weniger intensives Vereinsjahre.

Weitere Sitzungen

Der Beirat der GDM konnte ebenfalls nur via Videokonferenzen tagen. Die erste Sitzung fand im April statt, die zweite im November. An beiden jeweils mehrstündigen Sitzungen nahm Esther Brunner teil.

An der Sitzung der KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) im Sommer, die ebenfalls via Videokonferenz durchgeführt wurde, nahm Esther Brunner teil. Wichtige Themen waren die Verabschiedung des langjährigen Präsidenten und die Unsicherheiten bezüglich Tagungsdurchführung.

Dank

All den zahlreichen Kolleginnen und Kollegen, die in diesem Jahr aktiv zum Gelingen der Aktivitäten der GDM Schweiz beigetragen haben, danken wir sehr herzlich. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an unsere Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand und an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL für die konstruktive Zusammenarbeit und Unterstützung und für den besonderen Effort und die große Flexibilität in diesem sehr besonderen Jahr.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau
E-Mail: esther.brunner@phtg.ch

Protokoll zur digitalen Mitgliederversammlung der GDM

Virtuell, 29. 10. 2020

Zeit: 16.00 bis ca. 17.30 Uhr

Andreas Eichler begrüßt die Teilnehmenden der digitalen Mitgliederversammlung. Er weist darauf hin, dass die Tagesordnung im Vergleich zur ursprünglich geplanten und pandemiebedingt abgesagten Mitgliederversammlung in Würzburg (Einladung wurde in den Mitteilungen der GDM, Heft 108 abgedruckt) deutlich reduziert ist. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass in dieser digitalen Mitgliederversammlung lediglich die zentralen und im Jahr 2020 noch dringlich zu beschließenden Tagungsordnungspunkte diskutiert werden sollen (z. B. Vorstandswahlen, Reduzierung der Mitgliedsbeiträge, GDM-Tagung 2021 in Lüneburg). Aus aktueller Sicht weniger dringliche Tagungsordnungspunkte werden auf die Mitgliederversammlung 2021 verschoben.

Zunächst bittet Andreas Eichler um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Kollegen:

2019

Heinz-Wilhelm Alten, Heinrich Besuden, Hans-Günther Bigalke, Roland Fischer, Karl Kießwetter, Kurt Neubert

2020

Lothar Flade, Eberhard Hans-Alexander Gerbracht, Gerd Knoop, Leo Remmel, Heinz Trauerstein, Karel Tschacher

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Das in Heft 108 der Mitteilungen der GDM (S. 58–63) enthaltene Protokoll der Mitgliederversammlung vom 7. 3. 2019 in Regensburg wird ohne Änderungen bestätigt, die per Mail am 1. 10. 2020 verschickte Fassung der Tagesordnung wird ohne Änderungen beschlossen.

TOP 2: Bericht des Vorstands

2.1 *Aktuelles aus Vorstand und Beirat*

Andreas Eichler berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine (ggf. Ort und wahrnehmende Personen jeweils in Klammern, Termine ohne Ort fanden digital statt):

- 28.06.19 Sitzung des Vorstands (daneben monatliche Zoom-Treffen) (Hannover; A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)
- 22.11.19 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat (Frankfurt; A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)
- 04.12.19 Teilnahme am KMK-Fachgespräch „Ein rätselhafter Patient – Mathematikunterricht: Diagnose und Therapie“ (Berlin; A. Eichler)
- 27.02.20 Tagung der Kommission für Lehrerbildung (Kassel; A. Eichler)
- 05.03.20 Krisensitzung mit der GDM-Tagungsleitung in Würzburg mit dem Beschluss die GDM-Tagung abzusagen (A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)

- 27.04.20 Gemeinsame, digitale Sitzung von Vorstand und Beirat
- 19.06.20 Gemeinsame, digitale Sitzung von Vorstand und Beirat
- 24.09.20 Krisensitzung mit der GDM-Tagungsleitung in Lüneburg mit dem Beschluss die GDM Tagung abzusagen (A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)

Im Rahmen der gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat am 22. 11. 2019 wurde als *Herausgeberin* des JMD Hedwig Gasteiger wiedergewählt. Als *Mitglieder des wissenschaftlichen Beirats des JMD* wurden Stefan Krauss, Petra Scherer und Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski gewählt.

Zudem wurde die Einrichtung einer Geschäftsführungsstelle diskutiert. Die Einrichtung sowie das Finanzierungskonzept einer solchen Geschäftsführungsstelle sollen im Rahmen der Mitgliederversammlung 2021 allen Interessierten vorgestellt und final diskutiert werden.

Gegenstand der gemeinsamen, digitalen Sitzung von Vorstand und Beirat am 27. 4. 2020 war vor allem der Planungsstand der GDM-Onlinetagung in Würzburg.

Ein weiterer zentraler Besprechungspunkt war die Erweiterung der JMD-Herausgebergruppe um einen vierten Herausgeber. Dieser Vorschlag fand in Beirat und Vorstand Zustimmung. Zum vierten Herausgeber wurde Andreas Obersteiner gewählt.

Im Rahmen der gemeinsamen, digitalen Sitzung von Vorstand und Beirat am 19. 6. 2020 wurde der pandemiebedingt unklare Planungsstand der GDM-Tagung in Lüneburg intensiv diskutiert. Silke Ruwisch informierte über mögliche Einschränkungen, die zu erwarten sind. Der Beirat und der Vorstand haben gemeinsam abgewogen, welche potentiellen Szenarien für die GDM-Tagung tragbar und vertretbar sind. Zum Zeitpunkt der digitalen Sitzung waren sich alle Beteiligten einig, dass versucht werden soll, die Tagung 2021 in Lüneburg stattfinden zu lassen, sofern der fachliche und soziale Austausch unter den Teilnehmenden ohne massive Einschränkungen möglich sein wird.

Darüber hinaus wurde über die Nachfolge von Andreas Eichler als 1. Vorsitzender ab 2021 diskutiert. Potentielle Kandidatinnen und Kandidaten wurden benannt und sind teilweise bereits von Beirat und Vorstand angesprochen worden. Interessierte Personen sind aufgefordert, sich beim Vorstand oder beim Beirat zu melden, sofern sie Interesse an der Übernahme des 1. Vorsitzes ab 2021 haben.

Andreas Eichler weist auf zukünftige Tagungsorte und auf die bereits bekannten Termine hin:

- Für 2021 hat Lüneburg die Tagung absagen müssen. Es wird einen GDM-Monat geben (siehe TOP 8).
- Für 2022 hat sich die AG Primarstufe aus Frankfurt am Main (Rose Vogel und Susanne Schnell) bereit erklärt, die Tagung auszurichten.
- Für 2023 musste Köln leider absagen. Hier sind alle Standorte aufgerufen, diesen Termin zu füllen und sich bei Interesse an den Vorstand oder den Beirat zu wenden.
- Die Tagung 2024 findet in Essen statt.

2.2 *Forschungs- und Nachwuchsförderung*

Andreas Eichler berichtet über den DFG-Antragsworkshop der GDM & GDCP, der am 14. und 15. 11. 2019 in Regensburg stattfand. Insgesamt sind sieben Skizzen eingereicht und diskutiert worden. Darunter auch zwei mathematikdidaktische Skizzen.

Weiterhin weist Andreas Eichler auf den DFG-Antragsworkshop am 21. und 22. 1. 2021 in Münster hin. Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski und sein Team sind Ausrichter dieser Tagung. Frist zur Einreichung von Antragsskizzen ist der 15. 12. 2020.

Im Rahmen der GDM-Online-Tagung in Würzburg hat die Nachwuchsvertretung ein eigenes Online-Angebot implementieren können.

Raja Herold-Blasius hat ihr Amt als Sprecherin der Nachwuchsvertretung niedergelegt. Der aktuelle Sprecherrat setzt sich aus Julia Joklitschke (Duisburg-Essen) und Sebastian Geisler (Magdeburg) zusammen. Sie werden durch die große Gruppe der Nachwuchsvertretung unterstützt. Alle aktuellen Informationen und Ansprechpersonen sind auf der Madipediaseite des GDM-Nachwuchses nachzulesen: madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM

Die Nachwuchskonferenz 2020 ist pandemiebedingt ausgefallen und wird 2021 nachgeholt. Voraussichtlich wird diese vom 25. 10. bis zum 29. 10. 2021 in Freiburg stattfinden. Aktuelle Informationen sind auf der Webseite 2020.nachwuchskonferenz.de nachzulesen.

Die Nachwuchsvertretung hat aufgrund der aktuellen Lage ein digitales Großvorhaben namens „Net(t)-Working“ gestartet. Hierbei handelt es sich um ein Online-Angebot für Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler. Dieses startet am 2. 11. 2020 um 18 Uhr mit einem Zoom-Meeting. Das Angebot wird anschließend in einem vierzehntäglichen Rhythmus immer montags von 18 bis 20 Uhr stattfinden. Details über inhaltliche Schwerpunkte der einzelnen Sitzungen sind auf der Homepage des Projekts „Net(t)-Working“ nachzulesen: mathedidaktik.uni-koeln.de/doktorandinnen/net-working.

Im Rahmen des GDM-Monats 2021 wird die Online-Nachwuchstagung am 5. 3. 2021 ab 13 Uhr und am 6. 3. 2021 ab 9 Uhr stattfinden. Es wird Workshops zur Vortrags- und Postergestaltung, zum wissenschaftlichen Schreiben, zum Zeitmanagement der Dissertation, zur Literaturarbeit und zu Madipedia geben. Darüber hinaus werden thematische Vernetzungen angestrebt. Die Talkrunden werden von Prof. Dr. Ute Sprösser und Prof. Dr. Mathias Hattermann bestritten. Im GDM-Monat wird es wöchentliche Nachwuchsabende (dienstags ab 16 Uhr) geben, die inhaltlich durch Workshops für fortgeschrittene Promovierende und PostDocs, Vortragsslots (Kurzvorträge) für Promovierende zu Beginn ihrer Promotion sowie Social-Events zum Ausklang gefüllt werden. Weiterhin sollen Expertinnen- und Expertensprechstunden eingerichtet werden.

2019 fand die GDM-Nachwuchskonferenz vom 9. bis 13. September an der PH Heidelberg statt. 49 Promovierende (34 weiblich) von 27 verschiedenen Hochschulen aus Deutschland, Österreich und der Schweiz haben diese Tagung besucht. Davon waren 72 % im ersten Promotionsjahr.

2.3 *Gemeinsame Kommissionen Übergang Schule–Hochschule*

Regina Bruder und Rolf Biehler sind aus der Kommission ausgeschieden. Andreas Eichler dankt beiden für ihr Engagement in der Kommission. Als neugewählte Mitglieder der Kommission können Stefanie Rach und Aiso Heinze begrüßt werden.

Die für Mai 2020 geplante Expertentagung der Kommission zur „Gestaltung eines konstruktiven Übergangs von Schule zu Hochschule – Konkretisierung des Maßnahmenkatalogs“ in Münster wurde auf 2022 verschoben. Diese Tagung soll als Präsenztagung stattfinden. 2021 wird es ein kürzeres digitales Angebot geben. Im September 2020 hat die Kommission mit einem Brief an die KMK Stellung zu bundesweiten Vorgaben zum Einsatz digitaler Werkzeuge in der Abiturprüfung bezogen. Dieser Brief ist unter folgendem Link zu finden: www.mathematik-schule-hochschule.de/images/2020-09-08_Brief-an-KMK_WTR-MMS_mU.pdf

2.4 *Symposien zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik*

Andreas Eichler erinnert an das Format der „Symposien zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik“. Derartige Symposien verfolgen das Ziel einer deutlicheren Positionierung der GDM zu mathematikdidaktisch relevanten Themen. So hat das erste Symposium am 22. 2. 2019 in Dortmund zur „Leitlinie Rechenschwäche“ stattgefunden. Aus diesem Symposium heraus wurde vom Vorstand ein Schreibteam bestehend aus Michael Gaidoschik, Elisabeth Moser Opitz, Marcus Nührenbörger und Elisabeth Rathgeb-Schnierer bestimmt. Sie bekamen den Auftrag ein Positionspapier zur Leitlinie Rechenschwäche zu verfassen. Als „Critical Friends“ des Positionspapiers wurden Uta Häsel-Weide und Wolfram Meyerhöfer bestimmt. Nach einer erste Abschlussdiskussion des aktuell vorliegenden Papiers im November 2020, wird es eine breite Dissemination des Papiers geben.

Das zweite Symposium zum Thema „Digitalisierung“ ist bereits geplant. Der Zeithorizont der ersten Diskussionstagung ist allerdings coronabedingt noch unklar.

Weitere Symposien werden angestrebt.

2.5 *Bericht Schriftführung*

Daniela Götze berichtet über den Stand und die Entwicklung der Mitgliederzahlen (Stichtag: 20. 10. 2020): Die GDM verfügt derzeit über 1214 Mitglieder, das sind 38 Personen mehr als im Vorjahr.

Die Einreichungen für die Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (MGDM) laufen aktuell durchaus erfreulich. Die letzten beiden Hefte der Mitteilungen der GDM waren mit über 100 Seiten sehr gut gefüllt. Das liegt an der offensiven Einwerbung von Beiträgen zu Themenschwerpunkten wie z. B. Maßnahmen im Rahmen der Qualitätsoffensive oder Digitales Lehren und Lernen in Coronazeiten. Perspektivisch werden weitere Themen wie Inklusion oder auch Standortvorstellungen angestrebt. Von Seiten der Mitgliederversammlung werden die letzten beiden Hefte der Mitteilungen der GDM sehr positiv hervorgehoben.

TOP 3: Bericht des Kassenführers und der Kassenprüferin

Torsten Fritzlar berichtet, dass sich trotz angestrebter Erhöhung von Ausgaben sowie Reduzierung der Mitgliedsbeiträge das finanzielle Polster der GDM 2019 nicht hat abbauen lassen. Im Jahr 2019 standen Einnahmen in Höhe von €84.446 Ausgaben in Höhe von €74.575 gegenüber (Saldo: €9.871). Zum 24. 10. 2020 befanden sich €83.158,13 auf dem Konto der GDM. Eine Abschmelzung des Vereinsguthabens hat damit immer noch nicht stattgefunden. Dem Vorstand der GDM ist durchaus bewusst, dass ein gemeinnütziger Verein nicht mittel- und langfristig Gewinne in diesem Umfang erwirtschaften und Rücklagen bilden darf. Für das Jahr 2020 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von etwa −11.675€ vorgesehen. Zudem ist eine Senkung der Mitgliedsbeiträge für das Jahr 2020 und auch 2021 um 20 % geplant (siehe TOP 5).

Bericht der Kassenprüferin

Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2019 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM) wurde von ihr am 4. und 5. Mai 2020 in Luzern geprüft. Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2019, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Einnahmen und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit, alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege sind vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch und übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Ein- und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 1. 1. 2019 135.349,42 €
- Endbestand per 31. 12. 2019 137.412,20 €

Unter Beachtung des Ergebnisses wurde der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands

Laut Satzung der GDM ist der Gesamtvorstand zu entlasten. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

TOP 5: Festsetzung der Mitgliedsbeiträge (Reduzierung der Mitgliedsbeiträge für 2020 und 2021)

Der Reduzierung der Mitgliedsbeiträge für 2020 und 2021 um 20 % wird ohne Gegenstimmen oder Enthaltungen zugestimmt.

TOP 6: Zeitschriften

6.1 Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)
Andreas Eichler berichtet stellvertretend für die JMD-Herausgeber: 2020 hat es ein Themenheft zum Themenschwerpunkt „Sprache“ gegeben, welches im April 2020 mit insgesamt sechs Beiträgen erschienen ist. Das Oktoberheft war mit zehn Beiträgen sehr gut gefüllt. 2022 wird ein neues Themenschwerpunkt-Heft zum diagnostischen Denken und Handeln von Mathematiklehrkräften von Timo Leuders, Anna Praetorius und Daniel Sommerhoff herausgegeben. Von den letzten 20 Beiträgen sind mehr als 50 % von Nachwuchswissenschaftlerinnen oder Nachwuchswissenschaftlern (Erstautorschaft) geschrieben worden. Das JMD-Herausgeberteam ist bemüht, die Sichtbarkeit der Zeitschrift noch weiter zu erhöhen (z. B. durch mehr englischsprachige Texte). Die OpenAccess-Regelung (DEAL) ist ein erster Schritt in diese Richtung. Andreas Eichler dankt dem JMD Herausgeberteam für die hervorragende Arbeit.

6.2 Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis
Die als OpenAccess angelegte Zeitschrift hat seit einigen Monaten eine eigene Homepage: zmfp.de. Die ersten drei Beiträge sind online. Die Beiträge durchlaufen einen Review-Prozess, die Rahmenrichtlinien stehen auf der Webseite. Die GDM-Mitglieder sind aufgefordert Artikel einzureichen.

6.3 ZDM
Das ZDM ist in den Social Sciences Citation Index (SSCI) aufgenommen worden. Der Impact Factor lag 2019 bei 1.256. Es erscheinen jährlich sieben Ausgaben. Perspektivisch ist ein Themenheft zu den mathematischen Hintergründen und sozialen Auswirkungen von Covid-19 geplant.

6.4 Der Mathematikunterricht
Der MU erscheint neuerdings viermal im Jahr. Die Ausrichtung ist gleichgeblieben.

6.5 mathematica didactica
2019 sind zwei Hefte erschienen, davon ein Themenheft zum Thema „Mathematik und Geschichte“. 2020 ist das Themenheft zur Forschung in Lehr-Lern-Laboren bereits erschienen. Ein weiteres Heft mit freien Beiträgen ist für 2020 geplant. Für 2021 sind bereits ein Themenheft („Funktionales Denken“) und ein freies Heft geplant.

7 TOP 7: Wahlen: 2. Vorsitzende/r, Schriftführer/in, Kassenprüfer/in

Folgende Positionen sind zu besetzen: 2. Vorsitzende/r, Schriftführer/in sowie Kassenprüfer/in. Die Wahl des Beirats wird auf 2021 verschoben. Die Wahlen werden anonym über Open Moodle vorgenommen.

2. Vorsitz
Susanne Prediger schlägt Katja Lengnink zur Wiederwahl der 2. Vorsitzenden vor. Sie hebt das bisherige Engagement von Katja Lengnink für die GDM positiv hervor. Katja Lengnink kann sich eine weitere Amtsperiode vorstellen. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Katja Lengnink wird gewählt (Ja-Stimmen: 78, Nein-Stimmen: 1, Enthaltungen: 4). Katja Lengnink nimmt die Wahl dankend an.

Schriftführung
Silke Ruwisch schlägt Daniela Götze zur Wiederwahl als Schriftführerin vor. Sie weist auf die gute Entwicklung einer schon gut entwickelten Mitgliederzeitschrift hin und betont die sorgfältige Arbeit von Daniela Götze bei der Verwaltung der Mitgliederdaten. Auch Daniela Götze kann sich eine weitere Amtsperiode vorstellen. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Daniela Götze wird gewählt (Ja-Stimmen: 79, Nein-Stimmen: 0, Enthaltungen: 2). Daniela Götze nimmt die Wahl dankend an.

Kassenprüfung
Andreas Eichler schlägt Gabriela Schürch zur Wiederwahl als Kassenprüferin vor. Gabriela Schürch wird mit 74 Ja-Stimmen und einer Enthaltung wiedergewählt. Auch sie nimmt die Wahl an.

8 TOP 8: GDM Jahrestagung 2021 in Lüneburg

Silke Ruwisch erläutert das Grundkonzept des GDM-Monats 2021, der als Ersatz einer GDM-Tagung in Lüneburg angesetzt wird. Am 1. 3. 2021 wird es eine offizielle Eröffnung des GDM-Monats geben. Vom 1. 3. bis zum 25. 3. finden verschiedene Aktivitäten in selbst organisierten Settings statt. So werden am 10. und 11. 3. die Hauptvorträge in einem digitalen Format stattfinden. Für den 25.3. ist die digitale GDM-Mitgliederversammlung angesetzt. Fortlaufend werden neue Ankündigungen oder Aktivitäten auf der Homepage www.2021.gdm-tagung.de veröffentlicht. Die Mitglieder sind aufgefordert, sich auf dieser Seite entsprechend zu informieren.

Von Jürgen Roth wird nachgefragt, warum es keinen Tagungsband geben wird. Grundsätzlich kann Lüneburg einen aufwendigen Tagungsband personell nicht stemmen. Es werden verschiedene Optionen wie z. B. eine reine Online-Veröffentlichung oder eine finanzielle Unterstützung von Seiten der GDM diskutiert. Andreas Eichler nimmt die Anregung für einen Tagungsband mit in den Vorstand und den Beirat. Es wird versucht eine Lösung zu finden.

Anke Lindmeier weist darauf hin, dass Vorträge im Rahmen des GDM-Monats zeitlich so gesetzt werden sollten, dass auch Eltern mit jungen Kindern eine Chance haben diese zu hören und zu sehen.

Andreas Eichler dankt dem Team in Lüneburg für die Organisation des GDM-Monats.

9 TOP 9: Verschiedenes

Zu diesem Top gibt es keine weiteren Meldungen.

Andreas Eichler schließt die Sitzung um 17.28 Uhr.

Protokoll: Daniela Götze

Daniela Götze, Universität Siegen
E-Mail: daniela.goetze@uni-siegen.de

Einladung zur digitalen Mitgliederversammlung im Rahmen des GDM-Monats 2021

25. 3. 2021

Beginn: 14.30 Uhr

Tagesordnung
Top 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
Top 2. Bericht des Vorstands
Top 3. Bericht des Kassenführers und der Kassenprüferin
Top 4. Entlastung des Vorstands
Top 5. Einrichtung einer Geschäftsstelle
Top 6. Wahlen: 1. Vorsitzende/r, Kassenführer/in, Kassenprüfer/in, Beirat
Top 7. GDM Jahrestagung 2022 in Frankfurt am Main
Top 8. Zeitschriften
Top 9. Verschiedenes

Zu Top 5: Der Vorstand beantragt die Einrichtung der Stelle einer Geschäftsführerin/eines Geschäftsführers der GDM.
(Hinweis: Umfang und Aufgabengebiet der Geschäftsführung werden unter TOP 5 auf der Mitgliederversammlung erläutert.)

Die Zugangsdaten zu dieser digitalen Mitgliederversammlung werden spätestens vier Wochen vor dieser Versammlung per Rundmail an alle Mitglieder der GDM verschickt.

Daniela Götze, Schriftführerin der GDM
E-Mail: daniela.goetze@uni-siegen.de

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

Virtuell, 30. 10. 2020

Renate Motzer

Am Freitag, den 30. 10. 2020 trafen sich die Teilnehmerinnen des diesjährigen Arbeitskreistreffens vor ihren Laptops zu dem von Laura Martignon (PH Ludwigsburg) vorbereiteten Zoom-Treffen, der 31. Herbsttagung des Arbeitskreises.

Zunächst berichtete Laura Martignon, dass sie einer Anregung von Cornelia Niederdrenk-Felgner (ehem. FH Nürtingen) folgend plane, eine Karte der Schriften und Ergebnisse des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" zu erstellen. Der Arbeitskreis „Frauen und Mathematik" ist nun 31 Jahre alt. Wir haben uns getroffen, diskutiert aber auch zu verschiedenen Themen der Forschung zu "Mathematik und Geschlecht"geschrieben. Die Bindekraft unseres Arbeitskreises sind unsere Begegnungen sowie unsere Schriften. Anhand dieser sollen z. B. die verschiedenen Forschungsfelder wie Unterrichtsbeobachtungen, Biographien von Mathematikerinnen, berufliche Situation von Frauen in der Mathematik beleuchtet werden. Eine studentische Hilfskraft wird ihr bei der Recherche behilflich sein. Wir brauchen aber auch die Unterstützung aller Mitglieder. Die Übersicht soll dann auf der Homepage des Arbeitskreises sichtbar werden und mit Links zu den frei zugänglichen Werken versehen werden.

Als nächster Programmpunkt folgte ein Bericht von Andrea Reichenberger (Universität Paderborn) über das OPEN ACCESS Projekt Gender MINT digital. Open Educational Resources. Das BMBF-geförderte Verbundprojekt zwischen der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, der Humboldt-Universität zu Berlin und der Hochschule Offenburg verfolgt das Ziel, Genderkompetenzen in den MINT-Fächern zu stärken. Andrea Reichenberger wird einen Beitrag zum Projekt leisten und die (noch in Arbeit befindliche) Lerneinheit „Gender und Mathematik" erstellen. Dabei wird sie eine Reihe von Ergebnissen aus Studien des Arbeitskreises zu Themen im Schnittfeld von Gender und Mathematikdidaktik, zur Frauenforschung in der Geschichte und Philosophie der Mathematik sowie zu Geschlechterasymmetrien und Geschlechterunterschiede im Fach Mathematik einbeziehen. Andrea Blunck (Universität Hamburg) wird ein kurzes Video-Statement zur Lerneinheit geben.

Der dritte Beitrag des Vormittags war ein kurzer Vortrag mit anschließender Diskussion von Ute Sproesser (PH Ludwigsburg) zum Darstellungswechsel bei elementaren Funktionen und dabei beobachteten Kompetenzausprägungen und Geschlechterunterschiede. Kompetenzen bezogen auf den Umgang mit Funktionen sind für Schülerinnen und Schüler sowohl im schulischen Kontext als auch im Alltag von Bedeutung. Insbesondere der Umgang mit verschiedenen Funktionsdarstellungen und der Wechsel zwischen diesen sind hierfür zentral aufgrund ihrer Rolle bei der Begriffsbildung und dem flexiblen Problemlösen. Im Vortrag wurde von einer Studie berichtet, die Kompetenzen bezüglich Darstellungswechseln bei elementaren Funktionen von 856 Lernenden untersucht hat. Es zeigte sich, dass die diesbezüglichen Kompetenzen der Lernenden eher gering ausfallen, obwohl kurz vor der Testung entsprechende Inhalte im Unterricht thematisiert worden waren. Ein konsistentes Muster, welche Darstellungswechsel den Schülerinnen und Schülern besonders einfach oder schwerfielen, konnte nicht abgeleitet werden. Es fanden sich aber Hinweise auf ein eher algorithmisches und wenig verständnisorientiertes Vorgehen der Lernenden. Insgesamt schnitten Jungen im Kompetenztest signifikant besser ab, die Effektstärke fiel aber niedrig aus. Darüber hinaus zeigte eine DIF-Analyse Vorteile für Mädchen bei innermathematischen Aufgaben, während Jungen bei einer komplexen Aufgabe zum graphisch-situativen Darstellungswechsel besser abschnitten. Vor dem Hintergrund des Bestrebens Geschlechterunterschiede in Mathematik zu nivellieren, ergibt sich das Desiderat insbesondere (künftige) Lehrkräfte über die nur geringen Geschlechterunterschiede wie auch spezifische Stärken und Schwächen beider Geschlechter zu informieren, damit diese die eigene Einschätzung ggfs. revidieren, ihr Handeln reflektieren und somit Geschlechterunterschiede durch schulbezogene Sozialisation nicht weiter vergrößert werden.

Als nächstes beschrieb die Studentin Viktoria Pesch (Ludwigsburg) ihre Masterarbeit zu „Prädikativem und Funktionalem Denken". Das Resultat ist, dass in der Tendenz Mädchen eher prädikativ denken.

Nach einer Kaffeepause schloss Renate Motzer (Uni Augsburg) mit einem Beitrag zu Lerntagebüchern in Mathematikveranstaltungen in der Schule und an der Uni an. Die Erfahrungen an der Schule beziehen sich auf Abschlussklassen an der FOS, BOS Augsburg (12. bzw. 13. Klassen). Den Schülerinnen und Schülern wurde zur Auswahl gestellt, ob sie in einem Lerntagebuch Aufträge zur Erschließung der mathematischen Inhalte des Unterrichts schreiben oder sich einer mündlichen Abfrage unterziehen. Von den jungen Frauen haben sich (ziemlich) alle für das Führen eines Lerntagebuchs entschlossen, die bei jungen Männern war es halb halb. Es konnte ein deutlicher Zusammenhang zum prädikativen/relationalen und funktionalen Denkstil (vgl. Schwank) festgestellt werden. Bei den jungen Frauen ist bei vielen Aufgabenstellungen ihr Sicherheitsbedürfnis erkennbar. Außerdem haben viele ihre Tagebuchhefte sehr ansprechend geführt.

An der Universität konnten vor allem im letzten Semester (Corona-Semester) viele gute Erfahrungen mit Lerntagebüchern gemacht werden. Vor Corona führte das Erstellen von LTB in den Vorlesungen zu mehr Anwesenheit, besserer Konzentration und manchmal auch zu mehr mündlicher Mitarbeit. In der digitalen Lehre hilft das Lerntagebuch den Studierenden beim häuslichen Durcharbeiten der Skripte. Eine Verunsicherung entstand bei viele Studentinnen dadurch, dass es keine Besprechung gab, was jeweils die „richtige“ Lösung ist. Freilich waren immer Nachfragen per E-Mail möglich, meist unter Angabe der eigenen Lösung, mit der man unsicher war. Die Lösungsvorschläge halfen auch der Dozentin, die Gedankengänge der Studierenden besser zu verstehen. Außerdem gab es einen Notenbonus bei Vollständigkeit und „Schönheit“ der Lerntagebücher. Auch an der Uni konnten ähnliche geschlechterspezifische Unterschiede gemacht werden wie in an der Schule.

Als letztem Beitrag wurden die Gedanken von Helga Jungwirth (Linz) diskutiert, die sie für das AK-Treffen auf der GDM-Tagung in Würzburg vorbereitet hatte. Es ging ihr um Frauen und die digitale Gesellschaft. Sie stellte fest, dass Frauen speziell Betroffene der Digitalisierung sind. Ihre Ausgangspunkte waren: Dinge formen die Gesellschaft mit. Die Formung durch die digitalen Geräte geht an die Substanz der Menschheit (Latour 2007). Die digitale Technologie passt sich den Menschen an, wie sie ihn braucht. Außerdem ist zu beachten: Wissen = wissenschaftliches Wissen + Erfahrungswissen (Böschen 2003). Es entsteht Neues im Handeln und ein gewisser Pragmatismus führt dazu, dass altes Wissen (gerade auch kreatives oder naturverbundenes Wissen) verloren geht.

Zusammenfassend stellt Helga Jungwirth fest:

1. Beim Blick auf das verwendete Wissen lassen sich zwei Zugänge zur Welt unterscheiden. Der technische, der nur das in kurzen isolierten Daten Darstellbare kennt. Sprache sieht er nur unter dem Aspekt Syntaktik. Daneben gibt es aber auch den künstlerischen, der das Erfahrungswissen mit seiner umfassenden sinnlichen Qualität setzt und auf Zusammenhänge achtet. Sprache sieht er (nur) unter dem Aspekt Semantik. Dieser Zugang ist verwandt mit dem von Frauen praktizierten Umgangs mit der Digitalisierung.
2. Zukunftsvision. Es kann nicht die Abschaffung der Digitalisierung sein. Das wäre auch völlig unrealistisch, die Digitalisierung ist viel zu weit entfaltet. Die Vision ist eine Gesellschaft, in der Digitales und Nicht-Digitales gleich wertvoll ist und gleichermaßen praktiziert wird. Konkret würde dies zu einer Aufwertung der von Frauen im Kunstbereich praktizierten Art der Weltbetrachtung führen. Mehr Erfahrungswissen wie umfassende Sinnlichkeit, Vielfalt und Zusammenhänge sollten eine Rolle spielen.

Anschließend wurden die Erfahrungen der Tagungsteilnehmerinnen im digitalen Semester diskutiert. Dabei stellten die Teilnehmerinnen fest, dass das, was sie am digitalen Semester als belastend empfunden haben, von den männlichen Kollegen wohl genauso belastend empfunden wurde.

Zum Abschluss des Zoom-Treffens fand das Arbeitskreistreffen statt. Renate Motzer wurde in ihrer Rolle als Sprecherin des Arbeitskreises wiedergewählt, ebenso Andrea Blunck und Christine Scharlach als Stellvertreterinnen.

Es wurde beschlossen, dass sich der AK im Rahmen des GDM-Monats März wieder treffen wird.

Außerdem soll ein neuer Band aus der Reihe „Mathematik und Gender“ entstehen. Er soll die Ergebnisse des Minisymposiums zu Genderfragen der letzten GDM-Tagung beinhalten und einige Vorträge aus den letztjährigen AK-Treffen.

Wir danken Laura Martignon für die digitale Vorbereitung des Treffens und für die Gedanken, die sie sich zuvor für ein echtes Treffen in Ludwigsburg gemacht hatte.

Renate Motzer, Universität Augsburg
E-Mail: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik

Online, 28. 9. 2020

Holger Wuschke, Jürgen Roth und Katja Lengnink

Im Rahmen der GDM-Onlinetagung 2020 hat das Treffen des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore am 28.09.2020 per Videokonferenz stattgefunden. Jürgen Roth eröffnete die Sitzung, informierte über organisatorische Fakten (Homepage, E-Mail-Verteiler) und wies darauf hin, dass das Themenheft „Lehr-Lern-Labore Mathematik“ der Zeitschrift mathematica didactica erschienen ist (online unter http://mathematica-didactica.com/aktuelle-beitraege-02.html). Es wurde auf die 6. Herbsttagung im Jahr 2021 in Paderborn aufmerksam gemacht, auf der auch Wahlen der Mitglieder der Sprecher*innengruppe anstehen. Im inhaltlichen Teil des Arbeitskreistreffens gab es Impulsvorträge und intensive Diskussionen zum Themenschwerpunkt „Lehr-Lern-Labore in Zeiten von Corona“. Den Abschluss der Sitzung bildete ein Ausblick auf die Weiterarbeit des Arbeitskreises im GDM-Monat März 2021.

Einladung zur (analogen) 6. Herbsttagung des AK Lehr-Lern-Labore

Die Planung der *6. Herbsttagung des Arbeitskreises vom 23.–24. September 2021 in Paderborn* (Örtliche Tagungsleitung: Uta Häsel-Weide) wurde vorgestellt. Auf dieser Herbsttagung soll das Thema „Inklusion und Lehr-Lern-Labore“ im Mittelpunkt stehen. Das Programm umfasst neben einem Gastvortrag von Prof. Dr. Petra Büker (Professorin für Grundschulbildung und frühe Bildung an der Universität Paderborn) und der Vorstellung des Paderborner Lehr-Lern-Labors ZahlenRaum (https://fddm.uni-paderborn.de/projekte/zahlenraum/) sowohl einen Vortragsslot als auch zwei Workshop- bzw. Work-In-Progress-Runden. Es wird herzlich dazu eingeladen, Beiträge für diese Formate bis spätestens 22. 8. 2021 bei der Sprechergruppe (sprechergruppe-ak-lll@mathe-labor.de) einzureichen. Weitere Informationen zur Herbsttagung gibt es unter http://ak-lll.mathe-labor.de/herbsttagung_2021/.

Wahl der Sprecher*innen des Arbeitskreises

Auf der Herbsttagung 2021 stehen zudem Neuwahlen der Sprecher*innengruppe an. Interessent*innen für eine Mitarbeit in der Sprecher*innengruppe sind herzlich eingeladen, ihr Interesse per E-Mail an die aktuelle Sprecher*innengruppe bestehend aus Jürgen Roth (Sprecher), Katja Lengnink (stellvertretende Sprecherin), Holger Wuschke (Vertreter der Nachwuchswissenschaftler*innen in der Sprechergruppe) unter sprechergruppe-ak-lll@mathe-labor.de zu bekunden, oder die Sprecher*innen persönlich zu kontaktieren.

Sitzungsthema: „Lehr-Lern-Labore in Zeiten von Corona“

Auf der digitalen Arbeitskreissitzung lag der thematische Schwerpunkt auf der Corona-bedingten Situation, die auch die Lehr-Lern-Labor-Arbeit vor neue Herausforderungen stellt, gleichzeitig aber auch interessante Perspektiven eröffnet. Unter dem Thema „Lehr-Lern-Labore in Zeiten von Corona“ wurden die folgenden Fragen diskutiert.

1. Organisation der Lehr-Lern-Labore in Zeiten von Corona und digitale Lehr- und Lernformate für die Ausbildung.
2. Verbindung von Lehr-Lern-Laboren zur Schulpraxis – Veränderungen und Modelle in der Pandemie.
3. Forschungsfragen und -anliegen, die sich auch und gerade in Zeiten von Corona besonders stellen.

Für die Diskussion der ersten beiden Aspekte wurden Kurzpräsentationen der Standorte Münster und Gießen gehalten und diskutiert, während Halle-Wittenberg auf den dritten Aspekt in einem Diskussionsbeitrag einging.

Franziska Strübbe (WWU Münster) stellte das Konzept „Mathe für kleine Asse digital“ vor. Hierbei wurde deutlich gemacht, wie das Projekt „Mathe für kleine Asse“ unter den Bedingungen der Corona-Pandemie angepasst wurde. Dazu erfolgte eine individuelle, digitale Betreuung der Matheasse durch die Studierenden der WWU Münster. Die Zielstellung des Projektes war dabei, die individuellen Potenziale der kleinen Asse nachhaltig zu fördern. Dabei wurde deutlich, dass diese individuelle Betreuung sowohl den Schüler*innen als auch den Eltern die Distanzsituation erleichterte, wenngleich sie die persönliche Betreuung vor Ort nicht adäquat ersetzen konnte.

Durch Katja Lengnink wurde das Projekt „Mathe für Cracks“ vorgestellt, welches die Problemlösefähigkeiten von mathematisch interessierten Schüler*innen und Lehramtsstudierenden fördern sollte und von Petra Tebaartz im Rahmen eines Seminars an der JLU Gießen durchgeführt wurde. Dazu wurden vor der Pandemie bislang analoge Materialien konzipiert, die dann vor Ort von den Cracks erprobt und evaluiert wurden. Im Sommersemester 2020 musste die Lehrveranstaltung jedoch komplett digital umgesetzt werden und auch das Material wurde in Form eines Lernmoduls digital konzipiert. Während und nach der Erprobung des Lernmoduls konnte auch eine Reflexion in Hinblick auf die Nutzung und die Kompetenzentwicklung der Schüler*innen erfolgen. Es zeigten sich dabei Chancen für die Professionalisierung der Studierenden, die Nachhaltigkeit der Materialien und die asynchrone Bearbeitung des Materials. Allerdings wurden auch Grenzen sowohl auf der Ebene der Schüler*innen (kein direktes Feedback, keine Präsenz in der Universität, kaum Kontakt untereinander) als auch auf Studierendenebene deutlich, weil die Prozesse des Problemlösens digital vermittelt weniger gut sichtbar und Rückfragen nur bedingt möglich waren.

Aus ihrem Entwicklungs- und Erforschungsprojekt an der MLU Halle-Wittenberg zu *Möglichkeiten der Unterstützung der Lernmotivation* haben Karin Richter und Sabrina Blum über den *digitalen Mathematik-escape-room „Leonardo da Vinci“* berichtet. Dieses Projekt wurde auch, aber nicht nur pandemiebedingt umgesetzt. Es wurden die konzeptionellen Überlegungen zur Entwicklung des digitalen Mathematik-escape-rooms sowie erste Erfahrungen damit aus einer Pilot-Erprobung vorgestellt und diskutiert.

Ausblick: AK-Treffen per Videokonferenz im GDM-Monat März 2021

Es hat sich gezeigt, dass das digitale Format im Arbeitskreis sehr gut genutzt und als abwechslungsreich empfunden wurde. Insgesamt hat sich jedoch herausgestellt, dass in einem solchen digitalen Format mehr Zeit für Diskussionen und den allgemeinen Austausch zwischen den Standorten eingeplant werden muss. Bereits im Online-GDM-Monat März 2021 wird dies in der Planung berücksichtigt. Der AK Lehr-Lern-Labore Mathematik wird am Dienstag, den 2. 3. 2021 von 15:00–18.00 Uhr (also über eine Stunde länger als im bisherigen Ansatz) sein virtuelles Arbeitskreistreffen per Videokonferenz und zusätzlich am selben Tag ab 18:30 Uhr ein Socializing ebenfalls per Videokonferenz mit Mitgliedern und Freund*innen des AK Lehr-Lern-Labore Mathematik veranstalten. Auf diese Weise wird dem erhöhten Austauschbedarf Rechnung getragen. Nähere Informationen zu den Formaten werden zu gegebener Zeit auch auf der Homepage des AK unter http://ak-lll.mathe-labor.de zu finden sein und über den E-Mail-Verteiler des AK Lehr-Lern-Labore versendet. Wer in diesen E-Mail-Verteiler aufgenommen werden möchte, schreibt eine E-Mail an Jürgen Roth (roth@uni-landau.de).

Holger Wuschke, Universität Leipzig
E-Mail: wuschke@math.uni-leipzig.de

Jürgen Roth, Universität Koblenz-Landau
E-Mail: roth@uni-landau.de

Katja Lengnink, Universität Gießen
E-Mail: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung

Online-Tagung, 30. 10. 2020

Tanja Hamann und Markus A. Helmerich

Die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ fand dieses Jahr am 30. 10. 2020 als Online-Tagung statt, an der sich über 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bildungsinstitutionen aus ganz Deutschland und Österreich beteiligten. Es war uns als Arbeitskreis gerade jetzt wichtig, die aktuellen Entwicklungen rund um Digitalisierung in Lehre und Unterricht auch aus der bildungstheoretischen Perspektive zu beleuchten und Aktivitäten zur Digitalisierung sowie ihren Beitrag zur mathematischen Bildung zu diskutieren. Damit knüpften wir an die vorherigen Arbeitskreistagungen inhaltlich an und konnten mit dem neuen Veranstaltungsformat auch gleich praktische Erfahrungen mit digitalen Kommunikationswerkzeugen sammeln.

Im Eröffnungsbeitrag „Das Digitale als Bildungsherausforderung für den Mathematikunterricht?“ begann Andreas Vohns (Universität Klagenfurt) mit einer Klärung der grundlegenden Begrifflichkeiten im Zuge von „Bildung“ und „Digitalisierung“. Bildung definiert er dabei – insbesondere in Abgrenzung zu „Erziehung“ und „Ausbildung“ – als „den in der Person ablaufenden Prozess des Sichherausbildens eines Selbst- und Wertebewusstseins“ (Seel, N. M. & Hanke, U. (2015). Erziehungswissenschaft: Lehrbuch für Bachelor-, Master- und Lehramtsstudierende. Berlin, Heidelberg, Springer, S. 14); unter Digitalisierung versteht er neben der zunehmenden Bedeutung digitaler Werkzeuge vor allem einen gesellschaftlichen Transformationsprozess aufgrund des intentionalen wie emergenten Eindringens des „Digitalen“ in gesellschaftliche Systeme. Dabei stellt er einen offenbar breiten politischen Konsens darüber fest, dass es sich um einen nicht vermeidbaren, allenfalls gestaltbaren Prozess handelt.

Die verschiedenen Ansätze und Strategiepapiere aus Politik und Fachgesellschaften zur Gestaltung der „Digitalen Bildung“ zeigen verschiedene Stoßrichtungen zwischen digitaler Grundbildung, Berufsvorbereitung und „Critical Digital Literacy“, wobei Letzteres mit einem Konzept algorithmischer Mündigkeit verglichen werden kann, wie es Katja Lengnink auf der Herbsttagung 2019 vorgestellt hat, auf. Mit sieben Thesen formulierte Andreas Vohns pointiert die Herausforderungen der digitalen Bildung und zeigt existierende Divergenzen in der derzeitigen Diskussion auf: Während die Didaktik digitale Werkzeuge fast ausschließlich als didaktisches Instrument zur Erreichung fachspezifischer Ziele rahmt (eine Richtung, die in der Politik praktisch keine Rolle spielt), sieht die Fachmathematik ihren Beitrag zu digitaler Bildung vorrangig in der Vermittlung der theoretischen fachlichen Grundlagen („Mathematik als Betriebssystem des Digitalen“), ein Konzept, das sich dem Verdacht der Unredlichkeit ausgesetzt sieht. Mit dieser inkongruenten Sichtweise gehen auch unterschiedliche Einschätzungen zum Einsatz digitaler Werkzeuge in Abschlussprüfungen einher. Im Falle der Mathematikdidaktik handelt es sich hierbei um den Ausdruck eines „gestörten Verhältnisses [...] zum „Rechnen“ “ und zur nach wie vor durch Routinetätigkeiten geprägten Praxis des Mathematikunterrichts, mit deren Funktionalität sich nicht auseinandergesetzt wird. Soziale Implikationen digitaler Lehr-Lernarrangements spielen dagegen, ebenso wie die Entwicklung eines Programmes zur „Critical Digital Literacy“, bisher praktisch keine Rolle und sind entsprechend ungeklärt.

Der zweite Beitrag „Digitalisierung, Lehrkräfte und digitale Bildung“ von Norbert Noster und Hans-Stefan Siller (beide Universität Würzburg) knüpfte an dieser Auseinandersetzung an und stellte zunächst verschiedenen Dimensionen von Digitalisierung (u. a. industriell, politisch, sozial, emotional) ins Zentrum. Es wurden exemplarisch, anhand von Materialien aus dem Projekt MaLeNe, die von Lehrkräften rund um den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht erstellt worden sind, Chancen und Gefahren zur Digitalisierung für den Mathematikunterricht und die mathematische Bildung aufgezeigt. Inhaltliche Beispiele waren die Annäherung der Kreiszahl Pi, die Auseinandersetzung mit Potenzfunktionen und einer parametergesteuerten Sinusfunktion. Hieraus wurden Anforderungen an die (Aus-)Bildung von Lehrkräften abgeleitet, die sich aus den Ansprüchen des Unterrichts im digitalen Zeitalter in Bezug auf die drei Bereiche mathematische Inhalte, fachdidaktische Aspekte und digitale Werkzeuge ergeben. Zudem wurde diskutiert, was man unter „digitaler Bildung“ verstehen kann und welchen Beitrag der Mathematikunterricht hierzu leisten kann. Darüber hinaus wurden die Weitläufigkeit des Begriffes Digitalisierung und die damit verbundenen Schwierigkeiten im Umgang damit herausgestellt. Als Chancen von digitalem Mathematikunterricht wurde der vereinfachte Zugang zu rechenlastigen Verfahren, die Reduktion schematischer Abläufe, die Generierung von Ausgangspunkten für neue Lerngelegenheiten und Anlässen zur Reflexion sowie die Stärkung der Motivation von außermathematischen Inhalten herausgearbeitet. Aber Norbert Noster benannte auch klar die Gefahren der Digitalisierung des Mathematikunterrichts: Der Fokus könnte zu stark auf die Anwendung mathematischer Verfahren gelenkt und so die prozessbezogene Handlungsebene vernachlässigt werden, digitale Technologie könnte allzu unkritisch eingesetzt werden und so die Auswahl der inhaltlichen Schwerpunktsetzung beschränken. Digitale Bildung muss sich also im Spannungsfeld von Medien, Inhalten und pädagogischen Fragen bewähren.

Um „Nutzen und Grenzen digitaler Lehr/Lernangebote für Schülerinnen und Schüler und Studierende“ ging es auch im dritten Beitrag von Katja Lengnink und Theresa Scholl (beide Universität Gießen). An der Justus-Liebig-Universität Gießen haben sich nicht erst, aber auch seit der Pandemie neue Lehr-/Lernformate entwickelt, die digitale Elemente enthalten. Im Vortrag wurden zwei Beispiele vorgestellt:

- Das Lernmodul „Basiswissen Geometrie digital“, das im Lernmanagementsystem ILIAS implementiert ist und die Studierenden im Fach Mathematik für Haupt- und Realschulen, für Förderschulen und für Gymnasien in der eigenständigen Reaktivierung von Schulstoff im Bereich Geometrie unterstützen soll. Das Modul wird im Rahmen des hessenweiten Projekts „digLL“ gefördert, für das Theresa Scholl verant-

wortliche Projektmitarbeiterin ist. Theresa Scholl bot auch erste Einblicke in die Daten, die im Rahmen des Projekts digLL erhoben wurden.
- Das digitale Seminar „Mathe für Cracks“, in dem im Wintersemester ein digitaler Problemlösekurs für begabte und besonders interessierte Schülerinnen und Schüler entwickelt, erprobt und reflektiert wurde. Die Lehrveranstaltung wurde konzipiert und durchgeführt von Petra Tebaartz in Zusammenarbeit mit der DGhK, dem Mathematikum und dem Mathematikzentrum Wetzlar; vorgestellt wurde es von Katja Lengnink.

Es wurde diskutiert, was diese digitalen Lehr-/Lernangebote leisten können und welche Grenzen sie aufweisen. Der Nutzen von digitalen Lernmodulen wurde in der zeitunabhängigen Bereitstellung, der Freiheit im Bearbeitungstempo, der Möglichkeit zum direkten Feedback und der vorab transparenten Darstellung von Erwartungen gesehen. Inhaltlich ließ sich das überzeugend umsetzen mit Dynamischer Geometrie, mit multimedialen, aber auch vorstellungsorientierten Zugängen, die zudem eine Differenzierung vom Lernenden aus zuließen. Allerdings sieht man sich durch die Digitalisierung im Rahmen der Erprobung der beiden Lernumgebungen auch klaren Schwierigkeiten ausgesetzt: die Kommunikation und Möglichkeit zur Kooperation leidet, die Ganzheitlichkeit des Zugriffs auf ein Thema geht durch die oft sehr kleinschrittige Anleitung über Aufgaben verloren, die Kreativität des Schöpfens eigener Ideen und Gedanken im Umgang mit Problemen wird nicht im altgewohnten Maße unterstützt und schließlich werden Selbständigkeit und Organisationsfähigkeit nicht ausreichend durch die Systeme gestützt. Katja Lengnink stellte dann die Frage: Verändert der Zugang über digitale Lernmodule zwingend die Mathematik bzw. das mathematische Arbeiten? In der Diskussion wurde klar, dass die Heranführung von Lernenden an die Denk- und Arbeitsweisen der Mathematik eine dringende Unterstützung – auch und insbesondere – beim Einsatz von digitalen Lernmodulen braucht, und man nicht zulassen sollte, dass die technischen Rahmenbedingungen bestimmen, was an Bildungsansprüchen und -zielen umgesetzt werden kann.

In der folgenden Zwischendiskussion wurde als Defizit der momentanen Digitalisierungsbestrebungen das Fehlen einer zentralen Plattform identifiziert, auf der digitale Lernumgebungen von Lehrkräften an Schulen, Lehrenden und Forschenden an Universitäten und anderen Akteuren im Professionalisierungsprozess von Lehrkräften gemeinsam entwickelt, erprobt und datenschutzrechtlich abgesichert Bearbeitungsdokumente analysiert und interpretiert werden könnten. In einigen Bundesländern gibt es hier schon erfolgversprechende Ansätze, in anderen fehlt aber völlig die Infrastruktur. Damit ein Digitalisierungsprozess des Mathematikunterrichts gelingen kann, müssen aber die Rahmenbedingungen stimmen und die technischen Herausforderungen nicht auf die an der Gestaltung von Lern- und Bildungsinhalten Interessierten ausgelagert werden.

Im letzten Beitrag „Mathematikbild und mathematische Bildung – Äußerungen und Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern“ von Stefan Pohlkamp (Universität Aachen) wurde ein Einblick in einen Workshop zu normativer Modellierung anhand von Sitzverteilungen gegeben. In diesem Lernangebot konnten Schülerinnen und Schüler ($n = 67$ bei sechs Durchführungen) das Gelernte mit eigenen Worten zusammenfassen sowie persönliche Schlussfolgerungen für ihr Mathematikbild formulieren. Eine qualitative Auswertung zeigte einerseits, wie starr und wirklichkeitsfern Mathematik teilweise gedacht wird, andererseits welches Bildungspotenzial mit einem Verständnis für die Gestaltungskraft von Mathematik einhergeht. Die dabei auftretende Ambivalenz, die „Allmächtigkeit“ der Mathematik einerseits wahrzunehmen, andererseits aber die Kraft der Gestaltungsprinzipien der Mathematik nicht für die eigene Erschließung der Welt anzunehmen, prägte die Diskussion um die Mündigkeit gegenüber und durch die eingesetzten mathematischen Modelle.

Im GDM-Monat ist für den 3. März 2021 um 14–17 Uhr ein weiteres Treffen des Arbeitskreises im Online-Format geplant, um die Fragen nach mathematischer Bildung in Schule, Universität und Gesellschaft weiter zu vertiefen. Dafür konnten wir David Kollosche (Universität Klagenfurt) gewinnen, der sich in einem Beitrag zur „Epistemologischen Bildung als Ziel von Mathematikunterricht“ aus einer derzeit stark vernachlässigten Perspektive mit dem Bildungsanspruch an Mathematik auseinandersetzt.

Ebenso wird es auch 2021 wieder eine Herbsttagung geben, die das Verhältnis von Mathematik und Gesellschaft mit dem Fokus auf inklusive Teilhabe an Bildungsprozessen beleuchten soll. Termine und Inhalte der Tagungen des Arbeitskreises werden auf Madipedia und über den E-Mail-Verteiler des Arbeitskreises bekannt gegeben.

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Markus A. Helmerich, Universität Siegen
E-Mail: helmerich@mathematik.uni-siegen.de

Arbeitskreis: Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich

Tagungen im Jahr 2020

Günter Maresch und Edith Lindenbauer

Der Arbeitskreis Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich tagt üblicherweise zweimal pro Jahr. Aufgrund der Verschiebung der GDM-Tagung in Würzburg fand die erste Sitzung des Arbeitskreises erst am 28. September in Form eines Onlinemeetings statt. Wie üblich diente dieses Format dazu, sich über die Situation an den einzelnen Institutionen in Österreich auszutauschen. Einen zentralen Diskussionspunkt der Sitzung bildete die derzeitige Situation zur Überarbeitung der zentralen Reife- und Diplomprüfung sowie die Positionierung des Arbeitskreises dazu.

Die Herbsttagung des Arbeitskreises fand nicht in der üblichen Form einer zweitägigen Präsenztagung, sondern als gekürztes Onlineformat am 26. November 2020 von 14:00 bis 17:00 Uhr statt. Folgende Programmpunkte waren Thema:

- Eröffnung
- Neuwahl der Sprecherinnen beziehungsweise Sprecher des Arbeitskreises
- Bericht über aktuelle Entwicklungen in Österreich zu den Themen Reifeprüfung und Lehrplan sowie anschließende Diskussion
- Berichte aus den einzelnen Institutionen
- Nächste Termine und Allfälliges

Die Ergebnisse der Tagung werden zu einem späteren Zeitpunkt in den Mitteilungen der GDM veröffentlicht.

Günter Maresch, Universität Salzburg
E-Mail: guenter.maresch@sbg.ac.at

Edith Lindenbauer, PH Oberösterreich
E-Mail: edith.lindenbauer@ph-ooe.at

Arbeitsgruppe: PriMaMedien – Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe

Minisymposium, 1. 10. 2020

Roland Rink und Daniel Walter

Während der vergangenen GDM-Jahrestagung hat die AG ‚PriMaMedien – Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe' am Donnerstag, 1. 10. 2020, ein Minisymposium angeboten. Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus Forschung und Praxis tauschten sich im Rahmen von sechs Vorträgen über innovative Unterrichtsideen sowie aktuelle Forschungsprojekte zum Einsatz digitaler Medien in den Klassenstufen 1 bis 6 sowie der universitären Lehre aus.

Zwei Vorträge widmeten sich dem Einsatz digitaler Medien in der universitären Lehre:

- Daniela Götze (Universität Siegen): *Elemente der Arithmetik dynamisieren und digitalisieren*. Im Beitrag wurden Ideen vorgestellt, wie Grundschullehramtsstudiere durch den Einsatz mathematikhaltiger Videos beim Erwerb fachmathematischer Kompetenzen unterstützt werden können. Hierzu wurden exemplarisch sog. Beweisvideos aus dem Projekt „Arithmetik digital" vorgestellt.
- Heike Hahn und Nadine Puschner (Universität Erfurt): *Digitales Lernen im Mathematikunterricht – Ergebnisse der Evaluation eines Studienmoduls*. Der Beitrag thematisierte ein Pflichtmodul für Lehramtsstudierende in der Masterphase. Insbesondere wurde im Vortrag auf die Konzeption sowie die inhaltliche Ausgestaltung des Seminars eingegangen.

Vier Vorträge widmeten sich hingegen der Unterrichtsebene:

- Melanie Platz (Pädagogische Hochschule Tirol): *Können digitale Medien Kinder beim präformalen Beweisen in der Primarstufe unterstützen?* Der Beitrag griff den gegenwärtigen Stand der Entwicklung einer Lernumgebung zur Förderung von Kompetenzen zum präformalen Beweisen auf. Darüber hinaus wurden auch Nutzungsweisen von Kindern bei der Verwendung der Lernumgebung vorgestellt.

- Jacqueline Bonow (Justus-Liebig-Universität Gießen): *Rechendreiecke physisch und virtuell: Potenziale in inklusiven Settings*. Im Beitrag wurden Ideen vorgestellt, wie das virtuelle, interaktive Rechendreieck sowie seine physische Entsprechung im Unterricht genutzt werden kann – auch in inklusiven Settings. Ferner wurden erste Forschungsbefunde zu Nutzungsweisen durch Lernende unter besonderer Berücksichtigung fachdidaktischer Potenziale der jeweiligen Medien dargelegt.
- Rebecca Klose (Justus-Liebig-Universität Gießen): *PriMaPodcasts als Erhebungsmethode im Kontext mathematischer Begriffsbildung*. Der Beitrag thematisierte Möglichkeiten, qualitative mathematikdidaktische Forschung mittels Audio-Podcasts für die Primarstufe (sog. PriMaPodcasts) durchzuführen. Hierzu wurde eine empirische Studie bei Grundschulkindern vorgestellt, die Begriffsbildungsprozesse auch in bilingualen Settings in den Blick nimmt.
- Karina Höveler und Janet Winzen (Westfälische Wilhelms-Universität Münster): *Design-Prinzipien zur Entwicklung eines digitalen Arbeitsmittels zur Kombinatorik.* Die Entwicklung einer digital gestützten Lernumgebung stellte den Kern des Beitrags dar. Dabei wurden insbesondere umgesetzte Designprinzipien dargelegt, mit deren Hilfe Kinder bei der geschickten Strukturierung von Objekten sowie der Anzahlbestimmung unterstützt werden können.

Sommertagung 2021
Die vierte Sommertagung wird zweitägig vom 11. 6. 2021 bis zum 12. 6. 2021 stattfinden. Die Tagung wird aus naheliegenden Gründen im Onlineformat angeboten. Die Anmeldemodalitäten sowie weitere Informationen sind auf www.pri-ma-medien.de veröffentlicht. Das Tagungsprogramm folgt im Frühjahr 2021. Anmeldungen zur Tagung sowie die Einreichung von Beiträgen erfolgt formlos per Mail bei Roland Rink (r.rink@tu-braunschweig.de) und Daniel Walter (daniel.walter@uni-muenster.de).

Einladung zur Mitarbeit
Informationen zur Arbeitsgruppe PriMaMedien sind im Internet unter www.pri-ma-medien.de zu finden. Interessierte sind herzlich eingeladen, sich aktiv in der Arbeitsgruppe zu engagieren, indem sie an den regelmäßigen Arbeitsgruppentreffen während der GDM-Jahrestagungen sowie der jährlich stattfindenden Herbsttagung des AK Grundschule in Bad Salzdetfurth teilzunehmen. Sofern Sie regelmäßig Informationen zu Aktivitäten der Arbeitsgruppe per Mail erhalten möchten, können Sie in den AG-Newsletter aufgenommen werden. Gerne können Sie sich hierzu bei Roland Rink (r.rink@tu-braunschweig.de) oder Daniel Walter (daniel.walter@uni-muenster.de) melden.

Roland Rink, Technische Universität Braunschweig
E-Mail: r.rink@tu-braunschweig.de

Daniel Walter,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: daniel.walter@uni-muenster.de

Arbeitskreis: Problemlösen

Online, 7. / 8. 10. 2020

Lukas Baumanns, Benjamin Rott und Nina Sturm

Die durch das SARS-CoV-2 ausgelöste Pandemie hat weiterhin einen immensen Einfluss auf die Universitäten. Auch die Durchführung von Tagungen wird dadurch erschwert. Dennoch hat sich auch in diesem Jahr der GDM-Arbeitskreis Problemlösen zu seiner jährlichen Herbsttagung zusammengefunden. Diese wurde von der Universität zu Köln am 7. und 8. Oktober 2020 in einem Online-Format – und dadurch mit hinreichendem Abstand – organisiert und durchgeführt. Im Sinne des „Flipped Classroom“-Konzepts wurden die Präsentationsvideos vorab von den Vortragenden erstellt und allen angemeldeten Personen vor der Tagung zur Verfügung gestellt, um den Austausch vorzubereiten. Passend dazu bestanden die Beiträge während der Tagung aus einer ca. zehnminütigen Kurzversion bzw. Zusammenfassung und einer gut dreißigminütigen, sehr ergiebigen Diskussionsphase, von der der wissenschaftliche Diskurs spürbar profitierte.

Insgesamt 38 Teilnehmende haben zehn Vorträge diskutiert, wobei eine große Bandbreite an wissenschaftlichen Studien und praktischen Erfahrungen zum mathematischen Problemlösen zusammengetragen wurden: So wurde unter anderem das Rückwärtsarbeiten aus konzeptueller und empirischer Perspektive beleuchtet. Ein anderer Beitrag hat die Aufgaben zentraler Prüfungen aus Thüringen und Sachsen auf ihre Problemhaftigkeit untersucht. Zudem wurde ein Format zur Förderung mathematisch befähigter Schüler*innen während der anhaltenden Pandemie vorgestellt.

Wie in den vergangenen Jahren werden die Beiträge, die aus den Vorträgen der Tagung entstehen, in diesem Jahr als Tagungsband des GDM-Arbeitskreises Problemlösen im WTM-Verlag erscheinen.

GDM-Monat 2021

Im Rahmen des „GDM-Monats“, der anstelle der Herbsttagung in Lüneburg im März 2021 stattfindet, plant der Arbeitskreis Problemlösen ein Symposium. Im Rahmen der Veranstaltung wird der Einsatz von mathematischen Problemen im Unterricht diskutiert, den Einstieg in diese Diskussion wird Thomas Jahnke gestalten mit einem Impulsvortrag mit dem Titel „Fünf mäßige steile, wenngleich unverhohlene Thesen zum Problemlösen im Mathematikunterricht“. Geplant ist die Veranstaltung für Mittwoch, den 17. 3. 2021, um 16 Uhr (via Zoom).

Herbsttagung 2021

Auch im kommenden Jahr will der GDM-Arbeitskreis Problemlösen die Möglichkeit des Austauschs nicht missen. Die Pädagogische Hochschule Ludwigsburg wird die Organisation und Austragung der Herbsttagung 2021 übernehmen. Diese wird voraussichtlich am 30. September und 1. Oktober (Donnerstag und Freitag) abgehalten. Ob es sich dabei wieder um eine Tagung im Online-Format handeln wird oder ob es eine Präsenztagung werden kann, hängt dabei von der Entwicklung der Pandemie in diesem Jahr ab. Aktuelle Informationen zur nächsten Herbsttagung des Arbeitskreises Problemlösen lassen sich stets der Madipedia-Seite entnehmen.

Lukas Baumanns, Universität zu Köln
E-Mail: lukas.baumanns@uni-koeln.de

Benjamin Rott, Universität zu Köln
Email: benjamin.rott@uni-koeln.de

Nina Sturm, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
E-Mail: nina.sturm@ph-ludwigsburg.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Virtuelles Schloss Rauischholzhausen, 9.–10. 10. 2020

Anke Lindmeier und Daniel Sommerhoff

Online, offline, hybrid oder gar nicht? Das sind die Entscheidungen, vor denen auch das Organisationsteam der Herbsttagung des AKs „Psychologie und Mathematikdidaktik“ dieses Jahr stand. Nach längerem Sondieren und Abwarten entschieden wir uns erst im September schweren Herzens für eine Online-Tagung – um es vorwegzunehmen: Wir beendeten die Tagung mit leichtem Herzen.

So trafen sich rund 30 Teilnehmerinnen und Teilnehmer im „virtuellen Schloss Rauischholzhausen“ (Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen, welcher wir eigentlich seit Jahren die Treue halten). Das Tagungsprogramm war wie immer straff – vier Vorträge mit vertiefter Diskussion in zwei halben Tagen und dazu eine akademische Abenddiskussion. Abgerundet wurde das Programm durch ein virtuelles soziales Rahmenprogramm – inklusive Schlosskeller und optionalem Bier in break-out Räumen. Im Gegensatz zu Präsenztagungen ist es bei Online-Tagungen häufig schwieriger, sich vollständig auf das Tagungsprogramm zu konzentrieren. Deshalb wurde bei der Online-Tagung bereits vorab die klare Erwartung kommuniziert, dass die Teilnehmenden aufmerksam an der gesamten Tagung teilhaben, ablenkende Tätigkeiten in die bereitgestellten Offline-Zeiten verlegen, ihre Kameras dauerhaft aktivieren und ernsthaft am Diskurs partizipieren sollen. Auf diese Weise sollte sichergestellt werden, dass die Vortragenden wertvolle Rückmeldungen zu ihren aktuellen mathematikdidaktischen Projekten erhalten und nicht nur – wie man es leider aus manchen Lehrveranstaltungen kennt – für eine weitgehend anonyme Masse von nicht-sichtbaren Teilnehmenden referierten. Einige Teilnehmende organisierten sich sogar extra eigene dezentrale Tagungsräumlichkeiten. Insgesamt war die Tagungsmoral so hoch, dass die Anzahl der eingeloggten und per Video zugeschalteten Teilnehmenden in einem schmalen Band zwischen 29 und 31 schwankte. Zoom sei Dank, gab es keine technischen Erschwernisse.

Dass der AK im Geiste der International Group for Psychology of Mathematics Education (IGPME) steht, wurde in den diesjährigen Themen besonders deutlich. Die auf der Tagung präsentierten Forschungsarbeiten haben eine besondere Nähe zu psychologischer Forschung, beispielsweise indem sie psychologische Konstrukte nutzen oder allgemeinere Theorien mathematikdidaktisch vertiefen.

Der Freitagnachmittag stand ganz im Zeichen motivationaler Prozesse beim Mathematiklernen im Studium. Im ersten Vortrag der Tagung führte Lara Gildehaus in bisher wenig beachtete Fragen der Identitätsbildung von Lehramtsstudierenden in der Studieneingangsphase und mögliche Folgen für die Wertzuschreibungen von Lerngelegenheiten ein. Stefanie Rach präsentierte anschließend drei Studien, die vertiefend motivationale Faktoren und deren Zusammenspiel über die ersten Wochen im Mathematikstudium betrachten. Beide Studien zeigten sehr schön auf, wie wichtig eine konzeptuell präzise Fassung von Konstrukten ist, wenn man den allgemein vermuteten Zusammenhang zwischen Motivation und wohlbekannten Problemen am Studienbeginn wissenschaftlich aufklären möchte.

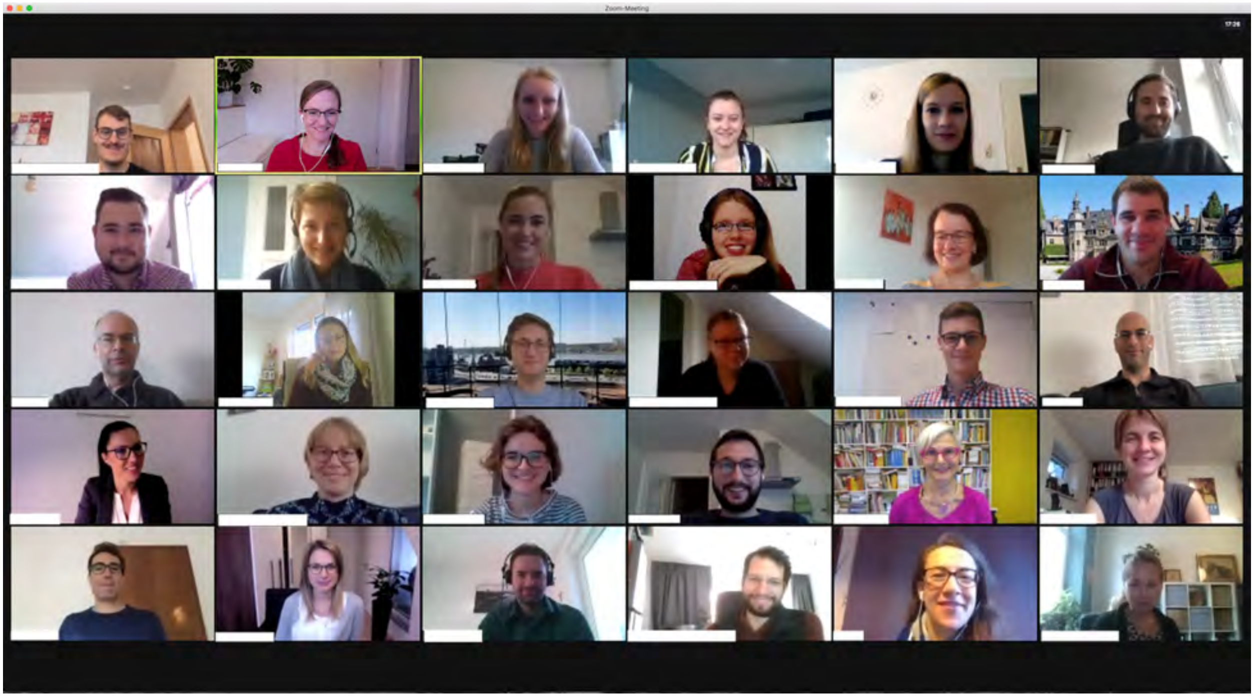
Im Anschluss an die Einzelvorträge sah das Programm die „akademische Abenddiskussion“ vor. Drei Themen wurden den Teilnehmenden zur Abstimmung vorgelegt. Unabhängig von einem konkreten Forschungsprojekt oder einer Studie wollten die Teilnehmenden sich dieses Jahr mit der provokativen Frage auseinandersetzen, ob Prozessqualität in der (mathematikdidaktischen) Forschung ein missachtetes Thema ist. Unter Prozessqualität wird dabei die wissenschaftliche Umsetzung von Forschungsprozessen und ihre nachvollziehbare Dokumentation verstanden. Stefan Ufer sorgte durch einen Kurzimpuls für die themenspezifische kognitive Aktivierung, bei der insbesondere drei Fragenkomplexe behandelt wurden:

- Welche Standards für Prozessqualität existieren, verwenden wir oder brauchen wir noch?
- (Wo) Kann es angesichts der Heterogenität innerhalb der Mathematikdidaktik überhaupt übergreifende Standards geben?
- Wie können Standards und deren Einhaltung im Rahmen der Forschung dargestellt und dem Nachwuchs transparent gemacht werden?

In den Kleingruppen in Breakout-Räumen sowie anschließend im Plenum entwickelte sich eine lebhafte Diskussion, bei der einerseits von einer Vielzahl an Anwesenden der Mehrwert entsprechender Standards betont wurde, gleichzeitig aber auch eine Überregulierung und Bürokratisierung des Forschungsprozesses befürchtet wurde. Auch kam die Frage auf, in welcher Beziehung Standards innerhalb der Mathematikdidaktik zu Standards in angrenzenden Wissenschaften, bspw. in der Psychologie, Soziologie, Statistik bzw. Mathematik, stehen müssten bzw. sollten. Schließlich wurde diskutiert, wie Anreize geschaffen werden könnten, entsprechende Standards konsequenter (bzw. in manchen Fällen überhaupt) in der Praxis umzusetzen. Offensichtlich – und erwartet – wurden in der kurzen verfügbaren Zeit, welche angesichts der regen Diskussion noch um 50 % verlängert wurde, keine abschließenden Antworten gefunden, sondern nur erste Ideen diskutiert. Angesichts der Relevanz entsprechender Meta-Diskussionen, die über spezifische Forschungsinhalte hinaus gehen und die Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin als Ganzes betreffen, wären ähnliche Diskussionen sicherlich auch in der breiteren GDM-Gemeinschaft wünschenswert und sinnvoll, wenn auch nicht einfach.

Wie immer wurde das Gespräch in den gemütlichen Ausklang des Abends mitgenommen. Verschiedene Breakout-Räume mit authentischen Namen wie „an der Bar“ oder „beim Karteln“, in die man selbstständig eintreten konnte, ermöglichten ein proximales Erlebnis des Rauischholzhausener Schlosskellers. Einzig Bier oder Wein musste man sich aus dem heimischen Vorrat organisieren – und zugegebenermaßen ist das eigene Sofa doch gemütlicher als die meisten Tagungsbars. Den Raum für sozialen Austausch und die Möglichkeit, manche Gespräche fortzuspinnen haben die Teilnehmenden als sehr gelungen erlebt.

Die Vorträge des zweiten Halbtages nahmen Aspekte von Lehrerkompetenz in den Blick. Am Samstagvormittag präsentierten Colin Jeschke und Anke Lindmeier aktuelle Studien zur Entwicklung Aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften. Die akademisch jüngeren Teilnehmenden konnten dabei auch einen selten gewährten Einblick gewinnen, wie sich längerfristige Forschungsvorhaben als Prozess entwickeln. Sara Becker stellte zum Abschluss schließlich eine experimentelle Studie



Gruppenfoto, entstanden auf der Online-Herbsttagung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik, Oktober 2020 (A. Lindmeier)

zum Einfluss von Stress auf die Wahrnehmung von Aufgabenmerkmalen und die Beurteilung von Aufgabenschwierigkeiten vor. Experimentelle Studien dieser Art, welche auch auf physiologischen Daten der Teilnehmenden beruhen, werden bisher im Bereich Lehrerkompetenzforschung selten durchgeführt, sodass es für alle umso spannender war, einen vertieften Einblick in die Möglichkeiten und Grenzen solcher Studien zu erlangen.

Die Vortragenden kommen im Folgenden selbst zu Wort und lassen auch Sie als Lesende nochmals an den Inhalten der Vorträge und den Kernpunkten der Diskussionen teilhaben. Trotz der Erschwernisse digitaler Tagungsformate konnten die kurzweiligen Vorträge alle Zuhörenden in den Bann ziehen. Die professionelle Handhabung der digitalen Tagungswerkzeuge bei den Präsentationen und Diskussionen war beeindruckend und hat wesentlich zum Gelingen des akademischen Austausches beigetragen. Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer dürfen wir den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor- und zur Diskussion zu stellen!

Attainment Value und Identität im Mathematikstudium *– Lara Gildehaus, Michael Liebendörfer (Universität Paderborn)*
Die Studieneingangsphase Mathematik ist von extrinsischer Motivation geprägt. Unterschiede der Studierenden im Umgang mit den Anforderungen (z. B. selbstständiges Bearbeiten von Übungsaufgaben vs. Abschreiben, aber auch Studienabbruch) könnten darüber erklärt werden, welchen Wert die Handlungen für die eigene Identität haben. Dies wurde mithilfe von Attainment Value (Eccles, 2009), einem Konstrukt innerhalb der Expectancy-Value Theory, diskutiert. Unter Attainment Value versteht man dabei den Wert, den eine Person einer Sache aufgrund des Bezugs zu ihrer Identität und den zugehörigen Wertvorstellungen zuschreibt.

Attainment Value konnte im Kontext der Mathematik in anderen Studien den Verbleib im Studium erklären (Robinson et al., 2019), ist aber für das Mathematikstudium bislang schwer zu fassen, insbesondere auch schwer zu messen. In der vorgestellten Studie wurde dieser Zugang mit dem Konzept der Positional Identity (Holland et al., 2008) auf wahrgenommene Selbst- und Fremdbilder von Mathematikstudierenden erweitert und individuell verschiedene Handlungsräume wurden einbezogen. Als Teil eines größeren Forschungsvorhabens im Mixed-Methods Design wurden anhand von Gruppendiskussionen zunächst qualitativ relevante Positions und Positional Identities von Lehramtsstudierenden rekonstruiert und entlang der Values mit dem Lernverhalten in Beziehung gesetzt. Bisher zeigte sich, dass sich eine spezifische Lehramts-Position rekonstruieren lässt, zu der ein klarer Berufsbezug, geringere Fähigkeiten und Bedürfnisse fachlichen Lernens und ein gegenüber dem Fachstudium geringerer Wert gehört. Lehramtsstudierende scheinen grundsächlich mit dieser Position konfrontiert zu werden, bilden aber unterschiedliche Positional Identities dazu.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
In der Diskussion gab es sowohl Anmerkungen zum gesamten Forschungsvorhaben als auch konkretes Feedback zu den ersten empirischen Ergebnissen zur Identität von Lehramtsstudierenden. Zu letzteren wurde vor allem der Zusammenhang der Ergebnisse mit der jeweiligen Studiengangorganisation und damit die Situiertheit der Ergebnisse diskutiert. Die Lehramtsausbildung in gemeinsamen Veranstaltungen mit den Fachstudierenden, in polyvalenten oder fachbezogenen Studiengängen mit Lehramt als Nebenfach (wie beispielsweise in der Schweiz), führt aus theoretischer Perspektive ggf. zu anderen Positions und Positional Identities als die, die für die Organisation in getrennten Veranstaltungen beschrieben werden konnten. Weitere Untersuchungen in unterschiedlichen Settings werden hier angestrebt. Ebenso wurden mögliche Rückschlüsse entlang der bekannten Effekte gemeinsamen oder getrennten Lernens im Schulsystem sowie die Betrachtung des individuellen Lernerfolgs als Forschungsdesiderate identifiziert. Für das gesamte Forschungsvorhaben konnten Ansätze zu einer gezielter ausgerichteten Verbindung der theoretischen Perspektiven aufgezeigt werden. Auch die Integration weiterer Outcome-Variablen in das Forschungsvorhaben, insbesondere Studienzufriedenheit, wurde als wichtiges Desiderat für die folgenden Datenerhebungen mitgenommen. Insgesamt wurde deutlich, dass die Teilnehmenden die Berücksichtigung von Merkmalen der Identität als einen interessanten neuen Ansatz sehen, der potenziell Phänomene am Studienbeginn erklären kann.

Motivation – ein wichtiges Merkmal beim Lernen von Mathematik? *– Stefanie Rach (Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg)*
Motivation wird als wichtiges Merkmal für erfolgreiche, mathematische Lernprozesse angesehen. Jedoch ist die Bezeichnung „Motivation" sicherlich missverständlich, denn unter Motivation werden häufig verschiedene Konstrukte wie Interesse, Wert, Selbstkonzept, Selbstwirksamkeitserwartung, etc. subsummiert. Ausgangspunkt dieses Vortrages bildeten Modelle, insbesondere aus der pädagogischen Psychologie, die einen Zusammenhang zwischen diesen Konstrukten und den Lernhandlungen bzw. dem Lernerfolg herstellen (z. B. Eccles & Wigfield, 2020). Anschließend wurden anhand dreier Projekte die Bedeutung dieser Konstrukte für das Lernen von Mathematik, exemplarisch von universitärer Mathematik, vorgestellt. Die drei Projekte fokussierten die Struktur, die Stabilität bzw. die Förderung motivationaler Merkmale. Insgesamt wurde diskutiert, welche Bedeutung Motivation beim Mathematiklernen zugeschrieben wird, welche offenen Fragen sich für die Mathematikdidaktik ergeben und welche Besonderheiten bei deren Beantwortung zu beachten sind.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Die Rückmeldungen zum Vortrag waren wie immer bei diesem Arbeitskreis sehr konstruktiv und hilfreich. Zu allen drei kurz vorgestellten Projekten, zur Struktur, Stabilität und Förderung motivationaler Merkmale, wurden wichtige Impulse für die Weiterarbeit gegeben. Insbesondere die Frage, inwieweit Wertüberzeugungen zwischen Vorlesungen, Tutorien und Selbstlernphasen im Mathematikstudium variieren und ob Studierende den Wert von Inhalten überhaupt valide einschätzen können, wenn sie den Inhalten nicht folgen können, erhielten besondere Aufmerksamkeit. Um die Validität der Erhebung zu prüfen, wurden zwei Vorschläge diskutiert: Erstens könnten Zusammenhänge zwischen Wertüberzeugungen und Selbstwirksamkeitserwartungen analysiert werden, wie auch schon im Vortrag vorgestellt, und zweitens könnten weitere Gründe identifiziert werden, warum Studierende Mathematikaufgaben oder Lernsituationen als spannend oder nützlich im Mathematikstudium ansehen. Auch in Bezug zum Vortrag von Lara Gildehaus und Michael Liebendörfer (s. o.) wurde zusammenfassend festgehalten, dass motivationalen Merkmalen insbesondere eine Bedeutung für subjektive Studienerfolgsfaktoren, z. B. Studienzufriedenheit, zugeschrieben wird (vgl. Kosiol et al., 2019). Die Diskussion machte insgesamt deutlich, dass eine fachspezifische Ausdifferenzierung motivationaler Merkmale dazu beitragen kann, deren Rolle in mathematischen Lernprozessen besser zu verstehen.

Professionell Handeln in mathematischen Lehr-/Lernsituationen: Zwei Studien aus dem Elementar- und Sekundarbereich zur Entwicklung aktionsbezogener professioneller Kompetenz von Lehrpersonen *– Colin Jeschke (IPN Kiel) und Anke Lindmeier (FSU Jena)*
Nach dem Modell von Lindmeier (2011) befähigt Aktionsbezogene Kompetenz (AC) Lehrpersonen auf Basis ihres professionellen Wissens, fachspezifische Anforderungen, die während der Implementation von mathematischen Lehr-/Lernprozessen auftreten, zu bewältigen. Zusammen mit der reflexiven Kompetenz (RC), die sich auf die Bewältigung von Anforderungen der Vor- und Nachbereitung bezieht, bildet AC die Grundlage professionellen Handelns. AC als auch RC beinhalten als komplexe Konstrukte sowohl fachbezogenes Professionswissen als auch eine Fähigkeit, dieses Wissen in professionellen Anforderungen zu nutzen.

Im Vortrag wurden empirische Ergebnisse zum Modell von Lindmeier (2011) aus insgesamt etwa 10 Jahren Forschungsarbeit berichtet. Der Schwerpunkt lag hierbei auf aktuellen Studien aus zwei Projekten, die mit Hilfe des Modells und auf Basis von standardisierten (videobasierten) Tests zentrale Fragen zur Kompetenz von Lehrpersonen bearbeiteten. Die vorgestellte Studie aus dem WILMA-Projekt (Elementarbereich) fokussierte auf die differenzielle Förderbarkeit der Kompetenzen sowie deren Wirkung auf die Qualität von Lehr-/Lernprozessen (Lindmeier et al., 2020). Die Studie aus dem ELMaWi-Projekt (Sekundarbereich) bearbeitete die Frage, inwiefern die Kompetenzen im Fächerkontrast Mathematik-Wirtschaftswissenschaften als fachspezifisch zu verstehen sind und inwiefern es Hinweise darauf gibt, dass RC eine vermittelnde Rolle beim Erwerb der AC auf Basis des Professionswissen einnehmen könnte (Jeschke et al., 2020). Beide Studien trugen dazu bei, zentrale theoretische Annahmen des Modells zur Lehrerkompetenz empirisch weiter abzusichern. AC zeigte sich in den Studien durchgängig als ein von professionellem Wissen zu unterscheidendes Konstrukt, das fachspezifisch geprägt ist. Wie erwartet, ist professionelle Kompetenz in Fortbildungen weniger einfach zu fördern als professionelles Wissen. Es ergaben sich Hinweise darauf, dass RC eine vermittelnde Rolle zwischen dem professionellen Wissen und AC zukommt. Insgesamt skizzierte der Vortrag durch seine längerfristige Perspektive, wie in Forschungsprozessen vom theoretischen Modell über verschiedene empirische Studien hinweg ein Phänomen, hier die Frage nach der kompetenten Mathematiklehrkraft, bearbeitet wird.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

In der Diskussion wurde zum einen aufgegriffen, wie sich eine fachspezifische Sichtweise auf AC begründet. Obwohl in der Literatur zur Lehrerkompetenz häufig eher angenommen wird, dass generische Fähigkeiten, etwa Fähigkeiten zur Wahrnehmung oder Interpretation, für die Nutzung von professionellem Wissen wichtig sind (vgl. Blömeke et al., 2016), wurde die Annahme einer Fachspezifität von Lehrerkompetenzen auf der Tagung als plausibel gekennzeichnet. Dass die Anwendung von Wissen für das Handeln im Unterricht auch als eine Frage der Wissensqualität (z. B. prozedurales Wissen) gefasst werden kann, schien für die (fachdidaktisch geprägten) Teilnehmenden wenig strittig. Die Rückmeldungen bestärkten uns daher in dem Unterfangen, diese Sichtweise auch außerhalb der Fachdidaktiken besser bekannt zu machen.

Weiterhin wurden mögliche Konzepte zur Förderung der Lehrerkompetenzen sowie entsprechende, bereits vorliegende Ergebnisse thematisiert. In den Fortbildungen des WILMA-Projekts (Elementarbereich) wurde ein wissensbasiertes, aber eher direktes Training der Kompetenzen mit Hilfe spezifischer Förderangebote (mathematische Regelspiele) durchgeführt. Für (angehende) Sekundarstufen-Lehrkräfte erschien ein Trainings-Konzept nur als begrenzt geeignet, sodass hier insbesondere die mögliche vermittelnde Rolle der RC für den Erwerb der AC eine wichtige Rolle bei der Konzeption von Lerngelegenheiten spielen kann. Zudem wurden spezifische Fortbildungsinhalte für Sekundarstufen-Lehrkräfte diskutiert. Hier ergab sich im Anschluss ein interessanter Austausch über weitere offene Fragen. Ein nächster Schritt wäre beispielsweise die Nutzung der bisherigen Erkenntnisse zur gezielten Förderung der Kompetenz von Lehrkräften, wobei die konkurrierenden Erwerbsmodelle zu prüfen wären.

Den Stress im Blick – lokale Blickbewegungsparameter bei diagnostischen Prozessen unter Stress – *Sara Becker (Pädagogische Hochschule Heidelberg), Birgit Spinath (Universität Heidelberg), Beate Ditzen (Universitätsklinikum Heidelberg) und Tobias Dörfler (Pädagogische Hochschule Heidelberg)*

Die Schwierigkeit von Mathematikaufgaben für Lernende adäquat zu beurteilen, gilt als wichtige Facette der diagnostischen Kompetenz von Lehrkräften. Diese Kompetenz umfasst die Prozesse der Wahrnehmung und die der Interpretation von schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmalen. In realen Lehr-Lernsituationen erfolgen diese Prozesse der Beurteilung oft unter dem möglichen Einfluss situativ aktivierter Personencharakteristika, wie beispielsweise Stress. Aufgrund der physiologischen Stressreaktion wird angenommen, dass Stress kognitive Kapazitäten bindet, die für die Prozesse der Wahrnehmung und Interpretation nicht mehr zur Verfügung stehen (Lupien et al., 2007). Eye Tracking-Studien im Bereich der Kognitionspsychologie konnten zeigen, dass durch Stress die Wahrnehmung selektiv auf spezifische Merkmale eingeschränkt werden kann, periphere Merkmale mit einer geringeren kognitiven Tiefe verarbeitet (Herten et al., 2017) und insbesondere höhere Prozesse der Interpretation beeinträchtigt werden (Simonovic et al., 2018). Der Einfluss von Stress scheint sich bei Personen mit hoher Arbeitsgedächtniskapazität geringer auszuwirken (Otto et al., 2013). Im anwendungsbezogenen Schulkontext liegen bislang keine Studienergebnisse über den Einfluss von Stress auf kognitive Prozesse beim Diagnostizieren vor.

Im Rahmen der auf der Herbsttagung vorgestellten Eye Tracking-Studie wurde experimentell der Einfluss von Stress auf die Prozesse der Wahrnehmung und Interpretation von schwierigkeitsgenerierenden Textaufgabenmerkmalen untersucht. Die Studie wurde mit $N = 64$ angehenden Mathematiklehrkräften durchgeführt. Die Experimentalgruppe ($N = 33$) wurde im Gegensatz zur Kontrollgruppe ($N = 31$) vor der Diagnoseaufgabe künstlich unter Stress gesetzt. Die Wahrnehmungsprozesse wurden anhand lokaler Blickbewegungsparameter in zuvor definierten Areas of Interest analysiert, die Interpretationsprozesse anhand von Verbalprotokollen. Die Arbeitsgedächtniskapazität der Teilnehmenden wurde mithilfe des Subtests „Zahlen nachsprechen" des WAIS-IV erhoben (vgl. Petermann, 2012). Als physiologischer Stressindikator wurden messwiederholt erhobene Cortisolwerte aus Speichelproben analysiert. Die Ergebnisse zeigen, dass schwierigkeitsgenerierende Merkmale einer Aufgabe sowohl von der Kontrollgruppe als auch der Experimentalgruppe (mit Stress) wahrgenommen werden, periphere Bereiche einer Aufgabe jedoch unter Stress mit einer geringeren kognitiven Tiefe verarbeitet werden. Die Interpretationsprozesse sind unter Stress deutlich beeinträchtigt. Die Studie gibt erste Hinweise darauf, dass die Beeinträchtigungen der Interpretationsprozesse durch eine höhere Arbeitsgedächtniskapazität abgemildert werden.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Die anschließende Diskussion bezog sich zunächst auf die Frage, ob die Unterschiede in den Verbalprotokollen zwischen der Kontroll- und der Experimentalgruppe als Indikatoren für die Interpretation der schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmale aussagekräftig sind. Es wurde diskutiert, ob die Experimentalgruppe ihre Aufmerksamkeit selektiv auf die für die empirische Schwierigkeit der Aufgabe relevanten Merkmale lenken kann und ausschließlich diese in den Verbalprotokollen nennt. Ein zweiter Diskussionspunkt betraf die Auswertung der Blickbewegungen in Hinblick auf die zugrunde liegenden, theoretischen Hypothesen. Ideen für weiterführende Analysen der Blickpfade und Sakkaden wurden genannt, die zusätzlich die in Eye Tracking-Studien üblicherweise angenommenen Hypothesen (z. B. Eye-Mind Hypothese) für die vorliegende Studie validieren könnten. Abschließend wurde diskutiert, inwieweit Stress von Lehrkräften im Unterrichtsgeschehen vergleichbar zu dem in der Studie eingesetzten Stresstest ist. Es wurden dabei konkrete Ideen entwickelt, wie die Ergebnisse der Studie noch besser interpretiert werden könnten, etwa indem in weiteren Studien die Cortisolkonzentration bei Lehrkräften im realen Unterrichtsgeschehen aufgezeigt wird. Zusammenfassend hat die Diskussion konstruktive Impulse gesetzt, wie die Ergebnisse noch besser an andere mathematikdidaktische Forschungsarbeiten angeknüpft werden können.

Organisatorisches und Ausblick

Im ersten Jahr seiner Leitungsfunktion hat Daniel Sommerhoff die Neugestaltung des Internetauftritts des Arbeitskreises realisiert. Durch die Aufsetzung mittels einer eigenen Drupal-Instanz auf dem GDM-Server sind wir nun auch bei Wechsel des Sprecherrats unabhängig von lokalen Dienstleistungsstrukturen. Vielen Dank an Uli Kortenkamp und Mathias Sotta für die Einrichtung der CMS-Instanz! Sie finden den Arbeitskreis jetzt unter folgender Adresse:

akpsy.didaktik-der-mathematik.de

Wir freuen uns auf Ihre Rückmeldung, sei es zu Fehlern, Fehlfunktionen oder auch einfach nur ein Lob!

Der Sprecherrat des AKs in der aktuellen Konstellation hat mit der Herausforderung der ersten digitalen Herbstsitzung gut zueinander gefunden, Neuwahlen standen in diesem Jahr turnusgemäß nicht an. Nachdem das Feedback der Teilnehmenden zur aktuellen Tagung grundsätzlich bestätigt hat, dass eine Online-Herbsttagung unter den gegebenen Umständen ein gangbarer Weg ist, wurde für 2021 beschlossen, die Tagung nochmals online durchzuführen. Die Anzahl der Teilnehmenden für die Online-Herbsttagung wird dabei auf 30 begrenzt, da der gewünschte intensive Austausch in größeren Gruppen nicht gewährleistet werden kann. Die Mitglieder äußerten allerdings auch klar den Wunsch, sobald es die Infektionslage zulässt, wieder Herbsttagungen in Präsenz anzustreben.

Haben Sie Lust bekommen, an unserer Tagung teilzunehmen, mitzudiskutieren oder eine Studie vorzustellen? Im Jahr 2021 wird die Online-Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 8. bis 9. Oktober stattfinden. Eine kurze Email an die Sprecherin Anke Lindmeier (anke.lindmeier@uni-jena.de) oder den Sprecher Daniel Sommerhoff (sommerhoff@leibniz-ipn.de) genügt, wenn Sie in den Emailverteiler des Arbeitskreises aufgenommen werden möchten, der unser Hauptkommunikationsmittel ist. Wenn Sie vortragen möchten, melden Sie sich bitte ebenfalls per Email. Die Teilnehmenden unserer Herbsttagung interessieren sich vornehmlich für Studien, bei denen die Bezugsdisziplin Psychologie eine Rolle spielt. Bis zu vier Arbeiten, die eher fortgeschritten oder kurz vor dem Abschluss sind, können vorgestellt werden, egal ob es ein Promotionsprojekt, Ausschnitt aus einer laufenden Studie oder eine Arbeit im Publikationsprozess ist. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines ausführlichen Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Unterjährig wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich keine weitere planmäßige Aktivität anbieten.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, *56*, 35–46. doi:10.1016/j.tate.2016.02.003

Eccles, J. S. (2009). Who am I and what am I going to do with my life? Personal and collective identities as motivators of action. *Educational Psychologist, 44*(2), 78-89. doi:10.1080/00461520902832368

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. *Contemporary Educational Psychology, 61*. doi:10.1016/j.cedpsych.2020.101859.

Herten, N., Otto, T., & Wolf, O. T. (2017). The role of eye fixation in memory enhancement under stress – an eye tracking study. *Neurobiology of Learning and Memory*, *140*, 134–144. doi:10.1016/j.nlm.2017.02.016

Holland, D. C., Lachicotte, W., JR., Skinner, D., & Cain, C. (2008). Positional identities. In P. F. Murphy (Ed.), *Learning and practice: Agency and identities* (S. 149-160). Sage Publications.

Jeschke, C., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2020). Vom Wissen zum Handeln: Vermittelt die Kompetenz zur Unterrichtsreflexion zwischen mathematischem Professionswissen und der Kompetenz zum Handeln im Mathematikunterricht? Eine Mediationsanalyse. *Journal für Mathematik-Didaktik*. doi:10.1007/s13138-020-00171-2

Kosiol, T., Rach, S. & Ufer, S. (2019). (Which) Mathematics interest is important for a successful transition to a university study program? *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(7), 1359–1380. doi:10.1007/s10763-018-9925-8.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competences of teachers: A threefold domain-specific structure model*. Waxmann.

Lindmeier, A., Seemann, S., Kuratli-Geeler, S., Wullschleger, A., Dunekacke, S., Leuchter, M., Vogt, F., Moser Opitz, E., & Heinze, A. (2020). Modelling early childhood teachers' mathematics-specific professional competence and its differential growth through professional development – an aspect of structural validity. *Research in Mathematics Education*, *22*(2), 168–187. doi:10.1080/14794802.2019.1710558

Lupien, S. J., Maheu, F., Tu, M., Fiocco, A., & Schramek, T. E. (2007). The effects of stress and stress hormones on human cognition: Implications for the field of brain and cognition. *Brain and Cognition*, *65*, 209–237. doi:10.1016/j.bandc.2007.02.007

Otto, A. R., Raio, C. M., Chiang, A., Phelps, E. A., & Daw, N. D. (2013). Working-memory capacity protects model-based learning from stress. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *110*, 20941–20946. doi:10.1073/pnas.1312011110

Robinson, K. A., Lee, Y.-k., Bovee, E. A., Perez, T., Walton, S. P., Briedis, D., & Linnenbrink-Garcia, L. (2019). Motivation in transition: Development and roles of expectancy, task values, and costs in early college engineering. *Journal of Educational Psychology, 111*(6), 1081–1102. doi:10.1037/edu0000331

Simonovic, B., Stupple, E. J. N., Gale, M., & Sheffield, D. (2018). Performance under stress: An eye-tracking investigation of the Iowa gambling task (IGT). *Frontiers in Behavioral Neuroscience*, *12*, 217. doi:10.3389/fnbeh.2018.00217

Anke Lindmeier, Friedrich-Schiller-Universität Jena
E-Mail: anke.lindmeier@uni-jena.de

Daniel Sommerhoff, IPN Kiel
E-Mail: sommerhoff@leibniz-ipn.de

Einladung zur 11th International Mathematics Education and Society Conference

Klagenfurt, 21.–29. September 2021

David Kollosche

Hiermit möchte ich die Leserinnen und Leser der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* sowie alle anderen Interessierten herzlich zur 11. MES-Tagung einladen, welche vom 24. bis 29. September 2021 in Klagenfurt am Wörthersee stattfinden soll. Hiermit bietet sich die seltene Möglichkeit, eine breite Auswahl sehr interessanter internationaler Kollegen ohne großen Reiseaufwand zu treffen und seine eigene Arbeit international zu präsentieren.

Die MES-Community eint ein Interesse an gesellschaftlichen, ethischen und politischen Dimensionen des Mathematikunterrichts und zielt ab auf die Diskussion passender Rahmentheorien, forschungsmethodischer Ansätze, spezifischer Forschungsprojekte und schulpraktischer Interventionen. Weitere Informationen zur Community und die *Proceedings* der bisherigen MES-Tagungen finden Sie unter www.mescommunity.info.

MES-Tagungen sind geprägt durch die sehr gründliche Besprechung der Hauptvorträge in eingeladenen Stellungnahmen, Diskussionsgruppen und Plenumsdiskussionen. Diese Besprechungen bieten eine niedrigschwellige Möglichkeit, um miteinander ins Gespräch zu kommen und voneinander zu lernen. Bei der kommenden Tagung freuen wir uns unter anderem auf die folgenden Hauptvorträge:

- Research on identity and identifying: What does it have to offer? (Lisa Darragh, University of Auckland, New Zealand)
- Rethinking exemplification in mathematics teacher education multilingual classrooms (Anthony Essien, University of the Witwatersrand, South Africa)
- Cultural constructions of children and childhood in mathematics learning: The case of Black-girl mathematics learners throughout the Black Diaspora (Maisie Gholson, University of Michigan, United States)
- Mathematics education, researchers and local communities: A critical encounter in times of pandemia, pareidolia and post-factualism (Aldo Parra, Universidad del Cauca, Colombia)

Neben den Programmteilen, die sich um die Hauptvorträge herum entfalten, freuen wir uns auf Einzelvorträge, Posterpräsentationen und Symposia. Angemerkt sei schon jetzt, dass Tagungsbeiträge bis zum 28. Februar 2021 erwartet werden.

Wir sind trotz der derzeitigen Einschränkungen für Reisen und Tagungen durch die COVID-19-Pandemie optimistisch, dass wir uns im September 2021 persönlich werden treffen können. Vielleicht möchten Sie die Tagung in Ihrem Kalender vormerken und erwägen einen eigenen Beitrag. Weitere Informationen finden Sie unter mes11.aau.at.

David Kollosche, Universität Klagenfurt
E-Mail: david.kollosche@aau.at

Replik auf die Rezension von Wolfgang Kühnel und Franz Lemmermeyer in den Mitteilungen der GDM 109: *mathe.delta 11/12. Mathematik für das Gymnasium, Basisfach, Baden-Württemberg*

Axel Goy

Zunächst einmal freuen wir uns, dass uns via einer Rezension Einlass in die GDM-Mitteilungen gewährt wurde – einer Rezension eines Schulbuches zu einem Mathematikkurs, der bis dato (darauf kommen wir unten zurück) etwas stiefmütterlich behandelt wurde. Weniger erfreut sind wir über den Inhalt der Rezension – nicht, weil sie Kritik enthält, sondern weil wir ihre Differenziertheit hinterfragen.

Doch damit auch nicht Baden-Württemberg-affine MathematikerInnen eine sachliche Grundlage erhalten, soll im Folgenden kurz der Bildungsplanhintergrund des Buches skizziert werden:

Die Baden-Württembergische Landesregierung hat mit dem Schuljahr 2019/20 neben dem fünfstündigen Leistungskurs einen neuen dreistündigen Basiskurs implantiert, den – so die landesweiten Erfahrungen des ersten Jahrgangs – die schwächeren und weniger mathematikaffinen SchülerInnen wählen. Die Abiturprüfung dieses Basiskurses besteht nicht aus einer schriftlichen Klausur, sondern aus einer 20-minütigen mündlichen Prüfung.

Die eingangs erwähnte etwas stiefmütterliche Behandlung bezieht sich unter anderem auf die Entstehungsgeschichte des Basiskurses, der binnen kürzester Zeit „aus dem Boden gestampft“ wurde und für den es demzufolge bis dato kein adaptives Unterrichtswerk gibt. Denn es dürfte unstrittig sein, dass die drei Faktoren (1) *schwächeres SchülerInnenklientel*, (2) *keine nennenswerten inhaltlichen Abstriche gegenüber dem alten vierstündigen Mathematikkurs* (jedenfalls ganz sicher nicht in dem von den beiden Rezensenten angeführten Umfang von einem Viertel) und (3) *Abschluss mit einer mündlichen Prüfung* ein anderes und neues Unterrichtskonzept erfordern, das nicht einfach aus dem Zusammenstreichen eines vorhandenen Schulbuchs bestehen kann.

Es ist zunächst einmal – und diese Erörterung umgehen die beiden Rezensenten – zu diskutieren, wie dem beschriebenen SchülerInnenklientel im Basiskurs *Zugänge zu mathematischen Sachverhalten eröffnet* werden können und *was die SchülerInnen am Ende der beiden Kursstufenjahre wissen und können* sollten. Da es sich in der überwiegenden Mehrheit um schwächere, weniger mathematikaffine SchülerInnen handelt, die mit hoher Wahrscheinlichkeit weder ein MINT-Studium anvisieren noch in einen MINT-Beruf gehen werden, stellt sich konzeptionell also die Frage nach der *Generierung eines mathematischen Verständnisses und nach dessen Tiefe*.

Da dieses SchülerInnenklientel mit einer mündlichen Prüfung abschließt, in der es zwangsläufig nicht um komplexe Rechnungen gehen kann, mit deren Ausgang man beispielsweise wohl auch kaum zufrieden sein kann, wenn die SchülerInnen verständnislos ein paar Ableitungen berechnen und Integrale bestimmen können, in der es also zwangsläufig um ein gewisses mathematisches Verständnis gehen soll, stellen sich drei Fragen:

(1) *Was heißt das überhaupt: „mathematisches Verständnis“?*
(2) Was kann man von der speziellen Klientel (schwächere, wenig mathematikaffine SchülerInnen) *an mathematischem Verständnis realistischerweise erwarten*?
(3) *Was sollen SchülerInnen allgemein am Ende ihrer Schulzeit können* und *was sollen speziell diejenigen SchülerInnen können, die in Nicht-MINT-Berufe gehen*?

Sind es allein Rechenfertigkeiten (wie von universitärer Seite immer mal wieder gerne gefordert, weil „die richtige Mathematik“ dann an der Uni gemacht wird)? – Wohl kaum, denn das würde schlecht zum Format der mündlichen Prüfung passen.

Die Didaktiker unter den Lesern werden sofort erkennen: Das sind fundamentale didaktische Fragen, die seit vielen Jahren in der Community virulent sind, über die auch immer wieder gerne gestritten wird und bei denen durchaus auch „Ideologien“ aufeinanderprallen.

Ein zu diesen nicht ganz einfachen Rahmenbedingungen des Basiskurses adaptives Schulbuch muss sich bezüglich dieser Fragen für einen neuen, klar konturierten Weg entscheiden – und alles, was neu ist, ist diskutabel.

Dieser Diskussion stellen wir uns gerne, jedoch bitte auf einem angemessen sachlichen Niveau.

- Zunächst einmal danken wir den Autoren der Rezension für jeden Fehler, den sie entdeckt haben und noch entdecken werden. Fehlerfreiheit ist ein Desiderat einer jeden Publikation – und jeder Fehler ärgert uns, sicherlich sogar noch mehr als die Rezensenten; die Praxis, vor allem die des Schreibens von Schulbüchern unter enormem Zeitdruck, zeigt jedoch, dass Fehlerfreiheit in einem Vordruck und auch einer 1. Auflage nahezu nicht zu erreichen ist. Insofern sehen wir es als durchaus erlaubt an, Fehler in einer 2. Auflage zu beheben.

- Im Sinne einer seriösen Diskussion fänden wir es schön, wenn dem Buch nicht Dinge unterstellt werden würden, die so nicht drin stehen: So ist erstens nicht Anwendungsbezug, sondern Anschaulichkeit ein primäres Anliegen des Buches, und zweitens ist nicht jede Aufgabe, in der das Wort „modellieren" steht, eine Modellierungs- oder eine Anwendungsaufgabe – aber offensichtlich war (hierzu muss man nur das Vorwort des einen Rezensenten zu einem seiner Bücher lesen) allein das Wort „modellieren" schon ein Reizwort ...
- Die beiden Rezensenten merken eine „Reduzierung der Differentialrechnung auf bloßen Formelkram" an. Es wäre wünschenswert, wenn in diesem Kontext erwähnt werden würde, dass es sich um Passagen aus „Startklar" handelt, in denen auf frühere Jahrgangsstufen Bezug genommen wird; hätte man sich von Rezensentenseite etwas intensiver mit dem Konzept des Buches beschäftigt, wäre schnell klar geworden: Bei den Wiederholungen geht es in der Tat nicht um das Wiederholen von Herleitungen oder Ähnlichem, sondern es geht oftmals eher um handwerkliche Fertigkeiten.
- Generell wäre eine Auseinandersetzung mit dem Konzept des Buches hilfreicher als eine akribische Fehlersuche. Das Konzept des Buches huldigt vielen Ideen, die die mathematikdidaktische Forschung beim Umgang mit (schwächeren) SchülerInnen als zielführend herausgearbeitet hat, z. B. Lernen am Beispiel, vernetzendes Lernen, konsequente Arbeit am Vorwissen, ...
- Die beiden Rezensenten werfen die Frage auf, ob das Schulbuch nicht derjenigen Schulmathematik huldige, „die man aus Sicht der Kompetenzorientierung immer kritisiert" habe und führen in diesem Kontext an, dass Herleitungen und Beweise das Herz der Mathematik seien. Der zweite Teil des Satzes dürfte vollkommen unstrittig sein, jedoch könnte man sich intensiv darüber unterhalten, was eine Herleitung und was ein Beweis ist. Aus Sicht der universitären Mathematik ist dies mit den bekannten Qualitätskriterien immer vollkommen klar; aus Schulsicht muss man jedoch konstatieren: Je weiter wir vom Leistungskurs entfernt sind, desto weiter sind wir oftmals auch von jenen Kriterien entfernt. Ist das „unmathematisch"? Wie sieht der Königsweg zwischen Anschaulichkeit, Verständlichkeit, mathematischer Korrektheit und mathematischem Tiefgang aus, wenn die Klientel sich nicht gerade in hochschulmathematischen Sphären bewegt?

Summa summarum stellt sich die Frage: Was wollen die beiden Rezensenten *eigentlich* mit ihrem Beitrag? Geht es um Kritik am Konzept des dreistündigen Basisfaches? – Von mir aus, dann sind wir aber die falschen Adressaten. Geht es übergreifend um Kompetenzorientierung, Modellierungsaufgaben und (Pseudo-)Anwendungsbezüge in der Schule, geht es um das (mathematische) Niveau der Schule? – Bitte nicht schon wieder, dieses Thema wurde schon zu oft durch die Community getrieben ... Geht es um eine Diskussion über die Frage, was mathematisches Verständnis in Bezug auf unterschiedliche SchülerInnenklientel bedeutet? – Sehr gerne – dann aber bitte differenziert; notorische Fehlersuche, um anschließend mantra-artig den Untergang des (mathematischen) Abendlandes besingen zu können, ist diesbezüglich wenig hilfreich, eher ermüdend. In die dann hoffentlich seriöse Diskussion lässt der Herausgeber gerne auch seine mehrjährigen Erfahrungen gerade mit schwächeren SchülerInnen einfließen sowie seine einjährige Erfahrung mit dem Mathematik-Basiskurs des Landes Baden-Württemberg.

Axel Goy, Staatliches Seminar für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte (Gymn.), Weingarten
E-Mail: goy@seminar-weingarten.de

In memoriam Dr. Lothar Flade (1942–2020)

Wilfried Herget und Karin Richter

Mit Trauer erfahren wir davon, dass unser langjähriger Kollege Dr. Lothar Flade am 19. 9. 2020 verstorben ist.

Lothar Flade war von 1968 bis 1992 zunächst als wissenschaftlicher Mitarbeiter, dann – nach Promotion (*Zur logisch-sprachlichen Schulung im Mathematikunterricht*, 1972) und Habilitation (*Untersuchungen zur Behandlung rationaler Zahlen*, 1978) – als Hochschuldozent im Bereich Methodik des Mathematikunterrichts in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Werner Walsch an der Martin-Luther-Universität tätig. 1991, unmittelbar nach der Wende, wurde Lothar Flade als einer der ersten ostdeutschen Wissenschaftler in den Beirat der GDM berufen. Selbst nach seinem Wechsel 1992 an das Kultusministerium Sachsen-Anhalt als Referats- und Abteilungsleiter blieb er dem Institut für Mathematik der Universität Halle als aufmerksamer Beobachter und kluger Ratgeber freundschaftlich verbunden, auch über seinen Ruhestand 2006 hinaus.

Sein außergewöhnliches Engagement war der Entwicklung, Erprobung und Realisierung von tragfähigen Konzepten für den Mathematikunterricht gewidmet. Schwerpunkte seiner Tätigkeit lagen im Bereich

- der sprachlich-logischen Schulung im Mathematikunterricht,
- des didaktisch-methodischen Einsatzes von Unterrichtsmitteln im Mathematikunterricht (erinnert sei insbesondere an seine Aktivitäten zur Einführung des Taschenrechners sowie des Kleincomputers im Mathematikunterricht),
- der Untersuchungen zum Aufgabenlösungsprozess (insbesondere seine Mitarbeit zur Vorbereitung der PISA-Studie in Ostdeutschland ebenso wie seine Autorschaft bei Mathematik-Schulbüchern und der Entwicklung von Rahmenrichtlinien für den Mathematikunterricht beider Sekundarstufen in Sachsen-Anhalt).

Als Lehrer – sowohl im Bereich der Schule als auch der Universität – wird er allen, die bei, mit und von ihm lernen durften, unvergessen bleiben.

Dr. Lothar Flade zum Kollegen, zum Lehrer, zum Freund gehabt zu haben, war ein besonderes Geschenk. Wir gedenken seiner in Dankbarkeit.

Wilfried Herget,
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
E-Mail: wilfried.herget@mathematik.uni-halle.de

Karin Richter,
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
E-Mail: karin.richter@mathematik.uni-halle.de

Zum Gedenken an Karel Tschacher (1945–2020)

Hans-Georg Weigand

Karel Tschacher ist uns als aktives Mitglied der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und des Vorstandes in Erinnerung, der sich stets für die Mathematik und ihren Unterricht in besonderer Weise engagiert hat. Mit ihm haben wir einen geschätzten Kollegen verloren.

Er wurde 2005 auf der Jahrestagung der GDM in Bielefeld als Kassenführer gewählt und hat dieses Amt 6 Jahre lang bekleidet. In dieser Zeit hat er die Gelder der GDM nicht nur stets ordnungsgemäß und transparent verwaltet, er war auch immer darum bemüht, diese durch geschickte Suche nach kurz- und langfristigen Anlagemöglichkeiten zu vermehren. Er hat sich weiterhin mit großer Geduld und großer Ausdauer der Pflege der Datenbank der GDM gewidmet. Im Vorstand der GDM hat Karel Tschacher fortwährend konstruktiv mitgearbeitet und stets in der ihm eigenen Weise pointiert seine Meinung vertreten. Er war zudem 2012 bis 2015 Schatzmeister des „Vereins zur Durchführung des 13th International Congress on Mathematical Education 2016".

Karel Tschacher war von großer physischer Statur, in seiner Ausdruckweise kurz, prägnant und direkt, was seine höchst sensible Art gelegentlich etwas verdeckte. Er wurde am 5. Oktober 1945 in Landshut (Bayern) geboren, aufgrund seiner familiären Verhältnisse und seiner schulischen Ausbildung wuchs er dreisprachig auf, neben Deutsch sprach er auch fließend Französisch und Holländisch. Er studierte Mathematik an der Freien Universität Berlin und schloss das Studium mit dem Diplom im Jahr 1969 ab. Die Pädagogische Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen legte er 1971 ab, anschließend unterrichtete er zunächst an Gymnasien in Berlin und wechselte dann ab 1974 zum Johannes-Scharrer-Gymnasium in Nürnberg. Von 1994 bis 1998 war er vorübergehend an der Katholischen Universität Eichstätt tätig und schließlich war er dann Studiendirektor und Fachbetreuer für Mathematik und Physik am Johannes-Scharrer-Gymnasium in Nürnberg. Ab 2001 war er dann Akademischer Direktor am Mathematischen Institut der Universität Nürnberg-Erlangen.

Karel Tschacher trat 2010 in den Ruhestand. Er hat aber auch weiterhin Veranstaltungen für Schülerinnen und Schüler angeboten, wie etwa die Fürther Mathematik-Olympiade oder den Tag der Mathematik in Kooperation mit der Firma Siemens. Darüber hinaus war er viele Jahre der Vorstand des Vereins zur Förderung der Mathematik in Erlangen.

Karel Tschacher verstarb nach kurzer, schwerer Erkrankung am 5. Oktober 2020.

Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg
E-Mail: weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

Hinweise für Autor(inn)en

Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 30. 5. und der 30. 11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten.

Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte für freie Beiträge (Rubriken: Magazin, Diskussion) zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2500 Anschläge (inklusive Leerzeichen). Für die anderen Rubriken gelten zum Teil andere Längenempfehlungen, die auf der Internetseite der Zeitschrift detaillierter angegeben sind (s. tinyurl.com/ycxhvaqj). Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder LaTeX-Files eingereicht werden, Abbildungen sind immer auch als separate Dateien einzureichen. Auf der Internetseite stehen für LaTeX und WORD auch Manuskriptvorlagen zur Verfügung, die Sie bei der Längenabschätzung und den zu verwendenden Formatierungen unterstützen. Alle Beiträge werden von uns unabhängig vom Einreichungsformat anschließend professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als LaTeX-File.

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. E-Mailadresse) ab – *bitte geben Sie am Ende des Manuskripts selbst unbedingt Ihren Namen, Ihre Institution und Ihre E-Mailadresse an.*

Einreichung/Kontakt

Bitte reichen Sie Ihre Manuskripte bevorzugt online unter:

ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/author/submit

ein (einmalige Registrierung erforderlich) oder senden Sie alternativ Manuskripte (mit Ausnahme der Rubrik: Rezensionen) an die Herausgeberin (schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de). Wegen Rezensionen und Rezensionsanfragen wenden Sie sich bitte an an Ulrich Kortenkamp (ulrich.kortenkamp@uni-potsdam.de) oder Thomas Jahnke (jahnke@math.uni-potsdam.de).

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Andreas Eichler, Universität Kassel, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel. Tel. 0561 . 804-4310 eichler@mathematik.uni-kassel.de
■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641 . 99-32221, katja.lengnink@math.uni-giessen.de
■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345 . 5523-880, torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de
■ *Schriftführerin:* Prof. Dr. Daniela Götze, Universität Siegen, Fakultät IV, Department Mathematik, Didaktik der Mathematik, Herrengarten 3, 57072 Siegen, Tel. 0271 . 740-3538, goetze@mathematik.uni-siegen.de
■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

■ Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Prof. Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Grafische Gestaltung: Christoph Eyrich, Berlin ■ Umschlagentwurf: Prof. Dr. Daniela Götze ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Beitrittserklärung zur Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Hiermit beantrage ich die Aufnahme in die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM).

Eintrittsdatum: ○ 1. Januar diesen Jahres oder
○ 1. Januar des folgenden Jahres (Zutreffendes bitte ankreuzen!)

Vorname, Name (mit Titel): ______________________________

Geburtsdatum: ______________ Geburtsort: ______________

○ Adresse privat (mit Tel.-Nr.) ______________________________

____

____

○ Adresse dienstlich (mit Tel.-Nr.): ______________________________

____

____

(Gewünschte Versandadresse [Mitteilungen der GDM, JMD, Rundschreiben] bitte ankreuzen!)

○ E-Mail (privat): ______________

○ E-Mail (dienstlich): ______________

(Bevorzugte E-Mailadresse für Rundmails, Rückfragen der Schriftführung bitte ankreuzen!)

Ich bin damit einverstanden, dass diese Daten für vereinsinterne Zwecke in einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage gespeichert werden.

Ort, Datum: ______________ Unterschrift: ______________________

(Bitte an die Schriftführung senden, bevorzugt per E-Mail)

Prof. Dr. Daniela Götze
– Schriftführerin der GDM –
Universität Siegen
Fakultät IV, Didaktik der Mathematik
Herrengarten 3
57072 Siegen

Tel.: 0271 . 740-3538
E-Mail: schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2020

stein-wtm@outlook.de
Fon: +49 (0) 172 - 534 09 00
www.wtm-verlag.de

A. Steinecke: **Begreifen der Integralrechnung: Konzeption und empirische Erprobung montessori-pädagogischer Lernmaterialien zur Förderung vielfältiger Grundvorstellungen:** Ein entwicklungsorientiertes Forschungsprojekt zum Integralbegriff. Ca. 370 S., davon viele farbig, Münster 2020.

Preis 49,90 €

ISBN 978-3-95987-137-2

G. Wickel: **Praktische Geometrie zwischen Theorie und Anwendung. Eine Fallstudie anhand von Aaron Rathbones The Surveyor (London, 1616).** Band 6 der Reihe Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik. Ca. 500 S., 17 cm x 24 cm, Münster 2020.

Preis 49,90 €

ISBN 978-3-95987-149-5

L. Baumanns, J. Dick, A.-C. Söhling, N. Sturm, B. Rott (Hrsg.): **Wat jitt dat, wenn et fädich es? Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen in Köln 2019.** Band 14 der Reihe Ars inveniendi et dejudicandi. Ca. 220 S., Format DIN A5, Münster. WTM-Verlag 2020.

Preis 27,90 €

ISBN 978-3-95987-171-6

G. Ambrus, J. Sjuts, Ö. Vancsó, & É. Vásárhelyi (Hrsg.): **Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht.** Band 2 der Reihe Mathematiklernen und -lehren in Ungarn. Ca. 400 S., DIN A5, Münster 2020.

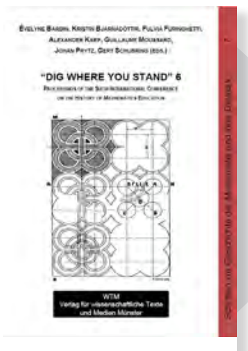
Preis 39,90 €

ISBN 978-3-95987-163-1

N. Kühme: **Bildungs- und Fachsprache im arithmetischen Anfangsunterricht. Eine empirische Untersuchung zu sprachlichen Ausdrucksformen in der Interaktion des arithmetischen Anfangsunterrichts.** Band 4 der Reihe Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse. Ca. 280 S., 17 cm x 24 cm, Münster 2020.

Preis 39,90 €

ISBN 978-3-95987-147-1



É. Barbin, K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, A. Karp, G. Moussard, J. Prytz, G. Schubring (eds.): **„Dig where you stand“ 6. Proceedings of the Sixth International Conference on the History of Mathematics Education.** September 16-20, 2019, at the CIRM (Luminy), France. Band 6 der Reihe Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik. Ca. 420 S., Münster. WTM-Verlag 2020.

Preis 44,90 €

ISBN 978-3-95987-167-9

T. Schmitz: **Mathematische Basisfertigkeiten von Fachschülerinnen und -schülern für Technik. Entwicklung und Validierung eines online-Testverfahrens für berufsbildende Schulen.** Band 5 der Reihe Evaluation und Testentwicklung in der Mathematik-Didaktik. Ca. 410 Seiten, DIN A5, Münster 2020.

Preis 39,90 €

ISBN 978-3-95987-153-2

A. Frank: **Wissenschaftspropädeutisches Lernen in Mathematik. Wie überzeugend ist das W-Seminar?** Band 10 der Reihe Hochschulschriften zur Mathematik-Didaktik. Ca. 290 Seiten, davon viele farbig, 17 cm x 24 cm, Münster 2020.

Preis 39,90 €

ISBN 978-3-95987-145-7