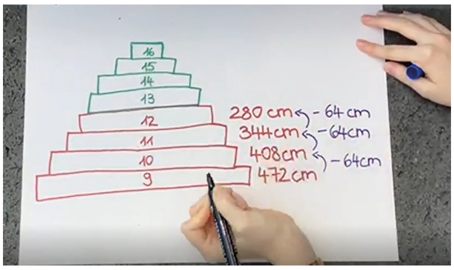
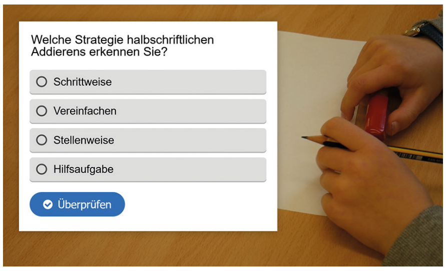
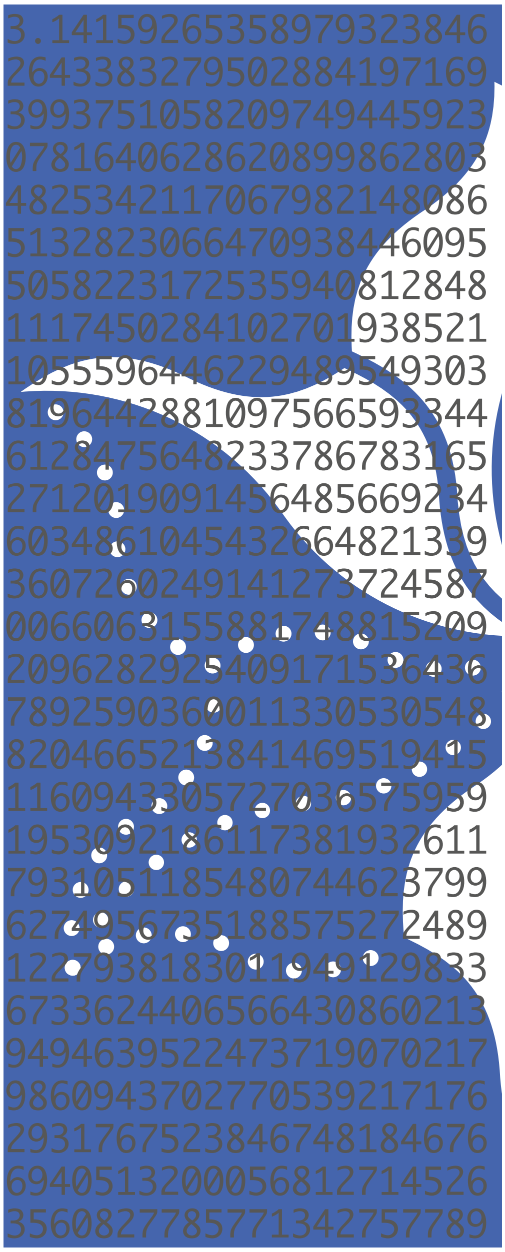
MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK







GDM

112

Februar 2022

Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2021

stein-wtm@outlook.de
+49 172 534 09 00
www.wtm-verlag

St. Janott: *Probleme lösen zum Lerngegenstand machen. Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule.* Band 15 der Reihe Ars Inveniendi et Dejudicandi. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 300, Seiten, davon viele farbig, DIN A5.

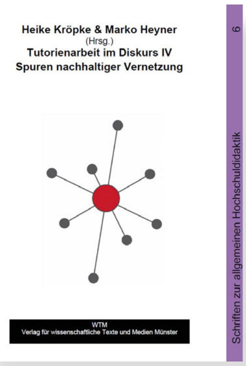
ISBN 978-3-95987-165-5
Print 39,90 €

978-3-95987-166-2
E-Book 36,90 €

R. Klose & Ch. Schreiber (Hrsg.): *Mathematik, Sprache und Medien. Befunde für den Mathematikunterricht der Primarstufe.* Band 7 der Reihe Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 215, Seiten, davon viele farbig, DIN A5

ISBN 978-3-95987-195-2
Print 39,90 €

ISBN 978-3-95987-196-9
E-Book 36,90 €



H. Kröpke & M. Heyner (Hrsg.): *Tutorienarbeit im Diskurs IV. Spuren nachhaltiger Vernetzung. Band 6 der Reihe Schriften zur allgemeinen Hochschuldidaktik.* Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 160, DIN A5.

ISBN 978-3-95987-175-4
Print 24,90 €

ISBN 978-3-95987-176-1
E-Book 22,90 €

D. Lenz: *Relationales Denken und frühe Konzeptionalisierungen von Variablen. Eine Interviewstudie mit Kindergarten- und Grundschulkindern.* Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 490 S., Farbdruck, 17 cm x 24 cm.

ISBN 978-3-95987-155-6
Print 63,90 €

ISBN 978-3-95987-156-3
E-Book 57,90 €

M. Ohrndorf: Verstehen verstehen. Band 3 der Reihe Abschlussarbeiten zur Mathematikdidaktik. WTM-Verlag 2021. Ca. 110 S. Das Buch ist nur als E-Book erhältlich.

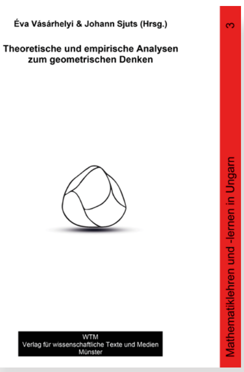
ISBN 978-3-95987-300-0
E-Book 9,90 €.

Erhältlich im E-Book-Shop von WTM: http://wtm.e-bookshelf.de

A. Pilgrim, M. Nolte, T. Huhmann: *Mathematik treiben mit Grundschulkindern – Konzepte statt Rezepte. Festschrift für Günter Krauthausen.* Band 7 der Reihe Festschriften der Mathematikdi-daktik Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 250 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-161-7
Print 34,90 €

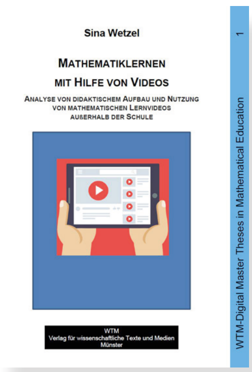
ISBN 978-3-95987-162-4
E-Book 31,90 €



Éva Vásárhelyi & Johann Sjuts (Hrsg.): Theoretische und empirische Analysen zum geomet-rischen Denken. Band 3 der Reihe Mathematiklehren und -lernen in Ungarn. Münster: WTM-Verlag 2021, ca. 420 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-199-0
Print 49,90 €

ISBN 978-3-95987-200-3
E-Book 45,90 €



S. Wetzel: *Mathematik lernen mit Hilfe von Videos Analyse von didaktischem Aufbau und Nut-zung von mathematischen Lernvideos außerhalb der Schule.* Band 1 der Reihe WTM-Digital Masters in Mathematical Education. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 110 S. Das Buch ist nur als E-Book erhältlich.

ISBN 978-3-95987-192-1
E-Book 9,90 €

Erhältlich im E-Book-Shop von WTM: http://wtm.e-bookshelf.de

M. Zimmermann, W. Paravicini, J. Schnieder (Hrsg.): *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2016 und 2017. Beiträge zu den gleichnamigen Symposien: am 11. & 12. November 2016 in Münster und am 10. & 11.* November 2017 in Göttingen. Band 5 der Reihe Schriften zur Hochschuldidaktik Mathematik. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 250 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-095-5
Print 29,90 €

ISBN 978-3-95987-096-2
E-Book 27,90 €

E-Bookshelf – das neue E-Book-Portal von WTM

https://wtm.e-bookshelf.de

Bleiben Sie auf dem Laufenden und melden Sie sich auf unserer Seite an, um über Neuerscheinungen und Angebote informiert zu werden.

Editorial: Zum Schmunzeln

Neulich kam unser ältester Sohn (10 Jahre) nach Hause. Er berichtete mir aufgeregt von der heutigen lustigen Schulbusfahrt. Die „großen" Jungs im Bus haben sich Lehrerwitze erzählt bzw. nach Lehrerwitzen im Internet gesucht und diese dann laut im Bus vorgelesen. Die Stimmung muss sehr ausgelassen gewesen sein, denn viele Schülerinnen und Schüler haben die Battle um den nächsten Lacher angenommen. Allerdings, so sagte es unser Sohn, waren auch immer wieder Witze dabei, die niemand verstand. Das war insbesondere bei den Witzen über Mathelehrer oder Mathematik der Fall. Leicht zu verstehen waren Witze wie:

Was sagt die Null zur Acht? „Schicker Gürtel."

Als unser Sohn und ich allerdings nach weiteren Mathematikwitzen recherchierten, merkte ich schnell, dass man so einige mathematikhaltige Witze nur verstehen kann, wenn die dahintersteckenden Konzepte klar sind. So habe ich oftmals schmunzeln oder laut lachen müssen, während unser Sohn den Witz in diesem Witz nicht verstand. Das war natürlich dadurch zu erklären, dass er als Fünftklässler noch keine Einblicke in die betreffenden Inhalte hatte. Das war beispielsweise bei folgenden Witzen der Fall:

Es gibt genau 10 Arten von Menschen.
Die, die das Binärsystem verstehen und die, die es nicht verstehen.

Nichtmathematiker zum Mathematiker: „Ich finde Ihre Arbeit ziemlich monoton."
Mathematiker: „Mag sein! Dafür ist sie aber stetig und nicht beschränkt."

Was macht ein Mathematiker im Garten?
Wurzeln ziehen.

Zwei Mathematiker beschimpfen sich.
Nach einem längeren Austausch von „Komplimenten" schließlich der eine: „Ich differenziere und integriere dich, bis du nicht mehr weißt, wer du eigentlich bist!"
Darauf antwortet der andere: „Ätsch, ich bin e hoch x!"

Treffen sich zwei Geraden. Sagt die eine: „Beim nächsten Mal gibst du einen aus."

Kommt ein Vektor zur Drogenberatung: „Hilfe, ich bin linear abhängig."

Ich hoffe, dass diese Witze Ihnen ebenso ein Lächeln oder zumindest ein Schmunzeln in das Gesicht zaubern wie mir.

Und damit wünsche ich viel *Spaß* beim vorliegenden Heft.

Daniela Götze

ISSN 0722-7817

Inhalt

Tagungen

Personalia

Bildnachweise der Umschlagseite
Von links nach rechts und von oben nach unten: Uwe Dettmar, Maike Gäns, Pixabay, Pixabay, Nadine Böhme, Anika Dreher

Grußwort des 1. Vorsitzenden

Forschung und Lehre? Theorie und Praxis?

In den Coronasemestern konnte ich mich endlich auf die Forschung konzentrieren. In den Coronasemestern rückte gute Lehre wieder ins Zentrum meiner Arbeit. Zwei denkbare Aussagen. Forschung und Lehre als Konkurrenten um Arbeitszeit oder als untrennbare Einheit? Wenn Bildungspolitiker das letztere fordern, gelingt es ihnen ebenso leicht wie mir durch Verweis auf Humboldt den Anschein von Bildung zu erwecken. Aber wie steht es um die Substanz? Es gibt längst universitäre Bereiche, die den Anspruch der Einheit von Forschung und Lehre aufgegeben haben. In der Anatomie beispielsweise wurde schon seit Jahren kein neuer Knochen mehr entdeckt. Anatomielehrstühle betreiben Forschung, oft molekularbiologisch, die mit den Lehrveranstaltungen rein gar nichts zu tun hat. Man könnte argumentieren, dass solche Lehre an Fachhochschulen besser aufgehoben wäre. Das gleiche würde dann auch für die Elementarmathematik gelten, die für angehende Lehrkräfte ebenso essentiell ist wie die Anatomie für angehende Ärzt*innen, in der sich aber ebenso schwer neue Erkenntnisse gewinnen lassen. Vor der doppelter Lehrverpflichtung bei geringerer Entlohnung an Fachhochschulen bewahrt uns die also die Qualität unserer Forschung – und sie leistet noch mehr. Wir entwickeln Theorien und prüfen sie empirisch. Die Empirie bewahrt uns – der Vergleich mit der Medizin trägt immer noch – vor nur gefühlter Gewissheit, gar vor Scharlatanerie. Die Empirie erdet uns in der Schulwirklichkeit, verbindet Theorie und Praxis, verbürgt nicht nur die Richtigkeit, sondern auch die Relevanz der Forschung. Lehrkräfte in Schulen verlangen zu Recht nach wissenschaftlich abgesicherten Aussagen dazu, welche Methode, welche inhaltlichen Strukturierungen wirklich etwas bringen und eben das liefert die Forschung. So weit ergibt sich eine schlüssiges Narrativ. Trotzdem gibt es Vorwürfe, wir säßen im Elfenbeinturm und hätten kein Interesse an der Praxis. Viele von uns, mich eingeschlossen, fühlen sich von diesem Vorwurf getroffen, und viele haben guten Grund, diese Kritik von sich zu weisen, weil sie mit Lehrkräften kooperieren und die Praxis fest im Auge haben. Trotzdem sollten wir uns bei all unseren Forschungen fragen, ob sie die Chance haben, die Lehrpraxis zu verbessern. Dies ist ein wichtiges Kriterium, aber selbstverständlich nicht das einzige Kriterium für gute Forschung. Der Weg der Didaktik hin zu einer methodisch reflektierten Wissenschaft führt auch zu inneren Relevanzkriterien. Ebenso wie die Fachmathematik Fragen untersuchen darf und muss, die keine erkennbare Anwendung haben, ist auch fachdidaktische Forschung legitim, die durch innere Gründe als relevant erscheint, ohne erkennbar auf die Praxis zu wirken.

Die Stärkung des Charakters der Mathematikdidaktik als Wissenschaft führt also notwendig dazu, dass die Verwurzelung im Unterricht relativiert wird. Die früher übliche und an Fachhochschulen erinnernde Bestimmung, dass auf Didaktikprofessuren nur berufen werden soll, wer nach dem Referendariat drei Jahre Schulpraxis nachweist, wurde in den meisten Bundesländern zumindest faktisch aufgehoben. Dies ist ein sinnvoller Schritt in der Etablierung einer Wissenschaft, aber er verstärkt die Tendenz, dass die Distanz von Unterrichtspraxis und didaktischer Forschung wächst, weil es kaum noch neue Kolleg*innen mit nennenswerter Erfahrung als Lehrer*in gibt. Ist das ein Problem? Nicht notwendig. Die Analogie zur Anatomie trägt auch hier: Medizinstudierende erhalten ihre anatomische Ausbildung meistens nicht von ausgebildeten Ärzt*innen, sondern von Wissenschaftlern anderer Disziplinen und das scheint problemlos zu funktionieren.

Aber es gibt noch weitere Effekte, die reflektiert werden sollten. Mit der höheren Gewichtung innerwissenschaftlicher, insbesondere methodischer Kriterien wird es auch immer schwieriger für Praktiker der Didaktik (Lehrkräfte, aber insbesondere auch Fachleiter*innen) eigene Erkenntnisse in der wissenschaftlichen Community zu publizieren, weil diese Erfahrungen aus der Praxis in der Regel nicht den methodischen Kriterien wissenschaftlicher Standards genügen. In der Folge hat beispielsweise die Anzahl von Publikationen aktiver Lehrkräfte im JMD abgenommen. Die Möglichkeit für Praktiker aktiv zu forschen ist also in jeder Hinsicht schlechter geworden, und damit schließt sich der Kreis zu oben: als Lehrkraft erwirbt man keine wissenschaftliche Qualifikation, man kann nicht forschen und Erkenntnisse nur in (manchmal abschätzig so bezeichneten) „Lehrerzeitschriften" publizieren. Damit verliert aber auch die universitäre Didaktik eine Quelle von Ideen, Fragen und Lösungen. Das nur erfahrungsbasierte Wissen der Praktiker*innen mag wissenschaftlichen Kriterien nicht genügen, aber es ist ein Verlust, wenn es deswegen ignoriert wird. Wir haben jenseits von individuellen personellen Kontakten und Kooperationen keinen Kanal für den Input aus der Praxis in die Forschung. Für die umgekehrte Richtung, also die Vermittlung wissenschaftlicher Erkenntnisse in die Praxis hat die GDM mit der Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis (ZMFP) einen neuen Kanal eröffnet, dessen Bedeutung sich in den nächsten Jahren hoffentlich noch erheblich steigern lässt. Wie erfolgreich sind wir mit diesem und ähnlichen Vorhaben? Empfinden Lehrkräfte und Referendarausbilder*innen die Ergebnisse universitärer Forschung als relevant und hilfreich? Werden unsere Ergebnisse gelesen, gehört, im Unterricht bedacht? Hilft didaktische Forschung den Unterricht zu verbessern? Warum ist die Zeitreihe der PISA-Ergebnisse nicht mit der Zahl didaktischer Publikationen korreliert? Möglicherweise sind unsere Ergebnisse zwar signifikant, aber von geringer Effektstärke. Darüber wissen wir viel zu wenig. Es fehlt eine selbstkritische empirische Wirksamkeitsforschung. Wissenschaft zeichnet sich neben ihrer methodischen Bewusstheit auch aus durch ihre Fähigkeit zur Selbstkritik, zur nie endenden Frage, wie sicher, wie richtig, wie wichtig die Theorien und die empirischen Ergebnisse sind. In diesem Sinne sollten wir fragen, ob wir in den letzten Jahren zu wenig Energie investiert haben, um Dinge zu entwickeln, die Schüler*innen interessieren, Neugierde und Begeisterung wecken. Viele gute Ideen in diese Richtung kamen in den letzten Jahren nicht aus der universitären Didaktik, sondern von Praktiker*innen. Didaktische Forschung hat sich sehr stark auf die Methoden konzentriert, aber die Inhalte wenig hinterfragt. Nur ein Beispiel: Ist es sinnvoll, in der Oberstufe die Behandlung des Hypothesentests zu ersetzen durch die Beschäftigung mit Konfidenzintervallen? Solche Diskussionen finden eher in Praktikerkreisen (Curriculumentwicklung, Schulbuchentwicklung) als in der Mathematikdidaktik statt. Ich denke, uns sollten solche Fragen wichtig sein.

Zurück zu unserer Forschung. Was ist überhaupt fachdidaktische Forschung? Die Antwort darauf hat offensichtlich Einfluss darauf, ob Forschung von Praktiker*innen als relevant erlebt werden kann. Hier gab es in den letzten Jahren einen klaren Trend: Reine Entwicklungsforschung wird nicht anerkannt und nicht gefördert. Das hat durchaus gute Gründe, denn es gab in der Tat Entwicklungen, die nur um ihrer selbst willen betrieben wurden, bei denen gar nicht die Absicht bestand, dass diese praxiswirksam werden können. Dass man Entwicklung und Forschung gut kombinieren kann, zeigen die vielen hervorragenden Beispiele von design based research, die auch in unserer community betrieben werden. Trotzdem schließt das aktuelle Verständnis einiges aus: Wer Unterrichtseinheiten konzipiert oder Software für den Unterricht programmiert, betreibt demnach keine Forschung. Dies ist insofern erstaunlich, weil andererseits die Entwicklung eines psychometrisch hochwertigen Tests für mathematikdidaktische Konstrukte als Forschung gilt, obwohl Testentwicklung und Softwareentwicklung analog ablaufen: Auf Basis existierender Theorien wird ein Test/Applikations-Design entwickelt und in konkreten Items/Algorithmen umgesetzt, in Pilotstudien wird die bisherige Entwicklung evaluiert und die Qualität des Produktes kriterienorientiert bewertet. Es erscheint mir unverständlich, wenn das eine als Forschung gilt, das andere nicht.

Die Kombination aus umfangreicher Entwicklung und guter empirische Forschung erfordert einen hohen personellen Aufwand und kann in der Regel nur von großen Arbeitsgruppen geleistet werden. Wiederum trägt die Analogie zur Medizin: Auch dort erfordert erfolgreiche Forschung viele Ressourcen, die nicht überall zur Verfügung stehen. Dies führt zur Konzentration auf wenige Standorte – eine Entwicklung, die sich auch in der Mathematikdidaktik beobachten lässt. Bestehende Strukturen ändern sich nur langsam, aber es gibt eine Strahlkraft auch auf andere Fächer: beispielsweise gibt es das Argument einer Universität, lieber gar keine Informatiklehrkräfte auszubilden, als dies nur mit akademischen Rät*innen und abgeordneten Lehrkräften zu machen, weil damit keine nennenswerte Forschung zu erwarten sei.

Was ist also zu tun? Was will Ihnen der Vorsitzende der GDM damit sagen? Die Antwort ist hoffentlich enttäuschend: gar nichts. Ich möchte nur zum Nachdenken anregen.

Reinhard Oldenburg
(1. Vorsitzender der GDM)

Begrüßungsworte der Geschäftsführung

Liebe Mitglieder,
ich möchte mich auch auf diesem Wege nochmals kurz als neue Geschäftsführerin der GDM vorstellen. Seit dem 1. 10. 2021 arbeite ich Seite an Seite mit dem Vorstand und unterstütze vor allem in organisatorischen und strategischen Belangen der Gesellschaft. Eine erste interne Rekapitulation der letzten Wochen unserer neuen Zusammenarbeit hat bereits zeigen können, dass die neu geschaffene Stelle der Geschäftsführung viele Möglichkeiten der zukünftigen Weiterentwicklung unserer Vereinigung mit sich bringt. Ziel ist es, weiterhin die Didaktik der Mathematik zu fördern sowie Ideen und Aktivitäten der Gesellschaft möglichst offen zu kommunizieren. Zum einen soll natürlich die wissenschaftliche Arbeit auf diesem Gebiet bestmöglich unterstützt und der Nachwuchs ausreichend gefördert werden. Gleichzeitig stellt die GDM auch eine Schnittstelle zur Praxis dar und möchte zukünftig einen noch größeren Wert auf gute(s) Wissenschaftsmanagement und -kommunikation legen. An beiden längerfristig angelegten Zielen wird bereits intensiv gearbeitet und Sie als Mitglieder werden selbstverständlich in regelmäßigen Abständen an dieser Stelle fortwährend informiert.

Ich freue mich auf diese neue Herausforderung und die Zusammenarbeit mit allen Organen des Vereins.

Mit den besten Grüßen,

Karoline Haier
E-Mail:
geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de

Autonomes Fahren

Ein Blick hinter die Kulissen der Mathematik der künstlichen Intelligenz

Simone Bast, Martin Vogt und Ruth Wallerath

Einleitung

Autonomes Fahren birgt das Potential, die Welt zu verändern. Von neuartigen Carsharing-Konzepten im Rahmen einer notwendigen Mobilitätswende bis hin zur Revolution ganzer Branchen, wie z. B. der Logistikbranche, ist eine Vielzahl von Effekten denkbar, die in ihrer Summe massive Auswirkungen auf die Lebens- und Berufswirklichkeit der Lernenden haben werden. Es ist deshalb unverzichtbar, dass die rasanten Entwicklungen im Zusammenhang mit künstlicher Intelligenz in die Klassenzimmer Einzug halten. Nur so gelingt es Lehrkräften, die Lernenden optimal auf ein Leben in dieser neuen Wirklichkeit vorzubereiten. Mit dem hier vorgestellten Lernarrangement integrieren wir modernste Techniken der Bilderkennung in den Mathematikunterricht der Klassenstufe 12 des beruflichen Gymnasiums. Zu diesem Zwecke gehen wir der Frage auf den Grund, wie autonomes Fahren gelingen kann und erarbeiten die mathematisch-technischen Grundlagen. Hierzu gehören primär Techniken der Bilderkennung und Bildverarbeitung, sowie die Konstruktion und das Training neuronaler Netze. Wir legen im Rahmen dieser Unterrichtseinheit die Basis für das Verständnis weiterer zukunftsweisender technischer Innovationen vor dem Hintergrund der künstlichen Intelligenz.

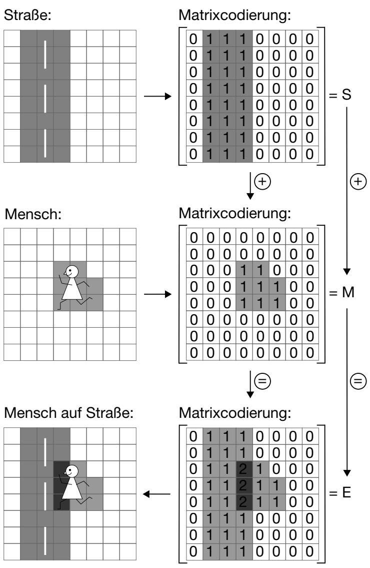
Hintergrund und Vorstellung des Lernarrangements

Ausgangspunkt des Lernarrangements war das Ziel, den Lernenden der Klassenstufe 12 eines beruflichen Gymnasiums künstliche Intelligenz besonders schüler/-innenorientiert zu vermitteln. Hierzu begann das Lernarrangement mit einem Kick-off Meeting zu Beginn des Schuljahres. Die Aufgabe lautete: „Wählen Sie ein Thema der künstlichen Intelligenz, das Sie besonders interessiert und erstellen Sie ein Präsentationsmedium Ihrer Wahl, mit dessen Hilfe Sie bei Ihren Mitschülerinnen und Mitschülern dafür werben, diesen Aspekt der künstlichen Intelligenz im Unterricht zu behandeln." Die Lernenden fanden sich in der Folge in nach Interessen zusammengesetzten Kleingruppen zusammen und erstellten Plakate bzw. Flyer um das von ihnen gewählte Themengebiet zu bewerben. In Form eines Museumsgangs hatten im Anschluss alle Lernenden die Möglichkeit, sich über die Themengebiete zu informieren und einen Favoriten auszuwählen. Neben dem autonomen Fahren wurden Smart Home, Smart Farming, intelligente Roboter, Gesichtserkennung und Spracherkennung von den Lernenden vorgeschlagen. Für jedes Themengebiet durften Punkte von 0 (interessiert mich überhaupt nicht) bis 10 (interessiert mich sehr) vergeben werden. Die Abstimmung fand mit Mentimeter (vgl. Heiderich & Böswald, 2021) statt und identifizierte das autonome Fahren als Favoriten.

Das gewählte Lernarrangement „Autonomes Fahren" eignet sich besonders für die Erlangung der im Lernbereich 3: „Algebraisierung von mehrdimensionalen Verflechtungen und analytische Beschreibung des Raumes" des Lehrplans für das berufliche Gymnasium in Rheinland-Pfalz (vgl. Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz, 2014) ausgewiesenen Fachkompetenzen. Um das komplexe Thema „Autonomes Fahren" an den Lehrplan anzupassen, wurden drei Lernsituationen herausgearbeitet: Erkennung von Bildern im Straßenverkehr (Einführung in Matrizen, Operationen auf Matrizen), Verarbeitung von Informationen mittels neuronaler Netze (Vektoren, Skalarprodukt) und schließlich die Kombination der beiden vorherigen Lernsituationen: Bilderkennung mittels neuronaler Netze (Matrix-Vektor-Operationen). Im Folgenden werden die drei Lernsituationen im Einzelnen beschrieben.

> *Lernsituation 1:*
> *Wenn Sie am Steuer eines PKWs sitzen, so sind Sie mit einer Vielzahl von Situationen konfrontiert, die eine Reaktion Ihrerseits erfordern. Beispielsweise nehmen Sie optisch wahr, dass eine Person am Zebrastreifen steht, die die Straße überqueren möchte, und reagieren angemessen, indem Sie ihr Fahrzeug zum Stehen bringen. Überlegen Sie sich weitere Situationen, die Ihnen am Steuer eines PKW sitzend begegnen und stellen Sie diese in Form von Pixelbildern dar.*

Computer- und Fernsehbildschirme stellen Farben nach dem Prinzip der additiven Farbmischung, dem sogenannten RGB-System dar. Hierbei werden winzige rote, grüne und blaue Punkte unterschiedlicher Leuchtkraft vom Bildschirm dargestellt. Von ausreichender Entfernung aus betrachtet sind diese nicht mehr als einzelne Farbpunkte wahrnehmbar. Für den Betrachter verschmelzen sie zu einem einzigen Bild. Farben lassen sich nach dem RGB-Prinzip mischen. Das bedeutet, dass jedem Farbpunkt ein Intensitätswert für die Farbanteile Rot, Grün und Blau zugewiesen wird. Die Intensitätswerte reichen hierbei von 0 (Schwarz) bis 255 (Weiß) (vgl. Baumann et al., 2010). Somit stecken hinter jedem Bild drei Matrizen, die für jedes Pixel den Intensitätswert der zugehörigen Farbe enthalten. Dieses Prinzip bildet die Basis für die erste Lernsituation. Das Hauptaugenmerk liegt hier auf der Darstellung und der Manipulation von Bildern mit Hilfe von Operationen auf Matrizen. Zunächst wurden Situationen im Straßenverkehr von den Lernenden in Form von Pixelbildern vereinfacht dargestellt, wobei wir unter dem Begriff *Pixelbild* ein Rechteck verstehen, welches in mehrere Quadrate gleicher Größe, die sogenannten *Pixel*, aufgeteilt ist. Diese Pixelbilder werden als Matrizen codiert, wobei wir zur Vereinfachung zunächst nur eine Matrix für eine schwarzweiß Codierung verwendet haben. Diejenigen Pixel, die grau sind, werden in der Matrix mit einer Zahl größer 0 codiert, weiße Pixel erhalten eine 0 (vgl. mia.phsz.ch/Informatikdidaktik/PixelBilder, letzter Zugriff: 19. 11. 2021). Die so entstandenen Matrizen werden addiert, subtrahiert oder skalar multipliziert und anschließend wieder in ein Pixelbild übertragen (vgl. Abb. 1). Die Lernenden erarbeiteten sich somit in dieser ersten Lernsituation die Grundlagen von Matrizen, Operationen auf Matrizen, sowie die Grundlagen der Bilderkennung, die für das autonome Fahren elementare Voraussetzung ist.



Hierbei gilt für die Einträge der Matrizen:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, \text{falls das zugehörige Pixel einen Teil der Straße enthält} \\ 0, \text{sonst} \end{cases}$$

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, \text{falls das zugehörige Pixel einen Teil des Menschen enthält} \\ 0, \text{sonst} \end{cases}$$

$$e_{ij} = \begin{cases} 0, \text{weder Straße noch Mensch} \\ 1, \text{Straße oder Mensch} \\ 2, \text{Mensch steht auf der Straße} \end{cases}$$

Abbildung 1. Pixelbilder und Matrizen

Lernsituation 2:
Sie sind mit einem PKW auf der Landstraße unterwegs. Vor Ihnen fährt ein PKW mit einer etwas niedrigeren Geschwindigkeit. Sie überlegen das vor Ihnen fahrende Fahrzeug zu überholen. Wie lautet Ihre Entscheidung? Überholen – ja oder nein?

Künstliche neuronale Netze sind eines der bekanntesten Verfahren der künstlichen Intelligenz. Die Basisidee besteht darin, das menschliche Gehirn als Netz bestehend aus Neuronen mathematisch bzw. per Computer nachzubilden. Im Rahmen des autonomen Fahrens werden solche Netze etwa zum Zweck der Bilderkennung eingesetzt.

In dieser zweiten Lernsituation wird die Funktionsweise künstlicher neuronaler Netze erarbeitet. Hierzu wird ein einfaches neuronales Netz bestehend aus nur einem Neuron konstruiert, welches die Entscheidung „überholen – ja oder nein?" treffen kann (vgl. Abb. 2). Ganz konkret werden drei Bedingungen konstruiert, die erfüllt sein müssen, damit der Überholvorgang ausgeführt wird (vgl. neuralnetworksanddeeplearning.com/chap1.html, letzter Zugriff: 19. 11. 2021). Das könnten etwa die folgenden Bedingungen sein:

- Bedingung x_1: kein Gegenverkehr
- Bedingung x_2: die Straße ist trocken
- Bedingung x_3: es ist hell

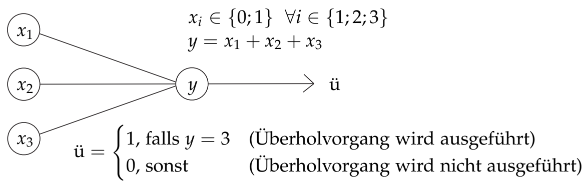


Abbildung 2. Neuronales Netz zur Lernsituation 2

In der späteren Berechnung können die Variablen x_1, x_2 und x_3 jeweils entweder den Wert 0 (die Bedingung ist nicht erfüllt) oder den Wert 1 (die Bedingung ist erfüllt) annehmen. Nun gibt es weiterhin die Möglichkeit, die einzelnen Bedingungen unterschiedlich zu gewichten. Beispielsweise könnte es Autofahrenden wichtig sein, dass die Straße trocken ist, aber weniger wichtig, dass es draußen hell ist. Deshalb versehen wir in unserem künstlichen neuronalen Netz die einzelnen Bedingungen mit den Gewichten w_1, w_2 und w_3, die Werte zwischen 0 (ist mir nicht wichtig) und 10 (ist mir sehr wichtig) annehmen können (vgl. Abb. 3). Die einzelnen Bedingungen werden nun mit den Gewichten verrechnet. Der Überholvorgang wird nur dann ausgeführt, wenn ein bestimmter Schwellenwert überschritten ist. Die Bedingungen, die dazugehörigen Gewichte und der Schwellenwert wurden von den Lernenden selbst gewählt und im Rahmen einer Diskussion angepasst. Sie trainierten damit das neuronale Netz

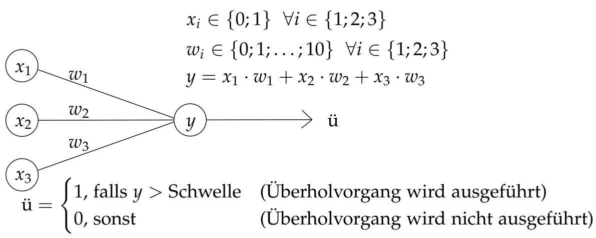


Abbildung 3. Neuronales Netz zur Lernsituation 2 mit Gewichten

„per Hand". Die Lernenden erachteten es zusätzlich als notwendig, weitere Bedingungen einzuführen, was das anfänglich erstellte neuronale Netz in seiner grafischen Darstellung recht schnell an seine Grenzen brachte. Die Notation des neuronalen Netzes mit Hilfe von Vektoren stellte die natürliche Konsequenz dar. Im Rahmen dieser Lernsituation wurden Rechenoperationen auf Vektoren, insbesondere das Skalarprodukt, von den Lernenden „im Vorbeigehen" erarbeitet (vgl. Abb. 4). Gleichzeitig wurden neuronale Netze eingeführt.

$$\text{Bedingungen:} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Gewichte:} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow y = \vec{x} \cdot \vec{w} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Skalarprodukt}}}{=} x_1 w_1 + x_2 w_2 + x_3 w_3$$

Abbildung 4. Notation des neuronalen Netzes mit Hilfe von Vektoren

Lernsituation 3:
Sie fahren mit Ihrem PKW auf eine Kurve zu. Was tun Sie?

In der Lernsituation 3 werden die Ergebnisse aus den ersten beiden Lernsituationen aufgegriffen und miteinander verknüpft, indem neuronale Netze zur Bilderkennung verwendet werden (vgl. ml4a.github.io/ml4a/looking_inside_neural_nets/, letzter Zugriff: 19. 11. 2021). Hierzu wird das Foto eines Straßenverlaufs in einzelne Quadrate aufgeteilt. Dieses Foto wird anschließend in eine Pixelmatrix überführt und in der Folge in Vektorschreibweise an das neuronale Netz übergeben (vgl. Abb. 5). Durch eine geeignete Wahl der Gewichte kann das erarbeitete neuronale Netz anschließend drei Entscheidungen treffen: Linkskurve, Rechtskurve oder geradeaus. Durch die Kombination der drei Lernsituationen verfügen die Lernenden über fundamentale Kenntnisse, die ein Verständnis der Grundlagen des autonomen Fahrens ermöglichen. Zudem haben sie sich Matrix-Vektor-Operationen erarbeitet.

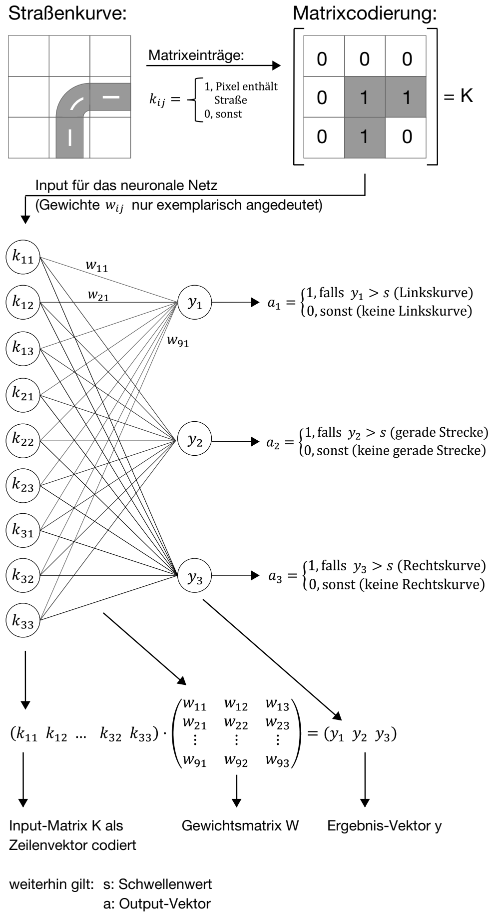


Abbildung 5. Konstruktion eines neuronalen Netzes für das Bild einer Straßenkurve

Diagnose des Lernfortschritts und Fazit

Zur Diagnose des Lernfortschritts wurde ein Kompetenzraster, welches die erreichbaren Fachkompetenzen in ihren Ausprägungsstufen darstellt, verwendet (vgl. Bast, 2021). Es ermöglichte eine Einschätzung des Ist-Zustandes zu Beginn des Lernarrangements und wurde in der Folge fortlaufend zur Diagnose des Fortschritts eingesetzt. Es diente damit als Werkzeug, welches allen am Lernprozess beteiligten Personen (Lernende, Lehrende, interessierte Eltern, etc.) eine Übersicht über den Lernfortschritt geben kann. Neben den Fachkompetenzen wurden auch weitere Dimensionen der beruflichen Handlungskompetenz (Methoden-, Personal- und Sozialkompetenz) in das Kompetenzraster integriert.

Insgesamt konnten wir feststellen, dass das Lernarrangement eine veränderte Wahrnehmung der Entwicklungen im Bereich der künstlichen Intelligenz bei den Lernenden zur Folge hatte. So interessieren sich die Lernenden auch außerhalb des Unterrichtsgeschehens für technische Innovationen und wünschen sich die Behandlung dieser Innovationen im Rahmen des Unterrichts. Das zeigt sich unter anderem daran, dass wir schon auf Elon Musk (Tesla und SpaceX) oder Frank Thelen (Hyperloop und Flugtaxis) angesprochen wurden. Ein Schüler beschäftigte sich zudem mit der Frage, ob der von der Familie angeschaffte Mähroboter auch über künstliche Intelligenz verfügt.

Zusammenfassung und Ausblick

Justin Trudeau, Premierminister von Kanada formulierte beim Annual Meeting des World Economic Forum 2018 in Davos die Aussage: „The pace of change has never been this fast, yet it will never be this slow again." (vgl. youtu.be/fTl1YNTNbog, letzter Zugriff: 19. 11. 2021). Das vorgestellte Lernarrangement greift diese rasante Entwicklung im Bereich der künstlichen Intelligenz auf und ermöglicht Lernenden einen Einstieg in diese aktuelle Thematik. Da künstliche neuronale Netze in zahlreichen Gebieten eine Rolle spielen, etwa in der Luft- und Raumfahrt oder der Spracherkennung, lässt sich das Lernarrangement auf andere Lerngruppen bzw. auf andere Fachdisziplinen übertragen. Exemplarisch möchten wir an dieser Stelle auf drei mögliche Anknüpfungspunkte eingehen:

1. Die Manipulation von Satelliten- oder Drohnenbildern mit Hilfe von Operationen auf Matrizen könnte im Rahmen eines Lernarrangements mit dem Titel „Smart Farming" Aufschluss über Möglichkeiten zur ressourcenschonenden Bewässerung von Ackerland geben. Hier ist etwa eine interdisziplinäre Kooperation mit den Fächern Biologie oder Gemeinschaftskunde denkbar. Aus biologischer Sicht bietet eine digitale und innovative Landwirtschaft die Möglichkeit, beispielsweise Pflanzenwachstum in Abhängigkeit zum Wirken abiotischer Faktoren (Wasser, Nährstoffe, etc.) zu erfassen und zu kontrollieren. Eine Einbindung des gemeinschaftskundlichen Fächerkanons könnte über die Behandlung der Frage nach der Zukunft des Faktors Arbeit im Zusammenhang mit der fortschreitenden Automatisierung geschehen.
2. Ein tiefgreifender Wandel der Logistikbranche durch Einbeziehung der Bilderkennung beim automatischen Einlesen von Paketetiketten, der Darstellung von Roboterbewegungen (beim Verladen von Paketen) mittels Vektoren im Raum und der automatisierten Zustellung von Paketen mittels autonomer Fahrzeuge könnte sowohl aus mathematisch-technischer Sicht, als auch aus gesellschaftspolitischer und ethischer Sicht betrachtet, erarbeitet und beurteilt werden.
3. Die Methoden der Bilderkennung mittels neuronaler Netze könnten auf Spektrogramme übertragen und damit Techniken der Sound- bzw. Spracherkennung (Alexa, Siri, etc.) erarbeitet werden (vgl. Arias-Vergara et al., 2021). Fragen des Datenschutzes und der Sensibilität von persönlichen Informationen könnten in einem auf diese Weise komponierten Lernarrangement erörtert werden.

Literaturverzeichnis

Arias-Vergara, T., Klumpp, P., Vasquez, J., Noeth, E., Orozco, J. R. & Schuster, M. (2021). Multi-channel spectrograms for speech processing applications using deep learning methods. *Pattern Analysis and Applications*, (24), 1–9.

Bast, S. (2021). Geheimagentenpraktikum im Hause Bond – Die Verknüpfung einer motivierenden Lernsituation mit Werkzeugen des selbstständigen Lernens zur Sicherung des Lernerfolges (nicht nur) in Zeiten von Fernunterricht. *Mitteilungen der GDM*, (111), 6–12.

Baumann, A., Gläser, M., Kegel, T. & Schellmann, B. (2010). *Handbuch Medien – Medien verstehen, gestalten, produzieren* (5. Auflage). Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel

Heiderich, S. & Böswald, V. (2021). Videokonferenz trifft Voting-Tool – Lernen, testen, diskutieren und motivieren in der digitalen Distanzlehre. *Mitteilungen der GDM*, (110), 20–23.

Pädagogisches Landesinstitut Rheinland-Pfalz (2014). Lehrplan für das berufliche Gymnasium. Unterrichtsfach: Mathematik, Grund- und Leistungsfach. berufsbildendeschule.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/bbs/berufsbildendeschule.bildung-rp.de/Lehrplaene/Dokumente/Lehrplan_2014/2015-01-08_LP_BG_Mathe.pdf.

Simone Bast, Berufsbildende Schule Gestaltung und Technik, Trier
E-Mail: simone.bast@bbsgut-trier.de

Prof. Dr. Martin Vogt, Hochschule Trier
E-Mail: vogt@hochschule-trier.de

Ruth Wallerath, Berufsbildende Schule Gestaltung und Technik Trier
E-Mail: ruth.wallerath@bbsgut-trier.de

Asynchrone mündliche Prüfungen in der fachdidaktischen Ausbildung von Lehrpersonen

Erfahrungen und Reflexion

Martina Geisen und Joerg Zender

1 Kompetenzerwerb in der Ausbildung von Lehrpersonen in Deutschland

Der Kompetenzbegriff wird im alltäglichen Leben sowie auch im wissenschaftlichen Diskurs häufig verwendet (vgl. Geisen 2021). Die Definition von Kompetenz nach Weinert (2014), wonach Kompetenz definiert wird als

> die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen und die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösung in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können (S. 27)

gilt als allgemeiner Konsens und wird für aktuelle Kompetenzmodelle (z. B. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008) und die Bildungsstandards (KMK, 2005) herangezogen (vgl. Geisen, 2021). Ausgehend von dieser Definition lassen sich insbesondere drei Charakteristika von Kompetenz herausarbeiten (vgl. Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015): Erstens sind Kompetenzen zur Bewältigung von Problemen erlernbar. Zweitens sind für diese Bewältigung nicht nur verschiedene Wissensbereiche, sondern auch motivational-affektive Aspekte von Relevanz. Drittens sind Kompetenzen kontextabhängig und bereichsspezifisch. Diese Charakteristika sind auch in der Ausbildung von Lehrpersonen von besonderer Bedeutung, da zukünftige Lehrpersonen fachliche und fachdidaktische Kompetenzen, die im spezifischen Kontext Schule und Unterricht erforderlich sind, erlernen müssen. Des Weiteren müssen deren Überzeugungen in der Ausbildung berücksichtigt werden (vgl. Törner & Grigutsch, 1994), indem positive Einstellungen zum Fach vermittelt werden.

Der Kompetenzerwerb zukünftiger Lehrpersonen in Deutschland ist in zwei Phasen gegliedert: In der ersten Phase wird eine eher theoretische Perspektive an den Universitäten eingenommen, wobei diese Perspektive auch durch praktische Erfahrungen ergänzt wird (z. B. Praktika; vgl. KMK, 2019). Nach dem Abschluss der universitären Ausbildung schließt der praktische Ausbildungsteil, der als Vorbereitungsdienst bezeichnet wird, mit der konkreten Arbeit an den Schulen an (ebd.). Beide Ausbildungsphasen beinhalten theoretische und praktische Anteile, jedoch mit unterschiedlicher Gewichtung.

Für die Ausbildung der Lehrpersonen werden in Bezug auf beide Ausbildungsphasen Standards festgelegt (ebd.), um die zukünftigen Lehrpersonen auf ihren Berufsalltag vorzubereiten und die Qualität der Bildung zu sichern. Hierzu werden Kompetenzen festgelegt, die zukünftige Lehrpersonen in Studium und Ausbildung erwerben sollen (ebd.). Der in diesen Standards u. a. identifizierte Kompetenzbereich *Unterrichten* zielt darauf ab, zukünftige Lehrpersonen zu Experten für das Lehren und Lernen zu machen. In Bezug auf die erste Phase der Ausbildung heißt es, dass Absolventinnen und Absolventen unterschiedliche Unterrichtsmethoden und Aufgabenformate kennen und wissen, wie man diese anforderungs- und situationsbezogen einsetzt (ebd, S. 7). Weiterhin wird darauf verwiesen, dass sie einerseits durch die Gestaltung von Lernsituationen das Lernen der Lernenden unterstützen können (ebd.). Andererseits sollen sie Lernende motivieren und sie dazu befähigen, Zusammenhänge herzustellen und Gelerntes zu nutzen (ebd.). Diese zu erwerbenden Kompetenzen kommen in diesem Beitrag in Bezug auf die Darstellung und Reflexion einer alternativen Prüfungsform in der universitären Ausbildungsphase an der Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz, zum Tragen.

2 Digitalisierung in der Ausbildung von Lehrpersonen

Lehre und Prüfungen in Präsenz – das ist das, was klassischerweise die Lehrenden an Universitäten und (Hoch)Schulen praktizieren. Aufgrund der zunehmenden Digitalisierung in allen Lebensbereichen halten digitale Lehr- und Lernformate und Prüfungen jedoch zunehmend Einzug im Lehrkontext und erfahren insbesondere in jüngster Zeit eine erhebliche Aufmerksamkeit, da alle Lehrenden aufgrund der COVID-19-Pandemie gezwungen waren, digitale Formate und Prüfungen auszuprobieren (vgl. Wipper & Schulz, 2021).

Im Folgenden wird ein Überblick über mögliche digitale Medien in Lehre und Prüfungen gegeben. In Bezug auf die Szenarien für den diesbezüglichen Einsatz in der Lehre hat sich eine Unterscheidung in drei Ansätze etabliert (ebd.), die auf den Arbeiten von Schulmeister (2001) und Bachmann et al. (2002) gründet:

- Das Anreicherungskonzept beschränkt sich auf die Integration digitaler Medien in der Präsenzlehre (vgl. Wipper & Schulz, 2021). Beispielsweise setzt Geisen (vgl. Geisen & Vogtländer, 2021) Videoszenen in Vorlesungen ein, um theoretische Inhalte praxisnah zu vermitteln.
- Das integrative Konzept (Blended Learning) sieht eine Verzahnung von Präsenz- und Online-Anteilen vor (vgl. Wipper & Schulz, 2021). Dabei wird auf eine „ausgewogene Mischung“ und eine Gleichwertigkeit beider Anteile geachtet (ebd., S. 17). Zusätzlich können auch digitale Medien in Präsenzveranstaltungen integriert werden (siehe Anreicherungskonzept; ebd.).
- Das virtuelle Konzept betrifft eine onlinebasierte Lehre (ebd.). Eine exemplarische Umsetzung wird in diesem Beitrag geschildert (siehe Abschnitt 3.1).

Die Ansätze sind, wie gezeigt wurde, kombinierbar.

Von besonderer Relevanz ist hinsichtlich der Umsetzung der digitalen Lehre die Nutzung von Videos. Ebner und Schön (2017) definieren Lern- bzw. Lehrvideos als

> asynchrone audiovisuelle Formate [...], die das Ziel verfolgen, einen Lehr- und Lerninhalt zu transportieren, der in didaktisch geeigneter Weise aufbereitet oder in einem didaktisch aufbereiteten Kontext eingebettet ist bzw. zur Anwendung kommen kann (S. 2).

Diese Videos können unterschiedlich eingesetzt werden. Beispielsweise können Videos zur Erläuterung oder Veranschaulichung von Inhalten im Präsenzunterricht oder in Online-Kursen genutzt werden, was Kugelmeyer (2018) als zunehmend relevant für den Fachunterricht identifiziert.

Hinsichtlich der Gestaltung von Prüfungen unterscheiden Gerick, Sommer & Zimmermann (2018) u. a. in Anlehnung an Schaper und Kollegen (2012) und Knight (2001) zwischen ergebnisorientiert und prozessorientiert bzw. summativ und formativ. Ergebnisorientierte Prüfungen werden u. a. am Ende einer Lehrveranstaltung platziert und sind oftmals summativ, während prozessorientierte Prüfungen den Lernprozess in den Fokus rücken und in unterschiedlichen Lernprozessphasen angesiedelt werden (z. B. Gerick et al., 2018). Damit ermöglichen letztere als fortlaufende Begleitung, dem Lehrenden Lernenden eine formative Rückmeldung zu geben (ebd.) und dem Lehrenden eine Lernprozesssteuerung. Auf der Grundlage dieser Unterscheidung hat sich eine Vielzahl an Prüfungsformen entwickelt, wobei sich die Auswahl einer Prüfungsform im Sinne eines kompetenzorientierten Prüfens an den „Learning Outcomes“ orientieren muss (vgl. Biggs & Tang, 2007). Folgende Beispiele lassen sich u. a. hinsichtlich digitaler Prüfungsformen in Praxisbeiträgen von Lehrenden finden:

- Die E-Prüfung (E-Assessment) wird im Rahmen von Blended-Learning-Formaten als Teil der digitalen Lehre onlinebasiert sowie als rein campusbasiertes Lehrangebot durchgeführt, wobei die Wissensabfrage auch als Multiple-Choice-Test erfolgen kann (vgl. Rennstich, 2018).
- Die E-Klausur ist das Pendant zur klassischen papierbasierten schriftlichen Klausur und wird im Gegensatz hierzu computergestützt durchgeführt (vgl. Hoffmann & Sauer, 2018). Auch dessen Auswertung kann (teilweise) elektronisch erfolgen (ebd.).
- Die E-Portfolio-Prüfung gilt als formativ-summative Prüfungsform und besteht wie ein klassisches Portfolio aus „einer Reihe von (kumulativen) Vorleistungen (Artefakte) und einer abschließenden mündlichen oder (seltener) schriftlichen E-Portfolio-Prüfung, in der auf ausgewählte Artefakte Bezug genommen wird“ (van den Berk & Tan, 2018, S. 54).

Mündliche Prüfungen werden hingegen meist in Präsenz durchgeführt, wobei Lehrende jüngst diesbezüglich nach Alternativen suchten. An vielen Universitäten fanden mündliche Prüfungen mithilfe von Videokonferenzsystemen statt, die sich an den ursprünglichen Vorgaben der Prüfungen in Präsenz orientierten (z. B. Prüfungsdauer, -inhalt, -anspruch).

3 Asynchrone mündliche Prüfungen

Im Rahmen des Lehramtsstudiums für die Primarstufe an der Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz, wurden asynchrone mündlichen Prüfungen durchgeführt, um ein fachdidaktisches Modul im fortgeschrittenen Bachelor of Education kompetenzorientiert und praxisbezogen abzuschließen. Zur Einordnung wird im Folgenden zunächst das Modul beschrieben (siehe Abschnitt 3.1.), um anschließend auf die Konstruktion und Durchführung der Prüfungen einzugehen (siehe Abschnitt 3.2.). Abschließend werden Evaluationsergebnisse vorgestellt, die das neue Prüfungsformat in Verhältnis zu einer klassischen Klausur stellen (siehe Abschnitt 3.3.).

3.1 *Modul 5: Fachdidaktische Bereiche*

Das Modul 5 besteht aus den drei Veranstaltungen *Didaktik der Algebra und Zahlbereichserweiterungen*, *Didaktik der Geometrie* und dem *Proseminar zur Fachdidaktik*. Für die Veranstaltungen sind in der Regel verschiedene Lehrende verantwortlich, die sich einzeln mit der jeweiligen Veranstaltung auseinandersetzen und diese planen. Im Sommersemester 2021 wurde hingegen ein Lehrteam gebildet, um sich gegenseitig in der Entwicklung zu unterstützen und die Inhalte aufeinander abzustimmen. Zudem sollte diese Kooperation zu einem Gewinn in Bezug auf einen Wissen- und Erfahrungsaustausch führen. Dabei ging es nicht darum, alle Veranstaltungen mithilfe identischer Lehr- und Lernformen umzusetzen, sondern angepasst an die Veranstaltung und die jeweiligen Lehrenden passende Formate einzusetzen, um das Lernen der Studierenden bestmöglich zu fördern.

Gemeinsam wurde ein Modul geplant, das solide theoretische Grundlagen über „Klassiker" der Mathematikdidaktik bis hin zu aktuellen Fachbeiträgen legt, und das auf dieser Basis einen reflektierten Umgang mit der Praxis herausfordert. Vor allem im Proseminar wurden praktische Erfahrungen im Erstellen von authentischen und realitätsnahen Mathematikaufgaben gesammelt, die auch Bezug zu den Inhalten der beiden Vorlesungen nahmen. Dabei kam die Software MathCityMap zum Einsatz, mit der Mathtrails erstellt und verwaltet werden können (Ludwig & Jesberg, 2012; Gurjanow, 2020).

Die Veranstaltungen wurden mit synchronen und asynchronen Lehr- und Lernformen durchgeführt, wobei die digitale Basis der Veranstaltungen eine Lernplattform war. Während beispielsweise in der Vorlesung *Didaktik der Algebra und Zahlbereichserweiterungen* Screencasts mit aktivierenden Elementen (z. B. Reflexion von Video-Vignetten) sowie Umfragen als partizipatives Element zur Steuerung des Vorlesungsangebots eingesetzt wurden, wurde im Proseminar insbesondere die Software MathCityMap genutzt (siehe oben). Zudem wurde in diesem Seminar einerseits auf eine Methodenvielfalt Wert gelegt (u. a. Erstellung eines Podcast), andererseits wurde in Bezug auf die Arbeitsaufträge ein Peer-Review durch Studierende und ein anschließendes Experten-Review durch den Lehrenden durchgeführt. Beide Umsetzungen können dem virtuellen Konzept zugeordnet werden (z. B. Wipper & Schulz, 2021; siehe Abschnitt 2).

Das beschriebene fachdidaktische Modul wurde von den Studierenden mit einer mündlichen Prüfung abgeschlossen, welche sich inhaltlich auf die Veranstaltungen des Moduls bezog. Aufgrund der digitalen Umsetzung der Veranstaltungen und des Einsatzes der Spezialsoftware MathCityMap wurde eine Prüfungsform entwickelt, die sowohl dem digitalen Aspekt Rechnung trug als auch kompetenzorientiert und praxisbezogen war, indem die Studierenden die Entwicklung ihres Lernprozesses anhand einer selbst entwickelten Mathematikaufgabe im Kontext der erlernten Theorie reflektierten. Diese Prüfungsform wird im folgenden Abschnitt im Detail dargestellt.

3.2 *Konstruktion und Durchführung*

Die mündlichen Prüfungen fanden in asynchroner Form statt, indem die Studierenden auf der Grundlage der theoretisch vermittelten Inhalte in den Veranstaltungen ein mathematisches Angebot zu einem zugänglichen Objekt draußen für Lernende der Primarstufe entwickelten (siehe Abschnitt 3.1). Dadurch konnten sie sich intensiv mit diesen Inhalten auseinandersetzen und diese vertiefen sowie mit der Unterrichtspraxis verknüpfen. Anschließend erstellten die Studierenden ein Video, in dem sie dieses Angebot fachlich und fachdidaktisch analysierten sowie reflektierten. Neben dem Video sollten die Studierenden auch ein PDF-Dokument mit der Aufgabenstellung, einem Foto des Objektes sowie einer Musterlösung einreichen. Die Abgabe des Videos und des Dokuments erfolgte über eine Lernplattform. Für die Erstellung hatten die Studierenden aufgrund dieser neuartigen Prüfungsform ausreichend Zeit, auch noch während der Semesterferien, eingeräumt bekommen, was den Studierenden zudem eine intensivere Auseinandersetzung mit den Inhalten und eine ausreichende Planungs- und Entwicklungszeit ermöglichen sollte.

Die Studierenden erhielten in Vorbereitung auf diese für sie neue Prüfungsform einen Leitfaden mit allgemeinen Hinweisen zur Erstellung der Videos, einem zeitlichen Ablauf sowie Vorgaben für das Endprodukt. Diese Vorgaben beinhalteten neben formalen Aspekten, wie z. B. einer maximalen Länge des Videos von 5 Minuten, Leitfragen, die im Video von den Studierenden beantwortet werden konnten und insbesondere die fachdidaktische Analyse betrafen. Hierzu gehörten beispielsweise folgende Fragen:

- Beschreiben Sie Ihre Aufgabe. Wie kann diese gelöst werden?
- Welche Fähigkeiten der Lernenden werden mit dieser Aufgabe angesprochen?
- Welche Schwierigkeiten könnten Lernende in Bezug auf Ihre Aufgabe haben?

Tipps für die Vorbereitung und Erstellung der Videos, beispielsweise hinsichtlich der Themenwahl, des Anfertigens eines Drehbuchs oder der Umsetzung mit verschiedenen Programmen, erhielten die Studierenden in zwei Live-Meetings (jeweils eins in einer Vorlesung und im Proseminar). Daneben wurde in diesen Meetings sowie auch im Leitfaden auf die vorab festgelegten Kriterien zur Bewertung eingegangen. Diesbezüglich wurden fachliche und fachdidaktische Aspekte berücksichtigt sowie die Kriterien nach Wittwer und Renkl (2008) und Kugelmeyer (2016, 2019) zur Bewertung von Erklärvideos herangezogen und hinsichtlich der Prüfung adaptiert. Betrachtet wurden in Bezug auf die Bewertung der Videos folgende Kriterien:

- Formale Vorgaben (z. B. Videolänge, Format, pünktliche Abgabe),
- Methodische Gestaltung (z. B. Sprache, Nachvollziehbarkeit, Eignung für Lernende der Primarstufe),
- Didaktische Gestaltung (z. B. angemessene Beantwortung der vorgegebenen Leitfragen, Umfang und Qualität der fachdidaktischen Analyse und Reflexion, Verwendung von Fachbegriffen, Verwendung von Arbeitsmitteln),
- Umsetzung (z. B. Drehort, Einblendungen, Verwendung von Materialien).

Diese Prüfungsform trug der zunehmenden Digitalisierung Rechnung und stellte eine zeitgemäße alternative Prüfungsform im Vergleich zu klassischen Prüfungsformen dar (siehe Abschnitt 2), die erprobt werden sollte.

Im Folgenden werden exemplarisch zwei mathematische Angebote gezeigt, die im Rahmen der asynchronen mündlichen Prüfungen von Studierenden eingereicht wurden.

Eine Studierende entwickelte eine Aufgabenreihe mit algebraischem und geometrischem Bezug. Als Objekt nutzte sie die Treppe einer Kirche und forderte die Lernenden dazu auf, zunächst die Längen der obersten vier Treppenstufen zu bestimmen und anschließend eine Regel für die Veränderungen der Längen von einer Stufe zur nächsten zu finden, um diese Regel dann anzuwenden und die Länge von weiteren fiktiven Stufen zu bestimmen (siehe Abbildung 1).

Die Studierende ordnet die Aufgabe in den übergeordneten Bereich "Muster und Strukturen" ein, wobei sie auch Kompetenzen der Lernenden im Bereich "Größen und Messen" als relevant identifiziert (vgl. KMK, 2005). Im Rahmen der Bestimmung der Längen der fiktiven Stufen erkennt sie eine arithmetische Zahlenfolge mit rekursiver Herleitung ($a_i = a_{i-1} - 64$) und stellt dies auch im Video anschaulich dar (siehe Abbildung 2).

Eine andere Studierende wählte als Objekt die Begrenzung eines Sandkastens auf einem Spielplatz (siehe Abbildung 3) und forderte dazu auf, die Anzahl der Säulen dieser Begrenzung zu bestimmen. Im Video wurden hierzu unterschiedliche Lösungsansätze dargestellt und erläutert, wobei zur Veranschaulichung verschiedene Abbildungen eingesetzt wurden (siehe Abbildung 3):

- Die Aufgabe kann durch reines Abzählen der Säulen gelöst werden (insgesamt 66 Säulen), was aufgrund der großen Anzahl an Säulen von der Studierenden als fehleranfälliges Vorgehen identifiziert wurde.
- Die Begrenzung kann in 11 identische Teilstücke unterteilt werden, wobei ein Teilstück aus einer Säule mit einem schwarzen Punkt sowie fünf Säulen ohne schwarzen Punkt und somit aus

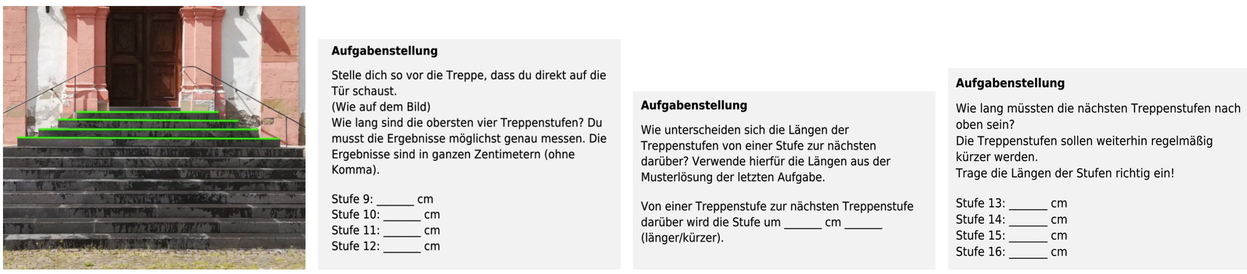


Abbildung 1. Eingereichte Aufgabenreihe mit algebraischem und geometrischem Bezug von Meike Gäns

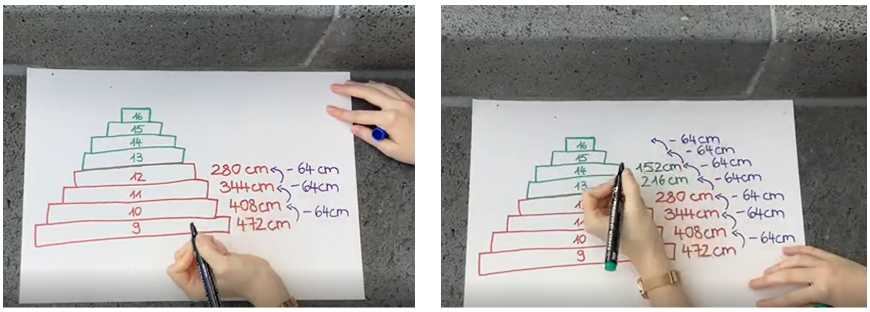


Abbildung 2. Visualisierung der arithmetischen Zahlenfolge von Meike Gäns

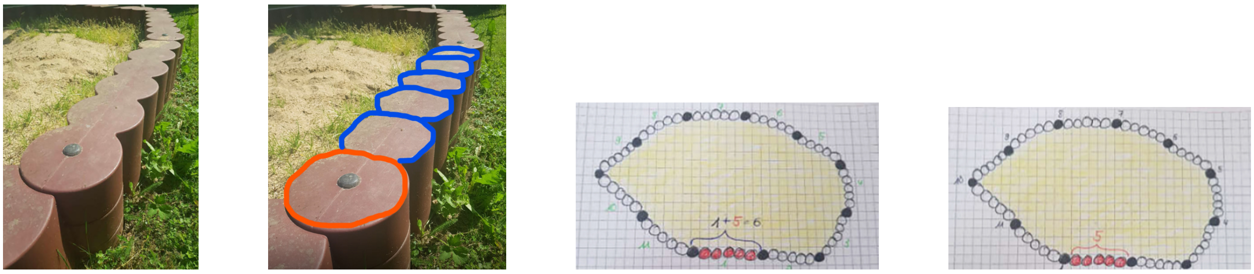


Abbildung 3. Eingereichte Aufgabe mit algebraischem Bezug von Mara Weber

insgesamt 6 Säulen besteht ($1 + 5 = 6$). Nach Bestimmung der Anzahl der Teilstücke bestimmen die Lernenden z. B. durch eine Multiplikation die Anzahl der Säulen ($6 \times 11 = 66$).

- Die Säulen mit dem schwarzen Punkt können gezählt (11 Säulen), anschließend kann die Anzahl der Säulen der Zwischenstücke (5 Säulen ohne schwarzen Punkt) sowie die Häufigkeit der Zwischenstücke bestimmt werden (11 Zwischenstücke). Um zum Ergebnis zu gelangen, kann eine Multiplikation und eine Addition durchgeführt werden ($11 + (5 \times 11) = 66$).

Die Studierende weist in ihrem Video darauf hin, dass sich die Lernenden in Bezug auf die letzten beiden Lösungsmöglichkeiten mit einem wiederkehrenden Muster auseinandersetzen und einen Term für dieses Muster bestimmen. Die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten nutzt die Studierende als Argument dafür, die Aufgabe in unterschiedlichen Klassenstufen einzusetzen. An dieser Stelle kann hinzugefügt werden, dass auch Lernende mit unterschiedlichen Leistungsniveaus einen Zugang finden können.

Diese beiden Beispiele geben einen Einblick in die asynchronen mündlichen Prüfungen. An dieser Stelle hätte noch eine Vielzahl weiterer gelungener Beispiele gezeigt werden können, wobei die Qualität, der von den Studierenden entwickelten, mathematischen Angebote, durchaus variierte.

3.3 *Evaluation*

Die Prüfungsform wurde mit dem Ziel entwickelt, die erworbenen Kompetenzen der Studierenden abgestimmt auf die Umsetzung und die Inhalte des hier dargestellten Moduls abzufragen (siehe Abschnitt 3.1). Des Weiteren sollte die Prüfungsform einerseits einen mehrstufigen Lernprozess ermöglichen sowie andererseits einen langfristigen Lerneffekt im Vergleich zum kurzfristigen Auswendiglernen von Fakten, Formeln und Sachverhalten für ergebnisorientierte, summative Prüfungen (z. B. Klausur, Klassenarbeit oder Test) begünstigen (vgl. Gerick et al., 2018; siehe Abschnitt 2). Diese drei angestrebten Ziele können im Hinblick auf die Evaluation der Prüfungsform, die in diesem Abschnitt hinsichtlich der Durchführung und der Ergebnisse dargestellt wird, als zu prüfende Hypothesen identifiziert werden.

Parallel zu dem hier beschriebenen Modul für das Grundschullehramt mit der asynchronen mündlichen Prüfung (siehe Abschnitt 3.1), fand dasselbe Modul auch für die Sekundarstufenlehrämter statt, schloss allerdings klassisch mit einer Klausur ab. Diese Studierenden bekamen als Vergleichsgruppe nach der Klausur und vor der Bekanntgabe der Noten einen ähnlichen Fragebogen.

Von den 72 Studierenden, die ein Video eingereicht haben, meldeten sich 37 im Rahmen der Evaluation zurück (51 %). Von den 63 Studierenden, die an der Klausur teilgenommen haben, nahmen 26 an der Evaluation teil (41 %). Tabelle 1 zeigt die Auswertung der gemeinsamen Frageitems aus den beiden Fragebögen, Tabelle 2 die Auswertung der spezifischen Frageitems. Die Fragen waren mit einer 4-Punkt Likert Skala versehen (1$\widehat{=}$ hohe Zustimmung, 4$\widehat{=}$ hohe Ablehnung).

Tabelle 1. Gemeinsame Frageitems aus beiden Fragebögen

Item	Video M (SD)	Klausur M (SD)	p	d
Meine erworbenen Kenntnisse konnte ich in der Prüfung zeigen.	1,84 (0,754)	1,85 (0,717)	.483	—
Ich bin zufrieden mit meiner Prüfung.	1,73 (0,794)	2,27 (1,021)	.0159	0,59
Die Inhalte der M5-Veranstaltungen sind mir noch präsent.	1,6 (0,591)	2,0 (0,679)	.010	0,64
Die Prüfung ermöglichte es mir, mein Wissen praxisnah anzuwenden.	1,68 (0,84)	2,0 (0,62)	.044	0,44

Tabelle 2. Einzelne Frageitems aus den Evaluationen

Item	M	SD
Ich habe mir für das Video ein „Drehbuch" erstellt.	1,35	0,706
Ich konnte das Video in einem Durchgang fertigstellen.	3,22	0,962
Ich hatte Spaß bei der Erstellung des Videos.	1,65	0,813
Ich habe mich nach der Klausur nicht mehr mit den Inhalten der M5-Veranstaltungen auseinandergesetzt.	1,92	0,997
Ich habe für die Klausur große Teile der M5-Veranstaltungen auswendig gelernt.	2,81	0,878

Positiv an beiden Prüfungsformen fällt auf, dass beide Gruppen einen hohen Zustimmungswert zu der Frage hatten, ob sie die erworbenen Kenntnisse zeigen konnten. Deutliche Unterschiede finden sich jedoch hinsichtlich der Zufriedenheit mit der Prüfung, da die asynchrone Prüfung signifikant mit mittlerem Effekt positiver wahrgenommen wird als die Klausur. Ebenfalls signifikant mit mittlerem Effekt bot die asynchrone mündliche Prüfung einen besseren Rahmen für eine praxisnahe Anwendung, zugleich waren die Inhalte des Moduls den Studierenden präsenter.

Tabelle 2 zeigt, dass die Studierenden für eine Klausur zwar nicht nur auswendig lernen, eine Auseinandersetzung mit dem Gelernten aber nach der Prüfung kaum noch stattfindet. Im Vergleich dazu lässt sich jedoch entnehmen, dass das Video dazu animierte, eine sorgfältige Planung vorzunehmen (Drehbuch) und sich längerfristig mit dem Thema auseinanderzusetzen (mehrere Anläufe für die Fertigstellung). Die Studierenden gaben an, sich in einem mehrstufigen Lernprozess zu befinden, an dem sie Freude hatten. Den meisten Studierenden hat es Spaß gemacht, was als Faktor für die Motivation (und das Behalten des Gelernten) nicht unterschätzt werden sollte.

Die Ergebnisse sollten nicht überbewertet werden, da es sich um eine einmalige Evaluation handelt, die Stichprobe klein ist und es mit den beiden verschiedenen Schulformen (aber gleichen Modulen) keine echte Kontrollgruppe gibt. Trotzdem sieht man deutliche Unterschiede in der Wahrnehmung der Prüfungsformen, die eher nicht zufällig beobachtet werden konnten.

Seitens der Studierenden wurde aber im offenen Freitextfeld vereinzelt auch kritisch angemerkt, dass Dreh und Schnitt eines Videos nicht zu den Basiskompetenzen gehören und sie sich hierbei mehr Unterstützung gewünscht hätten. Es wurde auch angemerkt, dass diese Prüfungsform viel mehr Zeit in Anspruch genommen hat als bisherige Prüfungsformen. Aus Sicht der Lehrenden ist es nicht unbedingt negativ zu bewerten, dass Studierende sich ihrer Prüfung länger widmen als sie es sonst tun würden. Für die Lehrenden ließen sich die asynchronen mündlichen Prüfungen technisch gut durchführen.

4 Fazit

Die Evaluation der Prüfungsform hat gezeigt, dass zumindest für das Modul 5 die angestrebten Ziele zufriedenstellend erreicht wurden. Die asynchrone mündliche Prüfung war dazu geeignet, Kompetenzen abzufragen und sie hat einen mehrstufigen Lernprozess angestoßen. Die Frage nach der Langzeitwirkung lässt sich in der kurzen Zeit nicht beantworten. Dafür spricht jedoch, dass die Studierenden angegeben haben, dass Ihnen das vermittelte Wissen noch sehr präsent ist und dass sie Spaß an der Prüfung hatten, und wir wissen, dass positive Emotionen dem Lernerfolg förderlich sind (Götz, Frenzel, & Pekrun, 2007). Die bisherige Auswertung zeigt deutliche positive Effekte, muss jedoch durch weitere Forschung abgesichert werden. Für den konkreten Fall hat sich das Konzept als erfolgreich erwiesen, es wäre spannend, die Übertragung in andere Kontexte zu untersuchen.

Dies soll kein Plädoyer dafür sein, etablierte Prüfungsformen wie etwa Klausuren abzuschaffen. Dieser Artikel soll eine Anregung bieten, das Repertoire an Prüfungsformen zu erweitern und diese sinnvoll nach Bedarf einzusetzen. Dabei sollte auch bei etablierten Prüfungen darauf geachtet werden, Kompetenzen und Motivation neben dem reinen Wissen entsprechend zu berücksichtigen.

Die Digitalisierung bietet vielfältige Chancen, Prüfungen neu zu denken und Neues zu wagen. Gerade in der Ausbildung von Lehrpersonen, die selbst kompetenzorientiert unterrichten sollen, ist es nötig, im Studium ebenfalls die erworbenen Kompetenzen zu überprüfen. Den Bereich der asynchronen mündlichen Prüfungen dahingehend weiter zu untersuchen ist das Ziel zukünftiger Studien.

Danksagung
Unser Dank gilt Simon Barlovitz, Iwan Gurjanow und Matthias Ludwig für die vielen Ideen zum Gestalten eines Mathtrails Seminars (www.momatre.eu) sowie insbesondere allen Studierenden, die uns ihre Materialien zur Verfügung gestellt haben.

Literatur

Bachmann, G., Dittler, M., Lehman, T., Glatz, D. ,& Rösel, F. (2002). Das Internetportal LearnTechNet der Uni Basel: Ein Online Supportsystem für Hochschuldozierende im Rahmen der Integration von E-Learning in die Präsenzuniversität. In O. Haefeli, G. Bachmann & M. Kindt (Hrsg.), *Campus 2002 – Die Virtuelle Hochschule in der Konsolidierungsphase* (S. 87–7). Waxmann.

Biggs, J. B., & Tang, C. (2007). *Teaching for quality learning at university*. Open University Press/MCGraw-Hill Education.

Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (Hrsg., 2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Waxmann.

Blömeke, S., Gustafsson, J.-E. ,& Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies. *Zeitschrift für Psychologie, 223*(1), 3–13.

Jesberg, J., & Ludwig, M. (2012). MathCityMap - Make mathematical experiences in out-of-school activities using mobile technology. Vortrag auf der 12th International Conference on Mathematics Education (ICME12) in Seoul.

Ebner, M., & Schön, S. (2017). Lern- und Lehrvideos: Gestaltung, Produktion, Einsatz. Handbuch E-Learning. In K. Wilbers & A. Hohenstein (Hrsg.), *Handbuch E-Learning. Expertenwissen aus Wissenschaft und Praxis – Strategien, Instrumente, Fallstudien* (S. 1–14). Wolters Kluwe.

Geisen, M. (2021). *Grund- und Förderschullehrpersonen im inklusiven Mathematikunterricht. Eine videovignettenbasierte Untersuchung förderdiagnostischer Kompetenzen am Beispiel des Sachrechnens.* Springer

Geisen, M., & Vogtländer, A. (2021). Prozessbezogene Kompetenzen im Kontext mathematischer Bildung – Erfahrungen zur Sensibilisierung von Studierenden in Lehrveranstaltungen. In S. König & G. Lang-Wojtasik (Hrsg.), *Weingartner Dialog über Forschung* (Band 4). Klemm+Oelschläger.

Gerick, J., Sommer, A., & Zimmermann, G. (2018). *Kompetent Prüfungen gestalten: 53 Prüfungsformate für die Hochschullehre.* Waxmann.

Götz, T., Frenzel, A., & Pekrun, R. (2007). Emotionen im Lern- und Leistungskontext. *Katechetische Blätter*, 132(1), 13–19.

Gurjanow, I. (2020). *MathCityMap – Eine Bildungs-App für mathematische Wanderpfade*. Dissertationsschrift. Frankfurt am Main.

Hoffmann, A., & Sauer, M. (2018). E-Klausur. In J. Gerick, A. Sommer & G. Zimmermann (Hrsg.), *Kompetent Prüfungen gestalten: 53 Prüfungsformate für die Hochschullehre* (S. 46–50). Waxmann.

KMK – Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg., 2019). *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften.*

KMK – Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg., 2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* Wolters-Kluwer & Luchterhand.

Knight, P. (2001). *A briefing on key concepts: formative and summative, criterion and norm-referenced assessment.* Assessment Series Nr. 7, LTSN Generic Assessment Centre.

Kulgemeyer, C. (2016). Lehrkräfte erklären Physik. Rolle und Wirksamkeit von Lehrererklärungen im Physikunterricht. *Naturwissenschaften im Unterricht Physik, 26*(152), 2–9.

Kulgemeyer, C. (2018). Wie gut erklären Erklärvideos? Ein Bewertungsleitfaden. *Computer + Unterricht, 109*, 8–11.

Kulgemeyer, C. (2019). Developing and Exploring a Framework of Effective Science Explanation Videos Informed by Criteria for Successful Instructional Explanations. *Research in Science Education, 50*(1), 2441–2462.

Nieke, W. (2018). Rezension zu „Kompetenz Prüfungen gestalten“. Beitrag in der Rubrik Rezension. *die hochschullehre, 4*, 299–302.

Rennstich, J. K. (2018). E-Prüfungen. In J. Gerick, A. Sommer & G., Zimmermann (Hrsg.), *Kompetent Prüfungen gestalten: 53 Prüfungsformate für die Hochschullehre* (S. 58–61). Waxmann.

Schaper, A. (unter Mitwirkung von Reis, O., Wildt, J., Horvath, E. & Bender, E.; 2012). *Fachgutachten zur Kompetenzorientierung in Studium und Lehre.*

Schulmeister, R. (2001). *Virtuelle Universität. Virtuelles Lernen*. Oldenbourg

Schulz, A. & Wipper, A. (2021). *Digitale Lehre an der Hochschule: Vom digitalen Tool bis zum Blended-Learning-Konzept*. UTB.

Törner, G. & Grigutsch, S. (1994). „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *15*(3/4), 211–251.

Weinert, F. E. (2014). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessung in Schulen* (3. Auflage, S. 17–31). Beltz.

Wipper, A. & Schulz, A. (2021). *Digitale Lehre an der Hochschule. Vom digitalen Tool bis zum Blended-Learning-Konzept*. UTB.

Wittwer, J. & Renkl, A. (2008). Why Instructional Explanations Often Do Not Work: A Framework for Understanding the Effectiveness of Instructional Explanations. *Educational Psychologist*, *43*(1), S. 49–64.

Van den Berk, I. & Tan, W.-H. (2018). E-Portfolio-Prüfung. In J. Gerick, A. Sommer & G., Zimmermann (Hrsg.), *Kompetent Prüfungen gestalten: 53 Prüfungsformate für die Hochschullehre* (S. 54–57). Waxmann.

Martina Geisen, Universität Koblenz-Landau
E-Mail: mgeisen@uni-koblenz.de

Joerg Zender, Universität Koblenz-Landau
E-Mail: jzender@uni-koblenz.de

Lehr- und Lernmedium Computer

Karl Josef Fuchs

1 Konzepte im Kontext mathematischer und Informatischer Bildung

Bei der Diskussion um den Technologieeinsatz im naturwissenschaftlichen Unterricht stand sehr bald der Kompetenzbegriff im Mittelpunkt (Mitgutsch, 2016). Hans-Stefan Siller und Karl Josef Fuchs präsentierten im Kontext von Technologieeinsatz 2009 ein dreigliedriges Modell, das sich aus den Pfaden Konstruktion/Dekonstruktion, Funktion und Evaluation zusammensetzt (vgl. Abb. 1 aus Siller & Fuchs, 2009).

Das Kompetenzmodell aus der Informatik (Fuchs & Landerer, 2005) mit den informatischen Kompetenzen System-, Anwendungs-, Kommunikations- und Problemlöse-/Modellierungskompetenz sind in diesem Modell als Prozess der Entwicklung integriert. Die einzelnen informatischen Kompetenzen werden dabei wie folgt beschrieben:

- Die Systemkompetenz umfasst die Fähigkeiten Aufbau, Funktionsweise und Grenzen von Informatiksystemen (ISn) (Baumann, 1996, S. 287) einschließlich der Fragen nach Sicherheit und Auswirkungen von ISn zu kennen und zu bewerten.
- Die Anwendungskompetenz umfasst die Fähigkeiten zum Dokumentieren/Publizieren, Rechnen, Kommunizieren sowie zur Wissensorganisation mit Computern.
- Die Kommunikationskompetenz beschreibt die Fähigkeiten Informatische Anliegen zu artikulieren, informatisch zu argumentieren sowie die Arbeit in Gruppen zu organisieren, die Ergebnisse zu dokumentieren und schließlich zu präsentieren.
- Die Problemlöse-/Modellierungskompetenz umfasst die Beherrschung informatischer Abstraktions-, Modellierungs- und Entwurfstechniken sowie die Anwendung sämtlicher zuvor genannter Kompetenzen zur Lösung (vorwiegend) lebensweltlicher Probleme.

Mit Wirkung auf/im Unterricht werden die Anforderungen an die Lehrenden und Lernenden von der fachlichen Bildung über die Informations- und Kommunikationstechnische Grundbildung bis hin zur jeweils fächerspezifischen Bildung formuliert.

Mit Prozess der Nutzung wird die Implementierung in den Unterricht, die als typenspezifische Lehrstoffe der Mathematik sowie der Informatik/Angewandten Informatik oder einer allgemeinen Medienbildung erfolgt, angesprochen. Die sich mit der Implementierung unmittelbar stellende Diskussion der Lehr-/Lernmaterialien wird ebenfalls in diesem Prozess der Nutzung angedacht.

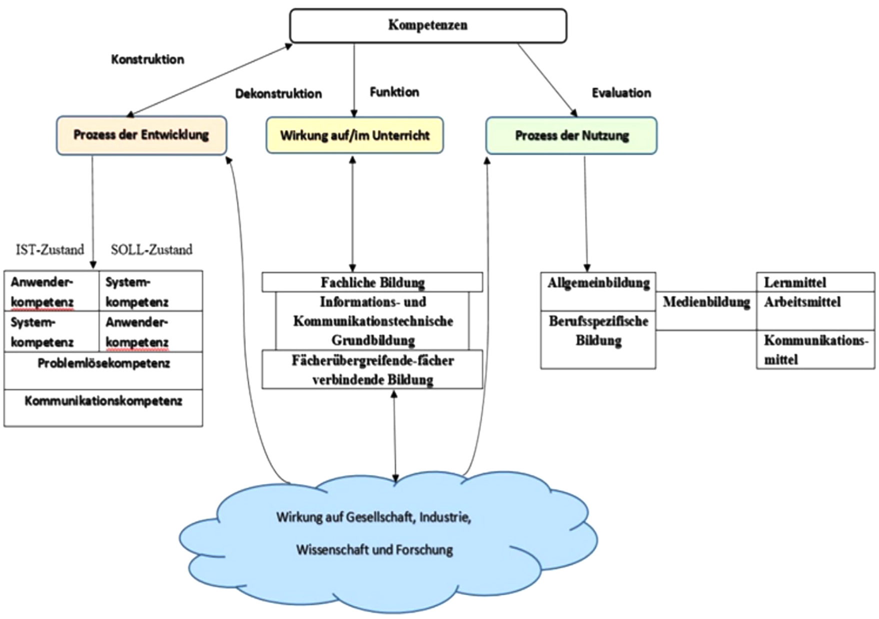


Abbildung 1. Kompetenzmodell von Siller und Fuchs

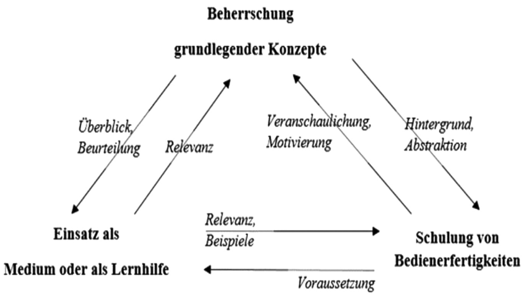


Abbildung 2. Konzept informatischer Bildung nach Hubwieser

Die Verbindung der Kompetenzen mit den drei Subkategorien erfolgt über die Tätigkeit der Konstruktion bzw. Dekonstruktion im Prozess der Entwicklung, über die Auswirkung (Funktion) der Kompetenzen als Wirkung auf/im Unterricht sowie als Evaluation im Prozess der Nutzung.

Die Kategorie Bildung steht in ständiger Wechselwirkung mit dem Bereich Gesellschaft, Industrie, Wissenschaft und Forschung. Dieser wiederum beeinflusst den Prozess der Entwicklung von Kompetenzen und den Prozess der Nutzung von Computern.

Das Modell von Siller und Fuchs mit seinen drei Subkategorien besitzt in seiner Struktur Ähnlichkeiten mit dem Konzept einer umfassenden informatischen Bildung von Peter Hubwieser (2007, vgl. Abb. 2). Dieses Modell beschreibt die Rolle des Computers als Zusammenwirken der Komponenten Unterrichtshilfen, Bedienerschulung und Vermittlung grundlegender Konzepte. Sie bilden die Ecken eines Dreiecks – in der fachdidaktischen Literatur sehr gerne liebevoll als Hubwiesersches Dreieck bezeichnet – werden mit Einsatz als Medium oder als Lernhilfe, Schulung von Bedienerfertigkeiten und Beherrschung grundlegender Konzepte bezeichnet.

Nicht zuletzt zeigt diese Diskussion über die Rolle des Computers im naturwissenschaftlichen Unterricht auch die Grenzen überschreitende Charakteristik dieser Diskussion auf. Fuchs weist in seinem Modell einer Didaktik der Informatik (vgl. Abb. 3) auf diesen Umstand hin und betont, dass die Grenzen zwischen den einzelnen naturwissenschaftlichen Disziplinen keinesfalls zu streng gezogen werden dürfen (Fuchs & Landerer, 2021, S. 7).

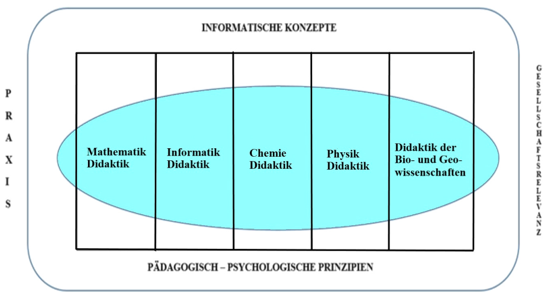


Abbildung 3. Modell einer Didaktik der Informatik nach Fuchs

2 Unterrichtskonzepte und Theorien Multimedialen Lernens

Mit dem Einsatz von Computern im Unterricht haben zahlreiche neue Unterrichtsmethoden Einzug in die Fachdidaktik der Naturwissenschaften gehalten.

Das White Box/Black Box–Black Box/White Box Prinzip
Beim Unterrichten nach dem Black-Box-Prinzip (BBP), also nach der Black Box Methode (BBM) wird der Computer als reiner ‚Erfüllungsgehilfe' eingesetzt, d. h. die eigentlichen Algorithmen, die der Computer anwendet, interessieren die/den Anwender(in) nicht.

Das Augenmerk gilt ausschließlich dem Ergebnis, z. B. lösen Sie die Ungleichung $|x+3| \leq 4 \;\; \forall x \in \mathbb{R}$ mit dem Computer Algebra System (CAS) Modul des Programmes GeoGebra nach der Black Box Methode (BBM). Das Ergebnis lautet $\{-7 \leq x \leq 1\}$.

Beim Unterrichten nach dem White Box Prinzip (WBP), also nach der White Box Methode (WBM), vollzieht die/der Schüler(in) selbst die einzelnen Problemlöseschritte. Ob das System bei der Lösung des Problems ebenso arbeitet, interessiert die/den Anwender(in) wiederum nicht, Die Problemlöseschritte werden einfach in Analogie zur handschriftlichen Bearbeitung eingegeben. Z. B. lösen Sie das nachfolgende lineare Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in zwei Variablen mit GeoGebra schrittweise nach der White Box Methode (WBM) im Gleichsetzungsverfahren (Abb. 4).

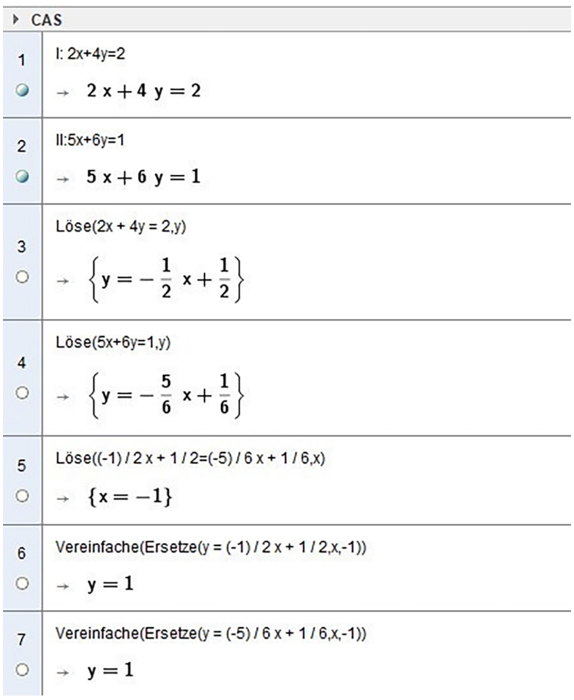


Abbildung 4. Lösen eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen nach dem Gleichsetzungsverfahren

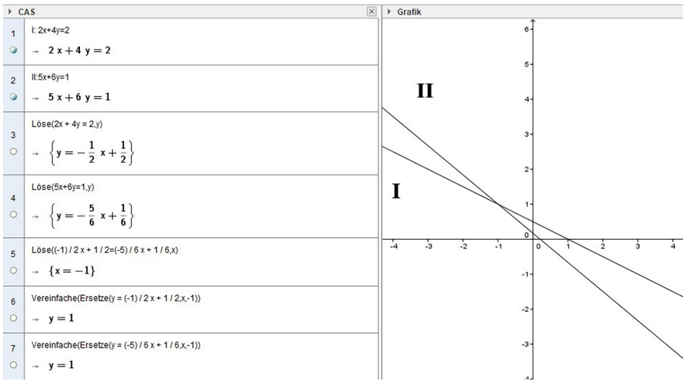


Abbildung 5. Lösen eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen nach dem Gleichsetzungsverfahren in Mehrfenstertechnik

Die beiden Methoden WBM und BBM können als WBBBM, aber auch als BBWBM sinnstiftend im Unterricht als Abfolge verwendet werden. Im Falle von WBBBM zur Übernahme von Routinetätigkeiten durch das System (Pinkernell, 2006), im Falle von BBWBM als motivierender Faktor für die Behandlung eines Themas (Fuchs, 2003, S. 22).

Mehrfenstertechnik
Die Mehrfenstertechnik benennt ein Unterrichtsprinzip bei dem der koinzidente Wechsel der Darstellungsformen (grafisch, numerisch, symbolisch) bei der Lösung eines Problems genutzt wird.

Als Beispiel führen wir die Lösung des linearen Gleichungssystems aus Abbildung 4 durch Übertragung des algebraischen Problems in eine entsprechende grafische Darstellung an (vgl. Abb. 5).

Hand Held Technologie
Die Hand Held Technologie beschreibt die leichte Handhabbarkeit der Softwaretechnologie durch Computer im Taschenrechnerformat. Zu nennen wären hier der TI-Nspire von Texas Instruments sowie der Casio ClassPad II von CASIO (Fuchs & Plangg, 2020).

Die Kognitive Theorie Multimedialen Lernens
Zum Abschluss der Auseinandersetzung mit Unterrichtskonzepten im Kontext des Computers als Lehr- und Lernmedium setzen wir uns mit der Kognitiven Theorie Multimedialen Lernens von Richard E. Mayer auseinander.

Für bedeutungsvolles Lernen sind nach Mayer in der Kognitiven Theorie Multimedialen Lernens fünf Prozesse maßgebend:

- Die Auswahl relevanter Wörter zur Verarbeitung im verbalen Arbeitsgedächtnis
- Die Auswahl relevanter Bilder zur Verarbeitung im visuellen Arbeitsgedächtnis
- Die Organisation der ausgewählten relevanten Wörter in verbalen Modellen
- Die Organisation der ausgewählten relevanten Bilder in visuellen Modellen
- Die Zusammenführung der verbalen und visuellen Repräsentationen und deren Integration mit Vorkenntnissen (Mayer, 2005)

Die Kognitive Theorie Multimedialen Lernens führte nach einer Vielzahl von Evaluationen zur Formulierung der folgenden Multimediaprinzipien. Einzelne Prinzipien werden durch Beispiele illustriert.

Das Prinzip der dualen Kodierung (oder Multimediaprinzip) besagt, dass textuelle und bildliche Informationspräsentation den Wissenserwerb mehr fördert als nur textuelle Informationspräsentation. Grafiken mit Text sind zur Veranschaulichung von Beziehungen besonders lernwirksam.

Das Prinzip der räumlichen Nähe oder Kontiguitätsprinzip I sagt aus, dass die räumlich benachbarte Darstellung textueller und bildlicher Informationen den Wissenserwerb mehr fördert als eine getrennte Präsentation von Texten und Bildern. Demnach sollen zusammengehörende Worte und Grafiken nahe beieinander platziert werden.

Das Prinzip der simultanen Darstellung oder Kontiguitätsprinzip II besagt, dass die gleichzeitige Präsentation bildlicher und textueller sprachlicher Informationen den Wissenserwerb mehr fördert, als die sukzessive Präsentation der gleichen Inhalte.

Beispiel aus der Mathematik zum Prinzip der dualen Kodierung, der räumlichen Nähe, der simultanen Darstellung (vgl. Abb. 6).

Das Kohärenz-Prinzip sagt aus, dass interessante, aber für das Lehrziel irrelevante visuelle oder akustische Informationen, den Wissenserwerb reduzieren, d. h. anregendes Bildmaterial ohne didaktischen Wert beeinträchtigt die Lernleistung.

Das Multimodalitäts-Prinzip oder Modalitätsprinzip besagt, dass die audiovisuelle Darstellung bildlicher und textueller sprachlicher Informationen den Wissenserwerb mehr fördert, als eine nur visuelle Darstellung der gleichen Information. Demnach ist der Einsatz eines gesprochenen Textes zur

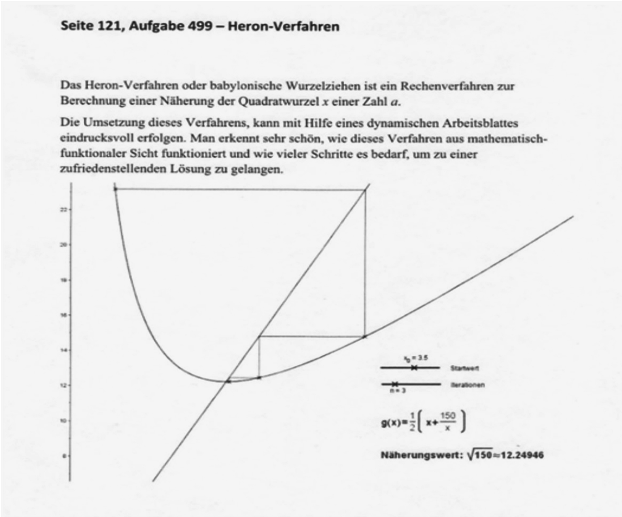


Abbildung 6. Mathematik Online Seite des Österreichischer Bundesverlag aus dem Schulbuch Mathematik 6 von Reichel und Götz (2019)

Erläuterung eines Bildes besser als ein geschriebener Text zu einem Bild.

Das Prinzip der individuellen Unterschiede oder Personalisierungsprinzip besagt, dass eine persönliche Ansprache sowie pädagogische Agenten das Lernen unterstützen können. Außerdem wirken Designeffekte bei geringem Vorwissen der Lernenden mehr, als bei hohem Vorwissen, da Lernende mit hohem Vorwissen imstande sind, ihr Vorwissen dazu zu gebrauchen, Mängel der Instruktionsqualität auszugleichen. Bekannt wurde die mittlerweile entfernte Büroklammer namens Clippit (Kosename: Clippy) als Teil der Microsoft Office Assistenzfunktionen.

Literatur

Baumann, R. (1996). *Didaktik der Informatik*. Stuttgart [u. a.]: Klett Verlag:

Fuchs, K. J. (2003). Computer algebra systems in mathematics education – Teacher training programs, challenges and new aims. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *35*(1), 20–23.

Fuchs, K. J. & Landerer, C. (2005). Das mühsame Ringen um ein Kompetenzmodell. *Zentralblatt CD Austria, Dezember 2009*, 6–9.

Fuchs, K. J. & Plangg, S. (2020). *Computer Algebra Systeme in der Lehrer(innen)bildung*. Münster: WTM Verlag.

Fuchs, K. J. & Landerer, C. (2021). *Didaktik und Methodik der Mathematik und Informatik*. Münster: WTM Verlag.

Hubwieser, P. (2007). *Didaktik der Informatik*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag.

Mitgutsch, D. (2016). *Chancen und Risiken beim Einsatz von Technologie im Unterricht*. Diplomarbeit an der Johannes Kepler Universität Linz.

Mayer, E. R. (2005). Cognitive Theory of Multimedia Learning. In E. R. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (*Cambridge Handbooks in Psychology*) (S. 31–48): Cambridge University Press.

Pinkernell, G. (2006). „Mehrwertaufgaben“ – Kleine, weittragende Unterrichtsideen für den Rechnereinsatz. In *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 417–420): Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.

Reichel, H. Chr. & Götz, S. (2019). *Mathematik 6*. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.

Siller, H.-S. & Fuchs, K. J. (2009). Computer und Schule – Herausforderung, Notwendigkeit, Zukunftsperspektive. *IMST NEWSLETTER*, *8*(31), 2–5.

Karl Josef Fuchs, Universität Salzburg
E-Mail: karljosef.fuchs@plus.ac.at

Distanzlernen in Deutschland und Europa

Mobiler, adaptiver und synchroner Onlineunterricht mit ASYMPTOTE

Simon Barlovits, Deng-Xin Ken Oehler und Matthias Ludwig

Der Distanzunterricht im Zuge der Covid-19-Pandemie führte im Frühjahr 2020 zu einer raschen Neuorganisation des Lernens: Innerhalb kürzester Zeit musste der Unterricht vom gemeinsamen Lernort Schule in die Kinderzimmer verlagert werden. Jener rapide Wechsel vom Präsenz- zum Distanzlernen wird als *Emergency Remote Teaching (ERT)* (Hodges et al. 2020) bezeichnet.

Im Beitrag werden zunächst einige Herausforderungen des Distanzlernens in der ERT-Phase dargestellt. Anschließend wird, basierend auf den benannten Problemen im Distanzunterricht, das ASYMPTOTE-Projekt vorgestellt: Dieses zielt auf die Entwicklung einer Onlineumgebung für mobilen, adaptiven und synchronen Distanzunterricht.

Lernen im Lockdown

Dass der Schullockdown im Frühjahr 2020 Lernende und Lehrende gleichermaßen vor große Herausforderungen stellte, ist in Anbetracht der geringen bzw. nicht vorhandenen Vorbereitungszeit des Distanzunterrichts kaum verwunderlich. Drei Herausforderungen, welche in Bezug auf die ERT-Phase in Deutschland in verschiedenen nationalen und transnationalen Studien benannt werden, beziehen sich auf die technische bzw. organisatorische Umsetzung des Distanzlernens sowie die Frage nach adäquater individueller Förderung.

Technikeinsatz. Die adäquate technische Ausstattung und der sichere Umgang mit den genutzten Tools sind grundlegende Voraussetzungen für das Onlinelernen im Distanzunterricht. Allerdings berichten deutsche Lehrkräfte im ersten Schullockdown 2020 von einer mangelnden technischen Ausstattung von Lernenden und Lehrenden (Barlovits, 2021; forsa, 2020). Zudem sehen ca. zwei Drittel der befragten Lehrkräfte einen Verbesserungsbedarf bei den eigenen digitalen Kompetenzen (forsa, 2020).

Unterrichtsorganisation. Möglicherweise bedingt durch jene technischen Herausforderungen fand der Distanzunterricht zunächst hauptsächlich asynchron statt (forsa, 2020; Wößmann et al., 2020) – synchron werden die Lernenden in Deutschland deutlich seltener als in anderen europäischen Staaten unterrichtet (Barlovits et al., 2021; Drijvers et al., 2021). Fast folgerichtig berichten Lehrkräfte bzw. Eltern in der ERT-Phase von einem mangelnden Kontakt zwischen Lehrkraft und Lernenden (Barlovits, 2021; forsa, 2020; Wößmann et al., 2020). Die durchschnittliche Lernzeit pro Tag sinkt im Frühjahr 2020 in Deutschland von zuvor 7,4 auf 3,6 Stunden (Wößmann et al., 2020).

Individuelle Förderung. Das formative Assessment und die Berücksichtigung individueller Lernvoraussetzungen können als Gelingensbedingungen des Distanzlernens angesehen werden (Aldon et al., 2021). Allerdings benennen Lehrkräfte das Diagnostizieren und individuelle Fördern während der ERT-Phase als große Herausforderung (ebd.; Barlovits et al., 2021). Ferner berichten Lehrkräfte von einer Absenkung des Kursniveaus durch einen erhöhten Anteil an Standard- und Reproduktionsaufgaben (ebd.; Aldon et al., 2021) in der ERT-Phase. Gleichzeitig setzen Lehrkräfte im Distanzunterricht nur selten komplexere Aufgaben bzw. Aufgaben zum Verständnisaufbau ein (Drijvers et al., 2021).

Jene – bei weitem unvollständige – Analyse des Distanzlernens zeigt ansatzweise auf, mit welchen Unsicherheiten und Problemen sich Lehrkräfte in der ERT-Phase konfrontiert sahen. Nach Drijvers et al. (2021) setzen Lehrkräfte im Frühjahr 2020 verhältnismäßig selten mathematikspezifische Medien und Tools ein – auch wenn diese zuvor im regulären Unterricht genutzt wurden. Dies könne auf den hohen Organisations- und Durchführungsaufwand des Distanzlernens zurückgeführt werden (ebd.). Hier setzt das ASYMPTOTE-Projekt an.

Das ASYMPTOTE-Projekt

Das Projekt *ASYMPTOTE* – Adaptive Synchronous Mathematics Learning Paths for Online Teaching in Europe – hat die Entwicklung eines Systems zur einfachen Vorbereitung, Durchführung und Evaluation von synchronem Onlineunterricht zum Ziel. Im Sinne der beleuchteten Herausforderungen des Distanzlernens folgt das ASYMPTOTE-Projekt (Erasmus+; KA226; 03/2021-02/2023) drei Gestaltungsprinzipien: (i) Einsatz niedrigschwelliger Technik durch *mobile learning*, (ii) adaptive Aufgabenzuweisung sowie (iii) synchrone Durchführung des Distanzunterrichts inkl. Echtzeit-Evaluation.

Abbildung 1. Ansicht der möglichen Bearbeitungswege bei ASYMPTOTE (links), Funktionen bei der Aufgabenbearbeitung, z. B. Hinweise, aus Sicht der MathCityMap-App (Mitte) sowie Ansicht nach der Aufgabenbearbeitung (rechts)

(i) Mobil

In der ERT-Phase wurde die Verfügbarkeit technischen Equipments auf Seiten der Lernenden als Problem wahrgenommen (Barlovits, 2021; forsa, 2020). Um diese Herausforderung zu adressieren, greift das ASYMPTOTE-Projekt auf das *mobile learning* mit dem Smartphone statt auf die Nutzung von Laptops oder Tablets zurück. In Deutschland wie in den meisten europäischen Staaten kann von einer flächendeckenden Ausstattung mit Smartphones ausgegangen werden (Deloitte, 2017). Da die Lernenden das eigene Smartphone sicher bedienen können, können etwaige Probleme bei der technischen Handhabung minimiert werden. Nach der Metastudie von Sung et al. (2016) kann der Smartphone-Einsatz im Schulunterricht als lernförderlich angesehen werden. Zudem wird mit der Einbindung des Smartphones in den Unterricht die Verstärkung positiver Emotionen, u. a. ein größeres Interesse der Lernenden am Inhalt, verbunden (Borba et al., 2016).

Neben diesen Überlegungen sprechen auch pragmatische Gründe für das mobile Lernen: Auch das *MathCityMap*-System zum Erleben mathematischer Wanderpfade, welches ebenfalls an der Goethe-Universität Frankfurt entwickelt wird, nutzt Smartphones auf Seiten der Lernenden. Für Lehrkräfte steht zur Gestaltung eigener Aufgaben ein Webportal zur Verfügung (Ludwig & Jablonski, 2020). Da das ASYMPTOTE-Projekt MathCityMap im Sinne des Distanzlernens adaptiert, wird auch ASYMPTOTE als Zweikomponentensystem aus Webportal und App entwickelt. Ein erster Prototyp von Webportal und App (für die Betriebssysteme iOS und Android) wird ab Frühjahr 2022 zur Verfügung stehen.

Das ASYMPTOTE-Projekt greift auf die Idee *digitaler Lernpfade* zurück. Hierbei handelt es sich nach Roth (2015) um internetbasierte Lernumgebungen mit aufeinander abgestimmten Aufgaben. Durch die Verfügbarkeit von Hilfestellungen und Ergebniskontrollen können digitale Lernpfade zum eigenverantwortlichen Arbeiten auf dem individuellen Leistungsniveau anregen (ebd.). Die ASYMPTOTE-App zeigt den Lernenden durch Pfeile mögliche Bearbeitungswege an (Abb. 1, links; vorläufige Darstellung; Funktion in Entwicklungsphase): Die mittig dargestellten Pflichtaufgaben müssen durch die Lernenden bearbeitet werden. Als Unterstützung stehen Hilfsaufgaben (rechts) zur Verfügung; als besondere Herausforderungen können Bonusaufgaben (links) bearbeitet werden.

In der ASYMPTOTE-App stehen den Schülerinnen und Schülern bei der Aufgabenbearbeitung mehrere Funktionen zur Verfügung (Abb. 1, Mitte): Lernende können pro Aufgabe bis zu drei gestufte Hinweise aufrufen. Zudem validiert die App unmittelbar das eingegebene Ergebnis, vergibt Punkte in Abhängigkeit der numerischen Lösungsgüte und zeigt im Anschluss eine Musterlösung an. Da die ASYMPTOTE-App zum Zeitpunkt der Textverfassung noch nicht verfügbar ist, zeigt Abbildung 1 (Mitte) exemplarisch die genannten Funktionen in der MathCityMap-App – die ASYMPTOTE-App inkl. jener Funktionen wird ab Frühjahr 2022 verfügbar sein. Abbildung 1 (rechts) zeigt: Wird eine Aufgabe gelöst (hier: B1), so wird die betreffende Aufgabe farblich gekennzeichnet.

(ii) Adaptiv

Die individuelle Förderung bzw. die Zuweisung von Aufgaben angemessener Schwierigkeit wurde während des Distanzlernens als große Herausforderung wahrgenommen (Aldon et al., 2021; Barlovits et al., 2021). Daher wird die ASYMPTOTE-App eine adaptive Aufgabenzuweisung ermöglichen: Im

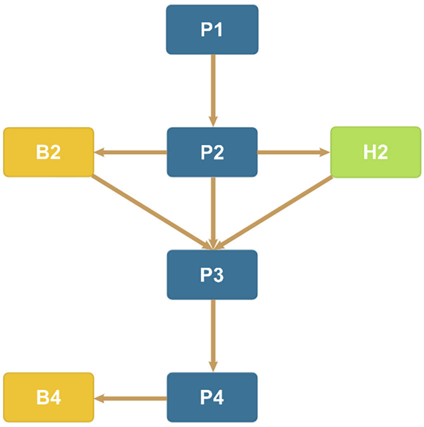


Abbildung 2. Prototypische Ansicht eines Lerngraphen im ASYMPTOTE-Webportal mit Pflichtaufgaben (Mitte), Hilfsaufgaben (rechts) und Bonusaufgaben (links). Die Pfeile repräsentieren mögliche Bearbeitungswege

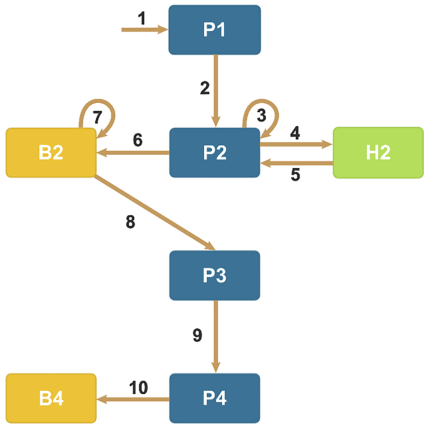


Abbildung 3. Monitoringfunktion für Lehrkräfte: Die Bearbeitung des Lerngraphen wird im ASYMPTOTE Webportal in Echtzeit dargestellt

Sinne der (Mikro-)Adaptivität nach Leutner (2009) wird der individuelle Unterstützungsbedarf wiederholt geprüft und ggf. angepasst.

Als Maßstab wird hierbei die letzte Aufgabenbearbeitung (korrekt/falsch) herangezogen: Kann eine Pflichtaufgabe gelöst werden, so können die Lernenden optional eine etwas schwierigere Aufgabe (Bonusaufgabe) bearbeiten. Kann die Pflichtaufgabe nicht gelöst werden, so wird den Lernenden verpflichtend eine etwas leichtere Aufgabe (Hilfsaufgabe) zugewiesen. Dieses Prinzip soll anhand von Abbildung 2 verdeutlicht werden: Bei erfolgreicher Bearbeitung der Pflichtaufgabe P2 können die Lernenden optional die Bonusaufgabe B2 bearbeiten. Wird Pflichtaufgabe P2 hingegen mehrfach falsch bearbeitet, so zeigt die App automatisch die Hilfsaufgabe H2 an.

Somit ist bereits im Vorfeld festgelegt, welche Hilfs- bzw. Bonusaufgaben den Lernenden im Anschluss durch die App vorgeschlagen bzw. zugewiesen werden. Die Adaptivität nach Aufgabenschwierigkeit (Leutner, 2009) überführt den zuvor linearen Lernpfad (MathCityMap) in einen adaptiven *Lerngraphen* (ASYMPTOTE; Abb. 2).

Im Rahmen des ASYMPTOTE-Projekts werden Aufgaben und Lerngraphen auf Sekundarstufen- und Universitätsniveau durch die Projektpartner Deutschland, Portugal, Spanien, Italien und Griechenland entwickelt. Jene Aufgaben und Lerngraphen werden im ASYMPTOTE-Webportal (www.asymptote-project.eu) ab Frühjahr 2022 öffentlich verfügbar sein. Bei der Aufgabenerstellung sollen insbesondere Modellierungs- und Argumentationsaufgaben entwickelt werden, da jene komplexeren Aufgaben im Distanzunterricht nur selten eingesetzt wurden (Drijvers et al., 2021) und gängige deutschsprachige Onlineplattformen nur in sehr geringem Maße Modellierungs- und Argumentationsaufgaben anbieten (Thurm, 2021). Darüber hinaus folgt ASYMPTOTE einem Community-Gedanken: Analog zu MathCityMap ist es für Lehrkräfte möglich, selbst aktiv zu werden, um eigene Lerngraphen zu gestalten: Hierzu können Lehrkräfte öffentlich verfügbare oder selbst erstellte Aufgaben zu eigenen Lerngraphen zusammenfügen.

(iii) Synchron

Die Bearbeitung der digitalen Lerngraphen erfolgt bei Nutzung des ASYMPTOTE-Systems synchron. Dies bietet die Möglichkeit der Echtzeit-Evaluation: Während die Lernenden den Lerngraphen mit Hilfe der App bearbeiten, kann die Lehrkraft im ASYMPTOTE-Webportal live die individuellen Bearbeitungswege der Lernenden verfolgen.

Abbildung 3 zeigt einen potentiellen Bearbeitungsweg des Lerngraphen (Abb. 2) aus Sicht der Lehrkraft (vorläufige Darstellung; Funktion in Entwicklungsphase): Die erste Pflichtaufgabe P1 kann auf Anhieb richtig gelöst werden. Durch die erfolgreiche Bearbeitung wird die zweite Pflichtaufgabe P2 freigeschaltet (Schritte 1–2). Da diese auch nach wiederholtem Versuchen (Schritt 3) nicht erfolgreich abgeschlossen werden kann, wird der bzw. dem Lernenden die Hilfsaufgabe H2 durch die App zugewiesen (Schritt 4). Nach dem Lösen von Hilfsaufgabe H2 kehrt die Schülerin bzw. der Schüler zur zweiten Pflichtaufgabe P2 zurück – die nun erfolgreich bearbeitet werden kann (Schritt 5). Dies gewährt Zugriff auf die Bonusaufgabe B2, welche nach einem Fehlversuch gelöst werden kann (Schritte 6–7). Die weitere Bearbeitung verläuft ohne Fehlversuche und der Lerngraph kann mit dem Lösen der letzten Bonusaufgabe B3 abgeschlossen werden (Schritte 8–10).

Neben jenem Echtzeit-Monitoring bietet das Webportal weitere Informationen über den Bearbeitungsweg einzelner Schülerinnen und Schüler. Lehrkräfte können bspw. einsehen, welche Ergebnisse in die App eingegeben wurden, ob Lernende auf Hinweise zurückgriffen oder wie viel Zeit eine Schülerin bzw. ein Schüler für die Bearbeitung benötigte.

Auf Klassenebene erhält die Lehrkraft eine automatische Rückmeldung, welche Aufgaben den Lernenden besonders leicht- bzw. besonders schwergefallen sind. Neben der Lösungsrate wird u. a. die durchschnittlichen Bearbeitungszeit pro Aufgabe angegeben. Hierbei wird das *Digitale Klassenzimmer* von MathCityMap (Ludwig & Jablonski, 2020) im Sinne des Distanzlernens weiterentwickelt.

Stellt die Lehrkraft einen Unterstützungsbedarf fest, so steht ein Chat zur direkten Kontaktaufnahme zwischen Lehrkraft und Lernenden bereit. Dieser ermöglicht das Senden von Text-, Bild- und Sprachnachrichten. In der Erprobung des Distanzlernens mit Hilfe der MathCityMap-App konnte beobachtet werden, dass die Lernenden den Chat bei aufkommenden Fragen auch ohne vorige Initiierung durch die Lehrkraft nutzen (Larmann et al., 2021). Somit scheint der Chat einen angemessenen Kommunikationskanal für das Distanzlernen mit ASYMPTOTE darzustellen.

Insgesamt scheint das ASYMPTOTE-System Diagnostizieren trotz räumlicher Distanz (vgl. Aldon et al., 2021; Barlovits et al., 2021) durch das Live-Monitoring des Bearbeitungsfortschritts zu ermöglichen. Der Chat bietet eine niedrigschwellige Möglichkeit, um trotz räumlicher Distanz eine direkte Kommunikation zwischen Lehrkraft und Lernenden im Zuge der Aufgabenbearbeitung zu ermöglichen.

Fazit und Ausblick

Das Distanzlernen im Zuge der Covid-19-Pandemie ging mit einer Vielzahl an Herausforderungen einher. Lehrkräfte berichteten u. a. von Problemen technischer Natur, bei der Unterrichtsorganisation oder der angemessenen Diagnostik und individuellen Förderung. Jene Herausforderungen sollen im Rahmen des ASYMPTOTE-Projekts adressiert werden.

Hierzu wird ein Zweikomponentensystem, bestehend aus einem Webportal für Lehrkräfte und einer Smartphone-App für Lernende, entwickelt. Das ASYMPTOTE-Projekt greift die benannten Herausforderungen des Distanzlernens durch (i) die Bereitstellung einer mobilen Lernapplikation für Lernende sowie (ii) die Entwicklung adaptiver Lerngraphen und (iii) deren Bearbeitung in einer synchronen Onlineumgebung, dem Digitalen Klassenzimmer, auf. Das kosten-, werbefreie und DSGVO-konforme System wird ab Frühjahr 2022 verfügbar sein – schon im Sommersemester 2022 wird es im Rahmen eines Seminars zum Onlinelernen an fünf europäischen Universitäten eingesetzt. Zudem wird das System im Herbst 2022 interessierten Lehramtsstudierenden aus Deutschland, Portugal, Spanien, Italien und Griechenland in einem mehrwöchigen Onlinekurs (MOOC) vorgestellt.

Bis Anfang 2023 wird die Funktionalität von Webportal und App sukzessive erweitert: So soll neben einer Funktion zur Langzeit-Lernanalyse auch eine Schnittstelle zur Einbindung einer Dynamischen Geometriesoftware geschaffen werden. Partizipative Hürden beim Onlinelernen sollen durch die Möglichkeit mehrsprachiger Aufgaben sowie einer Vorlesefunktion gesenkt werden.

Insgesamt wird im Rahmen von ASYMPTOTE ein niedrigschwelliges und intuitiv bedienbares System zum Distanz- bzw. Onlineunterricht in Deutschland und Europa bereitgestellt. Durch eine breite Aufgabenbasis von Sekundarstufe I bis hin zur Universität kann das adaptive System einen Beitrag leisten, das selbständige Arbeiten von Lernenden Zuhause – ob für Hausaufgaben oder im Distanzunterricht – gezielt zu unterstützen.

Literatur

Aldon, G., Cusi, A., Schacht, F., & Swidan, O. (2021). Teaching Mathematics in a Context of Lockdown: A Study Focused on Teachers' Praxeologies. *Education Science*, *11*(2), 38. DOI:10.3390/educsci11020038

Barlovits, S., Jablonski, S., Lázaro, C., Ludwig, M., & Recio, T. (2021). Teaching from a Distance – Math Lessons during COVID-19 in Germany and Spain. *Education Science*, *11*(8), 406. DOI:10.3390/educsci11080406

Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., & Aguilar, M. S. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM*, *48*(5), 589–610. DOI:10.1007/s11858-016-0798-4

Deloitte (2017) (Hrsg.). *Global mobile consumer trends, 2nd edition. Mobile continues its global reach into all aspects of consumers' lives*. London, Vereinigtes Königreich.

Drijvers, P., Thurm, D., Vandervieren, E., Klinger, M., Moons, F., van der Ree, H., Mol, A., Barzel, B., & Doorman, M. (2021). Distance mathematics teaching in Flanders, Germany and the Netherlands during Covid-19 lockdown. *Educational Studies in Mathematics*, *108*, 35–64. DOI:10.1007/s10649-021-10094-5

Hodges, C., Moore, S., Lockee, B, Trust, T., & Bond, A. (2020). The difference between emergency remote teaching and online learning. *Educause Review*, *27*, 1–12.

forsa (2020) (Hrsg.). *Das Deutsche Schulbarometer Spezial. Corona-Krise*. Berlin, Deutschland.

Larmann, P., Barlovits, S., & Ludwig, M. (2021). MCM@home: Analyzing a learning platform for synchronous distance education. In Danish School of Education (Hrsg.), *15th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT15)*, Kopenhagen, Dänemark (S. 164–171).

Leutner, D. (2009). Adaptivität und Adaptierbarkeit beim Online-Lernen. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Online-Lernen: Handbuch für Wissenschaft und Praxis* (S. 115–123). München, Deutschland: Oldenbourg Verlag.

Ludwig, M., & Jablonski, S. (2020). MathCityMap – Mit mobilen Mathtrails Mathe draußen entdecken. *MNU Journal*, (1/2020), 29–36.

Roth, J. (2015). Lernpfade - Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz. In J. Roth, E. Süss-Stepancik, & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 3–26). Wiesbaden, Deutschland: Springer Fachmedien.

Sung, Y.-T., Chang, K.-E., & Liu, T.-C. (2016). The effects of integrating mobile devices with teaching and learning on students' learning performance. *Computers & Education*, *94*, 252–275. DOI:10.1016/j.compedu.2015.11.008

Thurm, D. (2021). *Digitale Mathematik-Lernplattformen in Deutschland* [Unveröffentlichtes Manuskript]. Fachbereich Mathematik, Universität Duisburg-Essen.

Wößmann, L., Freundl, V., Grewenig, E., Lergetporer, P., Werner, K., & Zierow, L. (2020). Bildung in der Coronakrise: Wie haben die Schulkinder die Zeit der Schulschließungen verbracht, und welche Bildungsmaßnahmen befürworten die Deutschen? *Ifo Schnelldienst*, *73*(9), 25–39.

Simon Barlovits, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: barlovits@math.uni-frankfurt.de

Deng-Xin Ken Oehler, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: oehler@math.uni-frankfurt.de

Matthias Ludwig, Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: ludwig@math.uni-frankfurt.de

DIAMOS — Steigerung der diagnostischen Kompetenzen von Lehramtsstudierenden

Nadine Böhme

Einleitung

Die diagnostische Kompetenz gilt schon nach Weinert und Helmke (1996) neben der didaktischen und fachlichen Kompetenz sowie der Klassenführungskompetenz als eine der zentralen Kernkompetenzen des Lehrberufs. Die diagnostische Kompetenz ist hinsichtlich des Lernfortschritts und der Notenvergabe der Schülerinnen und Schüler zentral (Kunter, Baumert, Blum, Klusmann, Krauss & Neubrand, 2006), auch wird sie als Voraussetzung für eine adaptive Instruktion (Beck et al., 2008) und Individualisierung des Unterrichts gesehen (Helmke, Hosenfeld & Schrader, 2004).

Im Folgenden soll zuerst betrachtet werden, wie die diagnostische Kompetenz definiert wird. Für Schrader (2006, S. 95) ist die diagnostische Kompetenz „die Fähigkeit eines Urteilers, Personen zutreffend zu beurteilen.“ Diese Definition betont die Urteilsgenauigkeit als eine zentrale Komponente der diagnostischen Kompetenz (Kaiser, Helm, Retelsdorf, Südkamp & Möller, 2012). Der Ansatz der Urteilsgenauigkeit fokussiert die Übereinstimmung von Lehrpersonenurteilen mit den tatsächlich messbaren Merkmalsausprägungen der Schülerinnen und Schüler (Schrader, 2013).

Diese Betrachtungsweise wird jedoch zunehmend als nicht ausreichend empfunden (u. a. Praetorius, Lipowsky & Karst, 2012). Weinert (2000) definiert die diagnostische Kompetenz als

> ein Bündel von Fähigkeiten, um den Kenntnisstand, die Lernfortschritte und die Leistungsprobleme einzelner Schüler sowie die Schwierigkeiten verschiedener Lernaufgaben im Unterricht fortlaufend beurteilen zu können, sodass das didaktische Handeln auf diagnostischen Einsichten aufgebaut werden kann. (S. 16)

Diese Definition zeigt eine Erweiterung um die Frage, wie im Unterricht basierend auf dem diagnostischen Urteil angeschlossen werden kann. Es ist die Aufgabe der Lehrperson, im Unterricht zu erkennen, „wo sich der einzelne Lernende in seinem Lernprozess befindet und welche Hilfen und Rückmeldungen dieser benötigt“ (Praetorius et al., 2012, S. 137). Diagnosen allein sind nicht ausreichend, um einen positiven Einfluss auf den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern zu nehmen. Es bedarf weiterer Schritte bzw. gezielter Interventionen der Lehrkraft. Schrader (2013) betont in diesem Zusammenhang, dass der gegenwärtige Blick sich eher auf die Verwendung der Diagnostik für die Gestaltung und Entwicklung von Unterricht und die Lehr-Lern-Prozesssteuerung richtet. Brühwiler (2014, S. 14) schreibt daran anschließend, dass „eine hohe diagnostische Kompetenz nur gekoppelt mit didaktischen Maßnahmen lernwirksam" wird. Auch die Forschungsübersicht von Hattie (2012) zeigte einen Zusammenhang zwischen fortlaufendem Feedback, einer Lernerfolgskontrolle und einer fortwährenden adaptiven Anpassung des Unterrichts an die Schülerinnen und Schüler und den Lernerfolg. Schrader (2013) erweitert die diagnostische Kompetenz zusätzlich, indem er ihr auch die Bereitschaft beimisst,

> sich der eigenen, die Diagnose möglicherweise beeinträchtigenden und verzerrenden Erwartungen, Urteilstendenzen und impliziten Theorien bewusst zu werden. Eine erhöhte Sensibilität für diagnostische Fragen, eine zunehmende Einsicht in die Grenzen der eigenen Urteilsfähigkeit und die zunehmende Bereitschaft, die eigenen Urteilsleistungen durch den Einsatz von Diagnoseverfahren und den Einbezug anderer Perspektiven (z. B. Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler oder Urteile der Kolleginnen und Kollegen) regelmäßig auf den Prüfstand zu stellen und zu verbessern, könnten mindestens ebenso wichtig sein wie die Urteilsgenauigkeit als solche. (S. 162)

Der bisherige Überblick zeigt die Komplexität diagnostischer Kompetenz, die bereits frühzeitig und somit idealerweise schon im Studium gefördert werden sollte (Bartel & Roth, 2017), da dort auch eine Verzahnung mit dem fachdidaktischen Wissen möglich ist. Hierdurch kann ein wechselseitiger Mehrwert entstehen, da durch selbst durchgeführte lernprozessbezogene Diagnosen beispielsweise im Rahmen diagnostischer Interviews die Relevanz fachdidaktischen Wissens für die Praxis deutlich gemacht werden kann und Diagnosen nur im Hinblick auf fachspezifisches didaktisches Wissen sinnvoll umsetzbar sind (Bartel & Roth, 2017). Da das Erfassen und Verstehen von Lernprozessen komplex ist, scheint ein Medium für die Lehre erforderlich, was realitätsnah ist und wiederholt analysierend betrachtet werden kann. Unter dieser Perspektive sind Videos ein mögliches geeignetes Mittel.

Im Folgenden wird mit DIAMOS ein Projekt vorgestellt, was die diagnostischen Fähigkeiten von Lehramtsstudierenden mittels des Einsatzes von Videovignetten stärken möchte. Das Projekt wird im Rahmen des *Fellowships für Innovationen in der digitalen Hochschullehre* durch den Stifterverband und das Thüringer Wissenschaftsministerium gefördert. Eine Zielstellung des Programms ist es, Anreize für die Entwicklung und Erprobung bzw. Neugestaltung von Modulen und Studienabschnitten unter konsequenter Nutzung digitaler Technologien zu schaffen.

Zielsetzung des Projekts

Für die Förderung der diagnostischen Kompetenz von Lehramtsstudierenden werden Videovignetten von diagnostischen Interviews mit Grundschulkindern bei der Bearbeitung von *informativen Aufgaben* im Lernbereich Arithmetik erstellt. Durch informative Aufgaben kann man nach Sundermann und Selter (2006) mehr über die Denkweisen von Kindern bei der Lösung von Aufgaben erfahren. Um dieses Ziel zu erreichen, gibt es bei den verwendeten Aufgaben Platz für Nebenrechnungen und die Schülerinnen und Schüler werden bei der Lösung explizit aufgefordert, ihr Vorgehen zu erläutern. Zusätzlich wird durch eine überlegte Aufgabenauswahl (u. a. hinsichtlich der Schwierigkeit) versucht, den Informationsgehalt der Aufgaben zu steigern.

Die im Rahmen des Projekts erstellten Videovignetten werden mit spezifischen Analyseaufträgen versehen, um die diagnostische und im Besonderen die fehlerdiagnostische Kompetenz als Teil diagnostischer Kompetenz der Studierenden zu fördern. Bei der fehlerdiagnostischen Kompetenz wird sich an der Definition von Heinrichs (2015) orientiert, die sie als Kompetenz betrachtet,

> die notwendig ist, um basierend auf einer Prozessdiagnostik in Unterrichtssituationen mit informellen bis semi-formellen Methoden zu impliziten Urteilen über Schülerfehler zu kommen und hierzu geeignete Modifikationsentscheidungen auf der Mikroebene zu treffen. (S. 60f.)

Bei den Aufgaben mit dem Fokus auf der fehlerdiagnostischen Kompetenz wird sich an dem Prozessmodell der fehlerdiagnostischen Kompetenz von Heinrichs (2015) orientiert. Das Modell geht von drei Phasen aus – *die Wahrnehmung des Fehlers, die Ursachenanalyse* und *der Umgang mit dem Fehler* – die auch in anderen Studien als bedeutsam identifiziert wurden (u. a. Beck et al., 2008; Cooper, 2009; Klug, Bruder, Kelava, Spiel & Schmitz, 2013). Das *Wahrnehmen des Fehlers* bildet nach Heinrichs (2015) den ersten Schritt bei der Diagnose in einer Fehlersituation in dem Sinne des Erkennens, dass das, was die Schülerin oder der Schüler macht, von der erwarteten Norm abweicht. An diese Phase schließt die *Ursachenfindung* an, die den Kern des diagnostischen Prozesses bildet. Reiss und Hammer (2013) stellen dazu ergänzend fest, dass

> eine Diskussion der Diagnose von Fehlerursachen zentral [ist]. Gerade Rechenfehler haben nicht selten eine sehr systematische Komponente, der eine identifizierbare Fehlvorstellung zugrunde liegt. Kennt eine Lehrperson sie, dann wird es wesentlich besser gelingen, einem Schüler oder einer Schülerin zu helfen. (S. 117)

Es ist daher wichtig, dass auf das Wahrnehmen eines Fehlers nicht sofort eine Intervention folgt. Borasi (1996) hebt auch hervor, dass der Umgang mit dem Fehler von der Art des Fehlers abhängig ist. Wenn hier keine Passung stattfindet, wird die Förderung nicht den Kern des Problems treffen. Als dritte Phase schließt sich nach Heinrichs (2015) der *Umgang mit dem Fehler* an. In einer Untersuchung von Schoy-Lutz (2005) zur Fehlerkultur im Unterricht konnte gezeigt werden, dass 75 % der Fehler Lernchancen beinhalten, weswegen eine Sensibilisierung der Studierenden und Förderung der fehlerdiagnostischen Kompetenzen wichtig ist, damit sie diese erkennen und produktiv nutzen können. Die Zielstellung des Projekts im Sinne eines aktiven Umgangs mit Fehlern ergibt sich dabei auch daraus, dass sich in mehreren Studien zeigte, dass dies einen Einfluss auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler hat (u. a. Frese, 1995).

Erwarteter Mehrwert

Die diagnostische Kompetenz der Lehramtsstudierenden soll im Rahmen einer konkreten Lehrveranstaltung *Didaktik und Methodik mathematischer Lernprozesse in der Grundschule* gefördert werden. Diese Lehrveranstaltung wird von Grundschullehramtsstudierenden im fünften oder sechsten Semester des Bachelorstudiums an der Universität Erfurt absolviert. Die Lehrveranstaltung wird im Inverted Classroom-Format mit einer asynchronen Online-Vorlesung zur Didaktik der Arithmetik und einem wöchentlichen Präsenzseminar zur Vertiefung angeboten. Als Voraussetzung für die qualifizierte Teilnahme und damit für die Modulprüfung müssen die Studierenden kleine Praxisaufträge absolvieren, in denen sie diagnostische Interviews anhand bereitgestellter informativer Aufgaben mit jeweils drei Grundschulkindern durchführen und die Ergebnisse im Seminar als Kleingruppe präsentieren. Zielstellung der Praxisaufträge ist es, passend zu den entsprechenden Seminarthemen einen Praxisblick für die Studierenden zu ermöglichen. Ein Beispiel ist, dass im Seminar heuristische Strategien besprochen werden und die Studierenden berichten, wie Kinder der zweiten Klasse verschiedene Grundaufgaben unter Anwendung dieser heuristischen Strategien in den Interviews gelöst haben.

Durch das Projekt DIAMOS erfolgt eine Digitalisierung der Praxisaufträge, sodass die Studierenden die diagnostischen Interviews nicht mehr eigenständig an den Schulen durchführen. Es soll ein Repertoire an Videovignetten zu diagnostischen Interviews erstellt werden, die typische Schülerbearbeitungen bezogen auf die jeweiligen informativen Aufgaben zeigen. Diese Videovignetten werden mit spezifischen Analyseaufträgen versehen.

Während die Studierenden bisher drei Kinder in der Interviewsituation erlebt haben, eröffnet die Arbeit mit Videovignetten die Möglichkeit, Bearbeitungen vieler verschiedener Kinder zu analysieren. Das Material wird im Vorfeld so zusammengestellt, dass es sich aus fachdidaktischer Perspektive um typische Bearbeitungen handelt. Hierbei nehmen Fehler im Sinne der fehlerdiagnostischen Kompetenz (Heinrichs, 2015) eine stärkere Rolle als bisher ein. Bezugnehmend auf die Videovignetten wird über Fehlerursachen oder mögliche Interventionen im Rahmen des Seminars diskutiert. Schrader (2013) hebt bei der diagnostischen Professionalität hervor, dass man sich der eigenen Urteilsfähigkeit in ihrer Begrenztheit bewusst sein und andere Perspektiven einbeziehen sollte. Durch die Diskussion verschiedener möglicher Fehlerursachen und je nach Ursache verschiedener Interventionen erleben die Studierenden, dass ein Fehlerphänomen unterschiedliche tieferliegende Ursachen haben kann und sich die Fehlerursachen häufig erst im Gespräch mit Kindern ergeben (Prediger & Wittmann, 2009). Anhand der Videovignetten können auch Fehlermuster thematisiert werden (Meseth & Selter, 2002).

Das Lernen aus Fehlern ist im Unterricht an geeignete Rahmenbedingungen geknüpft. Es ist stark davon abhängig, wie im Klassenverband und vor allem auch durch die Lehrkraft auf sie reagiert wird (Heinrichs, 2015). Die Lehrkraft und ihr Kommunikationsverhalten werden durch die Videovignetten diagnostischer Interviews mit Kindern stärker als bisher in den Blick genommen, nicht nur in Bezug auf Fehler und den Umgang mit ihnen. Je nach Verhalten der Lehrkraft und des Kindes können diagnostische Gespräche sehr unterschiedlich ausgestaltet sein. Durch die Zusammenstellung von Videos verschiedener Interviewsituationen bieten sich – neben der Reflexion des Vorgehens – Möglichkeiten, verschiedene Personen während der Gesprächssituation analysieren und reflektieren zu können. Als neuer Analyseschwerpunkt der Videovignetten diagnostischer Interviews wird die Gesprächsführung mit Kindern aufgenommen. Im Seminar werden förderliche und hemmende Verhaltensweisen im kommunikativen Umgang mit Kindern abgeleitet. Ausgehend von diesen Erkenntnissen sollen die Studierenden ebenfalls für Unterrichtsgespräche mit Kindern sensibilisiert werden.

Die Entscheidung, Videovignetten von den diagnostischen Gesprächen zu erstellen, begründet sich auch daher, dass diagnostische Kompetenz immer an einem konkreten Fall erworben wird (Altmann & Kändler, 2019). Die Lehrexpertise zeichnet sich durch ein vernetztes Wissen aus, das in vielfältigen Situationen flexibel angewendet werden kann. Dies führt dazu, dass „angehende Lehrpersonen ein Repertoire an Unterrichtskonzepten und Schemata verschiedener klassischer Unterrichtssituationen [brauchen], um diese dann bei der Interpretation von Interaktionen im Klassenzimmer" (Altmann & Kändler, 2019, S. 44) nutzen zu können. Ein kompetenter Umgang zeigt sich, indem das professionelle Wissen auf konkrete Fälle angewendet, die Situation analysiert und über Handlungsalternativen entschieden wird. Konkrete Fälle können im Studium durch Videovignetten eingebracht werden, um diese Kompetenzen auszubilden. Videovignetten haben den Vorteil, dass sie die Komplexität des Unterrichts besser als schriftliche Fälle darstellen (Krammer, 2014). Im Rahmen des Projekts DIAMOS analysieren die Studierenden nicht mehr ihre eigenen, sondern fremde diagnostische Interviews. Seidel, Blomberg und Renkl (2013) konnten keine Unterschiede hinsichtlich der Wahrnehmung relevanter Ereignisse in Videos zeigen, je nachdem, ob die Probandinnen und Probanden eigene oder fremde Videos analysiert haben. Fremde Videos wurden eher kritischer argumentiert und mehr Konsequenzen aus den Unterrichtssituationen bzw. mehr Handlungsalternativen wurden diskutiert. Fremde Videos sind vor allem zu Beginn der Ausbildung förderlich (Altmann & Kändler, 2019), um kritische Diskussionen zu fördern (Krammer, Hugener & Biaggi, 2012) und beispielhaftes Lehr- und Schülerverhalten zu demonstrieren. Die Lehrveranstaltung, die im Rahmen des Projekts fokussiert wird, befindet sich am Ende des Bachelorstudiums, wobei zu diesem Zeitpunkt die Studierenden an der Universität Erfurt noch keine verbindlichen eigenen Unterrichtsversuche im Fach Mathematik durchführen müssen. Erst in der Masterphase finden an der Universität Erfurt angeleitete fachdidaktische Praktika mit eigenen Unterrichtsversuchen statt. Durch die Videovignetten diagnostischer Interviews fremder Personen sollen die Studierenden angeleitet für das Diagnostizieren sensibilisiert und vorbereitet werden. Die Anleitung erfolgt dabei einerseits im Seminar durch die moderierte Diskussion von u. a. Handlungsalternativen und andererseits durch die Analyseaufträge zu den Videovignetten, wodurch die Studierenden bereits gezielt auf relevante Aspekte der dargestellten Situationen aufmerksam gemacht werden. Auch Altmann und Kändler (2019) heben hervor, dass für die Wirksamkeit des Einsatzes von Videos die Begleitung der Analyse gerade zu Beginn des Studiums eine wesentliche Voraussetzung darstellt.

Diese angeleitete Arbeit mit den Videos soll die Studierenden auch auf die fachdidaktischen Praktika in der Masterphase vorbereiten, da sie während der eigenständigen Unterrichtsdurchführung beispielsweise auch Fehler zuerst wahrnehmen, über mögliche Fehlerursachen reflektieren und anschließend darauf reagieren müssen. Die Diskussion von Unterrichtssituationen durch die Videovignetten diagnostischer Interviews wird als großer Mehrwert des Projekts angesehen. Es kann dadurch eventuell auch ein Beitrag zu einer Kultur des gemeinsamen Nachdenkens über den Unterricht etabliert werden, was sich nach Krammer et al. (2012) positiv hinsichtlich der beruflichen Entwicklung auswirkt.

Umsetzung

Für die Erstellung von authentischen diagnostischen Gesprächen mit Grundschulkindern wurden die Lehramtsstudierenden der Lehrveranstaltungen im SoSe 2019 und WiSe 2019/20 gebeten, ihre Interviews im Rahmen der Praxisaufträge zu videografieren. Insgesamt gibt es sieben Praxisaufträge zu folgenden Themen: Zahlwissen, Grundrechenoperationen (mündliches und halbschriftliches Rechnen) und strukturierte Aufgabenformate. Ein Beispiel für eine mögliche Aufgabe im Rahmen eines Praxisauftrags für ein Kind der zweiten Klasse ist es, zu einer Aufgabe in Textform eine passende Frage zu formulieren und die Rechenaufgabe aufzuschreiben. Nach dem Vorliegen der Materialien erfolgte im Rahmen des Projekts die Sichtung, Auswahl und Bearbeitung der Videovignetten. Aufgrund vielfältiger Vorteile hinsichtlich u. a. des Datenschutzes und der Nutzerführung wurde sich für das Lernmanagementsystem Moodle entschieden, dass an der Universität Erfurt regulär genutzt wird, um die Videovignetten zu speichern und aufzubereiten.

In einem Moodle-Raum gibt es basierend auf den Videovignetten diagnostischer Interviews sieben Abschnitte (Zahlen, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, strukturierte Aufgabenformate und Gesprächsführung mit Kindern). Jeder Abschnitt besteht aus einem Buch, das in verschiedene Kapitel unterteilt ist. Die einzelnen Kapitel sind so aufgebaut, dass kurz das zugrunde liegende mathematikdidaktische Wissen dargestellt wird. Es folgt die Erklärung der Aufgaben, die durch die Kinder im Rahmen des diagnostischen Interviews bearbeitet wurden. Im Anschluss werden Übungsaufgaben basierend auf den Videovignetten der diagnostischen Interviews bereitgestellt (vgl. Abbildung 1).

In Moodle können mittels H5P verschiedene interaktive Lernmaterialien erstellt werden. Interaktiv meint dabei, dass Studierende sich Lerninhalte nicht nur anschauen, sondern mit den Inhalten aktiv tätig werden können. Dies kann bedeuten, dass sie beispielsweise Fragen mit automatischem Feedback beantworten oder spielerische Aufgaben wie Quiz lösen können. Ein spezieller Inhaltstyp von H5P ist das *interaktive Video*, bei dem ein Video mit

Abbildung 1. Einblick in den Kapitelaufbau im Moodle-Raum

verschiedenen Fragetypen und einer Navigation im Sinne des gezielten Springens zu einzelnen Stellen versehen werden kann. Mittels der diagnostischen Interviews werden interaktive Videos in Moodle erstellt. Ein beispielhafter Einsatz des interaktiven Videos ist, dass ein Kind in einem Video erklärt, wie es eine Additionsaufgabe gelöst hat und dann die Frage eingeblendet wird, welche Strategie des halbschriftlichen Rechnens die Studierenden bei dem Kind erkennen (vgl. Abbildung 2). Nach der Beantwortung der jeweiligen Frage erhalten die Studierenden sofort ein ausführliches Feedback zu ihren Antworten. Die Studierenden werden im Rahmen der interaktiven Videos angeleitet, indem das Video bei relevanten Situationen stoppt und auch Antwortoptionen vorgegeben werden.

Zusätzlich gibt es Aufgaben im Format *Essay*, einem weiteren speziellen Inhaltstyp in H5P. Die Studierenden können sich dabei die Videovignette anschauen und müssen im Anschluss eine offene Frage beantworten. In dem Video in Abbildung 3 hat das Kind Probleme, ein Bild zu einer Additionsaufgabe zu zeichnen und die Studierenden sollen angeben, wie sie das Kind im Unterricht bei dieser Aufgabe unterstützen würden. Die offenen Fragen sind komplexer als die interaktiven Videos, da hier die Studierenden selbstständig relevante Inhalte des Videos extrahieren und in die Beantwortung der Frage einbeziehen müssen. Es sind keine Antwortoptionen vorhanden. Die Studierendenantworten aus den offenen Fragen werden im begleitenden Seminar angeleitet anonym analysiert und diskutiert.

Beide Aufgabenformate in Moodle zielen nach Praetorius et al. (2012) darauf ab, zu erkennen, wo sich das Kind befindet und mögliche Hilfen abzuleiten, wobei dies flankiert von einer mathematikdidaktischen Einordnung erfolgt.

Es werden auch interaktive Videos zur Fehlerdiagnostik entwickelt, dabei wird sich an dem Prozessmodell der fehlerdiagnostischen Kompetenz von Heinrichs (2015) orientiert. Es gibt zu einem Video, in dem ein Fehler beispielsweise beim stellenweisen Subtrahieren auftritt, verschiedene Single Choice- oder Multiple Choice-Fragen (vgl. Abbildung 4). Das Kind erklärt seinen Lösungsweg und an einer speziellen Stelle stoppt das Video und die Studierenden werden gefragt, ob ein Fehler vorliegt (*Wahrnehmen des Fehlers*). An anderen Stellen des

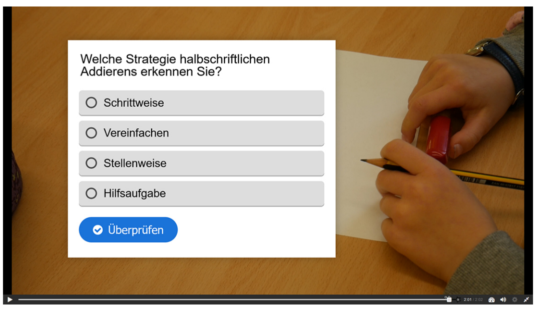


Abbildung 2. Beispiel für ein interaktives Video auf Basis der diagnostischen Interviews

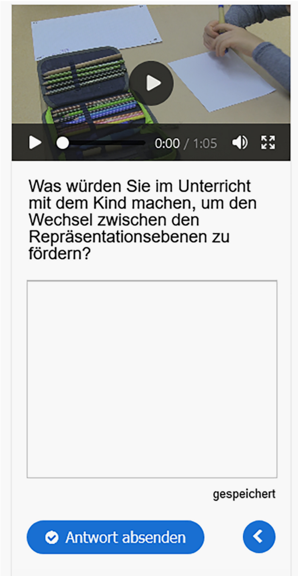


Abbildung 3. Beispiel für eine offene Frage (Essay) auf Basis der diagnostischen Interviews

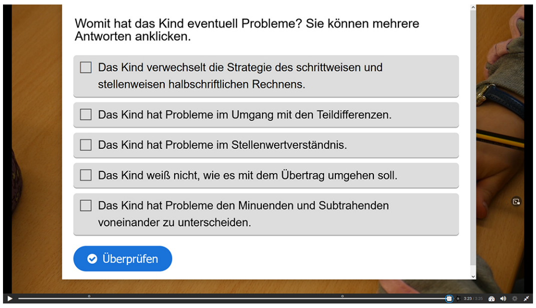


Abbildung 4. Beispiel für eine Multiple Choice-Aufgabe in einem interaktiven Video zur Ursachenfindung

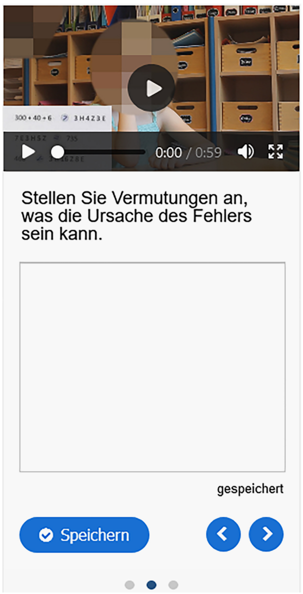


Abbildung 5. Beispiel für eine offene Frage (Essay) zur Ursachenfindung

Videos sollen sie aus mehreren Möglichkeiten im Multiple Choice-Format auswählen, was die Ursache für den Fehler sein könnte (*Ursachenfindung)* und wie sie mit dem Kind im Unterricht vorgehen würden, um an dem Problem zu arbeiten (*Umgang mit dem Fehler*). Die Studierenden sollen jeweils das für sie Richtige auswählen und erhalten ein sofortiges Feedback zu ihrer jeweiligen Auswahl. Hier findet eine stärkere Anleitung der Studierenden statt, da das Video zu relevanten Zeiten selbstständig stoppt und Antwortmöglichkeiten vorgegeben werden.

Als Steigerung der Komplexität werden ihnen im Anschluss drei offene Fragen (Essay) zu einer Videovignette gestellt, in denen die Studierenden den Fehler beschreiben (*Wahrnehmen des Fehlers*), Vermutungen zu den Ursachen (*Ursachenfindung*) und Vorschläge für die Überwindung des Fehlers (*Umgang mit dem Fehler*) ableiten sollen, ohne dass sie Antwortmöglichkeiten zur Auswahl haben (vgl. Abbildung 5).

Beim Umgang mit dem Fehler (Heinrichs, 2015) wird explizit der Vorschlag der Studierenden ausgeschlossen, dass das vom Kind nicht verstandene Vorgehen beispielsweise der halbschriftlichen Subtraktion noch einmal erklärt wird. Reiss und Hammer (2013) betonen auch, dass die reine Wiederholung der Erklärung nicht förderlich ist, um an einem Fehler zu arbeiten. Die Studierendenantworten werden gespeichert und im Seminar anonym diskutiert. Im Moodle-Raum werden beim jeweiligen Kapitel erst die interaktiven Videos und dann die Essay-Aufgaben angeordnet, um die Schwierigkeit der (fehler-)diagnostischen Aufgaben zu steigern.

Erprobung und Evaluation

Im Sommersemester 2021 erfolgte eine erste Evaluation der Einbindung der Projektmaterialien in die Lehre, wobei die interaktiven Videos der diagnostischen Interviews als Klausurvorbereitung erprobt wurden. Zielstellung der Evaluation war es, herauszufinden, wie die Studierenden die Materialien einschätzen, um diese gegebenenfalls zu verbessern.

Das Essay-Format wurde im Rahmen der Evaluation nicht getestet. In dem vorlesungsbegleitenden Seminar hätte auf die Antworten zu den offenen Aufgaben aufgrund von fehlenden zeitlichen Ressourcen in Folge der veränderten Seminargestaltung durch die Corona-Pandemie nicht eingegangen werden können.

Nach der Bearbeitung wurden die Studierenden gebeten, die Materialien zu bewerten, wobei 151 Studierende ein Feedback gaben. Im Folgenden

Tabelle 1. Deskriptive Auswertung der Materialbewertung durch die Studierenden

Item	*M*	*SD*
Die Aufgabenstellungen zu den Videos waren klar und verständlich formuliert.	4.66	0.59
Die ausgewählten Videos waren passend gewählt.	4.56	0.61
Ich fand die Arbeit mit den Videos nicht nützlich für die Vorbereitung auf die Klausur.	2.08	1.32
Ich fand die Arbeit mit den Videos nützlich für die Vorbereitung auf den Mathematikunterricht.	3.99	1.35

M = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung

werden nun sowohl qualitative als auch quantitative Ergebnisse dargestellt.

Die Studierenden wurden zuerst gebeten, auf einer fünfstufigen Likert-Skala eine Einschätzung zu geben [trifft voll und ganz zu (5) – trifft überhaupt nicht zu (1)].

In Tabelle 1 lässt sich erkennen, dass die Studierenden die interaktiven Videos eher klar und verständlich fanden und für die Vorbereitung auf die Klausur sowie den Mathematikunterricht als eher nützlich bewerteten.

Für die Evaluation kamen auch offene Fragen zum Einsatz. Die Studierenden wurden gefragt, was sie besonders gut an den Materialien fanden und welche Verbesserungen sie anregen würden. Die Texte wurden dabei mittels qualitativer Inhaltsanalyse ausgewertet und kategorisiert. Es wurde immer eine Kategorie vergeben, wenn ihr mindestens fünf Äußerungen zugeordnet werden konnten, da die Studierendenangaben sehr vielschichtig waren.

Bei der Frage, was die Studierenden besonders positiv an den Materialien fanden, haben 91 Studierende Angaben getätigt. In Tabelle 2 sind die Kategorien, die Häufigkeit und ein Ankerbeispiel zur Illustration dargestellt.

Die Studierenden bewerteten es positiv, dass die interaktiven Videos einen Einblick in reale Unterrichtssituationen ermöglichen und sie die theoretisch erlernten Inhalte praktisch anwenden konnten (vgl. Tabelle 2). Auch die interaktiven Videos und die Möglichkeit, durch die Videos Gedankengänge von Kindern nachzuvollziehen, wurden von den Studierenden als positiv hervorgehoben. Gerade durch die Einschränkungen von Praxiserfahrungen aufgrund der Corona-Pandemie fehlen vielen Studierenden u. a. aufgrund von Schulschließungen reale Schulerfahrungen, sodass sie dadurch eventuell die Möglichkeit schätzten, authentische Einblicke in das Denken von Kindern zu bekommen. Auch die umfangreiche Rückmeldung in den interaktiven Videos wurde positiv hervorgehoben.

Tabelle 2. Kategorien der positiven Aspekte der Kursmaterialien

Kategorie mit Ankerbeispiel	Häufigkeit
reale Praxisbeispiele aus dem Unterricht „Die Videos gaben einen Einblick in das „echte“ Leben/in den „echten“ Mathematikunterricht.“	35
Gedankengänge der Kinder nachvollziehen „Man bekommt einen wirklich gut nachvollziehbaren Einblick in die Art und Weise wie Schüler*innen Mathe erleben und durchdenken.“	20
interaktive Videos „Ich mochte die interaktiven Videos. Es hat Spaß gemacht direkt im Video eine Antwort zu geben, da man dann direkt die Antwort wusste. Nach einem Video eine Antwort auf eine Frage zu geben kann manchmal schwierig sein, da man etwas vergessen kann.“	15
Theorie-Praxis-Verzahnung „Es war sehr interessant zu sehen, wie die theoretischen Inhalte aus dem Seminar in der Praxis Anwendung finden.“	11
Zusammenfassungen „Die Zusammenfassungen vor den Videos fand ich sehr gut.“	7
gute Klausurvorbereitung „Sehr vorbereitend für Klausur durch viele Aufgaben“	6
Das Feedback zu den Antworten „Die anschließende Rückmeldung (richtig oder falsch) und die Erklärung, die eingeblendet wurde, fand ich gut, da sie mir half, meine Fehler zu verstehen.“	5

Hinsichtlich der möglichen Verbesserungen wurden 43 Studierendenantworten in die Auswertung einbezogen. Hier gab es sehr individuelle Nennungen. Eine Kategorie ist die *Tonqualität* mit sieben Nennungen. Die Probleme mit dem Ton ergeben sich aus der Erhebung an Schulen und damit verbundenen Störgeräuschen (u. a. Pausenklingeln). Ein weiteres Problem ist das zu große *Videoformat* mit acht Nennungen.

Ausblick

Ausgehend von den Evaluationsergebnissen werden die Materialien noch einmal überarbeitet. Im Wintersemester 2021/22 wird mittels einer Erhebung im Prä-Post-Test-Design die Veränderung der diagnostischen Kompetenz der Studierenden durch die Arbeit mit den Videovignetten untersucht. Zusätzlich soll der Dreischritt von Heinrichs (2015) hinsichtlich seiner Wirkung auf die fehlerdiagnostische Kompetenz der Studierenden untersucht werden.

Abschließend zeigen die ersten Ergebnisse eine hohe Akzeptanz der Materialien bei den Studierenden, wobei bei digitalen Elementen natürlich stets der Neuigkeitseffekt zu Beginn positive Effekte erzeugt (Kerres, 2003). Inwieweit eine Verbesserung der (fehler-)diagnostischen Kompetenz erreicht wird, gilt es noch zu untersuchen.

Literatur

Altmann, A. F., & Kändler, C. (2019). Videobasierte Instrumente zur Testung und videobasierte Trainings zur Förderung von Kompetenzen bei Lehrkräften. In T. Leuders, M. Nückles, S. Mikelskis-Seifert, & K. Philipp (Hrsg.), *Pädagogische Professionalität in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 39–67). Wiesbaden: Springer.

Bartel, M.-E., & Roth, J. (2017). Diagnostische Kompetenz von Lehramtsstudierenden fördern – Das Videotool ViviAn. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger & S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung* (S. 43–52). Wiesbaden: Springer.

Beck, E., Baer, M. Guldimann, T., Bischoff, S., Brühwiler, C., & Müller, P. (2008). *Adaptive Lehrkompetenz. Analyse und Struktur, Veränderbarkeit und Wirkung handlungssteuernden Lehrerwissens*. Münster: Waxmann

Blomberg, G., Renkl, A., Sherin, M. G., Borko, H., & Seidel, T. (2013). Five research-based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal for Educational Research Online, 5*(1), 90–114.

Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors.* Norwood: Ablex Pub.

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills. *Cognitive Science*, 2(2), 155–192.

Brühwiler, C. (2014). *Adaptive Lehrkompetenz und schulisches Lernen. Effekte handlungssteuernder Kognitionen von Lehrpersonen auf Unterrichtsprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler*. Münster: Waxmann.

Cooper, S. (2009). Preservice teachers' analysis of children's work to make instructional decisions. *School Science and Mathematics, 109*(6), 355–362.

Frese, M. (1995). Error Management in Training: Conceptual and Empirical Results. *Organizational Learning and Technological Change, 141*, 112–124.

Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers. Maximizing impact on learning*. London: Routledge.

Heinrichs, H. (2015). *Diagnostische Kompetenz von Mathematik-Lehramtsstudierenden. Messung und Förderung*. Wiesbaden: Springer.

Kaiser, J., Helm, F., Retelsdorf, J., Südkamp, A., & Möller, J. (2012). Zum Zusammenhang von Intelligenz und Urteilsgenauigkeit bei der Beurteilung von Schülerleistungen im Simulierten Klassenraum. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 26*(4), 251–261.

Helmke, A., Hosenfeld, I., & Schrader F.-W. (2004). Vergleichsarbeiten als Instrument zur Verbesserung der Diagnosekompetenz von Lehrkräften. In R. Arnold & C. Griese (Hrsg.), *Schulmanagement und Schulentwicklung*. Hohengehren: Schneider-Verlag.

Kerres, M. (2003). Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien in der Bildung. In R. K. Keil-Slawik & M. Kerres (Hrsg.), *Education Quality Forum. Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien* (S. 31–44). Waxmann: Münster.

Klug, J., Bruder, S., Kelava, A., Spiel, C., & Schmitz, B. (2013). Diagnostic competence of teachers: A process model that accounts for diagnosing learning behavior tested by means of a case scenario. *Teaching and Teacher Education*, (30), 38–46.

Krammer, K. (2014). Fallbasiertes Lernen mit Unterrichtsvideos in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung, 32*(2), 164–175.

Krammer, K., Hugener, I., & Biaggi, S. (2012). Unterrichtsvideos als Medium des beruflichen Lernens in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Formen und Erfahrungen. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 30(2), 261–272.

Krammer, K., & Reusser, K. (2005). Unterrichtsvideos als Medium der Aus- und Weiterbildung von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerbildung, 23*(1), 35–50.

Meseth, V., & Selter, Ch. (2002). Zu Schülerfehlern bei der nicht-schriftlichen Addition und Subtraktion im Tausenderraum. *Sache-Wort-Zahl*, (45), 51–58.

Praetorius, A.-K., Lipowsky, F., & Karst, K. (2012). Diagnostische Kompetenz von Lehrkräften: Aktueller Forschungsstand, unterrichtspraktische Umsetzbarkeit und Bedeutung für den Unterricht. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.), *Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht* (S. 115–146). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Prediger, S., & Wittmann, F. (2009). Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich?. *Praxis der Mathematik in der Schule, 27*, 1–8.

Reiss, K., & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für die Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.

Schoy-Lutz, M. (2009). Wie man aus Fehlersituationen Lernsituationen machen kann: Merkmale einer produktiven Fehlerkorrektur. *Praxis der Mathematik in der Schule*, *51*, 30–35.

Schrader, F.-W. (2006). Diagnostische Kompetenz von Eltern und Lehrern. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. (S. 95–100). Weinheim: Beltz.

Schrader, F.-W. (2013). Diagnostische Kompetenz von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, *31*(2), 154–165.

Weinert, F. E. (2000). Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule. *Pädagogische Nachrichten Rheinland-Pfalz*, *2*, 1–16.

Weinert, F.,E., & Helmke, A. (1996). Der gute Lehrer. Person, Funktion oder Fiktion?. *Zeitschrift für Pädagogik*, *34*, 223–233.

Nadine Böhme, Universität Erfurt
E-Mail: nadine.boehme@uni-erfurt.de

Ein Pythagoras-Beweis für jeden Tag des Jahres

Die *Loomis-Sammlung* neu entdeckt, überarbeitet und erweitert

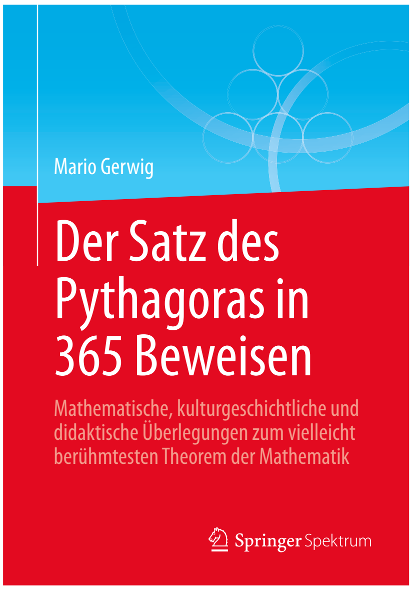
Mario Gerwig

Der schöpferische Mathematiker sucht jede Idee bis zur Erschöpfung der Möglichkeiten, die sie in sich trägt, auszuwerten, jeden mathematischen Sachverhalt mit reger, schöpferischer Phantasie von verschiedenen Seiten her anzugehen, um ihn auf möglichst vielfältige Weise zu beweisen und einzuordnen und dabei immer besser zu verstehen. In seinem mathematischen Königreich will er jeden Gipfel auf möglichst vielen Wegen erklimmen, von jedem Weg erhofft er sich aber auch neue und überraschende Aussichten auf jene Berge, die er schon bestiegen hat, und auf das Land, das sich zu ihren Füßen erstreckt.

(Wittenberg 1963, S. 108 f)

Der vielleicht berühmteste Satz der Mathematik – der Satz des Pythagoras – hat über Jahrhunderte hinweg einen erstaunlichen Reiz auf Personen sämtlicher Kulturkreise ausgeübt: Es gibt Beweise aus dem antiken Griechenland und dem alten China, von Künstlern und Philosophen, Mathematikprofis und -amateuren. Bei welchem anderen Thema kann es gelingen, Euklid von Alexandria und einen amerikanischen Präsidenten, Leonardo da Vinci und Gottfried Wilhelm Leibniz, indische und persische Mathematiker, Seilspanner aus dem alten Ägypten, Architekten aus dem antiken Griechenland sowie Zimmermänner und Maurer der Gegenwart an einen Tisch zu bringen? Der Amerikaner Elisha Scott Loomis (1852–1940) erkannte zu Beginn des 20. Jahrhunderts diesen besonderen Reiz und begann damit, Pythagoras-Beweise zu sammeln, zu ordnen und neue zu entwickeln. Das erste Manuskript stellte er 1907 fertig. Es enthielt 230 verschiedene Beweise und erschien zwanzig Jahre später unter dem Titel *The Pythagorean Proposition*, die zweite Auflage (1940, Nachdruck 1968) beinhaltete über 370 Beweise. Dies mag zunächst überreichlich, vielleicht unbescheiden erscheinen, immerhin reicht ein einziger gültiger Beweis aus, um die Richtigkeit des Satzes ein für alle Mal darzulegen. Nur den Satz zu verifizieren kann daher unmöglich das Ziel dieser eindrücklichen Sammlung sein. Bei der intensiveren Lektüre wird schließlich das eigentliche Potential deutlich: Die Sammlung ist Kristallisationskern einer Geistes- und Kulturgeschichte der Mathematik, hochexemplarisch verdichtet am pythagoreischen Lehrsatz, einem der zentralen Sätze der elementaren Geometrie und einem der wichtigsten Sätze der Schulmathematik. Eine Fundgrube für jeden Mathematiker, jede Mathematikerin und jede Mathematik-Lehrperson – und für den heutigen Unterricht eine echte Chance, das Beweisen so zu thematisieren, dass nicht nur ein einzelnes Beweisprodukt, sondern vielmehr der Beweisprozess und damit das, was es mit dem Beweisen in der Mathematik eigentlich auf sich hat, deutlich werden kann. Umso erstaunlicher, dass Loomis' Buch nur in zwei Auflagen erschienen und heute nur noch antiquarisch zu horrenden Preisen erhältlich ist – bis jetzt. Über 50 Jahre nach der letzten Auflage ist nun eine aktualisierte, deutlich erweiterte und explizit auf den Schulunterricht ausgerichtete, deutsche Übersetzung erschienen.

Loomis hatte sich zu Beginn des 20. Jahrhunderts das Ziel gesetzt, möglichst *alle* existierenden Pythagoras-Beweise zu sammeln, wobei er sich von bereits bestehenden, sehr viel kleineren Sammlungen hat inspirieren lassen. Auslöser für



Nach über 50 Jahren neu entdeckt: Die Loomis-Beweissammlung ist in einer völlig überarbeiteten und erweiterten Version auf deutsch erschienen – samt einer mehrfach erprobten, ausführlich dargestellten Unterrichtseinheit (vgl. Gerwig 2021).

den Entschluss, eine eigene Sammlung vorzulegen, die ihm übrigens später viel Anerkennung bei mathematischen Kollegen und Lehrpersonen einbrachte, wie die Rezensionen und Briefe am Ende seines Buches zeigen (Loomis 1968, S. 277–279), war möglicherweise, dass die gerade neugegründete Zeitschrift *The American Mathematical Monthly* (erscheint seit 1894 bis heute monatlich) von Beginn an in jeder Ausgabe einige Pythagoras-Beweise abdruckte (insg. 100). Loomis publizierte von Anfang an Beiträge in der Zeitschrift und die Beweise, die in den ersten acht Jahren der Zeitschrift (1894–1901) publiziert worden sind, nahm er später fast vollständig in seine Sammlung auf.

Loomis' Verdienst besteht nicht nur darin, eine umfassende Beweissammlung erstellt zu haben, sondern insb. in der Tatsache, alle Beweise systematisiert und kategorisiert, sie in Argumentation und Darstellung vereinheitlicht und die Sammlung insgesamt vervollständigt zu haben, indem er fehlende Beweise zu bestimmten Beweistypen selbst beisteuerte. So legt Loomis bspw. dar, dass es genau 19 mögliche Anordnungen der drei Dreiecksquadrate gibt, bei denen jeweils mindestens eines der Quadrate verschoben ist. In seiner Recherche fand er aber nicht zu allen möglichen Anordnungen Beweise, so dass er die fehlenden kurzerhand selbst entwickelte:

> From the scources of proofs consulted, I discovered that only 8 out of the possible 19 cases had received consideration. To complete the gap of the 11 missing ones I have devised a proof for each missing case. (Loomis 1968, S. 190)

Als das NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) 1968 den Nachdruck der zweiten Auflage (1940) herausgab und damit die Reihe *Classics in Mathematics Education* startete, wurden keinerlei Änderungen im Vergleich zur Ausgabe von 1940 vorgenommen: "No attempt has been made to modernize the book in any way. To do so would surely detract from, rather than add to, its value" (Loomis 1968, S. V). Diese Entscheidung erscheint im ersten Moment nachvollziehbar. Denn bspw. ist die von Loomis vorgenommene Grobaufteilung der Beweise in algebraisch und geometrisch sowie die Feinaufteilung in sechs bzw. zehn Unterkapitel überzeugend und ermöglicht eine schnelle Orientierung. Dennoch stellt sich die Frage, warum man nicht wenigstens kleinere Korrekturen von Beweisen vorgenommen hat, die ganz offensichtliche Fehler enthielten. Heutigen Ansprüchen genügt die mit Schreibmaschine geschriebene Ausgabe ohnehin nicht mehr, so dass die heutige Neuauflage nur nach einer umfassenden Überarbeitung und Ergänzung möglich werden konnte. Dazu gibt es mehrere Gründe: Zum einen ist die Zahl der Fehler in der Loomis-Sammlung tatsächlich sehr hoch. Oft stimmen die Bezeichnungen in der nicht selten unsauberen, da von Hand gezeichneten Skizze nicht mit den Bezeichnungen in der Argumentation überein, was in rund einem Drittel aller Beweise der Fall ist. Schwerer noch wiegen fachliche Fehler in der Argumentation oder Behauptungen bspw. bzgl. der Gleichheit zweier Flächen, die nicht gleich sein können. Zum anderen hat Loomis versucht, die Beweisargumentationen zu vereinheitlichen und sie jeweils auf eine einzige Gleichungskette zu reduzieren ("The idea of throwing the suggested proof into the form of a single equation is my own", Loomis 1968, S. 97). Dies führt zwar dazu, dass einzelne Beweise leicht miteinander verglichen werden können, bringt aber den Nachteil mit sich, dass die meisten dieser Gleichungsketten mit zahlreichen Verschachtelungen und Klammern versehen werden mussten, was den Nachvollzug bisweilen unwahrscheinlich verkompliziert. Loomis (1968, S. 168) beschreibt dieses Vorgehen an einem Beispiel selbst wie folgt:

> In this proof, as in all proofs received I omitted the column 'reasons' for steps of the demonstration, and reduced the argumentation from many [...] steps to a compact sequence of essentials, thus leaving, in all cases, the reader to recast the essentials in the form given in our accepted modern texts. By so doing a saving of as much 60 % of page space results – also hours of time for thinker and printer.

Tatsächlich ist Loomis' Darstellung sehr kompakt und platzsparend, dies geht allerdings entgegen seiner Behauptung auf Kosten der Verständlichkeit. In manchen Beweisen spart sich Loomis gar jegliche Argumentation und notiert schlicht: “It is obvoius that ... ”. Schließlich stützt Loomis seine Argumentation in manchen Beweisen auf diverse Hilfssätze, die er allerdings selbst an keiner Stelle beweist. Dies ist in gewisser Weise verständlich, immerhin verfolgt das Buch keine euklidisch-axiomatische Darstellung. Dennoch bleibt ein gewisses Unbehagen, wenn bspw. im algebraischen Beweis 107 auf den *Satz des Heron* zurückgegriffen wird, ohne diesen überhaupt zu erwähnen, geschweige denn zu beweisen.

Aus den genannten und einigen weiteren Gründen ergaben sich zwingend Konsequenzen für die Bearbeitung hinsichtlich einer Neuauflage. So unterliegt nun jeder Beweis einer Dreiteilung: Konstruktionsbeschreibung, Skizze, Argumentation. Die Konstruktionsbeschreibung geht von einer (am Anfang des jeweiligen Kapitels erwähnten) Grundfigur aus und beschreibt knapp die weitere Konstruktion aller Bestandteile. Bei Beweisen, für die Loomis selbst keine Beschreibung liefert, wurde eine solche ergänzt. Die Skizzen wurden mit der dynamischen Geometrie-Software *Cinderella* erstellt und entsprechen im Wesentlichen den jeweiligen Loomis-Skizzen. Schließlich folgt die Argumentation, der eigentliche Beweis. Die äußerst knappen und oftmals schwer verständlichen, verschachtelten Gleichungsketten, die Loomis verwendet, wurden dabei in mehrere Sinnabschnitte unterteilt und, wo nötig, entsprechend kommentiert. Dies hat zwar einen etwas größeren Platzbedarf zur Folge, dient aber der Verständlichkeit. Für immer wiederkehrende geometrische Formen und Bezeichnungen werden Abkürzungen und Symbole verwendet. Fehlerhafte Beweise wurden im Sinne Loomis' korrigiert. Bei 23 Beweisen waren dazu größere Änderungen nötig. Nur ein Beweis – der geometrische Beweis 232 – hat sich bis zum Schluss hartnäckig einer Korrektur widersetzt. Das zentrale Problem liegt in der Zuhilfenahme eines Hilfssatzes, der selbst wiederum mit dem Satz des Pythagoras bewiesen wird – ein offensichtlicher Zirkelschluss. Der Beweis wurde dennoch aufgenommen und mit einer entsprechenden Bemerkung versehen. Korrekturhinweise werden jederzeit entgegengenommen. Schließlich werden sechs Hilfssätze (Kathetensatz, Höhensatz, Sekanten-Tangenten-Satz, Flächenformel von Pappus, Satz des Heron, Satz des Apollonius), auf die sich diverse Beweise beziehen, am Ende des Buchs bewiesen.

Der Kern des Buches, die beiden Beweiskapitel mit insgesamt 365 Beweisen, wird gerahmt durch ein Kapitel über die Mathematik der Pythagoreer, in welchem neun mathematische Erkenntnisse im Zentrum stehen, sowie ein ausführliches Unterrichtskapitel, welches eine mehrfach erprobte Unterrichtseinheit präsentiert und in welcher die Beweissammlung bzw. mehrere Pythagoras-Beweise aus dieser Sammlung eine entscheidende Rolle spielen. Dadurch wird das mathematikdidaktische Zentralproblem zu lösen versucht, das Beweisen so in den Unterricht zu bringen, dass nicht nur ein einzelner Beweis, sondern damit auch die Denkhaltung hinter der Idee des Beweisens deutlich wird. Denn es besteht ein breiter Konsens in der Feststellung, dass die Möglichkeit, Aussagen ein für alle Mal zu beweisen, ein Privileg ist, das der Mathematik vorbehalten ist. Erst durch die Entdeckung des Beweisens im antiken Griechenland haben sich die rein numerologischen Betrachtungen der Ägypter und Babylonier zu einer Kunst der Deduktion, zur Wissenschaft weiterentwickelt. Beweisen ist bis heute *das* Charakteristikum der Mathematik. Gleichzeitig stellt dieses Charakteristikum Unterricht und Lehre vor eine gewaltige Herausforderung und zu verstehen, was es mit dem Beweisen eigentlich auf sich hat, ist eine der größten Herausforderungen. Das Studium *vieler* Beweisprodukte *eines* Satzes kann – so die in der Praxis inzwischen vielfach bestätigte Annahme – einen Zugang zu dieser Meta-Ebene eröffnen.

Dass das Beweisen in der Schule jedoch in einer Krise steckt, ist inzwischen hinreichend belegt (vgl. bspw. Gerwig 2020, Brunner 2014). Und auch in der Unterrichtstheorie kommt dem Beweisen nicht immer die Rolle zu, die es eigentlich verdient hätte. Es scheint geradezu charakteristisch, dass Heymann (1996/2013) in seinem Katalog „zentraler Ideen für den Mathematikunterricht“ (2013, S. 173–182) keine *Leitidee des Beweisens* vorgeschlagen hat – Gerwig (2015) hat diese Ergänzung schließlich vorgenommen – und es ist daher auch wenig verwunderlich, dass auch in den Bildungsstandards Beweise bzw. die Tätigkeit des Beweisens nur sehr implizit Erwähnung findet; man könnte gar von dem Gefühl beschlichen werden, man vermeide die entsprechenden Vokabeln bewusst. Bspw. werden Beweise tatsächlich ausschließlich innerhalb der Kompetenz *Mathematisch argumentieren* erwähnt, wo von „einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen“ (KMK, 2015, S. 14) die Rede ist. Man sucht vergeblich nach einem konkreten Inhalt, d. h. nach Sätzen, die im Unterricht beweisen werden sollten oder eben auch nicht bewiesen werden sollen. Ein Blick in die Schulbücher hilft bei diesem Dilemma im Übrigen auch nicht weiter. Mit jeder Auflage scheinen sich die Beweise immer mehr zurückzuziehen. Vielleicht ist es an der Zeit für einen Katalog an (im wagenschein'schen Sinn) exemplarischen, in den unterschiedlichen Klassenstufen zu beweisenden Sätzen.

Es gibt jedoch eine Ausnahme, eine rühmliche: den Satz des Pythagoras. Bei rund 32 000 allgemeinbildenden Schulen in Deutschland kann man davon ausgehen, dass dieser Satz jedes Jahr in rund 100 000 Klassen unterrichtet wird, dass ihm also jährlich über 2 Millionen Schülerinnen und Schüler begegnen und dass diese ihn beweisen bzw. dass ihnen ein Beweis präsentiert wird. Die in der Beweis-Sammlung dargestellte Unterrichtseinheit schlägt hier nun einen besonderen Ansatz vor. Nach der Entdeckung des Satzes wird dieser nicht, wie so häufig, von der Lehrperson (ggf. mit partizipativen Anteilen der Schülerschaft) bewiesen, um ihn anschließend in vielfältiger Form anzuwenden. Bei einem solchen Vorgehen – das übrigens keineswegs ausgedacht ist, wie die *Pythagoras-Studie* (Klieme/Pauli/Reusser 2006) zeigt, die genau diesen Dreischritt zur notwendigen Bedingung für den später untersuchten Unterricht machte – bleibt die Funktion des Beweises (vgl. Hefendehl-Hebeker/Hußmann 2010) meist fraglich: Wird der Satz beweisen, um die Lernenden von dessen Richtigkeit zu überzeugen? Wenn ja, wurde denn zuvor überhaupt ernsthaft bezweifelt, dass der Satz wirklich stimmt? Oder wird er bewiesen, um an dem Beweis etwas neues, bspw. neue Aussagen zu entdecken? Oder wird er bewiesen, um bereits bekannte Definitionen, Sätze und Begriffe miteinander in Beziehung zu setzen? Oder – und diese Begründung kommt vermutlich nicht gerade selten vor – wird er vielleicht bewiesen, weil man das in der Mathematik einfach so macht? In der im Buch vorgestellten Unterrichtseinheit hat das Beweisen eine andere, klar definierte Funktion. Hier wird der Satz des Pythagoras auf vielfältige Art und auf unterschiedlichen Wegen bewiesen, weil es sich bei ihm um ein Muster für die Entdeckungen der antiken Mathematik handelt, an welchem sich exemplarisch erkennen lässt, wie die mathematischen Wahrheiten der euklidischen Geometrie aufeinander ruhen und was es mit dem Beweisen in der Mathematik auf sich hat. Dieses Ziel kann besonders dann erreicht werden, wenn es gelingt, *mehrere* Beweise *desselben* Satzes zu verstehen und zu diskutieren. Denn dabei kann die eigentliche Aussage des Satzes selbst in den Hintergrund und das Beweisen selbst ins Zentrum der Aufmerksamkeit rücken.

Das beschriebene Vorgehen ist in den letzten Jahren an zahlreichen Schulen in Deutschland und der Schweiz durchgeführt worden. Eine empirische Untersuchung des Unterrichts steht noch aus, doch erste Resultate aus Befragungen von Lehrpersonen und Lernenden zeigen, dass es sich dabei um einen vielversprechenden Ansatz handeln könnte, um das oben beschriebene didaktische Problem zu bearbeiten und insgesamt den so erteilten Beweisunterricht als Bildungsunterricht im Sinne Klafkis zu erfahren.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass inzwischen auch ein Schulbuch das Potential dieser Beweisvielfalt erkannt und aufgegriffen hat: In dem Band *Neue Wege* für die Klasse 9 (NRW) (Körner et al. 2022) findet sich das Unterkapitel „Begründen des Satzes von Pythagoras“ (Kap. 3.3, S. 70–74). In diesem werden auf fünf Seiten insgesamt 14 Beweise unterschiedlicher Art (Beweise durch Zerlegen und Umlegen, durch Ergänzung, durch Flächenumformung, mit Rechnen, durch Hinschauen, durch das Verwenden bekannter Sätze, mithilfe von Kongruenz und Ähnlichkeit etc.) behandelt. Hier rückt am Beispiel des Satzes von Pythagoras das Beweisen selbst auf erfreuliche Art in den Mittelpunkt, was Lehrpersonen die Möglichkeit gibt, auf unkomplizierte Weise in ein bis zwei Doppelstunden dem Beweisen in der Mathematik die Aufmerksamkeit zukommen zu lassen, die es verdient hat.

Hat man sich das didaktische Potential des pythagoreischen Lehrsatzes erst einmal deutlich vor Augen geführt, erscheint Loomis’ beeindruckende Sammlung noch gewaltiger, die Neuauflage samt Erweiterung und Anpassungen noch gewinnbringender und dessen schulischer Einsatz noch dringlicher. Bleibt zu hoffen, dass es seinen Weg in die Bücherregale der Mathematiklehrpersonen und -studierenden und damit in den konkreten Unterricht möglichst vieler Schulen findet. „Man kann viel an diesem Buch lernen, die Vielfalt von Beweisen kennenlernen, sich davon inspirieren lassen, und sich daran freuen“, schreibt der Mathematiker Günter M. Ziegler (Präsident der FU Berlin) in seinem Geleitwort. Und Heinz Klaus Strick schließt seine Rezension (Strick 2021) mit dem Satz: „Das Buch sollte in keiner Bibliothek von Lehramtsstudierenden und -anwärtern fehlen.“ Beidem kann man sich nur anschließen.

Literatur

Brunner, E. (2014). *Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Grundlagen, Befunde und Konzepte.* Heidelberg: Springer Spektrum.

Gerwig, M. (2015). *Beweisen verstehen im Mathematikunterricht. Axiomatik, Pythagoras und Primzahlen als Exempel der Lehrkunstdidaktik.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Gerwig, M. (2020). *Ein Film über die Entstehung des Beweisens im Unterricht. Neue Ansätze für eine seit Langem bestehende Herausforderung der Didaktik.* GDM-Mitteilungen 109 (Juli 2020). S. 34–36.

Gerwig, M. (2021). *Der Satz des Pythagoras in 365 Beweisen. Mathematische, kulturgeschichtliche und didaktische Überlegungen zum vielleicht berühmtesten Theorem der Mathematik.* Berlin: Springer Spektrum.

Hefendehl-Hebeker, L., & Hußmann, S. (2010). Beweisen – Argumentieren. In T. Leuders, *Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II.* Berlin: Cornelsen Scriptor. S. 93–106.

Heymann, H. W. (1996/²2013). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim: Beltz.

Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (Hrsg.) (2006). *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis". Teil 3: Videoanalysen*. Frankfurt a. M.: Materialien zur Bildungsforschung. Band 15.

Körner, H., Lergenmüller, A., Schmidt, G., & Zaccharias, M. (Hrsg.) (2022, i.V.). *Neue Wege Mathematik 9. Arbeitsbuch für Gymnasien (Ausgabe Nordrhein-Westfalen)*. Braunschweig: Westermann.

KMK (2015). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Bonn und Berlin: KMK.* Verfügbar unter: www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

Loomis, E. S. (1927). *The Pythagorean Proposition. Its Proofs Analyzed and Classified and Bibliography of Sources For Data of the Four Kinds of Proofs*. Cleveland: *Masters and Wardens Association of the 22nd Masonic District* of the Most Worshipful Grand *Lodge* of Free and Accepted *Masons* of *Ohio*.

Loomis, E. S. (²1940, Nachdruck 1968). *The Pythagorean Proposition. Its Demonstrations Analyzed and Classified and Bibliography of Sources for Data of the Four Kinds of "Proofs"*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Strick, H. K. (2021, 10. November). *Pythagoras-Kalender*. Spektrum.de. www.spektrum.de/rezension/buchkritik-zu-der-satz-des-pythagoras-in-365-beweisen/1936339

Wittenberg, A. I. (1963). *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach*. Klett: Stuttgart.

Dr. Mario Gerwig, Gymnasium Leonhard Basel (CH)
E-Mail: mariogerwig@gmail.com

FALEDIA – Entwicklung, Erprobung und Erforschung einer digitalen, fallbasierten Lernplattform zur Steigerung der Diagnosefähigkeit für die Lehrerbildung Mathematik Primarstufe

Lara Huethorst, Meike Böttcher, Daniel Walter, Christoph Selter, Andreas Bergmann, Andreas Harrer, Tabea Dobbrunz und Lea Reinartz

Im Verbundprojekt FALEDIA wird eine digitale, fallbasierte Lernplattform zur Steigerung der Diagnosefähigkeiten für die Lehrerinnen- und Lehrerbildung gemeinsam von der Technischen Universität Dortmund, der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster und der Fachhochschule Dortmund entwickelt, erprobt und erforscht. Im Folgenden wird zur Vorstellung des Projekts zunächst auf die zentralen Bereiche der Diagnosefähigkeiten, des fallbasierten Lernens und der digitalen Lernplattformen eingegangen. Daraufhin erfolgt eine Vorstellung der FALEDIA-Plattform und des Forschungsdesign. Erste Ergebnisse des ersten Zyklus werden vorgestellt, sodass die Ableitung der Überarbeitung der FALEDIA-Plattform erörtert werden kann.

Theoretischer Hintergrund

Nicht zuletzt durch internationale Vergleichsstudien wie TIMSS (Selter et al. 2016) und PISA (Reiss et al, 2016) aber auch die bundesweite IQB-Ländervergleichsstudie (Stanat et al. 2017) wird gezeigt, dass vor allem die leistungsschwachen Schülerinnen und Schüler keine hinreichende Förderung in Deutschland erhalten. In den unterschiedlichen Untersuchungen zeigt sich über die verschiedenen Zyklen hinweg, dass bei einem Fünftel bis einem Viertel der Lernenden ernsthafte Schwierigkeiten im Fach Mathematik und ein Kompetenzstand, der über mehrere Jahre hinweg hinter dem der Mitlernenden zurückbleibt, vorliegen. Unterschiedliche Forschungen zeigen, dass Lernende, die (noch) kein tragfähiges Operations- oder Stellenwertverständnis entwickelt haben, gravierende Rechenschwierigkeiten im Mathematik aufzeigen (Gaidoschik 2010; Radatz 1990; Selter et al. 2014). Dementsprechend sollte Diagnose und Förderung in der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften eine große Bedeutung zukommen.

Diagnosefähigkeiten

Die Fähigkeit, die unterschiedlichen Potenziale und Voraussetzungen der einzelnen Lernenden zu erkennen und an diese gezielt anzuschließen, gilt somit als Schlüsselkompetenz, über die jede Lehrkraft verfügen sollte (u. a. Schulz 2014). Um eine passgenaue Förderung der Lernenden erreichen zu können, bedarf es einer Diagnose (Prediger & Aufschneiter 2017). Zu der Diagnosefähigkeit – welche in der Literatur nicht einheitlich konzeptualisiert ist – einer Lehrkraft zählen das genaue Messen und Deuten der Lernstände der Schülerinnen und Schüler sowie die Ursachenergründung und das Anschließen einer passgenauen Förderung (Hößle et al. 2017). In der Ausbildung von Lehrkräften nimmt die Diagnosefähigkeit somit eine zentrale Rolle ein. Um diagnostische Aktivitäten in der ersten Phase der Lehrerinnen- und Lehrerbildung zu gestalten, bietet fallbasiertes Lernen eine Möglichkeit, den Studierenden das Erleben, Verstehen und Lernen von Kindern exemplarisch zu realisieren (Schneider 2016).

Fallbasiertes Lernen
„Der Fallarbeit kommt im Rahmen der ersten Phase der Lehrerbildung eine hohe Bedeutung zu, denn sie wird als eine geeignete Methode betrachtet, um Kompetenzen, die für ein professionelles Handeln von Lehrkräften relevant sind, aufzubauen und zu entwickeln" (Syring et al. 2016, 86). Was als Fall gilt, hängt dabei von unterschiedlichen Faktoren, wie beispielsweise der fachlichen Perspektive oder der Methode, ab (Pieper et al. 2014), die Grundlage bildet aber ein real(istisch)er Fall (Goeze 2010). Es ist somit ein Ausschnitt einer Wirklichkeit, die beispielsweise durch Videovignetten, Transkripte, Audioaufnahmen oder schriftlichen Lösungen von Schülerinnen und Schülern abgebildet wird. Ohne den direkten Handlungsdruck wird die mehrfache Durchdringung der Situation realisiert, was wiederum das Einnehmen unterschiedlicher Perspektiven auf das Geschehene ermöglicht (Krammer et al. 2012). Nicht nur der Mehrdeutigkeit eines Falles, auch der Vielfältigkeit der Einzelfälle lässt sich durch Fallarbeit besser bewältigen, ohne sich in der überfordernden Anzahl individueller Ansätze zu verlieren (Selter et al. 2017). Zudem wird eine Herstellung der Verbindung von Theorie und Praxis durch das Herausstellen der Beziehungen zwischen Allgemeinem und Besonderem ermöglicht (Hebenstreit et al. 2016; Heinzel 2021). Das Fallverstehen sowie die Fallreflexion sind somit sowohl Mittel als auch Lernziel der Fallarbeit (Schneider 2016).

Insgesamt zeigen sich somit zahlreiche Vorzüge der Fallarbeit in der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften, sodass die FALEDIA-Plattform einen Schwerpunkt auf die Arbeit an Fällen legt.

Digitale Lernplattformen
Es ist hinlänglich bekannt, dass digitale Medien das Lehren und Lernen „nicht a priori besser" (Kerres 2018, S. 5) machen – dies gilt auch für den Einsatz digitaler Lernplattformen in der ersten Phase der Grundschullehrkräftebildung im Fach Mathematik. Gleichwohl bieten sie neue Möglichkeiten, wie etwa der vernetzten Darbietung von Repräsentationen (Rink & Walter 2020) oder ein automatisiertes, prozessorientiertes Feedback an die Nutzenden nach der Bearbeitung gestellter Aufgaben (Reinhold 2019). Dadurch erwachsen Möglichkeiten, bestehende Lehr-Lern-Konzepte sinnvoll ergänzen können.

In den letzten Jahren wurden – auch aus der Mathematikdidaktik heraus – verstärkt digitale Lernplattformen entwickelt und evaluiert, um Potenziale digitaler Medien für die Ausbildung von Lehrkräften nutzbar zu machen (u. a. Wildgang-Lang et al. 2020; Codreanu et al. 2020). Im Wesentlichen kann dabei die Gestaltung der auf verfügbaren Lernplattformen implementierten Inhalte in zwei Kategorien eingeteilt werden:

Einerseits sind dies *informierende Ansätze*, die sich vornehmlich auf die Präsentation gut strukturierter Beispiele (auch unter dem Begriff der *worked-examples* bekannt) innerhalb der digitalen Lernplattform fokussieren. Die Nutzenden agieren bei einer informativ ausgerichteten Lernplattform eher rezeptiv. Renkl (2017) konnte belegen, dass sich worked-examples auch beim Erlernen mathematischer Konzepte insbesondere in der Eingangsphase positiv auswirken können.

Andererseits sind *Exploration anregende Ansätze* erkennbar. Hierbei agieren die Lernenden – anders als bei informativ ausgerichteten Plattformen – auf der digitalen Lernplattform eigenaktiv. Eine solche Eigenaktivität kann etwa durch das Lösen gestellter Probleme (*problem-based learning*) erfolgen, wie dies im Bereich der tutoriellen Systeme seit vielen Jahren erforscht wird (u. a. Koedinger & Anderson 1997).

Neuere Arbeiten integrieren *informierende Ansätze* und *Exploration anregende Ansätze* und konnten auch hier Leistungsentwicklungen nachweisen (Neubrand et al. 2016). Der positive Einfluss des aktiven Einbezugs der Lernenden konnte auch in großen Kohorten gezeigt werden (Saatz & Kienle 2013). Dieser Aspekt spiegelt sich auch in Metareviews im Umfeld technologiebasierten Lernens wider (Zwacki-Richter et al. 2018).

Design FALEDIA-Plattform – informativ vs. explorativ

Aufgrund empirischer Erkenntnisse zur Wirksamkeit sowohl rein informativ als aus rein Exploration anregender Lernplattformen wurden typische grundschulrelevante Inhalte des Arithmetikunterrichts – nämlich *Stellenwertverständnis* und *Operationsverständnis* – entsprechend beider Ansätze aufbereitet. Die erste Version der FALEDIA-Lernplattform bietet daher zwei Zugänge derselben

Tabelle 1. Kompetenzerwartungen an die Studierende

Grundvorstellungen	Darstellungsvernetzung	Aufgabenbeziehungen
	Hintergrundwissen – die Studierenden können …	
erläutern, welche Alltagsituationen oder Gegenstände zu vorgegebenen Grundvorstellungen passen.	Darstellungswechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsformen vollziehen und beschreiben (auch für komplexere Aufgaben).	Aufgabenmerkmalen beschreiben, die die Nutzung von Rechengesetzen (nicht) nahelegen.
	Diagnose – die Studierenden können …	
geeignete Aufgaben auswählen, um feststellen zu können, inwiefern das jeweilige Kind über die jeweilige Grundvorstellung verfügt.	geeignete Aufgaben auswählen, um feststellen zu können, inwiefern das jeweilige Kind Darstellungen flexibel vernetzt.	geeignete Aufgaben auswählen, um feststellen zu können, inwiefern das jeweilige Kind Aufgabenbeziehungen und Rechengesetze nutzt.

Lerninhalte. Die eine Variante der Seite enthält Elemente, die informativ angelegt ist, die andere Variante regt hingegen zur Exploration an. Gerahmt werden beide Variante von demselben Begleittext. Im Folgenden werden die beiden Varianten kurz vor- und gegenübergestellt.

FALEDIA-Konzeption

Die erste Version der FALEDIA-Lernplattform bietet Lernmöglichkeiten für die beiden Themenbereiche Stellenwertverständnis und Operationsverständnis, die jeweils in zwei Teile gegliedert sind, an. Da es für den Aufbau von Diagnosefähigkeit als grundlegend angesehen wird, dass die angehenden Lehrkräfte das notwendige *Hintergrundwissen* erwerben, bildet dies den ersten Teil zum jeweiligen Themenbereich. Ein solides Hintergrundwissen bildet die notwendige Grundlage für die *Diagnose* der Lernenden. Inhalte zur Diagnose werden im zweiten Teil der Lernplattform dargeboten. Für eine zweite Version der Lernplattform wird diagnosegeleitete Förderung als dritter Teil mit einbezogen.

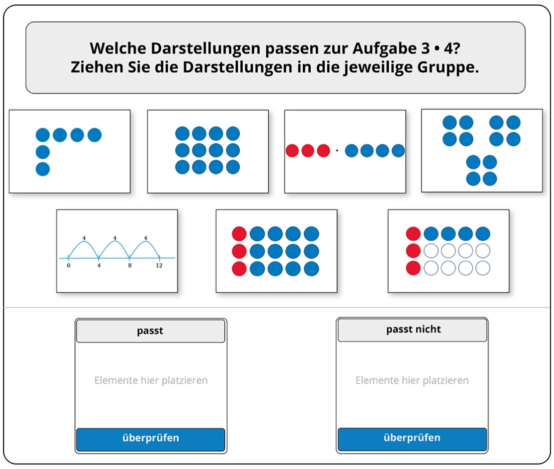
Die FALEDIA-Lernplattform vermittelt im Teil zum Hintergrundwissen zunächst die notwendigen Inhalte zu den drei wichtigsten Aspekten des betrachteten Themas. Für das Operationsverständnis werden die drei Aspekte ‚Grundvorstellungen besitzen', ‚Darstellungen vernetzen' und ‚Aufgabenbeziehungen nutzen' als die wichtigsten Hintergrundfacetten erachtet. Beispiele für die Kompetenzerwartungen, die Studierende bei der Auseinandersetzung mit dem Teil zum Hintergrundwissen der FALEDIA-Plattform erwerben sollen, sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Auf Grundlage der festgelegten Kompetenzen wird auf der FALEDIA-Lernplattform entsprechend das Hintergrundwissen für Studierende der Mathematik Primarstufe und anschließend anhand von Fällen die Diagnose zum Selbststudium angeboten. Im Bereich Diagnose werden zum Beispiel typische Fehler von Lernenden betrachtet oder Kinderdokumente auf Kompetenzen, Schwierigkeiten und Ursachen für auftretende Fehler hin analysiert. Die Umsetzung für die beiden unterschiedlichen Varianten – einerseits mit informativen Elementen, andererseits zur Exploration anregenden Lerngelegenheiten – werden im nächsten Abschnitt beschrieben.

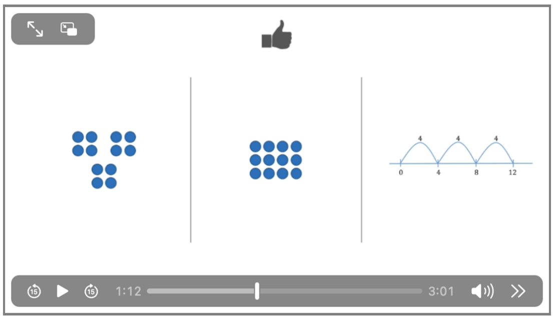
FALEDIA-Varianten des ersten Erhebungszyklus

Die Version der FALEDIA-Lernplattform im ersten Erhebungszyklus wird in zwei Varianten angeboten – eine mit ausschließlich informativen Elementen und eine weitere mit überwiegend zur Exploration anregenden Elementen. Um den Vergleich beider Varianten zu ermöglichen, werden die informativen Elemente und die zur Exploration anregenden Elemente jeweils zum gleichen Thema, an der gleichen Stelle eingebunden. Das bedeutet, dass exakt die gleichen Inhalte, wie zum Beispiel das Gruppieren von Aufgabendarstellungen zu einer Multiplikationsaufgabe in passende und nicht passende Repräsentationen, einmal informierend und einmal zu Exploration anregend umgesetzt und auf der jeweiligen Variante angeboten werden, wobei der rahmende Text und sonstige Aufbau der Plattform gleich aussieht. Die Lerninhalte enthalten somit die gleichen Informationen und sollen für die Nutzenden in beiden Varianten gleichermaßen attraktiv sein.

Die nachfolgenden Abbildungen 1a und 1b zeigen ein Beispiel dafür, wie die Umsetzung desselben Inhalts aus den beiden unterschiedlichen Gestaltungsperspektiven aussehen können. In Abbildung 1a wird ein zur Exploration anregendes Beispiel gezeigt. Dabei sollen die Nutzenden selbst aktiv Darstellungen zur Multiplikationsaufgabe $3 \cdot 4$ gruppieren, wobei sie danach geordnet werden sollen, ob die Darstellungen die Multiplikationsaufgabe $3 \cdot 4$ repräsentieren oder nicht. Die Konvention besagt, dass der Multiplikator ausdrückt, wie viele Gruppen vorhanden sind (in diesem Fall drei), wäh-



(a) zur Exploration anregendes Lernelement



(b) informatives Lernelement

Abbildung 1. FALEDIA Umsetzungsbeispiel der Varianten

rend der Multiplikand die Anzahl dieser Gruppen (in diesem Fall vier) definiert. In dem zur Expolration anregenden Element, werden die Darstellungen per Drag & Drop den Containern „passt“ und „passt nicht“ zugeordnet und somit von den Studierenden gruppiert. Über den „Überprüfen“-Button können sie ihre Zuordnung jederzeit kontrollieren. Dabei erhalten sie ein lösungsbasiertes Feedback.

In Abbildung 1b ist ein Ausschnitt der Umsetzung des gleichen Inhalts der informativen Version der Lernplattform dargestellt. Die Nutzenden können sich in diesem Fall über ein Video erklären lassen, welche Darstellung zu der Multiplikationsaufgabe $3 \cdot 4$ passt und welche nicht. Anders als im oben beschriebenen Beispiel, wird sich hier nicht durch aktive Interaktion mit der Plattform der Lerninhalt erarbeitet, sondern durch den informierenden Ansatz angeeignet. In beiden Aufbereitungen wird eine kurze Erklärung gegeben, warum die jeweilige Darstellung entsprechend gruppiert wurde – in dem zur Exploration anregenden Beispiel, wird dies über die Rückmeldungen gewährleistet, während es im informierenden Video besprochen wird. Der Vergleich dieser beiden Beispiele der zur Exploration anregenden und informativen Varianten zeigt, dass beide Varianten den gleichen Lerngegenstand zwar auf unterschiedliche Weise und mit unterschiedlichem Zugang thematisieren, jedoch der gleiche Inhalt damit erlernt werden kann.

Die zur Exploration anregende Variante der FALEDIA-Lernplattform bietet mehrere verschiedene sogenannte „Lernbausteine“. Einer der Lernbausteine ist der in Abbildung 1a gezeigte „Gruppenbaustein“. Mit diesem Lernbaustein werden die Nutzenden dazu aufgefordert, gewisse Elemente verschiedenen Kategorien zuzuordnen, diese Elemente also zu gruppieren. Zwei weitere Beispiele für Lernbausteine, die auf der FALEDIA-Lernplattform genutzt werden, sind der „Schieberegler“ und der „Sortieren“. Beim Schieberegler wird ein fortlaufender Prozess durch Weiterklicken präsentiert. Dabei wird an bestimmten Entscheidungspunkten dazu aufgefordert, selbst zu bestimmen, wie es weitergeht, also wie der nächste Schritt aussehen muss. Es kann zwischen drei verschiedenen möglichen Alternativen zum weiteren Ablauf gewählt werden, von denen nur eine richtig ist. Mit dem Lernbaustein Sortieren wird dazu aufgefordert Elemente linear anzuordnen und dadurch zu sortieren. Bei allen Lernbausteinen wird den Nutzenden Feedback durch das Klicken auf Überprüfen oder das Anklicken einer der Auswahlmöglichkeiten geboten. Anhand des Feedbacks können die Nutzenden ihre Entscheidung reflektieren. Auch weiterführende Informationen werden angeboten, um sich vertiefend mit dem Lerninhalt auseinanderzusetzen und Erklärungen zu erhalten.

Die informative Variante der FALEDIA-Lernplattform enthält textbasierte und tabellarische Elemente, aber auch informative Videos (wie der Ausschnitt in Abb. 1b zeigt) und Audiodateien sind integriert. Die Informationen, die sich die Nutzenden in den zur Exploration anregenden Lerngelegenheiten erarbeiten oder durch das Feedback erhalten, werden in den informativen Elementen ebenfalls gegeben. Die Lernbausteine beziehungsweise informativen Elemente sind sowohl auf der Seite zum Hintergrundwissen als auch zur Diagnose integriert.

In der folgenden Tabelle 2 wird anhand dreier Beispiele aufgezeigt, wie die Inhalte unterschiedlich informativ beziehungsweise entsprechend zur Exploration anregend umgesetzt sind.

Wie zuvor dargelegt, konnte eine Wirksamkeit beider Zugangsformen herausgestellt werden. Beide Umsetzungen bietet also Lernmöglichkeiten –

Tabelle 2. Beispiele zur Umsetzung der Lernelemente der verschiedenen Varianten im Vergleich

Zur Exploration anregend	Informativ
Gruppieren, ob eine bildliche Repräsentation zu einer bestimmten Aufgabe passt oder nicht	Erklärvideo zur Passung verschiedener bildlicher Repräsentationen zu einer bestimmten Aufgabe
Gruppieren verschiedener situativer Kontexte zu einer (vorher noch unbekannten) multiplikativen Grundvorstellung	Tabellarische Auflistung der multiplikativen Grundvorstellungen werden mit situativen Beispielen verknüpft
Single-Choice-Aufgabe zu einer Audiodatei, in der eine Schülerin ihr Vorgehen bei der Anwendung mathematischer Gesetzmäßigkeiten zum Lösen von Aufgaben erklärt	Audiodatei mit Erläuterungen zu einer Audiodatei, in der eine Schülerin ihr Vorgehen bei der Anwendung mathematischer Gesetzmäßigkeiten zum Lösen von Aufgaben erklärt

je nach konkretem Inhalt und dessen Komplexität können unterschiedliche Zugänge als förderlicher empfunden werden. Es ist bislang noch nicht hinreichend erforscht, inwieweit diese beiden Ansätze im Rahmen der Grundschullehramtsausbildung im Fach Mathematik zur Steigerung der Diagnosefähigkeiten angehender Lehrkräfte bei unterschiedlichen Inhalten wirksam sein können. Die nachfolgend dargestellte Studie widmet sich daher diesem Forschungsgegenstand.

Forschungsdesign

Neben der Entwicklung besteht in der Erforschung der FALEDIA-Lernplattform ein zweiter Arbeitsschwerpunkt im Projekt. Die jeweiligen Entwicklungsstände der Lernplattform werden semesterweise untersucht. Nachfolgend werden die Forschungsfragen, das Design sowie erste Forschungsbefunde aus dem ersten Studienzyklus vorgestellt, in dem sowohl eine informative als auch eine Exploration anregende Variante der FALEDIA-Lernplattform zum Einsatz kamen.

Forschungsfragen

Die nachfolgenden zwei Forschungsfragen standen im Zentrum des ersten Zyklus:

1. Welche diagnostischen Fähigkeiten zeigen angehende Lehrkräfte vor und nach der Nutzung informativ bzw. Exploration anregend ausgestalteter Varianten der FALEDIA-Plattform?
2. Welche konzeptionellen Merkmale und Gestaltungselemente werden von angehenden Lehrkräften als lernförderlich wahrgenommen?

Design der Studie – informativ vs. explorativ

Die entwickelte FALEDIA-Plattform wurde im Rahmen eines Mixed-Methods-Designs untersucht. Um Einblicke in die diagnostischen Fähigkeiten von angehenden Lehrkräften zu gewinnen (Forschungsfrage 1), haben alle Studierenden einer universitären Lehrveranstaltung ($N = 188$) im dritten oder fünften Semester des Grundschullehramtsstudiums an zwei schriftlichen Standortbestimmungen teilgenommen und eine der Versionen der FALEDIA-Plattform zum Selbststudium genutzt. Die Erhebungen waren in einem Prä-Post-Design angelegt. Die Eingangs-Standortbestimmung wurde durchgeführt. Danach wurde über die FALEDIA-Lernplattform Hintergrundwissen zum Thema *Operationsverständnis* erarbeitet sowie Fallbeispiele zur Diagnose und Förderung mit Hilfe der FALEDIA-Plattform analysiert. Schließlich wurde die Abschluss-Standortbestimmung durchgeführt. Die angehenden Lehrkräfte wurden im Rahmen der Standortbestimmungen zum einen vor die Aufgabe gestellt, Fehler in der Bearbeitung eines Kindes, das Schwächen im Operationsverständnis aufweist, zu beschreiben sowie mögliche Ursachen zu benennen. Zum anderen sollten sie vorgegebene Aufgaben dahingehend einschätzen, inwiefern diese dafür geeignet sein können, um mehr über die Schwierigkeiten des Kindes zu erfahren.

Gemäß dem derzeitigen Entwicklungszustand der FALEDIA-Lernplattform wurde den Studierenden im Interventionszeitraum für jedes der beiden Themen (*Stellenwertverständnis* und *Operationsverständnis*) nur eine der beiden Varianten angeboten. Die Studierenden erhielten also zu einem Thema Zugang zu der *informativ* ausgerichteten Variante und zum jeweils anderen Thema Zugang zur *Exploration anregenden* Variante. Auf diese Weise bewegen sich die angehenden Lehrkräfte – wenn auch zu unterschiedlichen Themenbereichen – auf beiden Varianten der FALEDIA-Lernplattform und werden in die Lage versetzt, beide Ansätze miteinander zu vergleichen. Wenn Sie bspw. die informativ ausgerichtete Variante zum Thema *Stellenwertverständnis* nutzen, sehen Sie die Exploration anregende Variante zum *Operationsverständnis*. Zwecks Fokussierung wird in diesem Beitrag lediglich von den Befunden zum Thema *Operationsverständnis* berichtet, bei der – wie beschrieben – jeweils eine Hälfte der Kohorte die informative bzw. die Exploration anregende Variante der Lernplattform nutzte. In einem nächsten Schritt wurde in zeitlichem Abstand zur Abschluss-Standortbestimmung, die jeweils alternative Zugangsform für alle Nutzenden freigegeben, sodass der Zugang zu den Informationen je nach Bedarf frei gewählt werden konnte.

Ergänzend zu den Standortbestimmungen wurden leitfadengestützte Interviews mit zufällig ausgewählten angehenden Lehrkräften ($N = 21$) durchgeführt, während sie die FALEDIA-Plattform nutzten. Diese Interviews wurden mit der Zielsetzung geführt, genauere Informationen darüber zu erhalten, welche Elemente der beiden verschiedenen Varianten der FALEDIA-Lernpalttform die angehenden Lehrkräfte als lernförderlicher wahrnehmen (Forschungsfrage 2).

Datenauswertung
Um die Ergebnisse der schriftlichen Standortbestimmungen zu quantifizieren und einen Überblick über mögliche Unterschiede in den Ergebnissen zu erfassen, wurde ein Kategoriensystem – basierend auf einer quantitativen Studie von Brandt (im Druck) – entwickelt. In der Auswertung werden die diagnostischen Teilkompetenzen *Fehler beschreiben*, *Fehlerursachen analysieren* und *Diagnoseaufgaben bewerten* betrachtet. Dabei werden jeweils die drei zentralen inhaltlichen Aspekte des jeweiligen Themas in die Auswertung einbezogen. Die Korrelationen und Signifikanzen wurden mit Anovas berechnet (Forschungsfrage 1). Für die Auswertung der leitfadengestützten Interviews wurden die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2019) angewandt (Forschungsfrage 2).

Die Erkenntnisse der schriftlichen Befragungen sowie der leitfadengestützten Interviews dienen als Grundlage für die Weiterentwicklung der FALEDIA-Lernplattform. Diese ist mit dem Ziel verbunden, passgenauere Unterstützung zur Steigerung der Diagnosefähigkeiten anzubieten und diese zugleich auf die Bedürfnisse angehender Lehrkräfte zuzuschneiden.

Ergebnisse des ersten Zyklus

Erste Befunde aus dem ersten Erhebungszyklus liegen sowohl für die diagnostischen Fähigkeiten (Forschungsfrage 1) als auch für die Gestaltungselemente (Forschungsfrage 2) der Varianten der FALEDIA-Lernplattform vor. In diesem Beitrag wird ein Ausschnitt der Ergebnisse betrachtet, der zum Inhaltsbereich des Operationsverständnisses erhoben und ausgewertet werden konnte. Dabei wird sich im Folgenden auf den Aspekt der Analyse von Fehlerursachen fokussiert. Anhand eines Vorher-Nachher-Vergleichs der durchgeführten Standortbestimmungen wird untersucht, inwiefern die Studierenden ihre Leistung nach der Arbeit mit der FALEDIA-Lernplattform verbessern konnten und ob es beispielsweise Unterschiede gibt, je nachdem, mit welcher Variante der Lernplattform sie gearbeitet haben – der Variante mit den informativen oder der Variante mit den zur Exploration anregenden Lernelementen. Außerdem werden qualitative Aussagen aus den Interviews daraufhin betrachtet, ob Kategorien abgeleitet werden können, die darauf schließen lassen, wann ein informierender Zugang und wann ein zur Exploration anregender Zugang von den Studierenden präferiert wird. Daraus werden nachfolgend Ableitungen für die Überarbeitung der FALEDIA-Lernplattform vor dem zweiten Erhebungszyklus getroffen.

Diagnosefähigkeiten
Aus den Vorher-Nachher-Vergleichen der durchgeführten Standortbestimmungen vor und nach der Auseinandersetzung mit der FALEDIA-Lernplattform, lässt sich grundlegend die folgende Erkenntnis für die Analyse von Fehlerursachen ziehen: Aus den Mittelwerten der in den Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung erzielten Punkte, ergibt sich, dass sich sowohl diejenigen Studierenden verbessert haben, die mit der informierenden Variante der FALEDIA-Lernplattform als auch diejenigen, die mit der zu Exploration anregenden Variante zum Operationsverständnis gearbeitet haben (Tabelle 3).

Anhand der berechneten Anovas kann ein signifikanter Anstieg der Punkte bei der Analyse von Fehlerursachen im Operationsverständnis ausgemacht werden. Die Studierenden haben sich also nach der Auseinandersetzung mit der FALEDIA-Lernplattform signifikant in der erhobenen Standortbestimmung verbessert, im Vergleich zu der Standortbestimmung vor der Auseinandersetzung mit der Lernplattform. Nicht signifikant war hingegen die Veränderung bei Betrachtung, welche der beiden Varianten – diejenige mit informativen oder die mit zur Exploration anregenden Lernelementen – genutzt wurde. Dies lässt den Schluss zu, dass die FALEDIA-Lernplattform den Studierenden helfen könnte, ihre diagnostischen Fähigkeiten im Bereich der Analyse von Fehlerursachen grundsätzlich zu verbessern. Allerdings gibt es keine Hinweise darauf, dass eine Variante der Plattform den Lernerfolg in diesem Bereich signifikant besser steigern kann als die andere Variante. Um zu bestimmen, welche Elemente für welchen Lerninhalt als lernförderlicher angesehen werden, wurden qualitative Interviews durchgeführt.

Gestaltungselemente
Über die geführten qualitativen Interviews konnte ein detaillierterer Einblick in die subjektiv wahr-

Tabelle 3. Erreichte Punktzahlmittelwerte (Operationsverständnis) aus max. 6 Punkten

	vor FALEDIA	nach FALEDIA	Punktedifferenz
informativ ($N = 94$)	1,33	1,60	+0,27
zur Exploration anregend ($N = 94$)	1,32	1,64	+0,32

Tabelle 4. Aussagen von Studierenden und daraus abgeleitete Kategorien

Ein informativer Ansatz wird dann bevorzugt, wenn …	Ein zur Exploration anregender Ansatz wird bevorzugt, wenn …
… der mathematische Inhalt als eher schwierig oder neu angesehen wird. „Bei den Videos ist der Mehrwert, wenn ein Aspekt erklärt wird, der mir vorher noch nie aufgefallen ist.“ (Student 1)	… bereits erworbenes Wissen überprüft oder vertieft werden soll. „Das ist eine gute Übung, um mehr Sicherheit zu bekommen, weil man auch selber was machen muss […], weil man einfach mehr selber denken muss.“ (Studentin 2)
… es sich um einen Erstkontakt mit einem neuen Inhalt handelt.	… Wissen vertieft oder überprüft werden soll.
… eine übersichtliche Darstellung von Inhalten fokussiert wird.	… Kinderlösungen diagnostiziert werden sollen. … Förderaufgaben ausgewählt werden sollen.

genommenen Lernmöglichkeiten in Gegenüberstellung der beiden Varianten der FALEDIA-Plattform erhoben werden. Die Aussagen daraus können genutzt werden, um zu bestimmen, nach welchen Kriterien entschieden werden sollte, ob eine Lernsituation besser mit einem informativen oder zur Exploration anregenden Lernelement dargeboten wird. Dafür wurden die in den Interviews geäußerten Einschätzungen kategorisiert. Zwei der herausgearbeiteten Kategorien für den Einsatz von informativen und zur Exploration anregenden Elemente, die sich anhand der Aussagen der Studierenden belegen lassen, sind in Tabelle 4 exemplarisch aufgeführt.

Eine Übersicht über die aus den Interviews ermittelten kategorialen Unterschiede und deren Bedeutung für die Überarbeitung der FALEDIA-Lernplattform vor dem zweiten Erhebungszyklus, werden im Folgenden diskutiert.

Re-Design FALEDIA-Plattform – informativ und explorativ

Zusammenfassend hat sich folglich schlussfolgern – in Einklang mit Saatz und Kienle (2013), die eine Kombination exemplarischen und problembasierten Lernens als besonders lernförderlich bezeichnen –, dass eine Kombination der beiden Versionen informativ und explorativ zu einer Lernplattform auch im Sinne der Studierenden, die an der Interviewstudie teilnahmen, ist. So lässt sich anhand der Äußerungen der Studierenden erkennen, dass unterschiedliche Anforderungen, je nach Thema oder Phase im Lernprozess, unterschiedliche Aufbereitungen zu favorisieren scheinen. Die Überarbeitung zu einer gemeinsamen FALEDIA-Plattform, in der sowohl informative als auch zur Exploration anregende Elemente miteinander verbunden werden, folgt dementsprechend den Ergebnissen der Interviews.

Dabei liegt beispielsweise die Bewertung der Komplexität der mathematischen Inhalte im Ermessen der Seitenerstellenden. Da die FALEDIA-Plattform, nachdem sie in eine Lernumgebung für Studierende entwickelt, evaluiert und überarbeitet worden ist, auch für Lehrerinnen und Lehrkräfte zur Weiterbildung bereitgestellt wird, ist dementsprechend nicht immer vorher absehbar, welche Inhalte bereits bekannt sind oder welche als neue Inhalte eingeführt werden. Daher stellt die oben gezeigte Tabelle eine Orientierung dar.

Da eine Einordung, was als herausfordernd angesehen wird, somit nicht für jede und jeden Nutzenden im Vorhinein antizipiert werden kann und individuell variieren wird, sind Hilfestellung auf der Seite integriert worden. Wird beispielsweise in einer Gruppierungsaufgabe dreimal eine falsche Gruppierung vorgenommen, kann auf das informative Element – in diesem Fall eine Tabelle mit der Zuordnung der Beispiele zu den Grundvorstellungen der Multiplikation – bei Bedarf zugegriffen werden. Sollte somit das explorative Element als zu herausfordernd wahrgenommen werden, kann in zahlreichen Fällen das informative Element eingesehen werden. Vor allem bei der Diagnose und eventuell anschließenden Förderaufgaben werden explorative Auseinandersetzungen favorisiert.

Die Erforschung der nun entstandenen fusionierten Plattform auf Basis der ersten Ergebnisse der Befragungen wird im aktuellen Semester standortübergreifend im gleichen Studiendesign durchgeführt. Die FALEDIA-Plattform zur Förderung der Diagnosefähigkeiten wird aktuell zur allgemeinen Freischaltung vorbereitet. Sollten Sie jetzt schon auf die Plattform zugreifen wollen, melden Sie sich bitte unter v-faledia@fh-dortmund.de und es werden individuelle Zugangsmöglichkeiten geschaffen. Unter www.faledia.de sind weitere Informationen zum Projekt zu finden.

Literatur

Brandt, J. (im Druck). *Erlernen von Diagnose und Förderung im Rahmen einer mathematikdidaktischen Großveranstaltung. Entwicklung und Erforschung einer Lernumgebung*. Springer.

Codreanu, E., Sommerhoff, D., Huber, S., Ufer, S., & Seidel, T. (2020). Between authenticity and cognitive demand: Finding a balance in designing a video-based simulation in the context of mathematics teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 95, 103146. DOI:10.1016/j.tate.2020.103146

Gaidoschik, M. (2010). *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht*. Peter Lang.

Goeze, A., Hetfleisch, P., & Schrader, J. (2013). Wirkungen des Lernens mit Videofällen bei Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *16*(1), 79–113.

Hebenstreit, A., Hinrichsen, M., Hummrich, M., & Meier, M. (2016). Einleitung – eine Reflexion zur Fallarbeit in der Erziehungswissenschaft. In Hummrich, M., Hebestreit, A., Hinrichsen, M. & Meier, M. (Hrsg.), *Was ist der Fall? Kasuistik und das Verstehen pädagogischen Handelns* (S. 1–9). Springer.

Heinzel, F. (2021). Der Fall aus der Perspektive von Schulpädagogik und Lehrer*innenbildung. Ein Ordnungsversuch – In D. Wittek, T. Rabe & M. Ritter (Hrsg.), *Kasuistik in Forschung und Lehre. Erziehungswissenschaftliche und fachdidaktische Ordnungsversuche* (S. 41–64). Verlag Julius Klinkhardt. DOI:10.25656/01:21561

Hößle, C., Hußmann, St., Michaelis, J., Niesel, V., & Nührenbörger, N. (2017). Fachdidaktische Perspektiven auf die Entwicklung von Schlüsselkenntnissen einer förderorientierten Diagnostik. In Ch. Selter, S. Hußmann, C. Hößle, Ch. Knipping, K. Lengnink & J. Michaelis (Hrsg.), *Diagnose und Förderung heterogener Lerngruppen*. (S. 19–38). Waxmann.

Kerres, M. (2018). Bildung in der digitalen Welt – Wir haben die Wahl. *denk-doch-mal.de, Online-Magazin für Arbeit-Bildung-Gesellschaft*, Ausgabe 02-18, 1–7.

Koedinger, K. R., & Anderson, J. R. (1997). Intelligent Tutor goes to school in the big city. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 8, 30–43.

Krammer, K., Lipowsky, F., Pauli, C., Schnetzler, C., & Reusser, K. (2012). Unterichtsvideos als Medium zur Professionalisierung und als Instrument der Kompetenzerfassung von Lehrpersonen. In M. Kobarg, C. Fischer, I. Dalehefe, F. Trepke & M. Menk (Hrsg.), *Lehrerprofessionalisierung wissenschaftlich begleiten – Strategien und Methoden* (S. 69–86). Waxmann.

Mayring, P. (2019). Qualitative Inhaltsanalyse – Abgrenzungen, Spielarten, Weiterentwicklungen. *Forum Qualitative Sozialforschung/Forum: Qualitative Social Research*, *Vol 20*, No 3 (2019): Qualitative Content Analysis I. DOI:10.17169/FQS-20.3.3343

Neubrand, C., Borzikowsky, C., & Harms, U. (2017). Adaptive prompts for learning Evolution with worked examples – Highlighting the students between the "novices" and the "experts" in a classroom. *International Journal of Environmental and Science Education*, *14*(11), 6774–6795. DOI:10.25656/01:12680

Pieper, I., Frei, P., Hauenschild, K., & Schmidt-Thieme, B. (Hrsg.) (2014): *Was der Fall ist. Beiträge zur Fallarbeit in Bildungsforschung, Lehramtsstudium, Beruf und Ausbildung*. Springer.

Prediger, S., & Aufschnaiter, C. v. (2017). Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen aus fachdidaktischer Perspektive. In T. Bohl, J. Budde & M. Rieger-Ladich (Hrsg.), *Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht* (S. 291–307). Klinkhardt.

Radatz, H. (1990). Was können sich Schüler unter Rechenoperationen vorstellen? *Mathematische Unterrichtspraxis*, *1*(11), 3–8.

Renkl, A. (2017). Learning from worked-examples in mathematics: Students relate procedures to principles. *ZDM Mathematics Education*, *49*(4), 571–584. DOI:10.1007/s11858-017-0859-3

Reinhold, F. (2019). *Wirksamkeit von Tablet-PCs bei der Entwicklung des Bruchzahlbegriffs aus mathematikdidaktischer und psychologischer Perspektive: Eine empirische Studie in Jahrgangsstufe 6*. Springer Fachmedien Wiesbaden. DOI:10.1007/978-3-658-23924-4

Reiss, R. Sälzer, Ch., Schiepe-Tiska, A., Klieme E., & Köller, O. (Hrsg.) (2016). *PISA 2015. Eine Studie zwischen Kontinuität und Innovation*. Waxmann.

Rink, R., & Walter, D. (2020). *Digitale Medien im Matheunterricht – Ideen für die Grundschule*. Cornelsen.

Saatz, I., & Kienle, A. (2013). Increasing Quality in large scale University Courses – E-flashcards as an approach to support active learning and individual facilitation. *Journal e-learning and education*, 9, 209–221 (urn:nbn:de:0009-5-36551.).

Schneider, J. (2016). *Lehramtsstudierende analysieren Praxis. Ein Vergleich der Effekte unterschiedlicher fallbasierter Lehr-Lern-Arrangements*. https://publikationen.uni-tuebingen.de/xmlui/handle/10900/71843 [01.12.2018]

Schulz, A. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Grundschullehrkräften*. Springer.

Selter, Ch., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Natürliche Zahlen*. Cornelsen.

Selter, Ch., Walter, D., Walther, G., & Wendt, H. (2016). Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In H. Wendt, W. Bos, Ch. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.). *Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 79–136). Waxmann.

Selter, Ch., Hußmann, St., Hößle, C., Knipping, Ch., Lengnink, K., & Michaelis, J. (Hrsg.). (2017). *Diagnose und Förderung heterogener Lerngruppen*. Waxmann.

Stanat, P., Schipolowski, St., Rjosk, C., Weirich, S., & Haag, N. (Hrsg.) (2017). *IQB-Bildungstrend 2016*. Waxmann.
Syring, M., Bohl, T., Kleinknecht, M., Kuntze, S., Rehm, M., & Schneider, J. (2016). Fallarbeit als Angebot – fallbasiertes Lernen als Nutzung. Empirische Ergebnisse zur kognitiven Belastung, Motivation und Emotionen bei der Arbeit mit Unterrichtsfällen. *Zeitschrift für Pädagogik*, *62*(1), 86–108.
Wildgans-Lang, A., Scheuerer, S., Obersteiner, A., Fischer, F., & Reiss, K. (2020). Analyzing prospective mathematics teachers' diagnostic processes in a simulated environment. *ZDM Mathematics Education*, *52*(2), 241–254. DOI:10.1007/s11858-020-01139-9
Zawacki-Richter, O., Kerres, M., Bedenlier, S. M., Bond, M., & Buntins, K. (Hrsg.) (2020). *Systematic reviews in educational research: Methodology, perspectives and application*. Springer VS.

Lara Huethorst, TU Dortmund
E-Mail: lara.huethorst@math.tu-dortmund.de

Meike Böttcher, TU Dortmund
E-Mail: meike.boettcher@math.tu-dortmund.de

Daniel Walter, WWU Münster
E-Mail: daniel.walter@uni-muenster.de

Christoph Selter, TU Dortmund
E-Mail: christoph.selter@math.tu-dortmund.de

Andreas Bergmann, FH Dortmund
E-Mail: andreas.bergmann@fh-dortmund.de

Andreas Harrer, FH Dortmund
E-Mail: andreas.harrer@fh-dortmund.de

Tabea Dobbrunz, FH Dortmund
E-Mail: tabea.dobbrunz@fh-dortmund.de

Lea Reinartz, FH Dortmund
E-Mail: lea.reinartz@fh-dortmund.de

Eine Projektidee: IntroMathEDigi

Perspektiven auf Mathematikdidaktik digital erleben

Felicitas Pielsticker, Gero Stoffels und Julius Vogler

In diesem Beitrag soll ein innovatives Projekt zur Ausgestaltung von (digitalen) Lehrveranstaltungen vorgestellt werden. Das sich in Entwicklung befindende Projekt **I**ntro**M**ath**ED**igi (Introduction in Mathematics Education Digital) vereint eine strukturell-inhaltliche Neugestaltung mit digitaler Innovation. Viele Dozierende an Hochschulen und Lehrende an Schulen haben durch die vergangene Pandemiezeit vermutlich bereits Erfahrungen mit einigen Teilen dieses Projekts durch ihre Arbeit kennengelernt. Ausgerichtet an inhaltlichen Spektren im mathematikdidaktischen Diskurs mit einem digitalen Expertenvodcast (per YouTube o. ä. Plattformen) besitzt eine so gestaltete Veranstaltung der Mathematikdidaktik Modellcharakter über das Fach hinaus. Lehramtsstudierende erhalten in dieser Veranstaltung die Möglichkeit in interaktiven Lehr-Lern-Formaten mathematikdidaktische Konzepte kritisch zu reflektieren und kontinuierlich authentische Impulse durch prominente fachdidaktische Experten zu erhalten. Als nachhaltiger Outcome dieses Projekts entsteht dann ein ständig aktualisierter Vodcast zu fachdidaktischen Themen, der über die Plattformen auch Interessierte über Universitäten hinaus erreichen kann.

Das Ziel: Anhand exemplarischer inhaltlicher Spektren eine authentische Perspektive auf den mathematikdidaktischen Diskurs gewinnen

Häufig werden Einführungsveranstaltungen fachsystematisch geordnet, die mehr oder weniger abgeschlossene Teilbereiche des Fachs ausweisen. Dieses Vorgehen ist erprobt und auch nicht als problematisch zu bewerten. Im Projekt IntroMathEDigi werden ebenso die verschiedenen Bereiche des Faches adressiert, wobei wir die inhaltliche Konzeption an Spektren ausrichten, z. B. „Allgemeinbildung vs. Wissenschaftspropädeutik", „Diagnose vs. Förderung" oder „Mathematikdidaktik in Forschung vs. Praxis". Hierbei sollen diese Spektren nicht als Gegensätze verstanden werden, sondern als sich ergänzende Bereiche. Im Projekt wird diese konzeptionelle Entscheidung durch das Element themenbezogener Vodcasts (per YouTube o. ä. Plattformen) mit Experten der Fachcommunity im Gespräch ergänzt.

Eine Herausforderung von Einführungsveranstaltungen ist grundsätzlich, dass nicht nur Überblickswissen oder „Inselwissen" vermittelt wird, was sich daraus ergeben kann, dass nur ein Einblick in das entsprechende Fach gegeben werden soll und kann. Gerade bei digitalen Formaten liegen außerdem häufig Schwierigkeiten darin, diese so zu gestalten, dass sie „UpToDate“ sind und flexibel neue Erkenntnisse behandeln. Das vorgeschlagene Format des Projekts, das modular verschiedene Spektren behandelt, wirkt dieser fehlenden Flexibilität entgegen und behandelt zugleich auf inhaltlicher Ebene interessante und herausfordernde Aspekte der Mathematikdidaktik. Die Einbeziehung von Expertenvodcasts basiert auf unseren Erfahrungen, die sich Corona-bedingt für die Hochschullehre ergeben haben. Sie ist inhaltlich darin begründet, die Entwicklung mathematikdidaktischer Erkenntnisse Studierenden aufzuzeigen und auch Urheber von Modellen oder Experten/-innen in diesem Bereich zu Wort kommen zu lassen, die natürlich eine besondere Perspektive auf den Gegenstand haben. So wollen wir digitale Möglichkeiten authentisch, nachhaltig und vor allem sinnstiftend in der Lehrveranstaltung nutzen.

Das hier vorgestellte Format richtet sich primär an Studierende, die Lehrveranstaltungen des Lehramts Mathematik besuchen. Die Expertenvodcasts können durch die Plattform einem breiten Publikum zugänglich gemacht werden und auf diese Weise produktiv zur Lehre und Fortbildung genutzt werden. Die Orientierung an Spektren des Fachs bietet aus unserer Sicht ebenso Transferpotential und hoffentlich Anknüpfungspunkte für mathematikdidaktische Diskurse auch in unsere Community.

Ein weiteres Ziel ist zudem ein zur Konzeption dieser Veranstaltung passendes Lehrbuch zu entwickeln. Dieses zeigt das Zusammenwirken zwischen Expertenvodcasts und der Ausrichtung an Spektren in der Veranstaltung, als Impuls für einen Transfer des Konzepts von IntroMathEDigi. Gerne würden die Autor/-innen dazu einladen, im Sinne von „Spektren der Mathematikdidaktik“ mitzudenken und auf diese Weise eine Anbindung an die aktuelle mathematikdidaktische Diskussion zu ermöglichen.

Perspektiven auf den mathematikdidaktischen Diskurs entwickeln und dokumentieren

Um das Projekt umzusetzen, wurden zunächst von den Autor/-innen mathematikdidaktische Spektren identifiziert und in der neu geschaffenen Veranstaltung „Einführung in die Didaktik der Mathematik für das gymnasiale Lehramt“ an der Universität Siegen erprobt, um den Diskursgehalt dieser Spektren für Studierende zu testen. Im nächsten Schritt sollen, auch hinsichtlich der technischen Videoqualität, hochwertige Expertenvodcasts erstellt werden, sodass Studierende die Möglichkeit erhalten sich individuell mit verschiedenen Strömungen, Prinzipien und Forschungsschwerpunkten auseinanderzusetzen, um eine reflektive Grundhaltung schon von Beginn ihres Studiums an einzunehmen. Diskussionen und aktive Auseinandersetzung bilden somit das Programm des vorgeschlagenen Formats. Dieses soll sich langfristig am Flipped-Classroom Modell orientieren, d. h. die Teilnehmer/-innen schauen sich zunächst das Expertenvodcast an, dann diskutieren sie individuell an ausgewählten Inhalten z. B. in Tutorien und Übungsgruppen, bevor ein informierter Überblick in der gemeinsamen Vorlesungssitzung gegeben wird, die zugleich gemeinsame Diskurse in Form von zweiwöchentlichen Plenumsdiskussionen ermöglicht.

Dabei profitiert das Projekt gleichzeitig von dem bereits aufgebauten Erfahrungswissen der vergangenen Semester im Umgang mit digitalen und interaktiven Lehr-Lern-Formaten. Diese Erfahrungen sollen in IntroMathEDigi systematisiert und konstruktiv in das digitale Lernformat eingebunden werden, sodass Studierende direkt von einem authentischen, nachhaltigen und sinnstiftenden Einsatz digitaler Medien profitieren können.

Anregung des Diskurses in der Fachcommunity

Mit diesem Projekt können Studierende verschiedene Perspektiven innerhalb mathematikdidaktischer Spektren erwerben. Somit passt sich diese Konzeption in der Ausrichtung der Lehre gut ein und kann innovative Impulse setzen. Die geplanten zu adressierenden mathematikdidaktischen Spektren sind an dieser Stelle ausgewiesen:

Mathematikdidaktische Forschung		Mathematikdidaktische Praxis
Bereichsspezifisches Lernen		Normiertes Unterrichtsziel
Mathematische Individualität		Mathematische Interaktion
Mathematische Produkte	*vs.*	Mathematische Prozesse
Allgemeinbildung		Wissenschaftspropädeutik
Diagnose		Förderung
Analog		Digital
…		
uvm.		

Tabelle 1. Mögliche Spektren (Ein weiteres mögliches Spektrum könnte das Folgende sein: Mathematikdidaktische Theorie vs. Empirie vs. Norm)

Natürlich können die von uns identifizierten Spektren angepasst, erweitert und verändert werden, je nach Bedarf und Ausrichtung der eigenen Veranstaltung. Insbesondere können sie auch anregen in unserer Fachcommunity zu diskutieren.

Innovativ ist die hochschulübergreifende konsequente Einbindung digitaler Medien in Form themenbezogener Expertenvodcasts zum Diskurs mathematikdidaktischer Spektren. Für einzelne Themen liegen bereits Lehrvideos vor, die bereits universitätsübergreifend Experten einbinden (z. B. im Kanal von Benjamin Rott „ars mathematica educandi" www.youtube.com/channel/UCfGwuim2KbWfPfxofNWAqbg/featured). Insbesondere das geplante Lehrbuch soll darüber hinaus die Möglichkeit bieten, die geplante Entwicklung weiterzutragen, aktivierende Aufträge für Studierende zu dokumentieren und auf diese Weise eine nachhaltige Implementation zu erreichen.

So wird mit dem Format zugleich ein langfristiges Angebot der Materialien nicht nur für die Ausbildung von Lehramtsstudierenden des Fachs Mathematik, sondern auch zur Weiterbildung von Lehrer/-innen (3. Bildungsphase) und einem breiten fachdidaktischen Publikum erreicht. Die Expertenvodcast, die laufend gesammelt werden können, sind ein Garant flexibel auf neue Forschungserkenntnisse einzugehen und so „nachhaltig aktuell zu bleiben".

Ein konkreter Blick in die Konzeption

Umgang mit den Spektren in der Veranstaltung
Betrachten wir für das Projekt IntroMathEDigi einmal das Spektrum „mathematikdidaktisches Forschen vs. mathematikdidaktische Praxis", können wir uns zunächst die Frage stellen, womit sich die Didaktik der Mathematik beschäftigt. Auf der durch die GDM herausgegebene Madipedia-Seite finden wir dazu, dass sich die Mathematikdidaktik „mit dem Lernen und Lehren von Mathematik in allen Altersstufen" (Didaktik der Mathematik, 2021) befasst und sich weiterhin mit folgenden Fragen beschäftigt:

> Was könnten, was sollten Schüler(innen) im Mathematikunterricht lernen? Wie könnte oder sollte ein bestimmter mathematischer Inhalt gelehrt, eine bestimmte mathematische Fähigkeit vermittelt werden? Welchen Einfluss haben Neigungen und Fähigkeiten von Schüler(inne)n auf Antworten zu den vorigen Fragen? Wie können Schüler(innen) mehr Freude an mathematischen Tätigkeiten gewinnen? Sollen alle Schüler(innen) allgemeinbildender Schulen in allen Schulstufen Mathematik lernen? Welche Bedeutung kommt der Mathematik in berufsbildenden Schulen zu? Welche Zusammenhänge bestehen zwischen diesen Problemen? (Didaktik der Mathematik, 2021).

Nach Bigalke (1984) könnte weiter festgehalten werden, dass sich die Mathematikdidaktik mit Beziehungen zwischen Mensch und Mathematik beschäftigt. Mathematikdidaktik beschreibt nach Bigalke (1984) dann die Wissenschaft vom Lehren und Lernen von Mathematik in verschiedenster Form. Dabei gilt sie als eine eigenständige interdisziplinare Wissenschaft zwischen der Mathematik einerseits, der Erziehungswissenschaft, der Psychologie, Soziologie und Philosophie, u. a. andererseits.

In einer Fishbowl-Diskussion, die in der Veranstaltung eingesetzt wird, setzen sich die Studierenden dann bspw. mit folgender Frage auseinander: Mathematikdidaktik eine Forschungsdisziplin oder Verbesserung des mathematischen Unterrichts?

Die Studierenden haben dann die Möglichkeit sich über zwei Perspektiven zu informieren. Z. B. können die Studierenden mithilfe des Textes „Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik" (Wittmann, 1998) die Perspektive mit einem Schwerpunkt zur mathematikdidaktischen Praxis einnehmen oder mit dem Text „Thesen zur Theoriediskussion in der Mathematikdidaktik" (Bigalke, 1984) den Fokus auf die Perspektive der Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin richten.

Der Umgang der Studierenden mit diesen Perspektiven wurde durch die in Abbildung 1 wiedergegebene Aufgabenstellung initiiert.

Auch für das Spektrum „bereichsspezifisches Lernen vs. normiertes Unterrichtsziel" wurden zwei Perspektiven Angeboten, die zudem durch einen bereits existierenden digitalen Expertenvodcast ergänzt werden konnten. Auseinandersetzen sollten sich die Studierenden dabei mit folgendem Statement: Bereichsspezifisches Lernen hat nichts mit den aufgestellten Unterrichtszielen zu tun! Fokussiert die 1. Perspektive auf bereichsspezifisches Lernen mit der These: Wissensaufbau ist kontextgebunden und entwickelt sich aktiv im Umgang mit der eigenen Umwelt (Bauersfeld, 1985), so konzentriert sich die 2. Perspektive auf ein normiertes Unterrichtsziel und die These: Das Beheben von Fehlvorstellungen ist in Mathe besonders wichtig (Grundvorstellungen in der Mathematik – Teil 1/2, Rufolf vom Hofe, 2021). Wie bereits erwähnt konnte für die 2. Perspektive für die Studierenden auf einen bestehenden Expertenvodcast (des Kanals von Benjamin Rott „ars mathematica eudcandi") zurückgegriffen werden. Zusätzlich stand auch die Quelle „Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik" (Griesel, vom Hofe & Blum, 2019) zur Verfügung.

Rückmeldung und Einschätzung eines Studenten zu einer Integration von Vodcasts in eine Einführungsveranstaltung
Der Einsatz von Vodcasts als zusätzliche Option zum reinen Textstudium bietet viele Chancen

1. Aufgabe – Vorbereitung zur Diskussion des nächsten Vorlesungstermins: Mathematikdidaktische Forschung vs. Mathematikdidaktische Praxis

In der nächsten Sitzung wird mithilfe der Fishbowl-Diskussionsmethode die Frage diskutiert:
„Mathematikdidaktik eine Forschungsdisziplin oder Verbesserung des mathematischen Unterrichts?“

a) Sammeln Sie auf Basis ihrer eigenen Auffassungen und der Vorlesung Aspekte mathematikdidaktischer Forschung und mathematikdidaktischer Praxis

b) Ordnen Sie sich im Tutorium gleichverteilt einem der folgenden Standpunkte zu:

i. Standpunkt A - Fokus mathematikdidaktische Praxis: Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik (Wittmann, 1998)

ii. Standpunkt B - mathematikdidaktische Wissenschaft: Thesen zur Theoriendiskussion (Bigalke, 1984)

c) Lesen Sie den Text und tragen Sie gemeinsam Argumente für Ihren Standpunkt zusammen.
Tipp: Ggf. kann Ihnen in der Gruppe folgende Lesestrategie helfen: Eulen der Weisheit

d) Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse in der Gruppe der jeweiligen Standpunkte.

e) Bereiten Sie Ihre Argumente so auf, dass Sie diese in der Fishbowl-Diskussion gut vertreten können, hierzu gehört auch die Nennung wichtiger Autoren, Kernaussagen, …

Abbildung 1. Aufgabe in der Veranstaltung

zur Erhöhung der Lehr-Lern-Qualität und schafft gleichzeitig auch Herausforderungen, die beim Einsatz von Vodcasts zu beachten sind.

Durch das Bestimmen verschiedener Spektren, wie in Tabelle 1 beispielhaft vorgeschlagen, können die Lehrenden und Studierenden auf einzelne Bereiche der Mathematikdidaktik durch einschlägige Vodcasts differenzierter eingehen und die Diskussion konkreter und breiter gestalten. Zudem öffnen sie die Option, dass die Studierenden individuellen Interessen direkt nachgehen können. Des Weiteren bieten Vodcasts Expert/-innen die Möglichkeit, ihre Positionen zusätzlich auch verbal zu erläutern und auf Nachfragen seitens der Interviewenden einzugehen, wobei Missverständnisse und Fehlinterpretationen im Optimalfall reduziert werden. Ein interessanter Aspekt der Vodcasts würde beispielsweise darin liegen, dass die Studierenden ihre Kenntnisse und ihr Textverständnis nach der Lektüre eines Textes mithilfe der Vodcasts eigenständig reflektieren können und mit der Einschätzung des Experten oder der Expertin vergleichen können. Somit wird nicht nur der eigenständige Kompetenzerwerb gestärkt, sondern potenziell auch die Qualität der Diskussionen in Lehrveranstaltungen verbessert.

Herausfordernd gestaltet sich zum einen, dass die Vodcasts einen wirklichen Mehrwert in ihrer Nutzung haben. Damit ist gemeint, dass Vodcasts in jedem Fall zu einem besseren, breiteren Verständnis einer Thematik beitragen sollten. Sofern die Inhalte der Texte in den entsprechenden Vodcasts genauso komplex und schwierig oder ohne neue Gedankengänge und Beispiele dargestellt werden, sodass die Studierenden keinen effektiven Nutzen daraus ziehen können, ist der Aufwand für die Erstellung der Vodcasts zu hoch. Zum anderen wird die Nutzung von Vodcasts besonders herausfordernd im Hinblick auf die Dosierung ihres Einsatzes sein. Dabei ist zu beachten, dass die Vodcasts lediglich als zusätzliches Angebot zur Textlektüre verstanden werden müssen und die Auseinandersetzung mit Originaltexten nicht ersetzen, da dies der essenzielle Bestandteil der akademischen Ausbildung ist und bleiben muss.

Insgesamt bieten Vodcasts als unterstützende Option einige Chancen, die zu einem Mehrwert in universitären Veranstaltungen beitragen können, wobei die Herausforderungen berücksichtigt werden müssen.

Literatur

Bigalke, H.-G. (1984). Thesen zur Theoriendiskussion in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *5*(3), 133–165. DOI:10.1007/BF03339244

Didaktik der Mathematik. (2021, 7. Dez.). Madipedia. madipedia.de/wiki/Didaktik_der_Mathematik

Griesel, H., vom Hofe, R., & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, (40), 123–133.

Grundvorstellungen in der Mathematik – Teil 1/2 (Rudolf vom Hofe). (2021, 7. Dez.). YouTube, youtu.be/SHpRtY5W1ls

Wittmann, Ch. E. (1998). Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. *Beiträge zur Lehrerbildung*, *16*(3), 329–342. DOI:10.25656/01:13385

Felicitas Pielsticker, Universität Siegen
E-Mail: pielsticker@mathematik.uni-siegen.de

Gero Stoffels, Universität Siegen
E-Mail: stoffels@mathematik.uni-siegen.de

Julius Vogler, Universität Siegen
E-Mail: julius.vogler@student.uni-siegen.de

Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2021 in Freiburg

Antje Boomgaarden und Anika Dreher

Die GDM-Nachwuchskonferenz im Jahr 2021 wurde vom Institut für mathematische Bildung (IMBF) der Pädagogischen Hochschule Freiburg ausgerichtet. Nachdem die ursprünglich bereits für 2020 geplante Konferenz aufgrund der Pandemie um ein Jahr verschoben werden musste, konnte sie vom 25.–29. 10. 2021 glücklicherweise tatsächlich in Präsenz stattfinden.

Das Interesse bei dieser Gelegenheit andere Promovierende sowie Expertinnen und Experten in Präsenz treffen und sich wissenschaftlich austauschen zu können war sehr groß. Insgesamt gab es 81 Anmeldungen, von denen 70 berücksichtigt werden konnten – auf die Warteliste kamen Promovierende, die bereits zuvor die Gelegenheit wahrgenommen hatten, an einer GDM-Nachwuchskonferenz teilzunehmen.

Das Bildungshaus Rastatt bot sehr gute Arbeitsbedingungen sowie Übernachtungs- und Verpflegungsmöglichkeiten, sodass die gesamte Konferenz unter einem Dach stattfinden konnte.

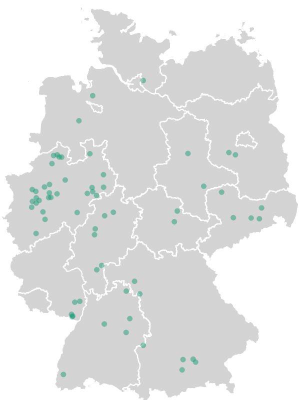


Abbildung 1. Standorte der Teilnehmenden. Darüber hinaus reiste eine Promovierende aus der Schweiz und eine weitere aus Österreich an. (Abbildung: Frank Reinhold)

Inhaltliche Angebote und Rahmenprogramm

Das wissenschaftliche und beratende Programm der Nachwuchskonferenz wurde durch Expertinnen und Experten der Mathematikdidaktik und benachbarter Disziplinen gestaltet und ergänzt durch eine Expertin für Zeitmanagement. Es wurden drei Hauptvorträge, verschiedene Workshops sowie Beratungen in Form von Runden Tischen angeboten.

Im Rahmen der Hauptvorträge präsentierten Timo Leuders, Katharina Loibl, Lena Wessel und Andreas Schulz forschungsrelevante Themen und Methoden unter Berücksichtigung der besonderen Perspektive von Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern. Katharina Loibl und Timo Leuders diskutierten in ihrem gemeinsamen Hauptvortrag empirische Forschung aus mathematikdidaktischer und psychologischer Perspektive. In seinem interaktiven Vortrag zu qualitativen und quantitativen Methoden lud Andreas Schulz die Teilnehmenden ein, in Diskussionen die Möglichkeiten und Grenzen von qualitativen und quantitativen Methoden zu reflektieren. Im dritten Hauptvortrag bot Lena Wessel den Promovierenden umfassende Einblicke in Design Research. Alle diese Hauptvorträge wurden im Rahmen der Evaluation sehr positiv bewertet.

Als besonders gewinnbringend empfanden die meisten Promovierenden jedoch die individuelleren Formate der Workshops und der Runden Tische.

Es wurden insgesamt neun Workshops in drei Zeitslots angeboten, sodass sich die Teilnehmenden ihr individuelles Qualifizierungsprogramm zusammenstellen konnten. Die Workshops dauerten 3,5 bzw. 4 Stunden und waren jeweils in zwei Teile untergliedert. Somit bot sich Raum für intensive Arbeits- und Diskussionsphasen. Das gesamte Workshopangebot ist der Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1. Workshopangebot der GDM-Nachwuchskonferenz 2021

Workshopslot I (3,5h)	Workshopslot II (4h)	Workshopslot III (3,5h)
Grounded Theory *M. Vollstedt*	Eye-Tracking *A. Obersteiner*	Publizieren in der Wissenschaft und für die Praxis *K. Loibl & T. Leuders*
Forschen mit Vignetten *M. Friesen*	Design Research *L. Wessel*	Experimentelle Designs *F. Reinhold*
Zeit- und Selbstmanagement *A. Wolf*	Mixed Methods *N. Buchholtz*	SEM Modellierung mit Lavaan in R *M. Schwichow*

Abbildung 2. Teilnehmerinnen und Teilnehmer der GDM-Nachwuchskonferenz 2021

Die Promovierenden schätzten an den Workshops vor allem den direkten Bezug zu ihren eigenen Forschungsprojekten und Fragen, wie die folgenden exemplarischen Rückmeldungen verdeutlichen:

> Großes Lob an Maike! Es gab einen tollen Überblick und die praktische Arbeit war super. So ein ‚hands-on'-Workshop war sehr hilfreich und man hat das Gefühl zumindest einen guten Ausgangspunkt zu haben, um mit dieser Methode zu arbeiten. Es wurde das Maximale aus der Zeit herausgeholt! (Zu: Grounded Theory, Maike Vollstedt)

> Inhaltlich super organisiert, sehr nah an den Fragen der Teilnehmenden. Große Diskussionsbereitschaft von allen Beteiligten war sehr aufschlussreich und aktivierend. (Zu: Forschen mit Vignetten, Marita Friesen)

> Der Überblick über die Rolle der Mathematikdidaktik in Bezug auf Experimente war sehr anschaulich und gut auf eigene Vorhaben übertragbar. (Zu: Experimentelle Designs, Frank Reinhold)

> Die Interaktion und Arbeitsphasen in Gruppen fand ich persönlich sehr gewinnbringend. Auch fand ich es sehr gut, dass der Workshop so individuell auf die Bedarfe der Gruppe eingegangen ist. (Zu: Design Research, Lena Wessel)

Anknüpfend an das Fazit des Organisationsteams der letzten Nachwuchskonferenz in Heidelberg wurde bei der diesjährigen Konferenz auf das Format der Einzelberatungen verzichtet, um so die Runden Tische als zentrales Format der gegenseitigen Beratung und des Austausches zu forcieren. Tatsächlich wurden die Runden Tische in der Abschlussevaluation auch besonders häufig als Lieblingsprogrammpunkt der Konferenz benannt.

Für die Organisation der Runden Tische wurden alle Teilnehmenden anhand von vorab eingereichten Steckbriefen zu ihren Promotionsprojekten in Dreiergruppen eingeteilt und einer Expertin bzw. einem Experten zugeordnet. Bei der Einteilung dieser Dreiergruppen wurde darauf geachtet, dass Anknüpfungspunkte zwischen den Projekten vorhanden sind, die Promovierenden jedoch von unterschiedlichen Standorten kommen. Im Rahmen eines Runden Tisches erhielten die drei Promovierende jeweils die Möglichkeit, ihre Forschungsprojekte und ihre aktuellen „Knirschstellen" kurz vorzustellen und anschließend mit Blick auf ihre jeweiligen Beratungsanliegen zu diskutieren. Ein Runder Tisch dauerte 90 Minuten, sodass Zeit für eine intensive Diskussion und Beratung gegeben war. Neben den Teilnehmenden einer Dreiergruppe konnten auch weitere Promovierende als Zuhörer an für sie interessanten Runden Tischen teilnehmen.

Darüber hinaus begleitete Hedwig Gasteiger die Teilnehmenden während der Konferenz als „critical friend". Sie war für die Promovierenden jederzeit ansprechbar für Fragen rund um die Promotionsprojekte sowie darüber hinaus und nahm sich viel Zeit für individuelle Beratungen.

Abbildung 3. Freizeitprogramm mit Beratungen durch Hedwig Gasteiger

Neben den inhaltlichen Konferenzangeboten wurde das Programm durch Freizeitangebote ergänzt. Kaffeepausen und abendliche Get-Together boten Gelegenheiten für das Networking und den wissenschaftlichen Austausch. Den Ausflugsnachmittag am Mittwoch konnten die Teilnehmenden wahlweise mit einer Wanderung am Altrhein, einer historischen Stadttour oder einer Jogging-Runde verbringen.

Evaluation und Fazit

Die Evaluation der diesjährigen GDM-Nachwuchskonferenz auf Basis von 69 Rückmeldungen durch die Teilnehmenden ergab insgesamt ein sehr positives Bild.

Neben den Runden Tischen und den Workshops wurde insbesondere der persönliche und konstruktive Kontakt zu Expertinnen und Experten sehr gelobt. So schrieb eine Person beispielsweise:

> Mir hat insbesondere die Aufgeschlossenheit und die Zugewandtheit der Expert:innen gefallen. Ich hatte das Gefühl, mich jederzeit mit meinen Fragen an jede:n Einzelne:n wenden zu können. Die Konferenz war aus meiner Sicht von einer wertschätzenden Kommunikation auf Augenhöhe gekennzeichnet.

Auch die Vernetzungsmöglichkeiten untereinander wurden als sehr gewinnbringen beschrieben. Sehr geschätzt wurde die allgemeine konstruktive Atmosphäre ($M = 4{,}7$ auf einer Skala von 1 – stimme nicht zu – bis 5 – stimme voll zu). Die große Mehrheit der Teilnehmenden gab außerdem an, dass sie die Nachwuchskonferenz in ihren Promotionsprojekten weitergebracht hat ($M = 4{,}1$ auf einer Skala von 1 – stimme nicht – zu bis 5 – stimme voll zu).

Für zukünftige GDM-Nachwuchskonferenzen wurde der Wunsch nach einem moderierten Kennenlernen zu Beginn und einer gemeinsamen Abendgestaltung geäußert.

Wir danken den Expertinnen und Experten, die durch ihre Workshops, Hauptvorträge sowie Beratungen im Rahmen der Runden Tische und darüber hinaus die Nachwuchskonferenz mitgestaltet und für die Teilnehmenden so wertvoll gemacht haben. Unser Dank gilt außerdem der GDM, ohne deren großzügige Bezuschussung die Organisation einer für die Teilnehmenden so kostengünstige Veranstaltung nicht möglich gewesen wäre.

Die nächste Nachwuchskonferenz findet vom 26.–30. 9. 2022 im Euroville Jugend- und Sporthotel in Naumburg (Saale) statt. Die Organisation und Vorbereitung liegt beim Organisationsteam der Universität Leipzig (Silvia Schöneburg-Lehnert, Thomas Krohn, Susanne Dögnitz, Jennifer Rothe, Felix Wlassak).

Antje Boomgaarden, PH Freiburg
E-Mail: antje.boomgaarden@ph-freiburg.de

Anika Dreher, PH Freiburg
E-Mail: anika.dreher@ph-freiburg.de

Jahresbericht 2021 GDM Schweiz

Esther Brunner

Ein ausserordentliches Jahr

Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2021 und beschreibt ein ausserordentliches Vereinsjahr, geprägt durch zahlreiche Absagen von Veranstaltungen, Online-Anlässen und dem zaghaften Beginn von Präsenzveranstaltungen ab Sommer. Zu den infolge der Covid-19 Pandemie abgesagten Anlässe gehörte auch die für Januar geplante Wintertagung. Der Vorstand der GDM Schweiz hatte die Tagung frühzeitig auf den Januar 2022 verschoben und beschlossen, die Genehmigung der Rechnung 2020 auf schriftlichem Weg einzuholen und den Jahresbericht sowie die Rechnung den Mitgliedern auf einem internen Bereich der Website zugänglich zu machen. Die Rechnung wurde auf diese Weise gemäss der Empfehlung der beiden Rechnungsprüfer genehmigt. Dieses Vorgehen war nur deshalb möglich, weil keine Wahlen oder ausserordentliche Geschäfte anstanden, die von den Mitgliedern hätten bewilligt werden müssen. Dennoch erachtet der Vorstand der GDM Schweiz dieses Vorgehen nur für eine besondere Lage als gerechtfertigt und möchte in Zukunft bei Bedarf nach anderen Lösungen suchen und Mitgliederversammlungen ggf. online durchführen.

Infolge der Covid-19 Pandemie verzichtete der Vorstand auf die Planung und Durchführung weiterer Anlässe in diesem Kalenderjahr. Die für den 14. Januar 2022 geplante Durchführung der nächsten Jahrestagung wurde auf den 6. 5. 2022 verschoben.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Den Vorstand traf sich insgesamt zu sechs und damit erneut zu deutlich mehr Sitzungen als in ordentlichen Jahren. Zahlreiche Geschäfte standen an, die aufgrund der Pandemie in Videokonferenzen bearbeitet wurden.

Die erste Sitzung Mitte Januar wurde zur Vorbereitung der Unterlagen für die schriftliche Konsultation und Genehmigung der Mitglieder sowie für einen Ausblick auf das Jahr inkl. Jahresplanung genutzt.

Anlässlich der zweiten Vorstandssitzung Ende März wurde die geplante Befragung von amtierenden Mathematikdidaktikpersonen im Rahmen des Entwicklungsprojekts (gefördert durch „Projektgebundene Bundesmittel, PgB“ von swissuniversities) von Barbara Drollinger-Vetter, Roland Keller, Andreas Schulz (PHZH) und Esther Brunner (PHTG) eingehend diskutiert. Bei diesem Projekt ist die GDM Schweiz als Kooperationspartnerin beteiligt. Das PgB-Projekt hat sich u. a. zum Ziel gesetzt, das Weiterbildungsbedürfnis der Mathematikdidaktikpersonen zu erheben, um anschliessend ein Weiterbildungsprogramm zu entwickeln und erste Angebote zu konzipieren. Die GDM Schweiz als zentrales professionelles Netzwerk ist an diesem Projekt beratend und unterstützend beteiligt und weiterhin verantwortlich für die bisherigen Angebote wie Wintertagung, Fachdidaktische Diskussionen, Arbeitskreise usw.

Als zweites gewichtiges Thema behandelten wir eine Anfrage der KOFADIS (Konferenz der Fachdidaktikverbände der Schweiz) und nominierten Personen für eine mögliche Tätigkeit als Expertin/Experte im Rahmen des EDK-Projekts ÜGK 1 (Projekt der Konferenz der Erziehungsdirektoren und -direktorinnen zum Thema „Überprüfung der Grundkompetenzen am Ende von Zyklus 1“).

Anlässlich der dritten Vorstandssitzung befassten wir uns mit der Organisation der Konsultation zum Rahmenlehrplan gymnasiale Matur. Der Vorstand beschloss, dafür ein Expertengremium unter der Leitung von Stephan Schönenberger einzusetzen, das eine Stellungnahme zuhanden des Vorstands erarbeitet. Für diese Mitarbeit konnten Christof Weber und Torsten Linnemann gewonnen werden, denen für ihre Arbeit auch an dieser Stelle herzlich gedankt sei.

Die Planung der Wintertagung 2022 wurde wieder aufgenommen, immer mit der offenen Frage, ob sich eine Durchführung vor Ort realisieren lassen wird oder nicht.

Ebenfalls diskutiert wurde der Umgang mit Anfragen zu Lehrmitteln usw. Der Vorstand bestätigte die bisherige Haltung, dass wir keine Qualitätsprüfung durch die GDM CH leisten können und dass wir weiterhin gern an Tagungen die Möglichkeit bieten, dass Mitglieder auf ihre Produkte hinweisen können, selbst aber keine aktive Werbung machen.

An der vierten Sitzung im September konnten bereits erste Ergebnisse aus der Mitgliederbefragung des Entwicklungsprojekts PgB vorgestellt und diskutiert werden. Insbesondere wurde von Esther Brunner als Mitglied des Projektteams auch aufgezeigt, welche Themen die GDM CH verstärkt ansprechen sollte und welche in kursorischen Formaten durch das Projekt aufgegriffen werden können. Diesbezüglich sollen fachdidaktische Diskussionen für das kommende Jahr vorbereitet werden.

Die Stellungnahme zum Rahmenlehrplan gymnasiale Matur wurde diskutiert, verabschiedet und eingereicht.

Ebenfalls Thema war die Planung der Wintertagung. Hier konnten wir uns im September dank der damals etwas entspannteren Covid-19 Situation und der eingeführten 3G-Regel für einen Anlass vor Ort entscheiden.

Anlässlich der fünften und sechsten Sitzung im November und Dezember beschäftigte sich der Vorstand mit der Wintertagung sowie mit Inhalten für eine reichhaltige fachdidaktische Diskussion im kommenden Jahr.

Weitere Sitzungen

Der Beirat der GDM konnte im Frühling ebenfalls nur via Videokonferenzen tagen. Für die zweite Beiratssitzung im November war eine Online-Teilnahme möglich. An beiden Sitzungen nahm Esther Brunner teil.

An der Sitzung der KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) im Frühling, die ebenfalls via Videokonferenz durchgeführt wurde, nahm Esther Brunner teil.

Dank

All den zahlreichen Kolleginnen und Kollegen, die auch in diesem Jahr aktiv zum Gelingen der Aktivitäten der GDM Schweiz beigetragen haben, danken wir sehr herzlich. Dazu gehören insbesondere auch die beiden Kollegen, die aktiv an der Stellungnahme zum Rahmenlehrplan der gymnasialen Matura mitgearbeitet haben. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an die Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand und an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL für die konstruktive Zusammenarbeit und Unterstützung und für den besonderen Einsatz und die grosse Flexibilität in diesem sehr besonderen Jahr.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau
E-Mail: esther.brunner@phtg.ch

Protokoll der digitalen Mitgliederversammlung der GDM am 25. 3. 2021

Zeit: 14.30 Uhr bis 17.20 Uhr

Andreas Eichler begrüßt die Teilnehmenden zur digitalen Mitgliederversammlung. Während sich die Mitgliederversammlung im Jahr 2020 nur auf zentrale Besprechungspunkte beschränkte, müssen in der Mitgliederversammlung 2021 die ausstehenden Wahlen durchgeführt werden (siehe Protokoll der Mitgliederversammlung im MGDM Heft 110). Daneben wird im Rahmen von diversen Berichtsteilen ein Überblick über die einzelnen Aktivitäten der GDM im Jahr 2020 gegeben.

Zunächst bittet Andreas Eichler um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Kollegen:

2020
Martin Barner
Peter Kirsche
Helmut Postel

2021
Elkedagmar Heinrich
Andreas Vohns

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Das in Heft 110 der Mitteilungen der GDM (S. 77–81) enthaltene Protokoll der digitalen Mitgliederversammlung vom 29. 10. 2020 wird ohne Änderungen bestätigt, die per Mail am 22. 2. 2021 verschickte

Fassung der Tagesordnung wird ohne Änderungen beschlossen.

TOP 2: Bericht des Vorstands

2.1 Aktuelles aus Vorstand und Beirat

Andreas Eichler berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine (ggf. Ort und wahrnehmende Personen jeweils in Klammern, Termine ohne Ort fanden digital statt):

- 2020/21 Sitzung des Vorstands (monatlich per Zoom)
  (A. Eichler, K. Lengnink, T. Fritzlar, D. Götze)
- 2. 11. 20 Vorstellung der GDM beim Net(t)-Working der Nachwuchsgruppe
- 19. 11. 20 Mitgliederversammlung der GFD
- 2020/21 Diverse Sitzungen zum GDM-Monat in Lüneburg
- 13. 11. 20 Gemeinsame, digitale Sitzung von Vorstand und Beirat
- 4. 3. 21 Gemeinsame, digitale Sitzung von Vorstand und Beirat

Im Rahmen der gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat am 13.11.2020 wurden Kerstin Tiedemann und Andreas Obersteiner als Herausgebende des JMD gewählt. Damit wurde das Herausgeberteam auf vier Herausgeber/innen erweitert. Als Mitglieder des wissenschaftlichen Beirats des JMD wurden Christiane Benz, Aiso Heinze, Gilbert Greefrath, Anna Praetorius, Lieven Verschaffel und Andreas Vohns gewählt. Darüber hinaus wurde diskutiert und gemeinsam beschlossen, die BzMU anlässlich des GDM-Monats 2021 in reduzierter Form erscheinen zu lassen.

Im Zuge der gemeinsamen, digitalen Sitzung von Vorstand und Beirat am 4. 3. 2021 wurde Esther Brunner in den JMD-Beirat gewählt. Gegenstand der Diskussion war zudem die Nachfolge des Editor in Chief des ZDM. Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski wird als geeigneter Kandidat für diese Aufgabe angesehen. Zudem wurde die Lehrerbildungskommission neu gewählt. Timo Leuders, Florian Schacht, Alexander Salle, Christoph Selter, Anna S. Steinweg und Markus Vogel sind nun Mitglieder dieser Kommission. In die Jury für den GDM-Nachwuchspreis wurden Rudolf Sträßer, Christine Knipping, Marcus Nührenbörger, Silke Ruwisch und Stefan Ufer gewählt.

Andreas Eichler weist auf zukünftige Tagungsorte und auf die bereits bekannten Tagungstermine hin:

Rückblickend zum GDM-Monat dankt Andreas Eichler dem Standort Lüneburg für die kreativen Ideen zur Gestaltung eines digitalen GDM-Monats.

Für 2022 hat sich die AG Primarstufe aus Frankfurt am Main vertreten durch Rose Vogel und Susanne Schnell bereit erklärt, die Tagung auszurichten.

Der Termin für 2023 ist immer noch vakant. Standorte, die Interesse an einer Ausrichtung haben, melden sich bitte beim Vorstand oder beim Beirat.

Die Tagung 2024 findet in Essen statt.

Die Tagung 2025 oder 2026 richtet Wuppertal aus.

2.2 Forschungs- und Nachwuchsförderung

Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski berichtet vom virtuellen DFG-Antragsworkshop, der am 21. und 22. Januar 2021 stattgefunden hat. Insgesamt wurden 7 Antragsskizzen (darunter 5 zur Mathematikdidaktik) diskutiert. Darüber hinaus hat Elke Sumfleth Informationen und Tipps zur Antragsstellung aus ihrer Perspektive als Fachkollegiatin der DFG gegeben.

Weiterhin weist Stefan Ufer auf den kommenden DFG-Antragsworkshop hin. Dieser wird vermutlich im Mai 2022 stattfinden. Ausgearbeitete Projektskizzen von 10 bis 12 Seiten müssen etwa im April vorliegen. Detailliertere Informationen werden rechtzeitig per Rundmail verschickt.

Julia Joklitschke stellt das vielfältige Programm des GDM-Nachwuchses vor. Das Online-Angebot „Net(t)-Working", welches insgesamt achtmal angeboten werden konnte, wurde durchschnittlich von etwa 70 Teilnehmer/innen pro Treffen besucht. Die Weiterführung dieses Formats ist in Planung. Während des GDM-Monats 2021 hat sich der Nachwuchs am 5. und 6. 3. 2021 sowie während der Nachwuchsdienstage zum (wissenschaftlichen) Austausch getroffen. Die Nachwuchskonferenz wird 2021 in Freiburg und 2022 in Leipzig stattfinden. Für das Jahr 2023 wird ein austragender Standort gesucht. Julia Joklitschke bittet interessierte Standorte darum, zeitnah die Nachwuchsvertretung anzusprechen.

Annika Dreher stellt das Programm der Nachwuchskonferenz vom 25. bis 29. 10. 2021 in Freiburg vor. Neben der Beratung von Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern bezüglich ihrer laufenden Promotionsprojekte werden Workshops und Hauptvorträge zu verschiedenen Forschungsmethoden angeboten.

Der Call zur Einreichung ausgezeichneter Dissertationen, die für einen GDM-Förderpreis in Frage kommen würden, endet am 1. 8. 2021. Zu den Einreichungsunterlagen gehören fünf Kopien und eine elektronische Version der Dissertation sowie ein etwa zweiseitiges Begründungsschreiben. In der Regel erfolgen die Vorschläge für den GDM-Förderpreis durch die Erstbetreuende oder den Erstbetreuenden der Dissertation.

2.3 *Gemeinsame Kommissionen Übergang Schule–Hochschule*

Gilbert Greefrath berichtet als stellvertretender Sprecher der Kommission von den Aktivitäten dieser Kommission im Jahr 2020.

Die Expertentagung zur „Gestaltung eines konstruktiven Übergangs von Schule zu Hochschule – Konkretisierung des Maßnahmenkatalogs“ in Münster wurde auf 2022 verschoben. Man hofft, dass diese Tagung dann in Präsenz stattfinden kann. 2021 wird es ein reduziertes digitales Angebot geben.

Im Oktober 2020 hat eine gemeinsame Kommissionssitzung mit Vasco Lorber (Fachkoordinator Mathematik Sek II, IQB) zu Fragen bezüglich der zentralen Abituraufgaben und zur Arbeit der Aufgabenkommission stattgefunden.

Im Rahmen einer Sitzung im Dezember 2020 wurde ein Treffen mit der COSH-Gruppe geplant.

Im Januar 2021 hat die Kommission ein Begrüßungsschreiben an die Vorsitzende der KMK (gemeinsam mit DMV und MNU), in dem es u. a. auch um den Übergang Schule-Hochschule ging, sowie einen Brief zu Vorgaben zum Einsatz digitaler Werkzeuge in den Abiturprüfungen verschickt.

2.4 *Symposien zu aktuellen Themen der Mathematikdidaktik*

Andreas Eichler berichtet, dass das Positionspapier „Umgang mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“, welches im Rahmen des 1. Symposiums am 22. 2. 2019 in Dortmund initiiert wurde, weit vorangeschritten ist. Es wurde am 02.11.2020 in einer größeren Runde diskutiert und anschließend finalisiert. Aktuell befindet es sich im Druck und soll etwa im Juli 2021 als Sonderdruck der GDM Mitteilungen (Heft 111S) disseminiert werden.

Das zweite Symposium zum Thema Digitalisierung hat am 8. 3. 2021 und 24. 3. 2021 stattgefunden. Die inhaltliche Ausrichtung des dritten Symposiums steht noch aus. Dem GDM-Vorstand können diesbezüglich gerne Vorschläge unterbreitet werden.

2.5 *Bericht Schriftführung*

Daniela Götze berichtet über den Stand und die Entwicklung der Mitgliederzahlen (Stichtag: 13. 3. 2021): Die GDM hat derzeit 1222 Mitglieder, das sind 8 Personen mehr als im Vorjahr.

Die Einreichungen für die Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (MGDM) laufen aktuell durchaus erfreulich. Die letzten beiden Hefte der Mitteilungen der GDM waren mit über 100 Seiten sehr gut gefüllt. Viele Beiträge adressierten die neuen Themenschwerpunkte *Maßnahmen im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung* oder *Digitales Lehren und Lernen in Coronazeiten*. Perspektivisch werden weitere Themen wie Inklusion oder auch Standortvorstellungen angestrebt.

TOP 3: Bericht des Kassenführers und der Kassenprüferin

Torsten Fritzlar berichtet, dass 2020 pandemiebedingt deutlich weniger Geld ausgegeben wurde als geplant. Gleichwohl wurde 2020 weniger Geld eingenommen, da viele Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler mit reduzierten Mitgliedsbeiträgen der GDM beigetreten sind. Im Jahr 2020 standen Einnahmen in Höhe von 84.446 € Ausgaben in Höhe von 74.575 € gegenüber (Saldo: 9.871 €). Zum 19. 3. 2021 befanden sich 83.158,13 € auf dem Konto der GDM. Eine Abschmelzung des Vereinsguthabens hat damit immer noch nicht stattgefunden. Dem Vorstand der GDM ist durchaus bewusst, dass ein gemeinnütziger Verein nicht mittel- und langfristig Gewinne in diesem Umfang erwirtschaften und Rücklagen bilden darf. Für das Jahr 2021 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von etwa -18.600 € vorgesehen, der vor allem durch die Finanzierung einer Geschäftsstelle bedingt wird (siehe TOP 5).

Bericht der Kassenprüferin

Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2020 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM) wurde von ihr am 18. und 19. 3. 21 in Luzern geprüft. Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2020, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Einnahmen und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit, alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege sind vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch und übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Einnahmen und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 1. 1. 2020 137.412,20 €
- Endbestand per 31. 12. 2020 73.335,06 €

Unter Beachtung des Ergebnisses wurde der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

TOP 4: Entlastung des Vorstands

Susanne Prediger beantragt die Entlastung der Vorstandes. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

TOP 5: Der Vorstand beantragt die Einrichtung einer Geschäftsführerin/eines Geschäftsführers der GDM

Andreas Eichler begründet diesen Antrag durch die Vielzahl an neuen sowie bestehenden Aufgabenfeldern innerhalb der GDM sowie der Größe der GDM mit mittlerweile über 1200 Mitgliedern. Bei der einzurichtenden Geschäftsführungsstelle handelt es sich um eine 25 %-Stelle angelehnt an TV-L 13 (Aufstockung). Das Aufgabenfeld wird von Andreas Eichler dezidiert dargelegt. Zudem berichtet er, dass der Vorstand bei der Einrichtung dieser Geschäftsführungsstelle vom Verein Ehrenamt e. V. beraten und unterstützt wird.

Von Seiten der Mitgliederversammlung gibt es bezüglich der Höhe der Stelle (lediglich 25 %) Bedenken, da befürchtet wird, dass diese schwer zu besetzen sei. Gleichermaßen werden schnelle Wechsel in der Besetzung vorausgeahnt. Gleichwohl will der Vorstand den Versuch gerne wagen.

Zudem gibt es Rückfragen zur Finanzierung in den kommenden Jahren, da die Kosten der Geschäftsführungsstelle aktuell zur Abschmelzung des Finanzpolsters genutzt werden. Gleichermaßen muss man bedenken, dass zeitgleich die Mitgliedsbeiträge für die Jahre 2020 und 2021 reduziert worden sind, sodass eine Erhöhung der Mitgliedsbeiträge auf das normale Niveau die Kosten für die Geschäftsführungsstelle wieder auffangen würde.

Die Mitgliederversammlung stimmt der Einrichtung einer Geschäftsführungsstelle zu (97 Ja-Stimmen, 2 Nein-Stimmen und 5 Enthaltungen).

TOP 6: Zeitschriften

6.1 *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*

Hedwig Gasteiger berichtet stellvertretend für das gesamte JMD-Herausgeberteam über die Entwicklungen des JMD. Im Jahr 2020 hat es ein Themenheft zum Themenschwerpunkt „Sprache“ gegeben, welches im April 2020 mit insgesamt sechs Beiträgen erschienen ist. Das Oktoberheft (10/20) und das Märzheft (03/21) waren mit je zehn Beiträgen sehr gut gefüllt. Das ist eine erfreulich komfortable Situation. 2022 wird ein neues Themenschwerpunkt-Heft zum diagnostischen Denken und Handeln von Mathematiklehrkräften von Timo Leuders, Anna Praetorius und Daniel Sommerhoff herausgegeben.

Bezüglich der zukünftigen Entwicklung des JMD berichtet Hedwig Gasteiger, dass auch für 2024 ein Themenheft fest eingeplant ist. Zudem beabsichtigt das Herausgeberteam die internationale Sichtbarkeit der Artikel durch englischsprachige Texte weiter zu erhöhen. So können bereits im JMD erschienene Artikel erneut in englischer Sprache eingereicht und nach einem (verkürzten) Reviewverfahren nochmals veröffentlicht werden. Bezüglich der Sichtbarkeit empfiehlt Hedwig Gasteiger, dass die Autorinnen und Autoren prüfen sollen, inwiefern sie zur Open Access-Veröffentlichung im Rahmen der DEAL-Vereinbarung berechtigt sind.

Zu guter Letzt wird Esther Brunner, die 2020 das Herausgeberteam verlassen hat, für ihr Engagement für das JMD gedankt.

6.2 *Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*

Timo Leuders berichtet stellvertretend für das gesamte Herausgeberteam über die Entwicklungen der Zeitschrift *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*. Die aktuellen Aktivitäten des Herausgeberteams betreffen vor allem die aktive Einwerbung von Beiträgen und die dazu notwendige Ausschärfung der Beitragstypen. Zudem soll die Praxisperspektive gestärkt werden, indem mehr Personen aus der Praxis in den Beirat der Zeitschrift gewählt oder zur Einreichung eines Beitrags aufgefordert werden. Darüber hinaus soll die Zeitschrift vor allem unter Personen aus der Praxis stark verbreitet werden.

6.3 *ZDM*

Gabriele Kaiser stellt die 2020 erschienenen Themenhefte vor. 2020 verzeichnete das ZDM 407 536 Downloads. Die meisten Zugriffe erfolgen aus dem asiatischen Raum (35 %), gefolgt von Zugriffen aus Europa (28 %) und Nordamerika (18 %). Die übrigen 19 % verteilen sich etwa gleich auf die Regionen Lateinamerika, Afrika und den mittleren Osten. Der Impact Factor lag 2019 bei 1,256. Ende 2026 wird Gabriele Kaiser final als Editor in Chief des ZDM aussteigen. Bis dahin gibt es eine fünfjährige Übergabephase an Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski.

6.4 *Der Mathematikunterricht*

Die Zeitschrift *Der Mathematikunterricht*, die viermal jährlich erscheint, verfolgt das Ziel einer Verknüpfung von Wissenschaft, Fachdidaktik und Unterricht. Damit bietet die Zeitschrift eine Plattform für die universitäre Fachdidaktik und wichtige Anregungen für jede Mathematiklehrkraft am Gymnasium, die ihre Unterrichtspraxis reflektieren und vom höheren Standpunkt aus betrachten will.

6.5 *mathematica didactica*

Benjamin Rott informiert darüber, dass die Zeitschrift *mathematica didactica* zukünftig als ein echtes Open Access-Journal mit DOI erscheinen wird. In den Jahren 2020 bis 2023 ist je ein Themenheft fest eingeplant. Darüber hinaus gibt es weitere freie Beiträge, die außerhalb eines speziellen Themenheftes erscheinen.

TOP 7: Wahlen: 1. Vorsitzende/r; Kassenführer/in; Beirat und Kassenprüfer/in

Folgende Positionen sind zu besetzen: 1. Vorsitzende/r, Kassenführer/in sowie Kassenprüfer/in. Die Wahlen werden anonym über Open Moodle vorgenommen.

1. Vorsitz:
Andreas Eichler bittet um Vorschläge zur Wahl. Hans-Georg Weigand schlägt Reinhard Oldenburg vor. Er scheint geeignet, da er nicht nur innerhalb der GDM recht aktiv ist (z. B. durch Veröffentlichungen in den MGDM), sondern auch den Praxisblick hat sowie international ausgewiesen sei. Susanne Prediger bekräftigt den Vorschlag von Hans-Georg Weigand. Reinhard Oldenburg kann sich die Tätigkeit als 1. Vorsitzenden der GDM gut vorstellen. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Reinhard Oldenburg wird gewählt (82 Ja-Stimmen; 3 Nein-Stimmen; 22 Enthaltungen). Er nimmt die Wahl dankend an.

Torsten Fritzlar dankt Andreas Eichler ganz herzlich für die vergangenen vier Jahre, für sein Engagement und die vielen Innovationen, die er für den Verein auf den Weg gebracht hat.

Kassenführer/in:
Silke Ruwisch schlägt Torsten Fritzlar zur Wiederwahl als Kassenführer vor. Torsten Fritzlar wäre bereit eine weitere Amtsperiode zu bestreiten. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Torsten Fritzlar wird gewählt (102 Ja-Stimmen; 0 Nein-Stimmen; 1 Enthaltung). Torsten Fritzlar nimmt die Wahl dankend an.

Beirat:
Folgende Beiratsmitglieder können wiedergewählt werden: Bärbel Barzel, Raja Herold-Blasius, Gabriele Kaiser, Henning Körner, Timo Leuders, Silke Ruwisch, Susanne Prediger und Rudolf vom Hofe. Keine Wiederwahl wünschen Raja Herold-Blasius, Gabriele Kaiser, Henning Körner, Susanne Prediger und Rudolf vom Hofe. Andreas Eichler dankt diesen fünf Personen für ihr Engagement für den Beirat. Zudem soll der Beirat um zwei weiteren Personen ergänzt werden, so dass insgesamt zehn Beiratsmitglieder zu wählen sind.

Zur Wahl stehen insgesamt elf Personen, die wie folgt gewählt wurden: Bärbel Barzel (94 Stimmen), Andreas Eichler (96 Stimmen), Sebastian Geisler (72 Stimmen), Gilbert Greefrath (80 Stimmen), Wolfgang Grohmann (30 Stimmen), Manuela Hillje (55 Stimmen), Timo Leuders (80 Stimmen), Marcus Nührenbörger (62 Stimmen), Elisabeth Rathgeb-Schnierer (74 Stimmen), Silke Ruwisch (83 Stimmen), Hans-Stefan Siller (62 Stimmen). Somit ist Wolfgang Grohmann nicht in den Beirat gewählt worden. Andreas Eichler dankt ihm für seine Bereitschaft, sich für den Beirat aufstellen zu lassen.

Kassenprüferin
Andreas Eichler schlägt Gabriela Schürch als Kassenprüferin vor (Wiederwahl). Frau Schürch wird gewählt mit (84 Ja-Stimmen; 0 Nein-Stimmen; 4 Enthaltungen). Sie nimmt die Wahl dankend an.

TOP 8: GDM Jahrestagung 2022 in Frankfurt

Susanne Schnell und Rose Vogel geben einen Einblick in den aktuellen Planungsstand der GDM Tagung 2022 in Frankfurt am Main. Das Motto der Tagung lautet „Mathematikdidaktiker/innen im Dialog“, da diese Tagung hoffentlich nach zwei Jahren wieder in Präsenz stattfinden kann.

TOP 9: Verschiedenes

Benjamin Rott und Jürgen Roth erkundigen sich nach der Entwicklung von MathEduc. Andreas Eichler und Ulrich Kortenkamp erläutern, dass FIZ Karlsruhe rechtliche Bedenken geäußert habe und damit die Verhandlungen gescheitert seien. Der Appell, diese Datenbank neu aufzustellen, wird mit in den Vorstand genommen.

Gabriele Kaiser erinnert, dass die ICME 14, die 2020 hätte stattfinden sollen, pandemiebedingt in das Jahr 2021 verschoben worden ist. Sie wird vom 11. 7. bis zum 18. 7. 2021 als hybride Veranstaltung angeboten. Es wird um zahlreiche Teilnahme gebeten.

Daniel Sommerhoff regt an, eine Überarbeitung der GDM-Guidelines in Erwägung zu ziehen. Dieser Hinweis wird vom Vorstand dankend aufgenommen.

Andreas Eichler schließt die Sitzung um 17.20 Uhr.

Protokoll: Daniela Götze

Daniela Götze, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: daniela.goetze@uni-muenster.de

Jahrestagung der GDM 2022 „Mathematikdidaktiker*innen im Dialog“

Frankfurt am Main, 29. 8.–2. 9. 2022

Wie Sie der GDM-Rundmail sicherlich bereits entnommen haben, wird die 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) 2022 als Sommertagung organisiert. Sie findet vom 29. 8.–2. 9. 2022 an der Goethe-Universität Frankfurt statt.

Neben den Hauptvorträgen wird ein Fokusvortrag zur frühen Bildung das Tagungsprogramm bereichern. Der Elementarbereich hat innerhalb der Wissenschaftler*innen des lokalen Frankfurter Tagungsorganisationsteams der Arbeitsgruppe Primarstufe des IDMI eine langjährige Forschungstradition und vervollständigt darüber hinaus den Blick auf ein lebenslanges Lehren und Lernen.

Wir freuen uns auf die Fokus- und Hauptvorträge von:

- Esther Brunner, *Pädagogische Hochschule Thurgau:* Guter Mathematikunterricht – Was verstehen wir genau darunter und wie lässt sich dies bestimmen?
- Christine Streit, *Pädagogische Hochschule FH Nordwestschweiz:* Mathematisches Lernen in materialbasierten Settings: kindgerecht und anschlussfähig
- Christof Schreiber, *Justus-Liebig-Universität Gießen:* Medien machen den Unterschied: Darstellen – Sprache – Heterogenität
- Birte Friedrich, *Universität zu Köln:* Gute Materialien machen noch keine gute Lehre – Auf die Expertise der Lehrenden kommt es (auch) an!
- Arthur Bakker, *Universiteit Utrecht:* The aftermath of the pandemic: Wohin? Wohin?
- Holger Horz, *Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt:* Lehren und Lernen im postpandemischen und (post-)digitalen Zeitalter

Auch Sie können die GDM 2022 mitgestalten, indem Sie einen Beitrag einreichen:

- 1. 3.–30. 4. 2022 Einreichung von Beiträgen in Minisymposien
- 1. 3.–5. 6. 2022 Einreichung von Einzelvorträgen, Kurzvorträgen, Postern und Diskussionsforen,

Ab dem 1. 3. 2022 können Sie sich für die Tagung anmelden. An dieser Stelle möchten wir ganz besonders auf die Anmeldungen zum Eröffnungs- und Gesellschaftsabend hinweisen. Hier werden wir Sie auf den Geschmack Frankfurts bringen. Seien Sie schnell und sichern Sie sich gleich zu Beginn der Tagungsanmeldung eine Eintrittskarte. Für die beiden Veranstaltungen steht ein begrenztes Kontingent zur Verfügung, sodass gegebenenfalls bei später Anmeldung eine Teilnahme nicht mehr gewährleistet werden kann. Anmeldeschluss ist für beide Abende der 5. 6. 2022.

Entdecken Sie Frankfurt kulturell, kulinarisch und sportlich, indem sie an einem der Ausflüge am Mittwochnachmittag teilnehmen. Informationen finden auf der Webseite der GDM. Einen Ausflug können Sie mit der Tagungsanmeldung auswählen. Anmeldeschluss für die Ausflüge ist der 5. 6. 2022.

Alle Informationen zur Tagung finden Sie auf der Tagungshomepage www.gdm-tagung.de.

Kommen Sie in die Mainmetropole und genießen Sie neben dem fachlichen Dialog die kulinarische und urbane Seite Frankfurts auf dem grünen Campus Westend.

Das lokale Organisations-Team der GDM 2022
Goethe-Universität Frankfurt
E-Mail: gdm2022@uni-frankfurt.de

Campus Westend der Universität Frankfurt, Tagungsort der GDM 2022 (Foto: Uwe Dettmar)

Arbeitskreis: Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik
Herbsttagung, 21./22. 10. 2021

Gabriele Kaiser und Timo Leuders

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik fand nach mehrmaligen Anläufen nun in einem hybriden Format im Kerschensteinerkolleg im Deutschen Museum München statt, organisiert von Stefan Ufer (LMU) und Kristina Reiss (TUM), denen hiermit nachdrücklich für ihre Arbeit gedankt wird.

In Präsenz waren 18 Teilnehmende vor Ort, die Anzahl war durch den ersten Herbststurm und den Problemen mit dem Zugverkehr etwas reduziert. Virtuell waren ungefähr 40 Teilnehmende zugeschaltet. Im Mittelpunkt der Tagung standen Vorträge zur internationalen Mathematikleistungsstudie PISA.

Trotz des noch etwas ungewohnten Formats gab es angeregte Diskussionen zu den folgenden fünf Vorträgen:

Raphaela Porsch (Fakultät für Humanwissenschaften, OVGU Magdeburg): *Effektiver Mathematikunterricht auch ohne Fachausbildung von Lehrkräften? Befunde und Forschungsdesiderata zum fachfremden Unterrichten*
Fachfremdes Unterrichten und seine Auswirkungen spielten in der Diskussion und Forschung der deutschen Erziehungswissenschaft als auch in den Fachdidaktiken noch immer eine eher marginale Rolle. Dagegen liegen vor allem aus den USA und Australien seit mehr als zwei Jahrzehnten umfangreiche Forschungsarbeiten vor. Ausgelöst durch die Berichte zu den IQB-Ländervergleichen wurde in den letzten Jahren stärker über Auswirkungen fachfremden Unterrichts und die Ableitung von Konsequenzen öffentlich diskutiert sowie Forschungsarbeiten wurden vorgelegt. In Vortrag wurden neben verschiedenen Positionen zur Erforschung von Lehrkräften, die ohne die formale Qualifikation in einem Fach regelmäßig unterrichten, eine Einführung in die Hintergründe sowie in internationale und nationale Forschungsarbeiten zum fachfremd erteilten Unterricht mit besonderem Schwerpunkt auf das Fach Mathematik gegeben. Zentral für die theoretischen Ansätze sowie die empirischen Arbeiten war die Frage, ob Unterricht auch ohne die Fachausbildung von Lehrkräften effektiv sein kann und welchen Stellenwert der grundständigen Lehrerausbildung zugeschrieben wird. Vor diesem Hintergrund wurden zum Abschluss Desiderata für zukünftige Forschungsarbeiten diskutiert werden, die einen großen Handlungsbedarf deutlich machten.

Jennifer Diedrich (TU München) [der Vortrag wurde von Kristina Reiss wegen Erkrankung der Referentin gehalten]: *Zwischen PISA 2000 und 2018. Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung*
Mathematik wird in PISA 2022 zum dritten Mal Hauptdomäne sein, ein guter Zeitpunkt, um die Ergebnisse in ihrer Entwicklung zu rekapitulieren: Nachdem das neue theoretische Rahmenkonzept im Vortrag „PISA 2022: Mathematisches Argumentieren zwischen Deduktion und Induktion“ im Mittelpunkt steht, wurde im Vortrag ein Überblick über das Abschneiden deutscher Schülerinnen und Schüler in Mathematik in PISA in allen Erhebungsrunden seit 2000 dargestellt. In den ersten Erhebungsrunde 2003 und 2006 lag Deutschland noch unter dem Durchschnitt aller OECD-Staaten, seit 2009 zeigten Jugendliche in Deutschland durchweg mathematische bessere Leistungen als Schülerinnen und Schüler im Durchschnitt der OECD Staaten. Im Vortrag wurde die Frage diskutiert, wie diese Entwicklung zu interpretieren ist. Dabei wurde auch auf die Gruppe der Leistungsstarken und auf die jener Schülerinnen und Schüler eingegangen, deren mathematische Kompetenz nicht das Niveau der Kompetenzstufe II erreichten.

Ana Tupac-Yupanqui (TU München): *Methodische Sekundäranalysen in PISA: Untersuchung der Validität von zwei Antwortformaten zur Erfassung von Lernstrategien*
Internationale Schulleistungsstudien wie PISA untersuchen neben Mathematikkompetenzen auch mehrdimensionale Bildungsziele wie motivationale Orientierungen, mathematikbezogene Einstellungen und Verhaltensweisen von Schülerinnen und Schülern. PISA erhebt mehrdimensionale Bildungsziele typischerweise auf einer klassischen Ratingskala per Selbsteinschätzung in einem umfangreichen Schülerfragebogen. Im Vortrag wurde aufgezeigt, dass aktuelle Studienbefunde deutlich machen, dass das Ratingskalenformat anfällig für Antwortverzerrungen ist. Dies stellt die Validität des Fragebogens in Frage und ist besonders problematisch für den internationalen Vergleich. Eine Möglichkeit, um die Validität und Unverfälschbarkeit

von Fragebögen zu erhöhen, sind alternative Antwortformate wie die Forced-Choice-Skala. Ziel der im Vortrag dargestellten methodischen Sekundäranalyse ist es, am Beispiel von mathematikbezogenen Lernstrategien die Forced-Choice-Skala und Ratingskala miteinander zu vergleichen, auf Validität zu untersuchen sowie zu prüfen, wie sie mit sozial erwünschtem Antwortverhalten zusammenhängen. Fokus des Vortrags war die Vorstellung der methodischen Sekundäranalyse sowie die Diskussion der Ergebnisse bzgl. der Frage, inwieweit die Forced-Choice-Skala als eine alternative Erhebungsmethode geeignet ist und welche Erkenntnisse die vorliegenden Befunde zur Diskussion um die Fragebogenkonstruktion in internationalen Schulleistungsstudien liefert.

Kristina Reiss (TU München): *PISA 2022: Mathematisches Argumentieren zwischen Deduktion und Induktion*
Zum dritten Mal nach 2003 und 2012 wird in der kommenden PISA-Studie die Mathematik die Hauptdomäne sein. Die Daten werden vertiefte Analysen zu kognitiven und affektiven Faktoren der mathematischen Kompetenz erlauben und auch Aussagen über das schulische Umfeld ermöglichen. Dabei ist es üblich, dass das Rahmenkonzept eines Gebiets welches Hauptdomäne ist, überarbeitet wird und es werden dazu passende neue Items entwickelt. Obwohl dieses neue Framework für PISA 2022 zwar erst in einem Entwurf vorliegt, dürfte der Fokus gesetzt sein. Hier wird dem Argumentieren eine zentrale Rolle eingeräumt. Explizit werden dabei zwei Aspekte ausgewiesen, nämlich zum einen das vor allem in der reinen Mathematik übliche deduktive Argumentieren und zum anderen das in der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik wichtige induktive Argumentieren. Im Vortrag wurde das Rahmenkonzept dargestellt und Konsequenzen für die weitere Entwicklung von PISA diskutiert.

Dunja Rohenroth, Irene Neumann und Aiso Heinze (IPN Kiel): *Studieren ohne Mathe? Mathematische Lernvoraussetzungen für Studienfächer außerhalb des MINT-Bereichs*
Mathematik nimmt in den MINT-Studienfächern (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Mathematik) unumstritten eine zentrale Rolle ein und dies in der Regel gleich zu Studienbeginn. Doch auch außerhalb des MINT-Bereichs werden mitunter substanzielle mathematische Anforderungen an die Studienanfängerinnen und Studienanfänger gestellt. Welche konkreten mathematischen Lernvoraussetzungen in Studienfächern außerhalb des MINT-Bereichs von Studienanfängerinnen und Studienanfängern erwartet werden, wurde in Anlehnung an die Studie MaLeMINT (Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge) im Rahmen einer Delphi-Studie mit rd. 550 Hochschullehrenden aus ganz Deutschland erfasst. Dabei zeigte sich, dass die Anforderungen in den Studienfächern außerhalb des MINT-Bereichs sehr divers sind. Die Studienfächer ließen sich jedoch zu fünf Studienfachgruppen zusammenfassen, die jeweils ähnliche mathematische Anforderungen an ihre Studierenden stellen. Im Vortrag wurde das Vorgehen der Studie berichtet und es wurden Einblick in die Ergebnisse der Studie gegeben. Insgesamt wurde festgestellt, dass etwa 80 % aller Studierenden in Deutschland mathematische Kompetenzen in ihrem Studium benötigen, die über ein einfaches Basisniveau hinausgehen.

Abschließend wies Maike Abshagen noch auf die *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis* (ZFMP) hin, die insbesondere eine Brücke schlagen will zwischen Wissenschaft und der Praxis, d. h. zu den Multiplikator*innen, den Lehrkräften und der Bildungsadministration. Insbesondere die im Arbeitskreis diskutierten Beiträge passen sehr gut in diese Zeitschrift und sollten daher bei Einreichungen von Arbeiten bedacht werden.

Am Ende des ersten Tages wurden Interna des Arbeitskreises diskutiert, wie z. B. die Wahl der Arbeitskreisleitung, die im Frühjahr virtuell stattfinden soll. Des Weiteren wurde bis auf Weiteres beschlossen, dass eine Tagung im Jahr in Präsenz stattfinden soll und weitere Aktivitäten virtuell in Form von halbtägigen Sitzungen.

Die nächste Präsenztagung wird am 27. und 28. Oktober 2022 in Münster stattfinden, ausgerichtet von Gilbert Greefrath und Stanislaw Schukajlow (WWU Münster).

Virtuelle Tagungen werden im Frühjahr bzw. Frühsommer 2022 stattfinden, Themenvorschläge sind willkommen und sollten an die Arbeitskreisleitung geschickt werden.

Gabriele Kaiser, Universität Hamburg
E-Mail: gabriele.kaiser@uni-hamburg.de

Timo Leuders, PH Freiburg
E-Mail: leuders@ph-freiburg.de

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

Digitale Herbsttagung, 8. 10. 2021

Renate Motzer

Am Freitag, den 8.10.2021 trafen sich die Teilnehmerinnen des diesjährigen Arbeitskreistreffens vor ihren Laptops zu dem von Renate Motzer (Uni Augsburg) vorbereiteten Zoom-Treffen, der 32. Herbsttagung des Arbeitskreises.

Im ersten Vortrag berichteten Anina Mischau und Anna Ransiek (FU Berlin) unter dem Titel „Vergeschlechtlichtes Gatekeeping bei der Rekrutierung von Nachwuchswissenschaftler:innen in einem mathematischen Exzellenzcluster" von ihren Forschungen im Rahmen eines entsprechenden Clusters.

Sekundärstatistische Auswertungen der amtlichen Bildungs- und Hochschuldaten zeigen für Deutschland kaum Veränderungen in der vertikalen Segregation in der Mathematik. Trotz steigender Frauenanteile auf allen Qualifikations- und Statusebenen besitzt das Bild der Leaky Pipeline für die Beschreibung der asymmetrischen Geschlechterverhältnisse in der Mathematik an Hochschulen (und in der Wissenschaft) nach wie vor uneingeschränkt Gültigkeit. Das empirisch angelegte mixed-method Projekt „MATH+ as a research object" untersucht aus unterschiedlichen Perspektiven mögliche Ursachen und Mechanismen der Reproduktion dieser Geschlechterverhältnisse (oder deren mögliche Überwindung) innerhalb eines mathematischen Exzellenzclusters. Das Forschungssetting bietet die einmalige Gelegenheit, sowohl den Zugang zu einer exzellenten Forschungsumgebung auf den unterschiedlichen Karrierestufen als auch Statusübergänge innerhalb des Clusters sowie im akademischen Bereich zu untersuchen. Das Projekt fokussiert dabei vor allem auf die Rolle von Karrierewissen, Karrieregeschwindigkeiten, Gatekeeping sowie Anerkennungs- und Unterstützungskulturen. Neben Gelingensmöglichkeiten und -bedingungen erfolgreicher Karrierewege wird auch das ungleichheitsreduzierende Potenzial von karriereunterstützenden Maßnahmen im Bereich Gleichstellung und Diversity innerhalb des Clusters untersucht. Die Befunde können – aufgrund der selektiven Gruppe und der Spezifik des Kontextes – zwar nicht einer verallgemeinerbaren Erklärung der Leaky Pipline in der Mathematik dienen. Sie können jedoch die Frage erhellen, welche Mechanismen der Reproduktion von Geschlechterasymmetrien möglicherweise in einer exzellenten Umgebung (noch) wirken oder sich ggf. (auch durch intervenierende Maßnahmen) nivellieren. Im Rahmen des Vortrages stellten die beiden Referentinnen erste Befunde aus dem qualitativen Teil des Projektes vor. Diese basieren auf Leitfadeninterviews mit Wissenschaftler*innen in (Projekt-)Leitungspositionen des Exzellenzclusters. Inhaltlich fokussierten sie auf das Rekrutierungshandeln dieser Wissenschaftler:innen als Element des Gatekeeping sowie auf deren (vergeschlechtliche) Deutungen im Zusammenhang mit Rekrutierungsprozessen. Es wurde vorgestellt und diskutiert, dass (und inwiefern) die Praxis der Rekrutierung, Vorstellungen von Exzellenz und Qualität, implizite (unreflektierte) Auswahlkriterien und Genderstereotype zur Entstehung und Verstärkung geschlechtsspezifischer Ungleichheiten im Exzellenzcluster beitragen. Die Referentinnen verwiesen für die detaillierte Darstellung der Befunde auf den Bericht, der unter bibliothek.wzb.eu/pdf/2021/i21-501.pdf nachgelesen werden kann:

Hofmeister, Sophie; Lindenau, Johannes; Mischau, Anina; Ransiek, Anna & Solga, Heike (2021): Erste Befunde aus dem Projekt ‚MATH+ as a Research Object'. Karriereziele, -wissen und -handeln, Nachwuchsförderung und Rekrutierung. WZB Discussion Paper SP I 2021-501 SP I 2021-501. Berlin: WZB

Der zweite Vortrag beschäftigte sich mit Prüfungsformaten als Ansatzpunkt gendersensibler universitärer Lehre in der Mathematik. Er wurde von Lara Gildehaus (Uni Paderborn) mit Unterstützung von Robin Göller (Leuphana Lüneburg) gehalten.

Frauen sind auf höheren Stufen der akademischen Laufbahn nach wie vor unterrepräsentiert – im Fach Mathematik zeigt sich diese Leaky Pipeline besonders deutlich. Leistungsunterschiede können hier eine Rolle für die ungleiche Partizipation spielen, auch wenn die empirische Befundlage dazu nicht eindeutig ist. Vor dem Hintergrund bestehender Stereotype, affektiver Merkmale und Persönlichkeitseigenschaften als auch verschiedener Prüfungsformate wurde untersucht, ob es geschlechtsspezifische Unterschiede im Zusammenhang von verschiedenen Prüfungsformaten zur Erfassung mathematischer Leistungen in universitären Lehrveranstaltungen gibt. Dazu wurden die Leistungen der wöchentlichen Hausaufgaben mit der jeweiligen Abschlussprüfung verglichen. Unter anderem zeigt sich, dass es männlichen Studierenden signifikant häufiger gelingt, trotz verhältnismäßig schwächerer Leistungen bei den Übungsaufgaben verhältnismäßig bessere Klausurleistungen zu erzielen. Die Ergebnisse wurden vor dem Hintergrund gendersensibler universitärer Lehre diskutiert.

Die Inhalte dieses Vortrags sind demnächst ausführlich im neuen Band der vom Arbeitskreis herausgegebenen Reihe „Gender und Mathematik“ nachzulesen. Der Band liegt derzeit druckreif beim Verlag.

Von der Exzellenz über die Studienanfänger kamen wir nun im dritten Vortrag des Vormittags in die Schulen. Maxim Brnic (Uni Münster) referierte aus seinem Forschungsbereich zu „Profitieren Mädchen mehr von interaktiven Materialien als Jungen? Eine Studie zu Geschlechterunterschieden beim Lernen mit einem digitalen Schulbuch im Vergleich zu gedruckten Materialien“.

Aktuelle digitale Mathematikschulbücher unterscheiden sich u. a. durch die Integration von digitalen Werkzeugen und interaktiven Aufgaben von traditionellen (gedruckten) Schulbüchern. Inwiefern die Nutzung eines solchen digitalen Schulbuchs mit dessen Potentialen das Lernen und die Leistung der Schüler:innen beeinflusst, wird im Projekt KomNetMath untersucht. Dies erfolgt im Rahmen einer Unterrichtsreihe zu bedingten Wahrscheinlichkeiten, in der Schüler:innen entweder mit einem digitalen Schulbuch oder mit analogen (gedruckten) Materialien arbeiten. In dieser quasi-experimentellen Interventionsstudie im Pretest-Posttest-Design werden die Gruppen bezüglich ihrer Leistung und Geschlechterunterschieden miteinander verglichen. Die Ergebnisse zeigen bereits zum Pretest Unterschiede zwischen den Geschlechtern auf, wobei in der anschließenden Unterrichtsreihe insbesondere Mädchen von den interaktiven Materialien zu profitieren scheinen. Diese Ergebnisse wurden im Vortrag vorgestellt und anschließend intensiv diskutiert.

Mehr zum Projekt KomNetMath kann man auf den Internetseiten des Projekts (www.uni-muenster.de/IDMI/arbeitsgruppen/ag-greefrath/komnetmath.html) finden.

Nach der Mittagspause ging es gedanklich zurück an die Uni, und zwar zur Lehramtsausbildung künftiger Grundschullehrkräfte. Christine Scharlach (FU Berlin) stellte das Mathematische Propädeutikum vor – einen einsemestrigen Brückenkurs für Studierende des Grundschullehramts. Ein Mangel an mathematischem Vorwissen und Lernmethoden bei einem großen Teil von Studienanfänger:innen ist ein bekanntes und hochproblematisches Phänomen. Studierende des Grundschullehramts, insbesondere wenn Mathematik Pflichtfach ist, sind davon nicht nur stark betroffen, sondern eine besonders wichtige Gruppe. Als Multiplikator:innen haben sie einen wesentlichen Einfluss auf die mathematischen Kompetenzen zukünftiger Generationen. Um der Problematik zu begegnen, wurde im Jahr 2019 zusammen mit Dr. Jan-Hendrik de Wiljes an der Freien Universität das im ersten Semester stattfindende Mathematische Propädeutikum entwickelt, das aktuell primär von Studierenden des Grundschullehramts besucht wird. In diesem Vortrag wurden sowohl das Konzept vorgestellt als auch erste Rückmeldungen von Studierendenseite präsentiert.

Den Abschluss des Treffens stellte die Arbeitskreissitzung dar. Es wurde vereinbart, dass die nächste Herbsttagung wieder Anfang Oktober stattfinden soll (am 6. und 7. 10. 22 oder am 7. und 8. 10. 22 – auch abhängig davon, ob sich die Tagung als Präsenztagung ausrichten lassen wird oder wieder digital sein wird). Inhaltlich wurde ins Auge gefasst, die Projekte, die diesmal vorgestellt wurden, weiter zu vertiefen. Außerdem wurde vorgeschlagen, ein von Studierenden entworfenes mathematisches Lernspiel auszuprobieren.

Renate Motzer, Universität Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Grundschule

Herbsttagung, 5./6. 11. 2021

Barbara Ott, Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Daniel Walter und Gerald Wittmann

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand in diesem Jahr online am 5. und 6. 11. 2021 statt. Es trafen sich etwa 200 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -fortbildung. Die Tagung stand unter dem Thema *Blick auf Schulcurricula Mathematik – Empirische Fundierung?*

Nach der Begrüßung eröffnete Bernd Wollring am Freitagnachmittag die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag. Er befasste sich mit dem Thema *Leitbild „Intellektuelle Autonomie" – Eine persönliche Sicht auf curriculare Wandlungen im Mathematikunterricht der Grundschule*. Die intellektuelle Autonomie von Grundschulkindern beim Lernen von Mathematik wurde an vier Beispielen zu empirischen Analysen von Eigenproduktionen beschrieben. Berichtet wurde, wie Studierende des Grundschullehramtes sich mit diesen Befunden so auseinandersetzen können, dass sie zum einen die Elemente autonomen Lernens in den dokumentierten Eigenproduktionen erschließen und zum anderen selbst Erfahrungen zum autonomen Lernen von Mathematik erwerben.

Am Samstag widmeten sich Katrin Akinwunmi und Miriam Lüken in ihrem Vortrag dem Thema *Muster und Strukturen – Empirische Forschung zu einem schillernden Inhaltsbereich?* Sie hoben zunächst die Bedeutung des Bereichs Muster und Strukturen hervor. Dabei gingen sie darauf ein, dass kein Inhaltsbereich in der Curriculumentwicklung so kontrovers diskutiert wird wie der Bereich Muster und Strukturen und kein Inhaltsbereich für Forschung und Praxis so viele Fragen aufwirft. In ihren Ausführungen klärten sie zunächst die Begriffe „Muster" und „Struktur", um darauf aufbauend grundlegende empirische Studien vorzustellen. Abschließend gaben sie einen Ausblick auf bestehende Forschungsdesiderate und die notwendige Weiterarbeit bezüglich dieses Inhaltsbereichs.

Silke Ruwisch griff in ihrem Vortrag das Thema *Statistisches Denken in der Grundschule – alles nur Zufall?* auf. Sie hob zunächst hervor, dass es für eine mündige gesellschaftliche Teilhabe immer wichtiger erscheint, statistische Informationen zu verstehen, um sie kritisch hinterfragen und beurteilen zu können. Sie betonte, dass mit den Bildungsstandards bereits 2004 stochastische Fragen im Mathematikunterricht der Grundschule ein höheres Gewicht erhielten. Aktuell stellt sich jedoch die Frage: Gelingt es, eine derartige Grundhaltung anzubahnen, die langfristig zu einer dementsprechenden Datenkompetenz bei Grundschulkindern ausgebaut werden kann? Weiter stellte Silke Ruwisch Forschungsbefunde zur Datenkompetenz vor. Dabei ging sie auf Facetten der Datenkompetenz ein und beschrieb Lerngelegenheiten, die Grundschulkinder diesbezüglich erhalten und benötigen. In diesem Zusammenhang arbeitete sie typische Fehlvorstellungen heraus. Abschließend beschrieb sie Herausforderungen in der Lehrkräftebildung, um im Unterricht die langfristige Entwicklung einer Statistical Literacy zu sichern.

An den beiden Tagen wurden zudem sieben Arbeitsgruppen angeboten, in denen vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Frühe mathematische Bildung (Koordination: Julia Bruns, Meike Grüßing)
- PriMaMedien (Koordination: Roland Rink, Daniel Walter)
- Arithmetik (Koordination: Charlotte Rechtsteiner)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Uta Häsel-Weide)
- Geometrie (Koordination: Simone Reinhold, Carla Merschmeyer-Brüwer, Elisabeth Unterhauser)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Grit Kurtzmann)
- Lehrerbildung (Koordination: Stephanie Schuler, Gerald Wittmann)

Weiter gab es erneut ein Austauschforum zwischen dem Nachwuchs und länger im Beruf stehenden Mitgliedern des Arbeitskreises. In Kleingruppen nutzten die Teilnehmenden die Möglichkeiten, mit Silke Ruwisch und Stephanie Schuler bzw. Anna Susanne Steinweg und Aiso Heinze zu Fragen einer wissenschaftlichen Laufbahn ins Gespräch zu kommen. Darüber hinaus gab es individuelle Beratungsangebote von 15 weiteren Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern, die rege genutzt wurden.

Turnusmäßig fand ein Wechsel im Sprecher*innenrat statt. Elke Binner und Marcus Nührenbörger wurde für ihre bisherige Tätigkeit gedankt, Daniel Walter und Gerald Wittmann wurden neu in den Sprecher*innenrat gewählt.

Der Tagungsband enthält die drei Hauptvorträge und dokumentiert zudem die Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Er erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ der UBP (University of Bamberg Press) und wird von Anna Susanne Steinweg herausgegeben. Über OPUS (opus-bayern.de/uni-bamberg/) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule wird vom 11. bis 13. 11. 2022 stattfinden, abhängig von den Gegebenheiten nochmals online oder wieder in Präsenz. Aktuelle Informationen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter: didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/

Barbara Ott, Pädagogische Hochschule St. Gallen
E-Mail: barbara.ott@phsg.ch

Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Universität Kassel
E-Mail: rathgeb-schnierer@mathematik.uni-kassel.de

Daniel Walter, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: d.walter@uni-münster.de

Gerald Wittmann, Pädagogische Hochschule Freiburg
E-Mail: gerald.wittmann@ph-freiburg.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore

Online, 23. 9. 2021

Katja Lengnink, Tim Lutz und Franziska Strübbe

Die diesjährige Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore fand am 23. 9. 2021 digital in Paderborn statt (Örtliche Tagungsleitung: Uta Häsel-Weide). Das Thema der Herbsttagung war „Inklusion und Lehr-Lern-Labore“. Auf dem Programm waren neben einem interdisziplinären Hauptvortrag zum Thema „Inklusion gemeinsam verstehen. Domänenspezifische Perspektiven auf inklusiven Unterricht in Austausch und Durchdringung“ und der Vorstellung des Paderborner Lehr-Lern-Labors ZahlenRaum mehrere Vorträge und Workshops.

Jürgen Roth eröffnete den Arbeitskreis und informierte über organisatorische Fakten (Homepage, E-Mail-Verteiler). Es wurde auf die 7. Tagung des Arbeitskreises in Basel aufmerksam gemacht, die aufgrund der Verschiebung der GDM-Tagung in den Herbst 2022 nun im Frühjahr 2023 stattfinden wird. Weitere Informationen zum Arbeitskreis finden Sie unter madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Lehr-Lern-Labore_Mathematik.

Thematischer Schwerpunkt der AK-Tagung in Paderborn

Die Tagung begann mit einem interdisziplinären Hauptvortrag zum Thema „Inklusion gemeinsam verstehen. Domänenspezifische Perspektiven auf inklusiven Unterricht in Austausch und Durchdringung“, der von der Paderborner Forscher/-innen/gruppe (Uta Häsel-Weide, Iris Kruse, Oliver Reis und Katharina Rohlfing) gehalten wurde.

Im Vortrag wurde herausgearbeitet, dass sich Unterrichtsforschung zur Inklusion unter anderem damit befasst, Praktiken zu erkennen und Prozesse zu durchdringen, die inklusives Lehren und Lernen prägen. Die Zugriffe und Zuschreibungen der jeweiligen Forschungsdisziplinen auf das, was unter dem ‚Label‘ Inklusion betrachtet oder als Kriterien für Gelingen herangezogen werden, wurden als durchaus unterschiedlich beschrieben. Im Vortrag wurden von der Forscher/-innen/gruppe unterschiedliche Wahrnehmungen von Inklusion transparent gemacht. Dafür wurden vignettenbasierte interpretative Prozesse genutzt, die in praxistheoretischer Ausrichtung auf Selbstaufklärung, Zusammenführung und Fortentwicklung des Inklusionsverstehens abzielen. Am Beispiel einer Vignette aus dem Mathematikunterricht und der zugehörigen interdisziplinären Interpretationen wurden im Vortrag Einblicke in die Arbeit der Forscher/-innen/gruppe gegeben.

Im weiteren Verlauf des Tages wurden verschiedene Vorträge und Workshops angeboten, auf die sich die 40 Teilnehmer/-innen in zwei Zoom-Räumen verteilen konnten:

Annika Bachmann und Eva Müller-Hill (beide Universität Rostock) hielten einen Vortrag mit dem Titel „Forschungswerkstatt:Mathematik – ein theoretischer didaktischer Rahmen für das Werkstattseminar“. Sie stellten theoretisch-didaktische Bausteine für das Seminar sowie deren digitale Umsetzung im Online-Sommersemester 2021 vor. In dem Seminar entwickeln Studierende Lernumgebungen zum forschenden mathematischen Arbeiten, die mit Schüler/-inne/n erprobt und schließlich in das Angebot des Lehr-Lern-Labors integriert werden. Die Vortragenden präsentierten Materialien und Aktivitäten für das digitale Werkstattseminar sowie zwei Modelle als theoretischen Input. Diese Modelle umfassen das Zusammenspiel von Abduktion, Deduktion und Induktion beim forschenden Arbeiten sowie Leitfragen für die konkrete Themenfindung, Planung und Reflexion der Lernumgebungen. Darüber hinaus wurden Reflexionen der Studierenden und Ergebnisse aus einer lernzielorientierte Evaluation nach dem Bielefelder Modell eingeordnet und diskutiert.

Tim Lutz (Universität Landau) gab einen Überblick über von ihm erstellte aktuelle digitale Entwicklungen zur Verwendung in Lehr-Lern-Laboren. Besonders im Fokus stand dabei die zufallsdocu App, die bei der Durchführung von Zufallsexperimenten Protokollaufwand reduziert und Livestatistiken nutzbar macht. Mithilfe der App kann mehr Zeit auf die Phasen „Durchführung“ und „Reflexion“ von Zufallsexperimenten verwendet werden. Die zufallsdocu App ist praxisorientiert: Sie ist leicht bedienbar und steht jederzeit anonymisiert und ohne Login zum Einsatz im Unterricht zur Verfügung. Über die Lehrer-Ansicht sind verschiedene weitere Features wie „Beamer-Ansicht“ u. a. verfügbar. Link zur App: statistics.helpers.timlutz.de/zufallsdocuTeacher/

Karin Richter und Maria Kötters (beide Universität Halle-Wittenberg) berichteten in ihrem Work-in-Progress-Bericht über ein Projekt der Experimente-Werkstatt Mathematik der Universität Halle. Unter dem Titel „Die Form folgt der Funktion – Untersuchungen zur Initiierung von Problemlöse-Prozessen bei Schüler/-innen am Beispiel der Beschäftigung mit dem Bauhaus-Schachspiel“ ist es Anliegen des Projektes zu untersuchen, wie in offenen Lernsituationen aus der Besonderheit des vorgegebenen Materials heraus kreative Handlungssituationen für Schüler/-innen entstehen können und wie diese zu konkreten Problemlösestrategien führen. Den Ausgangspunkt hierfür bildete der methodische Bauhaus-Ansatz Die Form folgt der Funktion, speziell umgesetzt in dem streng geometrisch konzipierten Schachspiel des Bauhaus-Werkmeisters Joseph Hartwig, das er vor etwa 100 Jahren entwickelte. In dem Bericht wurden Erfahrungen über sehr verschiedenartige Beschäftigungsansätze von Schüler/-inne/n sowie Lehramtsstudierenden in der Auseinandersetzung mit dem Bauhaus-Schach vorgestellt. Die Breite der gewählten Herangehensweisen und entstandenen Produkte machte deutlich, wie mathematisch tragfähig und wie methodisch-didaktisch ergiebig dieser besondere Ansatz für die Etablierung einer offenen und effektiven Lernsituation ist.

Susanne Digel (Universität Landau) stellte Ergebnisse ihrer Studie zu Einstiegsexperimenten mit einer Kombination aus Realmaterial und Simulationen zum funktionalen Denken vor, die die Bedeutung von kooperativen Arbeitsformen mit Gelegenheiten zum Diskurs in Distanz- und Präsenzunterricht unterstreichen. Im Rahmen der Studie wurde das Lehr-Lern-Labor „Mathe ist mehr“ um Einsatzszenarien für den Distanz- und Wechselunterricht erweitert: mobile Experimentierboxen kombiniert mit GeoGebra-Classrooms, bzw. mit Arbeits- und Hilfeheften, sowie Online-Simulationen. Betreut wurden die teilnehmenden Schüler/-innen in Kleingruppen per Videokonferenz. In der vergleichenden Studie war die qualitative Lernumgebung, die Zusammenhänge und Änderungsverhalten fokussiert, einem numerischen Ansatz, mit der Messwerterfassung als Grundlage für die Erarbeitung der Zusammenhänge, deutlich überlegen, wenn Gelegenheit zu Diskurs bestand. Die Bedeutung der Diskursphasen, sowie die überraschend vergleichbare Wirksamkeit in leistungsheterogenen und -homogenen Gruppen wurden diskutiert.

In einem Mittagsslot wurde das Paderborner Lehr-Lern-Labor ZahlenRaum in drei Sessions vorgestellt:

Andrea Dettelbach und Vivian Vitt berichteten vom Projekt „Zahlenstark“ und gaben den Teilnehmer/-inne/n einen Einblick in Organisationsstruktur und Aufgabenformate des Projekts. Schüler/-innen der 2. bis 4. Klasse werden im Lehr-Lehr-Labor beim Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen von Studierenden unterstützt. Studierende des Lehramts sonderpädagogische Förderung haben so die Möglichkeit im Rahmen des Lehr-Lern-Labors förderdiagnostische Kompetenzen zu entwickeln. Sie werden bei der Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung von Förderstunden mit Kindern in einem Seminar begleitet. Bedingt durch die Corona-Pandemie konnten im ZahlenRaum in den letzten Monaten die Förderstunden nur digital stattfinden. Daher wurde unter den Teilnehmer/-innen insbesondere ein Erfahrungstausch initiiert, um über Best Practice Beispiele zu diskutieren und erfolgreiche Konzeptideen weiterzugeben.

Melina Wallner präsentierte die Entwicklungsarbeit im Kontext von Lehr-Lern-Laboren. Dazu stellte sie eine Lernumgebung zur Symmetrie vor, die für inklusive Schulklassen im Rahmen für das Angebot „Gemeinsam Lernen im ZahlenRaum“ entwickelt und ihrer Dissertation beforscht wird. Die Teilnehmer/-innen erhielten die Gelegenheit, Aufgaben zu erproben und waren eingeladen über Design-Prinzipien und konkrete Umsetzungsmöglichkeiten zu diskutieren.

Den Schwerpunkt auf die Analyse von Verständnisprozessen legte Ninja Del Piero. Sie erläuterte am Beispiel des Begriffsverständnisses zur Kongruenz, wie die Daten aus dem Lehr-Lern-Labor von Studierenden im Rahmen des begleitenden Seminars sowie weiterführend von ihr selbst mit Mitteln der interpretativen Unterrichtsforschung ausgewertet werden können, und stellte Ergebnisse ihrer Dissertation vor.

Wahl der Sprecher/-innen des Arbeitskreises

Jürgen Roth übte sechs Jahre lang mit großem Engagement das Amt des Sprechers aus. Als Vertreter des wissenschaftlichen Nachwuchses stand ihm dabei Holger Wuschke zuletzt zur Seite. Wir danken beiden herzlich für ihre verlässliche und erfolgreiche Tätigkeit. Beide wollten ihre Ämter nun in andere Hände abgeben.

Für die Neuwahl der Sprechergruppe kandidierten Katja Lengnink (bisherige stellvertretende Sprecherin nun Sprecherin), Tim Lutz (stellvertretender Sprecher) und Franziska Strübbe (Nachwuchsvertretung). Alle drei wurden einstimmig gewählt und nahmen die Wahl an. Die Sprecher/-innen/gruppe erreichen Sie unter: sprechergruppe-ak-lll@mathe-labor.de

Wir danken der Paderborner Gruppe für die hervorragende Organisation der Tagung und allen Mitgliedern des AK für die thematischen Inputs und die intensive Diskussion.

Katja Lengnink, JLU Gießen
E-Mail: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Tim Lutz, Universität Landau
E-Mail: lutz@uni-landau.de

Franziska Strübbe, Universität Münster
E-Mail: struebbe@uni-muenster.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung

Online, 22. 10. 2021

Tanja Hamann und Stefan Pohlkamp

Am 22. Oktober 2021 fand im Online-Format die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ statt, an der sich über 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bildungsinstitutionen aus ganz Deutschland und Österreich beteiligten. Der Austausch stand unter dem Oberthema „Mathematik, Gesellschaft und Wahrheit“, und die Beiträge gingen alle den Fragen nach, welche Rolle mathematischer Bildung und mathematischer Modellierung angesichts der aktuellen vielfältigen gesellschaftlichen Transformationen (Klimakrise, zunehmende Verbreitung von Fake News ...) zukommt, und was Wahrheit im Kontext von Mathematik und Mathematikdidaktik bedeutet bzw. bedeuten kann.

Im Eröffnungsbeitrag „Modelling climate change in the CiviMatics project“ stellten Yael Fleischmann, Heidi Strømskag und Frode Rønning (NTNU Trondheim) theoretische Fundierung und erste Ergebnisse aus einer internationalen Forschungskooperation vor. Ein konkreter Anlass des norwegischen Teilprojekts ist eine neu zu gestaltenden Veranstaltung im Master-Studiengang, in der sich MINT-Lehramtsstudierende lebensweltliche Phänomene forschend aneignen sollen. Als theoretische Grundlage dient dabei Chevallards Anthropological Theory of the Didactic.[1] In dem sehr formalen Ansatz geht es darum, wie in einem didaktischen System auf eine erste Forschungsfrage hin Wissen generiert wird. Wichtige Elemente sind dabei aus der Literatur abgeleitete Antworten, wissenschaftliche Arbeitsweisen (z. B. Theorien, Experimente etc.), weiterführende Fragen sowie die gewonnenen Daten. Diese Forschungspraxis wird für Studierende an interdisziplinären Lernmaterialien zur Rolle von Methan in der Klimakrise selbst nachempfunden. Zwei Forschungsfragen sind dabei leitend: Für die Mathematik wird nach dem Beitrag von Methan zum Treibhauseffekt gefragt, während in der Chemie für die qualitative Bedeutung dieses

[1] Z. B. Chevallard, Y. (2019) “On using the ATD: Some clarifications and comments”, Educ. Matem. Pesq. 21(4), S. 1–17, DOI:10.23925/1983-3156.2019v21i4p001-017

Gases sensibilisiert wird. Aus mathematikdidaktischer Sicht können bei der Beantwortung einer realistischen Fragenstellung so viele relevante Inhalte (z. B. Data Literacy, Kurvendiskussionen, aber auch algebraische Strukturen) und deren Anwendungsbedeutung erschlossen werden. Insgesamt gewährten die Vortragenden dem Arbeitskreis interessante Einblicke, wie gesellschaftsrelevante Themen, die für die Schule geeignet sind, aber nicht fächergetrennt gedacht oder behandelt werden können/sollen, schon in der Lehramtsausbildung integriert werden können.

An das Thema der Klimakrise schloss sich Antonius Warmelings (MUED e. V.) Vortrag „Fake News entlarven – manchmal hilft Mathematik … “ an. Er präsentierte eine umfassende Auswahl an konkreten Beispielen aus einschlägigen Ecken sozialer Medien, um an diesen jeweils exemplarisch bestimmte typische Strategien zur Desinformation aufzuzeigen. Wo etwa aus einem Datensatz mit schwankenden Werten ein Ausschnitt ausgewählt wird, für den die Sommertemperaturen jährlich sinken oder eine Temperaturkurve seit der Eiszeit im Jahr 1950 endet, genügt – neben einer teils beeindruckenden Rechercheleistung – bereits Mittelstufenmathematik, um die statistischen Verfälschungen und Verkürzungen zu entlarven. Der mathematikspezifische Aufklärungsbedarf wird auch beim Thema Covid-19 deutlich, wo Desinformation etwa auf dem Simpson-Paradoxon oder einer unzulässigen Interpretation von bedingter Wahrscheinlichkeit beruht. Bei einer solchen fachspezifischen Sensibilisierung an exemplarischen, im Alltag aber sehr präsenten Fake News, die um überfachliche Erkenntnisse wie den Unterschied zwischen Korrelation und Kausalität ergänzt wird, werden Kompetenzen des kritischen Denkens gefördert. Insgesamt wurde diese unterrichtspraktische Ausgestaltung des Bildungsanspruches von Mündigkeit durch Mathematik sehr positiv aufgenommen, es bestand sogar der Wunsch nach weiterer Verbreitung, etwa durch konkrete Aufklärungsvideos für Lehrkräfte und Schüler:innen.

Jürgen Maaß (Linz) hat den Arbeitskreis dann in seinem Vortrag „Nachdenken über ‚Wahrheit‘ “ an einer Reise durch die verschiedenen Bedeutungen des historischen, philosophischen, theologischen und wissenschaftstheoretischen Wahrheitsbegriffs teilhaben lassen. Die dabei auftretenden Kategorien wie subjektive, inter-subjektive und objektive Wahrheit übertrug er auf die reine Mathematik, deren Anwendung und die Mathematikdidaktik. Schon die Beanspruchung der objektiven Wahrheit für die Mathematik ist spätestens seit den entgegengesetzten Auffassungen bei Plato und Aristoteles umstritten. Noch kritischer muss man aber die „Wahrheit“ im Kontext von Anwendungen der Mathematik betrachten, die einen ganzen anderen Charakter aufweist als „Wahrheit“ in der Mathematik. Auch beeinflusst von Luhmanns systemtheoretischem Ansatz, Wissenschaft habe die soziale Funktion, wahre Aussagen zu finden, und über Wahrheit entscheide die wissenschaftliche Community, wurde folgende Definition vorgeschlagen: „Wahrheit ist unbedingt, doch unsere Behauptungen darüber, was wahr ist, sind prinzipiell immer bedingt und fallibel.“[2] Ausgehend von der These, die Frage nach „Wahrheit“ in der mathematikdidaktischen Forschung werde auf die korrekte Anwendung einer anerkannten Methode reduziert, gab Jürgen Maaß dem Arbeitskreis den Anstoß, über die Art und Weise nachzudenken, wie in der Mathematikdidaktik über die Anerkennung von Forschungsresultaten und Forschungsmethoden entschieden wurde und wird.

Aus einer ganz anderen Richtung widmeten sich Felicitas Pielsticker und Gero Stoffels (Universität Siegen) in ihrem Vortrag zu „Schnittstellen beim Mathematiklernen – Anschauung fo(e)rdern im Wechsel von 3D↔2D“ der Frage nach Wahrheit in der Mathematik, indem sie dem Problem nachgingen, was ein geometrisches Objekt zu einem „wahren“ mathematischen Objekt macht. Ausgehend von einer studentischen Frage, bei der die Verknüpfung zwischen dreidimensionalem Modell und zweidimensionaler Abbildung (oder die Trennung zwischen mathematischem Objekt und seiner Darstellung?) nicht gelang, stellten sie die doppelte Rolle und wechselseitige Abhängigkeit von 2D- und 3D-Visualisierungen als zweier verschiedener Entitäten im Mathematikunterricht dar. Besonders ein weiteres Beispiel aus dem Schulkontext, in dem zwei Schüler anhand eines anfassbaren, dreidimensionalen Modells und einer zweidimensionalen Abbildung darüber diskutierten, welches ein „wahres“ Prisma sei, führte zu einer regen Diskussion, aus der vor allem zahlreiche weiterführende Fragen hervorgingen, u. a. danach, worauf Schülerinnen und Schüler ihre Einschätzungen bezüglich der Objekte und ihrer Existenz stützen, wie exakt im Unterricht über Gegenstände und ihre Darstellungen gesprochen werden sollte und welche Art des Begriffsverständnisses im Unterricht eigentlich erwünscht ist, eher die Auffassung von platonischen, ideellen oder die von empirischen Begriffen.

[2] Bernstein, R. J. (2015): „Neopragmatismus“, in: Brunkhorst, H./Kreide, R./Lafont, C. (Hrsg.): Habermas Handbuch, Stuttgart: Metzler, S. 117

Auf der für den Sommer 2022 geplanten GDM-Tagung in Frankfurt am Main wird das nächste Treffen des Arbeitskreises stattfinden. Geplant ist es, unter anderem die Diskussion zum letzten Vortrag der diesjährigen Herbsttagung anhand eines Vortrages von Frederik Dilling (Universität Siegen) weiter zu vertiefen. Nach derzeitiger Planung wird 2022 keine Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematik und Bildung stattfinden, stattdessen verweisen wir sehr gerne auf die die Tagung „Mathematische Bildung neu denken. Andreas Vohns erinnern und weiterdenken", die vom 28. bis 30. Oktober 2022 in Siegen ausgerichtet wird (siehe Call for Papers in diesem Heft).

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Stefan Pohlkamp, RWTH Aachen University
E-Mail: stefan.pohlkamp@matha.rwth-aachen.de

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn

Online, 1./2. 10. 2021

Gabriella Ambrus und Johann Sjuts

Erneut konnte sich der GDM-Arbeitskreis „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn" nur im Online-Format treffen. An der 6. Herbsttagung am 1. und 2. Oktober 2021 nahmen 22 Personen aus sieben Ländern teil. Im Mittelpunkt stand das Thema „Talentförderung in Mathematik". Wie stets auf den Arbeitskreistagungen gab es neben den angemeldeten Vorträgen auch die Möglichkeit, andere relevante Themen zu besprechen oder sich in kurzen Gesprächen auszutauschen (nur nicht in gewohnter Weise bei einem guten starken ungarischen Kaffee).

1 Eröffnung (Péter Simon und Ödön Vancsó, Budapest) und Einführung (Gabriella Ambrus, Budapest)

Professor Péter Simon, der Direktor des Instituts für Mathematik an der Eötvös Loránd Universität Budapest, und Ödön Vancsó, der Leiter des Mathematikdidaktischen Zentrums, begrüßten die Online-Beteiligten in der Ferne. Eine Einführung in die Tagung gab Gabriella Ambrus als Sprecherin des Arbeitskreises. Die eingeblendeten Fotos von der durch die ungarische Hauptstadt fließenden Donau ließen zumindest das Gefühl aufkommen, als sei man – wie sonst üblich – in Budapest.

2 Bericht über das neue Projekt „Geleitet-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht" (Ödön Vancsó, Budapest)

Innovationen durch Reformprojekte gehören zur ungarischen Tradition in der Schulmathematik. So entsteht nun auf der Basis vorheriger Projekte das neue Projekt „Geleitet-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht" (engl. „Guided Discovery Learning in Mathematics Education"). Es ist angesiedelt an der Eötvös Loránd Universität (ung. ELTE = Eötvös Loránd Tudományegyetem) (dort geleitet von Ödön Vancsó) und am Alfréd Rényi Institut für Mathematik an der Ungarischen Akademie der Wissenschaften (ung. MTA = Magyar Tudományos Akadémia) (dort geleitet von Péter Juhász). Das Alfréd Rényi Institut für Mathematik ist das Zentrum der mathematischen Forschung in Ungarn.

Das Projekt hat vielfache Anknüpfungspunkte: Zu nennen sind die Methode des Forschenden Lernens im Mathematikunterricht (Inquiry Based Mathematics Education), die Lajos Pósa Methode (Didactic Engineering) mit Wochenendcamps zur Talentförderung, der auf Hans Freudenthal zurückgehende Ansatz des Realistischen Mathematikunterrichts (Realistic Mathematics Education), die Theorie der didaktischen Situationen von Guy Brousseau und das Konzept des problemlösenden Mathematikunterrichts nach George Pólya und Alan H. Schoenfeld.

Im Zentrum auch dieses Projekts stehen mathematikdidaktische Forschungen, darunter Fragen zur Lehrplangestaltung und zur Qualifizierung von Mathematiklehrkräften. Das Vorhaben soll sowohl zu schulischen Entwicklungen in Mathematik als auch zu wissenschaftlichen Untersuchungen in der Mathematikdidaktik führen.

Zum Projekt gehört ein ungarisches Team, das sich in einer Arbeitsgruppen-Struktur bestimmten mathematikdidaktischen Fragen widmet (z. B. den methodischen Ansätzen des Mathematiklernens, den Sachgebieten Diskrete Mathematik, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, dem Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht, der Geschichte der Mathematikdidaktik, der Analyse und Implementierung der Pósa-Methode). Mitwirkende an der Forschung kommen aus Österreich, Deutschland, Schweden, Finnland, Spanien, Frankreich, Belgien und den Niederlanden.

Geplant ist zudem, die Institutionen der ungarischen Minderheiten in Rumänien, in der Slowakei, in der Ukraine, in Kroatien, in Serbien und in Slowenien einzubeziehen.

Die Ergebnisse des Projekts sollen auf internationalen Tagungen – beispielsweise auf dem von der Eötvös Loránd Universität Budapest organisierten Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME) vom 31. Januar bis zum 4. Februar 2023 – präsentiert und in verschiedenen Zeitschriften und Büchern (Springer) publiziert werden.

3 „Algorithmisches Denken in der Talentförderung" (Karl Josef Fuchs, Salzburg, und Ján Gunčaga, Bratislava)

Abstract: Im ersten Teil des Beitrags wird die Bedeutung des Algorithmischen Denkens unter Beiziehung aktueller fachdidaktischer Publikationen als Fundamentale Idee diskutiert. Den Hauptteil des Beitrags bilden ausgewählte Beispiele im Kontext von Wettbewerben und Pluskursen, die als prototypisch für Algorithmisches Denken analysiert und präsentiert werden.

Die Beispiele aus einem aussetzenden fächerübergeifenden Unterricht sind den internationalen Wettbewerben Känguru der Mathematik, Biber der Informatik, Internationale Olympiade für Informatik (IOI) sowie dem Pluskurs Dynamische Systeme im Bereich der Bildungsdirektion für Salzburg entnommen. Der Beitrag schließt mit einer kurzen Zusammenfassung und Bewertung des Aufgabenblocks.

4 „Developing abstract thinking in talent management" (Katalin Fried, Budapest)

Abstract: Talent management is a multi-component process that includes (among others) talent recognition, talent development, talent management, and even providing independence. Each of these requires both time and energy. We know, however, that the lack of talent can be compensated with diligence in long term. Therefore, we cannot afford to devote our energies to the talented taking only 1 or 2 % of population, while releasing the hands of others.

Another type of talent management is developing children who do not show a sign of talent (or not right away from the beginning) but are persistent and happy to work. We can also succeed with them. But how do you make a talent out of someone? (See the Polgár sisters.)

One of the key steps in mathematics talent management is to develop abstraction skills. We show an example, how the need for abstraction can be developped.

5 „Talentförderung in Mathematik: Wettbewerbe und mehr – was eine Schule organisieren kann" (Johann Sjuts, Osnabrück)

Abstract: Talentierte und interessierte Kinder und Jugendliche über den Unterricht hinaus in Mathematik zu fördern, ist eine wesentliche Aufgabe von Schule. Dabei gehören Breiten- und Spitzenförderung zusammen. Der Beitrag gibt einen Einblick in die vielfältigen Möglichkeiten, die eine Schule anbieten kann: Wettbewerbe, Arbeitsgemeinschaften, Schnupperstudien und Aktionen in der Öffentlichkeit. So sind Erfolge von bemerkenswerter Reichweite und Nachhaltigkeit erreichbar.

6 „Die Einführung realistischer Aufgaben in den Mathematikunterricht im Themenkreis der Trigonometrie" (Emese Kása, Debrecen)

Abstract: Die Hauptfrage der Untersuchung war, wie die Einführung realistischer Mathematikaufgaben im Themenkreis der Trigonometrie auf die Leistung der Schüler wirkt, ob diese motivierter werden oder ihre Ergebnisse besser werden. Außerdem galt es zu erfahren, wie der Online-Unterricht die Motivation der Schüler beeinflusst hat, ob es sich lohnt, diese Art der Aufgaben während des Online-Unterrichts zu üben.

In der Forschung wurde mit einer Gruppe von 14 Schülern gearbeitet, die die elfte Klasse besuchten. Die meisten Schüler aus der Gruppe gaben an, nicht Mathematik studieren zu wollen. Die realistischen Aufgaben wurden in den Stunden zu den Sinus- und Kosinussätzen eingeführt. Die Schüler haben in dieser Zeit online gelernt. Die Schüler haben einen Vortest zu Inhalten aus der Trigonometrie, die sie in ihrem letzten Schuljahr gelernt hatten, geschrieben. Sie haben diese auch während des Online-Unterrichts gelernt. Dann haben sie mehrere Tests geschrieben, die ausgewertet wurden. Am Ende des Themenkreises haben sie auch einen Nachtest geschrieben, dessen Ergebnisse mit den Ergebnissen des Vortests verglichen wurden. Außerdem

wurden die Leistungen von vier Schülern analysiert, die während der Forschung fleißig gearbeitet haben. Die Schüler haben auch einen Fragebogen ausgefüllt. So wurde die Meinung der Schüler erhoben, wie ihnen die realistischen Aufgaben gefallen haben und was sie über den Online-Unterricht denken.

Der Vortrag stellt die Ergebnisse der Aufgaben und des Fragebogens dar: Trotz des Online-Unterrichts hat sich die Leistung der Schüler verbessert, wenn sie realistische Aufgaben geübt haben. Und sie haben in dem Fragebogen diesen Aufgabentyp positiv bewertet.

7 „Lösungen von Lernenden mit starken und mittleren Leistungen in Mathematik – bei einer geometrischen Beweisaufgabe" (Gabriella Ambrus, Budapest)

Abstract: Seit einiger Zeit spielen im ungarischen Mathematikunterricht geometrische Beweisaufgaben eine kleinere Rolle als zuvor, obwohl diese Aufgaben besonders geeignet sind für die Entwicklung des mathematischen Denkens und des mathematischen Problemlösens. Voneinander zu unterscheiden sind experimentelle Vorgehensweisen (die keine Beweise sind) und intuitiv entstandene und formal notierte Vorgehensweisen (die als Beweise gelten).

Die Lernenden können während eines mehrjährigen Prozesses eine Stufe erlangen, auf der sie deduktive Beweise nicht nur verstehen, sondern sogar selbst erstellen können. Bei diesen Beweisen sind die verwendeten Behauptungen eindeutig gegeben bzw. sie folgen aus den Bedingungen oder können aus früher gemachten Beweisen zitiert werden.

Anhand einer konkreten Aufgabe wird untersucht, inwieweit Gymnasiasten – mit verschiedenen mathematischen Leistungen – für eine einfache geometrische Beweisaufgabe eine korrekte Lösung anfertigen können, nachdem sie sich mit einer „falschen" Lösung der Aufgabe beschäftigt haben.

8 Bericht und Aussprache über die Aktivitäten des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn" (Gabriella Ambrus, Budapest)

- Mathematik hat in Ungarn traditionell eine hohe kulturelle und wissenschaftliche Bedeutung. Mit seinen Aktivitäten in Mathematikdidaktik möchte der Arbeitskreis in sichtbarer Weise dazu beitragen, den Rang der Mathematik in Schulen und Hochschulen aufrechtzuerhalten. Dem dienen die vielfältigen Vorhaben, Veranstaltungen und Veröffentlichungen. Es gilt, möglichst viele namhafte Personen aus verschiedenen Ländern für die internationale Zusammenarbeit in Mathematikdidaktik und damit für länderübergreifende Impulse zu gewinnen.
- Ob und wann es zu einer gemeinsamen Tagung der Arbeitskreise „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn" und „Problemlösen" kommt, ist offen.
- Für das Sprecherteam werden Gabriella Ambrus und Johann Sjuts wiedergewählt.

9 Bericht zur Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn" (Johann Sjuts, Osnabrück)

Erschienen sind bisher drei Bände: Band 1 *„Auch wenn A falsch ist, kann B wahr sein. Was wir aus Fehlern lernen können. Ervin Deák zu Ehren"* (Hrsg. Éva Vásárhelyi, Johann Sjuts, 2019), Band 2 *„Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht"* (Hrsg. Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi, 2020) und Band 3 *„Theoretische und empirische Analysen zum geometrischen Denken"* (Hrsg. Éva Vásárhelyi, Johann Sjuts, 2021).

Demnächst soll der Band 4 *„Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche. Förderung für Talentierte und Interessierte über Grenzen hinweg"* (Hrsg. Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Éva Vásárhelyi, 2022) erscheinen. Er widmet sich mehreren mathematischen Schülerzeitschriften, verschiedenen nationalen und internationalen Mathematikwettbewerben sowie weiteren Maßnahmen zur Talentförderung.

Die vorläufigen Arbeitstitel der nächsten Bände lauten: Band 5 *„Mathematik und mathematisches Denken"* und Band 6 *„Aktuelle Ergebnisse aus der mathematikdidaktischen Forschung"*.

Für weitere Informationen stehen Éva Vásárhelyi (E-Mail: vasareva@gmail.com) und Johann Sjuts (E-Mail: sjuts-leer@t-online.de) zur Verfügung.

10 Sonstiges

Da die nächste GDM-Jahrestagung erst für die Zeit vom 29. August bis zum 2. September 2022 vorgesehen ist und sich der Arbeitskreis dann turnusmäßig trifft, soll die nächste Zusammenkunft des Arbeitskreises als Frühjahrstreffen am 22. und 23. April 2022 in Budapest (im Hybrid-Format) stattfinden.

Gabriella Ambrus, Eötvös Loránd Universität Budapest
E-Mail: ambrus.gabriella@ttk.elte.hu

Johann Sjuts, Universität Osnabrück
E-Mail: sjuts-leer@t-online.de

Arbeitskreis: Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge

Online, Herbst 2021

Frank Reinhold, Florian Schacht und Guido Pinkernell

Aufgrund der Situation um die Covid-19-Pandemie fand die Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Digitale Werkzeuge (AK MdW) 2021 zum Thema „Digitales Lernen in Distanz und Präsenz“ im virtuellen Format statt. Insgesamt folgten 53 Teilnehmerinnen und Teilnehmer den 17 vorgestellten Beiträgen in drei parallelen Slots. Dabei wurden unter anderem Inhalte wie digitale Lernumgebungen, Kompetenzen von Lehrkräften, Flipped-Classroom-Settings und adaptives Testen zum Zweck der Diagnostik in den Blick genommen. Der Tagungsband zur virtuellen Herbsttagung 2021 wird nach Abschluss des Review-Verfahrens unter dem Titel „Digitales Lernen in Distanz und Präsenz“ online bei DuEPublico, Duisburg-Essen Publications Online, erscheinen.

Wechsel im Sprecherteam

Seit 2014 war Guido Pinkernell (PH Heidelberg) Sprecher des AK MdW, den er 2016 neu aufgestellt und seit 2017 kooperativ mit Florian Schacht (Universität Duisburg-Essen) geleitet hat. Nachdem Guido Pinkernell 2021 nicht erneut für die Wahl der Sprecher des Arbeitskreises angetreten war, kündigte sich ein Wechsel im Sprecherteam an. Nach der Wahl auf der Herbsttagung im virtuellen Format übernehmen nun Frank Reinhold (PH Freiburg) und Florian Schacht kooperativ das Amt der Sprecher des AK MdW. Wir dürfen an dieser Stelle Guido Pinkernell ausdrücklich für sein langjähriges Engagement auf Leitungsebene im AK MdW danken. Wir freuen uns auf eine fruchtbare Zusammenarbeit mit den Mitgliedern des AK in den kommenden Jahren und möchten alle Interessierten an den Kernfragen des AK MdW einladen am Austausch innerhalb des Arbeitskreises mitzuwirken.

Frank Reinhold, Pädagogische Hochschule Freiburg
E-Mail: frank.reinhold@ph-freiburg.de

Florian Schacht, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: florian.schacht@uni-due.de

Guido Pinkernell, Pädagogische Hochschule Heidelberg
E-Mail: pinkernell@ph-heidelberg.de

Arbeitskreis: Problemlösen

Online, 30. 9./1. 10. 2021

Nina Sturm, Lukas Baumanns und Benjamin Rott

Auch im zweiten Jahr in Folge hat der GDM-Arbeitskreis Problemlösen seine jährliche Herbsttagung in einem Online-Format durchgeführt. Diese wurde von der Pädagogischen Hochschule in Ludwigsburg am 30. September und 1. Oktober 2021 organisiert und durchgeführt. Alle Vorträge wurden „live“ in Zoom gehalten und im Anschluss ergiebig diskutiert. Das Online-Format ermöglichte uns, als Hauptvortragenden Prof. Dr. Peter Liljedahl von der Simon Fraser University in Vancouver, Kanada, zu gewinnen. Seinem Vortrag zum Thema „Building Thinking Classrooms“ war ein Workshop vorangestellt, in dem alle Teilnehmenden aktiv eine Problemstellung und deren Adaptionen bearbeiteten sowie deren Heran- und Vorgehensweisen unter Berücksichtigung der Nutzung von heuristischen Strategien und Hilfsmitteln diskutierten.

Insgesamt nahmen 32 Personen an der Online-Tagung teil und diskutierten neben dem Hauptvortrag und Workshop acht weitere Vorträge, welche ein breites Spektrum an unterrichtspraktischen Erfahrungen und wissenschaftlichen Studien zum mathematischen Problemlösen umfassten: Dabei wurde unter anderem auf der Ebene der Schüler:innen fokussiert und diskutiert, welche Rolle Unterrichtseinstiege beim Problemlösen in der Grundschule, Fehler in der Sekundarstufe sowie Strategieschlüssel bei leistungsschwachen Gesamtschüler:innen einnehmen können. Inwiefern Kegelschnitte in der Sekundarstufe als historische Grundlage des Problemlösens gesehen werden können, wurde ebenfalls in einem Vortrag beleuchtet. Auf der Ebene der Studierenden wurde vorgestellt, welche Möglichkeiten und Erfahrungen ein geometrisches Problem im ungarischen Lehramtsstudium einnehmen kann. Zwei weitere Vorträge nahmen das Problemlösen in der Studieneingangsphase und die Evaluation eines Seminarkonzepts zur Förderung des Problemlösens in den Blick. In einem weiteren Vortrag wurde der Status quo des Problemlöseunterrichts in der Grundschule basierend auf einer Befragung von Lehrkräften dargelegt.

Wie in den vergangenen Jahren werden die Beiträge, die aus den Vorträgen der Tagung entstehen, im kommenden Jahr als Tagungsband des GDM-Arbeitskreises Problemlösen im WTM-Verlag erscheinen.

Arbeitskreistagung im Jahr 2022

Auch im kommenden Jahr will der GDM-Arbeitskreis Problemlösen zu einem Austausch zusammenfinden. Die Pandemielage macht dies jedoch weiterhin zu einer Herausforderung. Erschwerend für die Terminfindung kommt die Verschiebung der GDM-Jahrestagung in Frankfurt in den Herbst hinzu. Daher haben die Sprecher:innen entschieden – anders als zunächst geplant und auf der Herbsttagung 2021 in Ludwigsburg angekündigt – das Format zu ändern: Angedacht ist jetzt ein Online-Symposium (ähnlich wie im GDM-Monat im März 2021) im Frühjahr 2022 und keine Tagung im Herbst 2022.

Aktuelle Informationen zur nächsten Herbsttagung des Arbeitskreises Problemlösen lassen sich stets der Madipedia-Seite entnehmen.

Nina Sturm, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
E-Mail: nina.sturm@ph-ludwigsburg.de

Lukas Baumanns, Universität zu Köln
E-Mail: lukas.baumanns@uni-koeln.de

Benjamin Rott, Universität zu Köln
E-Mail: benjamin.rott@uni-koeln.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Virtuelles Schloss Rauischholzhausen, 8./9. 10. 2021

Daniel Sommerhoff und Anke Lindmeier

In den letzten zwei Jahren mussten viele von uns für unumstößlich gehaltene Gewissheiten aufgeben. Den Mitgliedern des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik – der übrigens so heißt, weil er im Geiste der International Group for Psychology of Mathematics Education (IG PME) steht – blieb allerdings als fixer Anker in der aufziehenden dunklen Jahreszeit die Herbsttagung des AKs, die wie geplant durchgeführt und mit leichter Sturheit im Kalender verteidigt wurde. So trafen sich wieder rund 35 Teilnehmerinnen und Teilnehmer in der virtuellen Variante des Schloss Rauischholzhausen (eigentliche Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen), bei dem wir – um es vorwegzunehmen – fest vorhaben, 2022 wieder „in echt“ zu tagen. Vier Vorträge mit vertiefter Diskussion in zwei halben Tagen, eine akademische Abenddiskussion und zahlreiche virtualisierte soziale Interaktionen rund um die Tagung hatten wir uns vorgenommen.

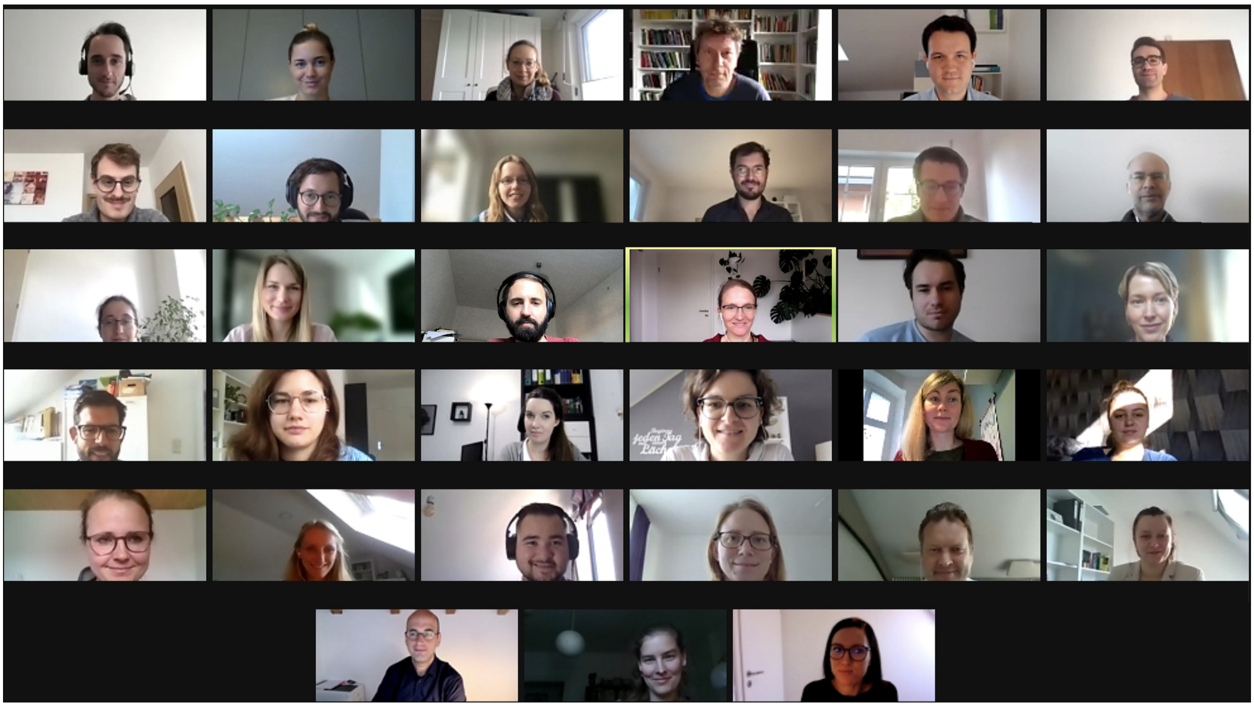
Aufbauend auf den positiven Erfahrungen aus dem Vorjahr, wurde auch dieses Jahr bereits vorab die klare Erwartung kommuniziert, dass die Teilnehmenden aufmerksam an der gesamten Tagung teilhaben, ablenkende Tätigkeiten in die bereitgestellten Offline-Zeiten verlegen, ihre Kameras dauerhaft aktivieren und ernsthaft am Diskurs partizipieren sollen. Auf diese Weise sollte erneut sichergestellt werden, dass die Vortragenden wertvolle Rückmeldungen zu ihren aktuellen mathematikdidaktischen Projekten erhalten und auch insgesamt eine Tagungsatmosphäre aufkommt. Sicherlich auch dank der seit letztem Jahr nochmal gestiegenen Digitalkompetenzen aller Teilnehmenden hat dies gut funktioniert, was die angeregten Diskussionen im Nachgang der Vorträge und in den Pausen belegen. Im Vergleich zu den vergangenen Präsenztagungen zeigten sich erneut auch Vorteile der digitalen Umsetzung. So waren gerade die Promovierenden sehr froh über die bunte Durchmischung in den Murmelphasen/Break-out-Räumen nach den Vorträgen, in denen man einfach und ungezwungen ins Gespräch mit den anderen Anwesenden kommen konnte, was bei sonst vielleicht verfestigten Sitz- und Interaktionsgewohnheiten auf nicht-virtuellen Herbsttagungen manchmal weniger einfach möglich war.

Am Freitagnachmittag präsentierten zunächst Patrick Fesser und Stefanie Rach (OVGU Magdeburg) ein Promotionsprojekt zur Entwicklung und Überprüfung eines Messinstruments zur Erfassung meta-wissenschaftlichen Wissens über Mathematik. Neben Einblicken in das Messinstrument bot gerade die Diskussion des Konstrukts im Allgemeinen sowie der fachspezifischen Ausgestaltung in der Mathematik interessante Einblicke und Anlässe zur Diskussion. Anschließend präsentierten Robin Göller und Michael Besser (Leuphana Universität Lüneburg) neue Ergebnisse aus den an der Leuphana Universität systematisch durchgeführten Studieneingangsbefragungen. Der Fokus des Vortrags lag dabei auf den Studienwahlmotiven der Studierenden im Vergleich verschiedener Studiengänge.

Im Anschluss an die Einzelvorträge sah das Programm die „akademische Abenddiskussion" vor, welche sich mit der Situiertheit und Übertragbarkeit von Forschungsergebnissen beschäftigte. Hierfür skizzierte zunächst Daniel Sommerhoff mit einem kurzen Input das Thema, was er unter anderem an den Titeln der bereits gehörten Vorträge illustrierte (nota bene natürlich nur, um beispielhaft die Grundfrage zu verdeutlichen und nicht um die Vorträge ernsthaft zu hinterfragen). Wäre bspw. „Studienwahlmotive von Studierenden verschiedener *Lehramts*Studiengänge im Vergleich *an der Leuphana von 2019*" (kursive Teile wurden hinzugefügt) ein akkuraterer Titel für den zweiten Vortrag gewesen? Oder ist von einer Übertragbarkeit (in diesem Falle über Jahre, Standorte und Studiengänge) auszugehen? Er skizzierte im Kontext des Themas insgesamt drei zentrale Bereiche, (i) Situiertheit und Übertragbarkeit als Hypothesen theoretischer Modelle, (ii) methodische Ansätze zur Messung bzw. Überprüfung von Situiertheit bzw. Übertragbarkeit sowie (iii) Standards in der Kommunikation von Forschung.

Die gemeinsame Diskussion fokussierte dann wesentlich die ersten beiden Punkte. Im Kontext methodischer Ansätze wurden Replikationsstudien eingehend diskutiert. Diese wurden zwar als generell sinnvolles Mittel herausgestellt, gleichzeitig wurde aber auf unterschiedliche Interpretationen des Begriffs (bspw. Replikation einer Studie als 1:1-Wiederholung; Replikation einer Studie unter Variation eines Faktors bspw. Standort, Teilnehmergruppe; Replikation eines Ergebnisses) hingewiesen, welche jeweils eine ganz unterschiedliche Aussagekraft haben. Im Sinne des kritischen Rationalismus wurde hier angemerkt, dass der aussagekräftigste Replikationsversuch zur Prüfung eines Ergebnisses so angelegt sein müsste, dass dieser am wenigsten Hoffnung auf eine Replikation bieten würde. Auch wurde kritisch gesehen, dass es trotz der Schaffung eines eigenen mathematikdidaktischen Journals für Implementations- und Replikationsstudien (IRME brill.com/view/journals/irme/irme-overview.xml) auf internationaler Ebene aktuell nur wenige Anreize für die Replikation von Studien und Ergebnissen gibt. Entsprechende Positionierungen der GDM als mathematikdidaktische Community bzw. des JMD als zentrales nationales Journal stehen bislang noch aus. Zentral ist dabei jedoch neben Anreizen auch die Frage, welche Fragen bzw. Ergebnisse es überhaupt wert sind, repliziert zu werden. Obwohl es auch in der Mathematikdidaktik zentrale Theorien gibt, ergab sich der Eindruck, dass ein kohärentes, weitgehend konsensualisiertes Begriffssystem oft noch fehlt und Begriffe wie theoretische Modelle aktuell stark variieren und eher noch breiter werden. Um also überhaupt die Grundlage für entsprechende Forschung zu legen, bedarf es vermehrt Anstrengungen für einen integrierten, kumulativen und konsensfähigen Theorieaufbau – ein wichtiger Schritt, für den sich Forschende in der Mathematikdidaktik sowie die GDM als Fachcommunity einsetzen sollten.

Ein zweiter Diskussionsstrang entspannte sich um die Situiertheit und Übertragbarkeit von theoretischen Modellen. So wurde zwar einerseits betont, dass durch die Inklusion/Exklusion von Einflussfaktoren in theoretischen Modellen bereits aktiv die Situiertheit und Übertragbarkeit gestaltet werden könnte (und müsste!), gleichzeitig die Inklusion/Exklusion von Einflussfaktoren oft eher auf wenig stabilen Forschungsergebnissen beruhen und ggfs. selbst bereits situiert sind. So könnten bspw. im interkulturellen Vergleich von Nationen (vgl. auch Vortrag von Jessica Hoth zum Vergleich zwischen Taiwan und Deutschland) in jedem Land durchaus unterschiedliche Faktoren eine Rolle spielen, die man ohne das Ziel des interkulturellen Vergleichs gar nicht berücksichtigen würde. Auch hier sei nochmals angemerkt, dass die Möglichkeit alternativer Schwerpunktsetzungen ein einzelnes Forschungsvorhaben natürlich nicht grundsätzlich in Frage stellt und Forschung als kumulative Anstrengung eben prinzipiell auf die Bearbeitung von notwendigerweise eingeschränkten, dafür besser beschriebenen Teilbereichen des Untersuchungsgegenstands zurückgreifen muss. Gleichzeitig bedarf es für diese kumulative Anstrengung dann jedoch auch der Aggregierung dieser einzelnen Forschungsvorhaben.



Gruppenfoto, entstanden auf der Online-Herbsttagung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik, Oktober 2021 (D. Sommerhoff)

Insgesamt zeigte die Diskussion, dass sich die Anwesenden der prinzipiellen Problematik durchaus bewusst waren und man beispielsweise als autorierende oder gutachtende Personen auf die bestmögliche Darlegung von Faktoren, die potenziell die Übertragbarkeit von Ergebnissen einschränken, in den Forschungsarbeiten achten sollte. Es wurde aber auch kritisch angemerkt, dass es darüber hinaus größerer Anstrengungen bedürfen würde, um dieses Thema sinnvoll zu adressieren. Ansonsten droht die Gefahr, dass gerade die Forschenden benachteiligt werden, deren Arbeiten dann im Vergleich gegebenenfalls abgewertet erscheinen könnten, weil sie proaktiv Fragen der Übertragbarkeit und Situiertheit ihrer Arbeiten diskutieren.

Wie immer wurde das Gespräch in den gemütlichen Ausklang des Abends mitgenommen. Verschiedene Breakout-Räume mit authentischen Namen wie „an der Bar“ oder „beim Karteln“, in die man selbstständig eintreten konnte, ermöglichten ein proximales Erlebnis des Rauischholzhausener Schlosskellers. Entgegen dem originalen Schlosskeller zerstreuten sich die einzelnen Gruppen jedoch vergleichsweise früh, eine gewisse „Zoom-Fatigue“ war hier nach einem anstrengenden Tag doch deutlich merkbar.

Im Gegensatz zu den Vorträgen des ersten Tages, welche im Wesentlichen auf Studierende fokussiert waren, thematisierten beide Vorträge des zweiten Halbtages auch Forschung im Primarbereich. So stellte Jessica Hoth (IPN Kiel) eine Studie zum Schätzen von Längen im Mathematikunterricht der Grundschule vor, die Kompetenzprofile von Schülerinnen und Schülern der dritten und vierten Jahrgangsstufe in Deutschland und Taiwan vergleichend analysierte. Gerade vor dem Hintergrund der akademischen Abenddiskussion und dem größeren TaiGer-Projekthintergrund, boten sich hier viele interessante Einblicke an. Als Abschluss der Tagung präsentierte Stefan Ufer (LMU München) Ergebnisse aus zwei Projekten zum logischen Schließen in Alltagssituationen und innermathematischen Situationen. Besonders spannend war dabei die gezielte Kontrastierung zweier theoretischer Modelle zum logischen Schließen in einer experimentellen Studie.

Die Vortragenden kommen im Folgenden selbst zu Wort und lassen auch Sie als Lesende nochmals an den Inhalten der Vorträge und den Kernpunkten der Diskussionen teilhaben. Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer dürfen wir den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich zu präsentieren und zur Diskussion zu stellen! Gleichzeitig danken wir allen Teilnehmenden für Ihre Fragen, Kommentare und Anregungen und möchten als besonders positiv herausstellen, dass die Promovierenden sich dieses Jahr nicht nur wie gewohnt an den Diskussionen beteiligt haben, sondern diese maßgeblich geleitet und viele inhaltliche sowie methodische Punkte angesprochen haben!

Entwicklung und psychometrische Überprüfung eines Messinstruments zur Erfassung meta-wissenschaftlichen Wissens über Mathematik von Studienanfängerinnen und -anfängern

Patrick Fesser und Stefanie Rach
(Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg)

Wissenschaftspropädeutik gehört zur Zieltrias der Sekundarstufe II und kann als Anbahnung von wissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen verstanden werden. Um Wissenschaftspropädeutik zu strukturieren, schlägt Huber (1997) vor, das Konstrukt in drei Ebenen zu gliedern. Die erste Ebene *Wissenschaftspropädeutik im engeren Sinne* umfasst das Wissen über Grundbegriffe und -strukturen von Mathematik, auch meta-wissenschaftliches Wissen (Müsche, 2009) genannt, was z. B. Wissen über Grundbegriffe wie Definition und Satz oder über Beweise als zentrales Evidenzinstrument beinhaltet. Leider fehlte es bisher abseits von Skalen zur Selbsteinschätzung an Instrumenten, die eine Überprüfung der Zielerreichung von Wissenschaftspropädeutik in fachspezifischer und valider Weise ermöglichen.

In diesem Vortrag wurde ein Teilprojekt aus einem Dissertationsvorhaben vorgestellt, in dem ein mögliches Testinstrument zur Erfassung des meta-wissenschaftlichen Wissens über Mathematik entwickelt und erprobt wurde. In einer querschnittlich angelegten Studie mit Studienanfängerinnen und -anfängern ($N = 313$) wurde das Testinstrument in Hinblick auf seine psychometrischen Eigenschaften überprüft und parallel dazu untersucht, ob Zusammenhänge zwischen meta-wissenschaftlichem Wissen und anderen Merkmalen, wie zum Beispiel dem belegten Kursniveau, schulischen Performanzmaßen und dem Interesse am Beweisen, bestehen.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die Kernpunkte der Diskussion fokussierten die theoretische Konzeptualisierung von Wissenschaftspropädeutik und Operationalisierung von meta-wissenschaftlichem Wissen. Das im Rahmen des Promotionsprojekts an Müsche (2009) angelehnte Kompetenzstrukturmodell sowie die konstruierten Items wurden vor dem Hintergrund des Wissenschafts- (Mathematik als wissenschaftliche Disziplin) und des Propädeutikaspekts (vorbereitender Charakter von Wissenschaftspropädeutik) diskutiert. Bezüglich der Operationalisierung des Konstruktes wurde gefragt, wann einzelne Antwortmöglichkeiten als „richtig" angesehen werden und ob für einzelne Items nicht sprachliches Wissen bereits ausreichen würde, um gute Testergebnisse zu erzielen. Die Abgrenzung von meta-wissenschaftlichem Wissen und mathematischem Fachwissen wurde ebenfalls andiskutiert. Aus inhaltslogischen Überlegungen lassen sich Zusammenhänge zwischen meta-wissenschaftlichem Wissen und Fachwissen ableiten, z. B. kann es hilfreich sein, einzelne mathematische Beweise zu kennen, wenn wichtige Eigenschaften von Beweisen angegeben werden sollen. Allerdings liegen zu solchen Zusammenhängen bisher noch keine empirischen Ergebnisse vor. Insgesamt war die Diskussion durch durchgängig konstruktive Impulse gewinnbringend für eine Ausschärfung der Argumentationsstruktur des Teilprojekts und für das weitere Promotionsvorhaben als Ganzes.

Studienwahlmotive von Studierenden verschiedener Studiengänge im Vergleich

Robin Göller und Michael Besser (Leuphana Universität Lüneburg)

Studienwahlmotive von Lehramtsstudierenden sind in den vergangenen Jahren in den Fokus von Forschungsvorhaben gerückt und erweisen sich als wichtiger Prädiktor für Studienerfolg und den Aufbau professioneller Kompetenzen. Insbesondere für intrinsische Studienwahlmotive – die in der Regel höher ausgeprägt sind als extrinsische – finden sich statistisch bedeutsame Zusammenhänge zu höherer Studienstrategienutzung, höherer Studienzufriedenheit, höheren Lernzielorientierungen, höherem Karriereoptimismus, höherem pädagogischem Wissen, höherer Unterrichtsqualität sowie geringer ausgeprägten Burnout-Symptomen (z. B. Hanfstingl & Mayr, 2007; König et al., 2018; McLean et al., 2019; Wach et al., 2016). Zur Einordnung dieser bisher stark studiengangspezifischen Ergebnisse erscheinen jedoch insbesondere auch studiengangübergreifende Untersuchungen notwendig und inhaltlich gewinnbringend. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen eines universitären Auswahlverfahrens an der Leuphana Universität Lüneburg ein Fragebogen entwickelt, mit welchem Studienwahlmotive von Bewerber:innen auf Studienplätze studiengangübergreifend erfasst und analysiert werden können. Ergebnisse einer solchen studiengangübergreifenden Erhebung zeigten, dass sich Bewerber:innen auf verschiedene Studiengänge in ihren Studienwahlmotiven zum Teil deutlich unterscheiden (für eine ausführliche Darstellung siehe Göller & Besser, 2021). Darüber hinaus zeigte sich aber auch, dass sich Studienwahlmotive von Bewerber:innen auf ein Grund-Haupt-Realschul-Lehramtsstudium mit dem Fach Mathematik nicht signifikant von solchen ohne das Fach Mathematik unterscheiden. Solche Einblicke in motivationale Eingangsvoraussetzungen liefern Ansatzpunkte für die Ausgestaltung universitärer Lehrveranstaltungen, die z. B. in Bezug auf motivationale Anreize aber auch die Bedeutung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen diskutiert wurden.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Neben methodischen und theoretischen Überlegungen zu den im Rahmen des Vortrags vorgestellten Clusteranalysen war das in der Studie erfasste Fachinteresse ein zentraler Diskussionspunkt. In der dort erhobenen Allgemeinheit ist eine Einordnung, auf welches Fach sich dieses Interesse bei Studierenden mit mehreren Fächern bezieht, schwierig, was für zukünftige Erhebungen eine weitere Ausdifferenzierung in verschiedene Fächer, ggf. für das Fach Mathematik auch in Bezug auf Unterschiede zwischen Schule und Universität, nahelegt. Als weitere interessante Ansätze wurden darüber hinaus u. a. der Einfluss von Geschlecht und Erhebungszeitpunkt (der in dieser Studie ca. zwei Monate vor Studienbeginn lag) auf Studienwahlmotive, aber auch die Bedeutung von Studienwahlmotiven für den weiteren Studienverlauf, z. B. mit Blick auf späteren Studienerfolg, diskutiert. Insgesamt eröffnete die Diskussion somit einige interessante Perspektiven für weitere Forschung und auch zur Einordnung der Ergebnisse.

Schätzen von Längen im Mathematikunterricht der Grundschule – Ein Vergleich von deutschen und taiwanesischen Schülerinnen und Schülern
Jessica Hoth, Aiso Heinze (IPN Kiel), Dana Farina Weiher, Silke Ruwisch (Leuphana Universität Lüneburg) und Hsin-Mei E. Huang (Taiwan)

Das Schätzen von Längen spielt in vielen Situationen unseres täglichen Lebens eine wichtige Rolle und ist entsprechend national und international in den Schulcurricula verankert. Die typische Umsetzung des Themas Schätzen von Längen unterscheidet sich jedoch zum Teil substanziell, z. B. mit Blick auf die unterschiedlichen Bildungstraditionen in Deutschland und Taiwan (Ruwisch & Huang, 2019). Im Vortrag wurden die verschiedenen Zugänge zu dem Thema in den beiden Ländern diskutiert und Unterschiede der Kompetenzprofile von 923 Dritt- und Viertklässler*innen aus beiden Bildungssystemen analysiert. Neben der Frage nach Länderunterschieden wurde in dem Vortrag zusätzlich der Frage nachgegangen, welche Hinweise die Datenbasis auf die Struktur der Kompetenz zum Schätzen von Längen gibt und ob die von Heinze et al. (2018) unterschiedenen Dimensionen von Schätzsituationen auch unterschiedlichen Kompetenzfacetten entsprechen. Hierbei haben sich auf der gegebenen Datenbasis insbesondere die Berührbarkeit der Schätzobjekte und ihre Größe als die beiden strukturgebenden Merkmale herausgestellt. In einem dritten Teil des Vortrags wurde abschließend der Frage nachgegangen, mit welchen mathematischen Fähigkeiten die Kompetenz zum Schätzen von Längen zusammenhängt. Dabei wurden Zusammenhänge für diejenigen mathematischen Fähigkeiten empirisch geprüft, für die aufgrund theoretischer Überlegungen ein Zusammenhang mit der Kompetenz zum Schätzen von Längen angenommen werden kann (z. B. Weiher & Ruwisch, 2018; Sowder, 1992): die Messkompetenz, das räumliche Vorstellungsvermögen, die Größenvorstellung der Zahlen und die arithmetischen Fähigkeiten.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
In der Diskussion zeigten sich insbesondere die Vorteile des internationalen Forschungsverbunds TaiGer (Taiwanese-German Research Program on Cultural-Societal Influences on Mathematics Education[1]) in der Art, dass die Ergebnisse aus der hier vorgestellten Studie zum Schätzen von Längen mit den Ergebnissen aus anderen Studien dieses Forschungsverbundes in Verbindung gebracht werden konnten. Dabei konnte auf sehr unterschiedlichen Ebenen von der Synthese der Ergebnisse profitiert werden: Einerseits haben sich ähnliche Ergebnisse auch in anderen Studien gezeigt, sodass die Befunde studienübergreifend für ähnliche mathematische Inhalte validiert werden konnten und andererseits konnten mögliche kulturelle Einflüsse auf das Mathematiklernen der Kinder aus Deutschland und Taiwan dadurch identifiziert werden, dass sich auch über verschiedene Themen hinweg bestimmte Effekte auf die Art des Mathematikunterrichts in den beiden Ländern zurückführen ließen.

Weiterhin wurde diskutiert, inwiefern die Strategiewahl der Kinder einen Einfluss auf ihre Schätzgenauigkeit in den unterschiedlichen Schätzsituationen haben kann bzw. auch, inwiefern die vorgestellten Ergebnisse auf die Strategiewahl der Kinder zurückgeführt werden können.

Deduktives Schließen in der Mathematik – Ergebnisse aus zwei Projekten
Stefan Ufer (Ludwig-Maximilians-Universität München) und Anastasia Datsogianni (University of Nicosia, Zypern)

Deduktives Schließen wird häufig als wesentlicher Teil mathematischen Arbeitens gesehen. Dennoch scheint es zum deduktiven Schließen mit mathematischen Konzepten lediglich Einzelbefunde

[1] https://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/taiger

zu geben, die meist auf Problembereiche hinweisen. Dagegen weisen Ergebnisse der Entwicklungspsychologie auf frühe Fähigkeiten zum deduktiven Schließen hin. Der Vortrag gab einen Überblick über theoretische Beschreibungen deduktiven Schließens durch Mentale-Logik- und Mentale-Modell-Theorien, und über den Forschungsstand aus der Mathematikdidaktik und der Entwicklungspsychologie. Insbesondere wurden mögliche Mechanismen diskutiert, die gemäß Mentale-Modell-Theorien des konditionalen Schließens Effekte des Wissens zum Inhalt der genutzten Aussagen erwarten lassen. Es wurden Ergebnisse aus zwei Projekten berichtet:

Anastasia Datsogianni (Datsogianni et al., 2020; Datsogianni & Ufer, 2020) hat in ihrer Promotion das deduktive Schließen bei Grundschulkindern untersucht. Dabei wurde angenommen, dass bei Aussagen mit mathematischen im Gegensatz zu alltäglichen Konzepten weniger relevante mentale Modelle generiert werden können, und dass damit insbesondere unsichere Schlussformen häufiger falsch beantwortet werden. Wider Erwarten zeigte sich dies jedoch nicht durchgängig. Vertiefte Analysen weisen darauf hin, dass nicht notwendigerweise Modelle explizit genutzt werden, sondern die Möglichkeiten für die Existenz solcher Modelle auf der Basis inhaltlichen Wissens abgeschätzt werden.

Im Projekt KUM (Rach et al., 2021) wurde ein Stufenmodell für deduktives Schließen zum Beginn des Mathematikstudiums entwickelt. Ein Schlaglicht auf die Ergebnisse zeigte (a) dass besonders zu einfacheren Anforderungen deduktiven Schließens – über den Modus Ponens hinaus – noch Bedarf an differenzierenden Erhebungsformaten besteht. Weiter (b), dass die Unterscheidung einer Implikation von ihrer Umkehrung – und weiterführend die Unterscheidung einer Implikation von der Kontraposition ihrer Umkehrung – eine wenig inhaltsabhängige Hürde darstellt, die nur ein Teil der Studienanfängerinnen und Studienanfänger bewältigt. Und letztlich (c), dass die Schwierigkeit, die Äquivalenz einer Implikation und ihrer Kontraposition zu erkennen, demgegenüber deutlich über verschiedene Kontexte hinweg variiert.

Abschließend wurden die Ergebnisse zusammenfassend eingeordnet. Dabei schien es plausibel, dass sich anfangs inhaltsspezifische Strategien und Prozesse, die in der Grundschulzeit eher durch Mentale-Modell-Theorie beschrieben werden können, hin zu zunehmend inhaltsunabhängigeren Strategien und Prozessen entwickeln, die teilweise auch durch Mentale-Logik-Theorien beschrieben werden können. Dies spricht für eine abnehmende Rolle inhaltlichen Wissens beim deduktiven Schließen über die Schulzeit hinweg. Entsprechend stellt der Vortrag die Frage nach einer verknüpften Vermittlung von inhaltlichem Wissen zu mathematischen Konzepten und Fähigkeiten des deduktiven Schließens mit diesen Konzepten.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die gemeinsame Diskussion griff diese Themen auf. Bezüglich der Beschreibung deduktiven Schließens mit Mentale-Logik-Theorien wurde diskutiert, inwiefern die angenommene Entwicklung durch eine Veränderung der zugrunde liegenden deduktiven Schlussschemata ergänzt werden könnte, beispielsweise wenn Studierende im Laufe des Studiums Veranstaltungen zur axiomatischen Logik hören. Dabei wurde auch die Rolle logischer Notationen als Externalisierung der Arbeit mit solchen Schlussregeln sowie eine mögliche analoge Rolle von Wahrheitstafeln für die Darstellung mentaler Modelle diskutiert. Letztlich zielte die Diskussion auch auf praktische Implikationen der Arbeiten ab. Ergänzend zur integrierten Vermittlung von inhaltlichem Wissen und Fähigkeiten zum deduktiven Schließen wurde (erneut) die weiterhin nicht vollständig gelöste Frage angesprochen, welche logischen Fähigkeiten eigentlich notwendig bzw. hilfreich sind, um sich in Mathematik als „deduktiv geordnetem System eigener Art“ zu bewegen und beispielsweise kompetent mit mathematischen Argumentationen und Beweisen umgehen zu können.

Organisatorisches und Ausblick

Alle zwei Jahre wählt der AK eine seiner Sprecherpositionen neu. Da Anke Lindmeier zuletzt vor vier Jahren als eine Sprecherin des AKs bestätigt wurde, war auf der diesjährigen Tagung eine Wahl notwendig. Anke Lindmeier erklärte sich bereit, für eine weitere Amtsperiode das Amt zu übernehmen und wurde per Wahl als Sprecherin bestätigt. Wir danken Anke Lindmeier für die Fortsetzung ihres Engagements und wünschen eine weiterhin produktive Zusammenarbeit mit Daniel Sommerhoff als weiterem Sprecher des Arbeitskreises.

Mit leicht optimistischem Blick auf die Entwicklung der Pandemie – der sich zum Zeitpunkt der Niederschrift dieses Berichts im November 2021 leider bereits getrübt hat – wurde beschlossen, dass 2022 die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik in Präsenz für den 7. und 8. Oktober geplant werden soll. Obwohl die Online-Formate sich zunehmend etabliert haben und für diesen AK auch gut umgesetzt werden konnten, sehen wir vor allem mit Blick auf die Nachwuchsförderung deutliche Vorteile in einer persönlichen Interaktion. Außerdem vermissen viele der Teilnehmenden einfach den Schlosskeller von Rauischholzhausen.

Haben Sie Lust bekommen, an unserer Tagung teilzunehmen und mitzudiskutieren? Eine kurze Email an die Sprecherin Anke Lindmeier (anke.lindmeier@uni-jena.de) oder den Sprecher Daniel Sommerhoff (sommerhoff@leibniz-ipn.de) genügt, wenn Sie in den Emailverteiler des Arbeitskreises aufgenommen werden möchten, der unser Hauptkommunikationsmittel ist. Aktuelle Informationen finden Sie auch immer auf unserer Internetpräsenz unter akpsy.didaktik-der-mathematik.de.

Wenn Sie vortragen möchten, melden Sie sich bitte ebenfalls per Email. Die Teilnehmenden unserer Herbsttagung interessieren sich vornehmlich für Studien, bei denen die Bezugsdisziplin Psychologie eine Rolle spielt. Bis zu vier Arbeiten, die eher fortgeschritten oder kurz vor dem Abschluss sind, können vorgestellt werden, egal ob es ein Promotionsprojekt, Ausschnitt aus einer laufenden Studie oder eine Arbeit im Publikationsprozess ist. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines ausführlichen Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Unterjährig wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich keine weitere planmäßige Aktivität anbieten.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Datsogianni, A., Sodian, B., Markovits, H., Ufer, S. (2020). Reasoning with conditionals about everyday and mathematical concepts in primary school. *Frontiers in Psychology 11*, 531640. DOI:10.3389/fpsyg.2020.531640

Datsogianni, A., Ufer, S. (2020). The relation between elementary students’ conditional reasoning and alternatives generation: The case of mathematics. Accepted as a Research Report for the *44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Due to cancellation of the conference to be published in an interim proceedings volume.

Göller, R., & Besser, M. (2021). Studienwahlmotive von Bewerberinnen und Bewerbern auf ein Lehramtsstudium und auf andere Studiengänge: Studiengangübergreifende Vergleiche und Profilanalysen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 1–17. DOI:10.1024/1010-0652/a000317

Hanfstingl, B., & Mayr, J. (2007). Prognose der Bewährung im Lehrerstudium und im Lehrerberuf. *Journal Für Lehrerinnen- Und Lehrerbildung*, *7*, 48–56.

Heinze, A., Weiher, D. F., Huang, H-M., & Ruwisch, S. (2018). Which Estimation Situations are Relevant for a Valid Assessment of Measurement Estimation Skills? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 67–74). PME.

Huber, L. (1997). Fähigkeit zum Studieren – Bildung durch Wissenschaft. Zum Problem der Passung zwischen Gymnasialer Oberstufe und Hochschule. In E. Liebau, W. Mack & C. T. Scheilke (Hrsg.), *Das Gymnasium. Alltag, Reform, Geschichte, Theorie* (S. 333–351). Juventa.

König, J., Drahmann, M., & Rothland, M. (2018). Motivprofile von Studierenden zu Beginn der Lehrerbildung: Anwendung und Validierung eines personenzentrierten Ansatzes in Deutschland und Österreich. *Zeitschrift für Bildungsforschung*, *8*(2), 153–171. DOI:10.1007/s35834-018-0212-0

McLean, L., Taylor, M., & Jimenez, M. (2019). Career choice motivations in teacher training as predictors of burnout and career optimism in the first year of teaching. *Teaching and Teacher Education*, *85*, 204–214. DOI:10.1016/j.tate.2019.06.020

Müsche, H. (2009). Wissenschaftspropädeutik aus psychologischer Perspektive – Zur Dimensionierung und Konkretisierung eines bildungstheoretischen Konzeptes. *TriOS*, *4*(2), 61-110.

Rach, S., Sommerhoff, D., Ufer, S. (2021). *Technical Report - Knowledge for University Mathematics (KUM) and Mathematics Online Assessment System (MOAS). MCLS Report No. 1.* Munich Center of the Learning Sciences, LMU München. DOI:10.5282/ubm/epub.76294

Ruwisch, S. & Huang, H.-M. E. (2019). Length measurement in the textbooks of German and Taiwanese primary students. In: U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen,& M. Veldhuis, M. (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: CERME 11*, (p. 4310–4317). Utrecht University.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–389). Macmillan.

Wach, F.-S., Karbach, J., Ruffing, S., Brünken, R., & Spinath, F. M. (2016). University Students’ Satisfaction with their Academic Studies: Personality and Motivation Matter. *Frontiers in Psychology*, *7*. DOI:10.3389/fpsyg.2016.00055

Weiher, D. F. & Ruwisch, S. (2018). Kognitives Schätzen aus Sicht der Mathematikdidaktik: Schätzen von visuell erfassbaren Größen und dazu erforderliche Fähigkeiten. *mathematica didactica*, 41(1), 77–103.

Daniel Sommerhoff, IPN Kiel
E-Mail: sommerhoff@leibniz-ipn.de

Anke Lindmeier, FSU Jena
E-Mail: anke.lindmeier@uni-jena.de

Arbeitskreis: Semiotik, Zeichen und Sprache der Mathematikdidaktik

Abtei Frauenwörth, 22.–24. 9. 2021

Gert Kadunz

Nach einjähriger Pause wurde in der Zeit vom 22.–24. 9. 2021 die Herbsttagung des Arbeitskreises wieder durchgeführt. Der Tradition folgend war die Abtei Frauenwörth im Chiemsee (www.frauenwoerth.de) der Tagungsort. Diese Tagung zeichnete sich, wie schon die rund zwanzig Herbsttagungen davor, durch eine Vielfalt von präsentierten Inhalten aus, welche sich alle einem zeichentheoretischen Kontext zuordnen lassen. Zu solchen Inhalten zählen z. B. die Konzentration auf mathematisch orientierte Tätigkeiten mit dem Sichtbaren, das Verhältnis von Mathematik und gesprochener Sprache oder die Bedeutung von Gesten beim Lernen von Mathematik. Dazu wurden sechs Vorträge gehalten, deren Kurzfassungen hier notiert sind.

Flavio Angeloni (Universität Klagenfurt) Gebärdensprache, Mathematik und Didaktik: Mathematikunterricht aus „elementarer Algebra“ in (Österreichischer) Gebärdensprache

Die Entwicklung von Konzepten für Mathematikunterricht in Gebärdensprache erfordert die Berücksichtigung verschiedener Bereiche – insbesondere: Mathematikdidaktik, Deaf-Didaktik und Gebärdensprachlinguistik. In diesem Vortrag wurde eine Studie vorgestellt, die das Sprechen über elementare Algebra in Österreichischer Gebärdensprache (ÖGS) untersucht. Die Studie fokussiert auf den Begriff „Variable“ im Sinne des Gegenstandsaspektes und darauf, wie das in ÖGS ausgedrückt wird. Es zeigte sich, wie die ÖGS verschiedene Informationen zum Ausdruck bringt und wie sie sich von der Lautsprache unterscheidet. Diese Studie ist die erste einer längeren Reihe von Untersuchungen zur Gebärdensprache und der elementaren Algebra.

Lara Billion (Universität Frankfurt am Main) Handlungen an digital und analog gestalteten Diagrammen

In dem Vortag wurden Ergebnisse aus der Studie MatheMat – Mathematisches Lernen mit Materialien vorgestellt. Die theoretische Rahmung der Studie bildet eine semiotische Perspektive auf Mathematiklernen nach C. S. Peirce, verstanden als Arbeit mit und Gebrauch von Diagrammen. Ziel dieser Studie ist es Handlungen von Lernenden an digitalen und analogen Materialarrangements, die als Diagramme verstanden werden können, zu analysieren, um die (Diagramm-)Deutungen der Lernenden rekonstruieren zu können. Die Rekonstruktion der Deutungen soll Rückschlüsse zulassen, ob das unterschiedliche Material Einfluss auf das Mathematiktreiben der Lernenden hat. Im Vortrag wurden Handlungen von Lernenden an geometrischen und statistischen Materialarrangements (jeweils digital und analog gestaltet) gezeigt, die exemplarisch analytisch betrachtet wurden. Es konnte gezeigt werden, dass sich in manchen Fällen die Materialität (digital/analog) auf die Deutungen der Lernenden auswirkt, in anderen nicht. Vor allem die mathematischen Relationen, die in den Handlungen von den Lernenden beachtet werden müssen, haben Einfluss darauf, welche mathematischen Deutungen in der Analyse rekonstruiert werden können.

Melanie Huth (Universität Frankfurt am Main) Zwei Hände voller Diagramme – Das doppelte Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen

Der Vortrag umfasste die Vorstellung einer Studie zur Funktion und Gestalt von Gesten beim Mathematiklernen in der Grundschule. Als theoretischer Rahmen wurden Erkenntnisse aus der psychologisch und linguistisch gerahmten Gestenforschung zugunsten einer interaktionstheoretisch-semiotischen Perspektive auf das Lernen von Mathematik adaptiert. Wesentlich für diese Perspektive ist die interaktive Konstituierung mathematischen Lernens als gemeinsames diagrammatisches Arbeiten der Lernenden im Peirce’schen Sinne. Als zentrales Ergebnis der Studie wurden Funktionen und Gestalten von Gesten an Beispielen beschrieben und im daraus entwickelten doppelten Kontinuum der Gesten für das Mathematiklernen eingeordnet.

Hermann Kautschitsch (Universität Klagenfurt) Diagrammatische Rekonstruktion einer Fallstudie

Am Beispiel einer Teilbarkeitsregel (Teilbarkeit durch 9) wurde unter Verwendung einer Fallstudie die Verwendung von Diagrammen zur Ideenfindung präsentiert. Dabei dienen diese Diagramme im Sinne von Peirce der Begründungsfindung für diese Regel. Gleichzeitig können solche Diagramme auch zur Verallgemeinerung eingesetzt werden. Dies bedeutet, dass Regeln auch für andere Teiler im Dezimalsystem und sogar in anderen Zahlsystemen diagrammatisch erkundet werden können.

Swetlana Nordheimer (Universität Bonn)
Geometrie, Sprache und (Fach-)gebärden

Die juristisch begründbare Inklusion von tauben und schwerhörigen Lernenden an den Regelschulen und somit im Mathematikunterricht führt zu einer Reihe von Fragen der praktischen Umsetzbarkeit einer Idee, die in der Theorie und Praxis des Mathematikunterricht nicht zum ersten Mal diskutiert wird. Bereits 1847 erscheint mit farbigen Figuren illustrierte englischsprachige Übersetzung der ersten fünf Bücher von Euklid von Oliver Byrne, der beim Vorstellen seines Werkes auch an die besonderen Bedürfnisse der tauben Kinder und Jugendlichen denkt. Viel später suchte Caleb Gattegno mit farbigen *Algebricks* nach Wegen, taube Lernende mathematisch herauszufordern und so sprachlichen Hürden zu überwinden oder gar zu umgehen. In der Sonderpädagogik besteht heute Einigkeit darüber, dass Bildung ohne gezielte Sprachförderung nicht möglich sei. In diesem Licht erscheint eine gründliche Auseinandersetzung mit mathematischen Fachgebärden besonders relevant und stellt nicht nur die Semiotik, sondern die Idee mathematischer Bildung auf die Probe.

Sebastian Schorcht (Universität Gießen)
Mathematische Repräsentationen in arithmetischen Problemlöseprozessen durch Kinder der 3. bis 5. Jahrgangsstufe

Der Vortrag fokussierte auf begabte Grundschulkinder, die während einer Problemlösungsaufgabe, im Rahmen bestimmter Regeln eines individuellen Systems, mathematische Diagramme nutzen. Aus Sicht der Forschung führt der Wechsel zwischen und innerhalb verschiedener "Repräsentationsformenßu neuen mathematischen Erkenntnissen. Doch welchen Prozess der Verwendung von Diagrammen durchlaufen Grundschulkinder im Rahmen des Problemlösens? Was passiert vor einer neuen mathematischen Erkenntnis im Kontext der Nutzung eigener Diagramme und Inskriptionen? Ist der Wechsel der „Repräsentationsform“ notwendige Voraussetzung für mathematische Erkenntnisse? Zu diesem Zweck wurden im Projekt „Mathe für Cracks“ begabte Kinder (8 bis 11 Jahre) mit einer zahlentheoretischen Problemlösungsaufgabe konfrontiert. Im Vortrag wurden die Diagramme und Inskriptionen von Fred und Mark analysiert, die an diesem Projekt teilnahmen. Zur Diskussion stand die Rolle des Wechsels von „Repräsentationen“ im Kontext mathematischer Erkenntnisprozesse.

Neben den angeführten Vortragenden nahmen von der Universität Bonn noch Rainer Kaenders und Ysette Weiss teil. Die Universität Frankfurt am Main war auch durch Rose Vogel vertreten. Von der Universität Klagenfurt waren Willi Dörfler und Martin Brunner angereist. Wesentliche Unterstützungen bei der Organisation leisteten Christof Schreiber (Universität Gießen) sowie die leider nicht anwesende Barbara Ott (PH St. Gallen).

Gert Kadunz, Universität Klagenfurt
E-Mail: gert.kadunz@aau.at

Arbeitskreis: Stochastik

Online, 29.–30. 9. 2021 / Einladung zur Herbstagung 2022

Susanne Schnell und Karin Binder

Die Herbsttagung des Arbeitskreis Stochastik vom 29. bis 30. September fand mit durchschnittlich 35 Teilnehmenden online statt. Thematisch lag der Schwerpunk auf *neuen Herausforderungen für die Stochastik und ihre Didaktik*. Vorgestellt wurden vielfältige empirische Forschungsprojekte und Ideen für die sinnstiftende und mathematisch tiefgründige Thematisierung neuer Inhalte im Bereich der schulischen und universitären Stochastik.

Ein Überblick über die Vorträge findet sich in der folgenden Liste:

- Susanne Podworny und Yannik Fleischer: Datendetektive – Vorstellung eines Moduls für Datenexploration und Entscheidungsbäume mit CODAP für Klasse 9/10
- Leonie Kauz und Natalia Weißker: Interdisziplinäre Peer-Projektarbeit: Data Literacy-Erwerb ermöglichen Praxiseinblicke in die Lehr-Lernprojekte kompass Δ modal an der Hochschule Mannheim
- Christian Büscher: Designprinzipien zur Förderung statistischer Allgemeinbildung
- Gerrit Loth und Martina Döhrmann: Teilhabe am digital-gestützten Mathematikunterricht – Entwicklung und Evaluation einer Lernumgebung zur Förderung der Datenkompetenz in der siebten Jahrgangsstufe
- Joachim Engel: Videos zu Datenanalysen: Neue Formate für Projektarbeiten
- Norbert Henze: Setzstrategien, goldener Schnitt und ein Erwartungswert-Paradoxon
- Theresa Büchter und Andreas Theresa Eichler: TrainBayes – Einblicke in theorie- und evidenzbasierte Trainings zum Bayesianischen Denken
- Katharina Schüller: Datenkompetenz für alle: Die App Stadt | Land | Datenfluss

Im ersten Vortrag stellen Susanne Podworny und Yannik Fleischer aus Paderborn ein *Modul für Datenexploration und Entscheidungsbäume mit CODAP für Klasse 9/10* vor (Datendetektive). Im Rahmen des noch laufenden Entwicklungs- und Forschungsprojekts ProDaBi wurde eine innovative Unterrichtsreihe für die Mittelstufe entwickelt. In dieser dient ein umfangreicher Datensatz zum Freizeit- und Medienverhalten von Jugendlichen einerseits zur Einführung in die explorative Statistik, sowie andererseits als Grundlage für die Entwicklung von datenbasierten Entscheidungsbäumen. Die Ergebnisse zeigen, dass Lernende bereits in dieser Klassenstufe vielfältige Zugänge auch zu den Themen der Data Science finden. Nächste Schritte im Projekt beinhalten unter anderem die Konzeption und Durchführung von entsprechenden Lehrkräftefortbildungen.

Der zweite Vortrag beschäftigte sich mit einer interdisziplinären Peer-Projektarbeit, bei der studienbegleitend Data Literacy als zentraler Future Skill bzw. digitale Schlüsselkompetenz erworben werden kann. Leonie Kauz und Natalia Weißker gaben *Praxiseinblicke in die Lehr-Lernprojekte kompass Δ modal an der Hochschule Mannheim.* Im Rahmen dessen nehmen Studierende auch aus weniger Statistikaffinen Studiengängen an Ringvorlesungen teil und erarbeiten in Teams Lösungen für aktuelle gesellschaftliche Herausforderungen wie Mobilität, Digitalisierung oder Ressourcenschonung. Dabei gehen die Teams nutzer/innenorientiert vor, indem sie vorhandene Daten nutzen, Daten selbst erheben, auswerten, interpretieren und visualisieren. Selbstberichte der Studierenden deuten an, dass sich die Studierenden durch die Teilnahme am Projekt als zunehmend kompetent in Hinblick auf Digitalisierung und Data Literacy fühlen.

Die Förderung von Data bzw. Statistical Literacy wurde auch im dritten Vortrag von Christian Büscher aus Duisburg-Essen thematisiert. In seinem Vortrag stellte er *Designprinzipien zur Förderung statistischer Allgemeinbildung* vor. Ausgehend von der Idee, von einem datenbasierten Argument auf potenzielle Modelle, dann weiter auf potenzielle Daten und von dort wiederum auf mögliche Phänomene zurückzuschließen (bezeichnet als „imaginatives Lesen"), zielen die Designprinzipien darauf ab, mit widersprüchlichen oder unvollständigen Informationen bzw. Argumenten Konflikte zu erzeugen und so Schülerinnen und Schüler zur tieferen Durchdringung und Interpretation der Daten zu motivieren. Erste Erprobungen in online durchgeführten Design Experimenten mit Lernenden der Mittelstufe illustrieren, dass mit den Designprinzipien Auseinandersetzung mit statistischen Inhalten angeregt werden kann.

Im Vortrag von Gerrit Loth und Martina Döhrmann aus Vechta ging es um die *Teilhabe am digital-gestützten Mathematikunterricht – Entwicklung und Evaluation einer Lernumgebung zur Förderung der Datenkompetenz in der siebten Jahrgangsstufe.* In dem noch laufenden Promotionsvorhaben soll eine digital-gestützte Lernumgebung zur Förderung der Datenkompetenz entwickelt werden, die unter anderem mit Tablets und browserbasierten Tools umgesetzt wird. Aktuell findet die Datenerhebung in dem Projekt statt. Ziel ist die Identifikation von Chancen und Hürden für die Teilhabe an dieser Lernumgebung um Rückschlüsse darauf ziehen zu können, wie digital-gestützte Lernumgebungen im Mathematikunterricht grundsätzlich gestaltet sein müssen, um allen Schülerinnen und Schülern die Teilhabe zu ermöglichen. Das Promotionsprojekt wird im Rahmen der Werkstatt ‚Digitalisierung in inklusiven Settings' durchgeführt.

Am zweiten Tag berichtete Joachim Engel aus Ludwigsburg von Erfahrungen aus seiner Lehre zum Thema *Videos zu Datenanalysen: neue Formate für Projektarbeiten*. Softwaretools zur Statistik (z. B. CODAP, Gapminder, R) erlauben die Visualisierung und Exploration komplexer Datensätze. Anspruchsvolle Präsentationsformate wie Animationen, Simulationen und Videos werden leichter zugänglich. Nicht zuletzt um die digitalen Kompetenzen der Lernenden zu fördern, sollten die Studierenden Videos erstellen, die nicht nur die Ergebnisse von komplexen Datenanalyseprozessen darstellen, sondern auch Relevanz und Prozess der Datengewinnung, -bereinigung und -analyse veranschaulichen. Die verwendeten Materialien zu Inhalten wie Klimawandel, Einkommensunterschiede, Human Development usw. stammten aus dem Projekt ProCivicStat. Auch wenn die Erstellung der Videos für Dozent und Studierende in der ersten Iteration als sehr anspruchsvoll und zeitaufwändig erlebt wurde, machen die Ergebnisse Lust auf mehr und zeigen, wie vielfältig und ansprechend hochschulischer Statistikunterricht gestaltet werden kann.

Norbert Henze (Karlsruhe) gaben im Vortrag *Setzstrategien, goldener Schnitt und ein Erwartungswert-Paradoxon* ausführliche Einblicke in ein leicht zugängliches und doch mathematisch komplexes Thema für den Stochastikunterricht der weiterführenden Schule und der Hochschule. Dabei geht es um folgende Situation: „Anja hat zwei Chips, die sie entweder beide auf Treffer, beide auf Niete oder verteilt auf Treffer und Niete setzen kann (unabhängige Bernoulli-Versuche). Bei Auftreten eines Treffers oder einer Niete kann Anja – sofern noch ein Chip auf dem entsprechenden Setzfeld vorhanden ist – diesen entfernen. Anja möchte den Erwartungswert der Anzahl der Bernoulli-Versuche minimieren, bis beide Chips entfernt werden können. Wie sollte sie die Chips verteilen? Wie sieht es aus, wenn Anja und Bettina mit unterschiedlichen Setzstrategien gegeneinander antreten und diejenige gewinnt, die zuerst beide Chips entfernen kann?“ Abhängig ist die Beantwortung dieser Fragen von der Trefferwahrscheinlichkeit p. Dabei stellt sich heraus, dass es bei einem bestimmten p egal ist, wie Anja die Chips verteilt. Norbert Henze leitete anschaulich her, dass es sich dabei genau um den goldenen Schnitt handelt.

Beim letzten Vortrag der Teilnehmenden beschäftigten sich Theresa Büchter und Andreas Eichler (Kassel) mit *TrainBayes – Einblicke in theorie- und evidenzbasierte Trainings zum Bayesianischen Denken*. Ausgangspunkt für das Projekt war das Ergebnis didaktischer und psychologischer Forschung, dass Bayesianisches Denken für viele Professionen wie etwa für Medizin und Jura von großer Bedeutung ist, Laien wie Expert*innen jedoch erhebliche Schwierigkeiten damit haben. Die Konzeption der im DFG-Projekt TrainBayes entwickelten Trainings und Teststimuli baut auf bewährten Förderstrategien auf und bezieht dabei zwei neue Aspekte des Bayesianischen Denkens mit ein – das Einschätzen von Veränderungen in Bayesianischen Situationen (Kovariation) und die adressatengerechte Informationsübermittlung zu Bayesianischen Fragestellungen in einem Expert*innen-Laien-Kontext. Im Vortrag wurden Einblicke in die konkrete Umsetzung der Trainingsinhalte (z. B. in Erklärvideos) und die Teststimuli gegeben und mit ersten Eindrücken aus der Pilotierung der Materialien illustriert. Nach Aussage der Studierenden im Bereich Medizin stellt der Fokus auf die mathematischen Hintergründe einen bislang kaum vorhandenen Aspekt ihrer Ausbildung dar, der als bereichernd empfunden wurde.

Die Tagung wurde abgerundet mit dem eingeladenen Vortrag von Katharina Schüller von Stat-Up in München, der sich mit dem Thema *Datenkompetenz für alle: Die App Stadt | Land | Datenfluss* befasste. Die App hat unter anderem zum Ziel, Datenkompetenz für alle Bürgerinnen und Bürger (auch außerhalb von institutionellen Bildungskontexten) zu vermitteln und einen souveränen Umgang mit neuen technologischen Entwicklungen wie Künstlicher Intelligenz oder Big Data und den eigenen Daten zu etablieren. Die App des Deutschen Volkshochschul-Verbandes steht unter der Schirmherrschaft der Bundeskanzlerin Dr. Angela Merkel. Auf spielerische Weise werden in einer virtuellen Stadt die Themenbereiche Arbeit/Wirtschaft, Smart City/Mobilität und Gesundheit behandelt. Die Inhalte des Angebots basieren auf dem wissenschaftlichen Framework für Data Literacy des Hochschulforums Digitalisierung und wurden auf die Bedarfe der breiten Öffentlichkeit angepasst. Die als zentrale Zukunftskompetenz des 21. Jahrhunderts ausgewiesene Data Literacy bezeichnet dabei die Fähigkeit, Daten auf kritische Art und Weise zu sammeln, zu managen, zu bewerten und anzuwenden. Die App kann kostenlos für alle gängigen Betriebssysteme heruntergeladen werden. Weiterhin stehen die Inhalte auch als eine Browserversion unter https://ki-campus.org/datenfluss zur Verfügung.

Insgesamt erfreute sich die Herbsttagung 2021 des AK Stochastik einer regen Beteiligung und intensiver Diskussionen nach den Vorträgen. In einer Diskussionsrunde zunächst in Break-Out Rooms, dann gemeinsam wurden in Hinblick auf das Thema der Tagung weitere Herausforderungen und offene Fragen identifiziert: Als Trendthemen zeigen sich Begriffe und Konzepte wie Statistical bzw. Data Literacy, Big Data, Data Science und statistische Modellierungen. Wie kann der Stochastikunterricht aller Bildungsformen bei all diesen neuen Entwicklungen aktuell bleiben? In welchem Fach sind Inhalte zur Data Literacy, Big Data, etc. am besten aufgehoben – im Mathematikunterricht, im Informatikunterricht oder in einem eigenen Fach? Weiterhin ist bekannt, dass die Förderung der Data Literacy möglichst schon in der Grundschule beginnen sollte. Hier stellt sich die Frage, wie relevante Kontexte und Datensätze identifiziert und aufbereitet werden können und welche besonderen Anforderungen substanzielle und verstehensorientierte Lehr-Lernprozesse auf diesem elementaren Niveau erfüllen müssen.

Die Vorträge der Herbsttagung 2021 haben wieder einmal gezeigt, dass die Förderung des verständigen und kompetenten Umgangs mit Daten weit mehr bedeutet als das klassische Vermitteln statistischer Methoden oder Begriffe. Mit Blick auf die Verankerung im Fach Mathematik stellt sich jedoch die Frage, inwiefern auch mathematische Einsichten und Prozedere wieder mehr in den Blick genommen werden können, um so die Vermittlung der fachlichen Grundlagen für die Literacy Kompetenzen zu sichern.

Diese und weitere Fragen werden sich sicherlich nicht zuletzt bei den nächsten Treffen des AK Stochastik stellen und für spannende Präsentationen und Diskussionen sorgen.

Zum Abschluss dieses Berichtes möchten wir Sie hiermit bereits jetzt zur Herbsttagung im Jahr 2022 einladen: Der Arbeitskreis Stochastik wurde im Jahr 1981 ins Leben gerufen. Etwa zeitgleich fand die Gründung des Vereins zur Förderung des schulischen Stochastikunterrichts statt, mit dem der Arbeitskreis in enger Verbindung steht. Wir haben uns entschieden, dieses doppelte Jubiläum nicht 2021 digital, sondern erst nächstes Jahr und dann hoffentlich wieder gemeinsam vor Ort miteinander zu feiern. Daher laden wir Sie herzlich ein zur $40 + \varepsilon$-Jahresfeier unter dem Motto „Ein Blick zurück und ein Blick nach vorn" ein, vom 9. 12.–11. 12.2022 in der Reinhardswaldschule in Kassel. Weitere Informationen erhalten Sie über die Mailingliste des Arbeitskreises oder über die Website didaktik-der-mathematik.de/ak/stochastik.

Prof.in Dr. Susanne Schnell, Goethe-Universität Frankfurt am Main
E-Mail: schnell@math.uni-frankfurt.de

Prof.in Dr. Karin Binder,
Ludwig-Maximilians-Universität München
E-Mail: karin.binder@lmu.de

Hinweis. Dieser Beitrag ist bereits in der Zeitschrift *Stochastik in der Schule* als Erstveröffentlichung erschienen.

ISTRON-Gruppe

Darmstadt, 5./6. 11. 2021

Torsten-Karl Strempel, Gilbert Greefrath und Hans-Stefan Siller

Die diesjährige Herbst-Tagung der ISTRON-Gruppe an der Hochschule Darmstadt, unterstützt durch den lokalen Organisator Torsten-Karl Strempel, konnte – nach einem Jahr Pause – erfreulicherweise wieder teilweise im persönlichen Austausch stattfinden. Durch das traditionell zweigeteilte Treffen der ISTRON-Gruppe in eine interne Sitzung, die vor Ort in der Hochschule Darmstadt stattfand und dem wissenschaftlichen Austausch zum Lehren und Lernen von Anwendungen und Modellieren dient, sowie einem Fortbildungstag für Lehrkräfte, der auf Grund der aktuellen Rahmenbedingungen als online-Fortbildung stattfand, konnte dies ohne größere Probleme für die Teilnehmenden umgesetzt werden.

In der internen Sitzung am Freitag wurde insbesondere auf die Bewertungskompetenz beim Mathematischen Modellieren fokussiert. Drei Forschungsvorträge haben dabei den Rahmen der internen Sitzung gespannt. Unter dem Titel „What you assess is what you get" berichtete Xenia Reit (PH Karlsruhe) über Schwierigkeiten bei der Bewertung von Modellierungsaufgaben. Als Ausgangspunkt diente der Befund, dass der Anteil von Modellierungsaufgaben im Unterricht noch immer gering ist. Von Lehrkräften wird als Schwierigkeit auch immer wieder die Bewertung von Modellierungsaufgaben gesehen. Daher wurden im Rahmen einer Studie Lösungsmöglichkeiten von Modellierungsaufgaben bzw. die Struktur von Lösungen und deren Bewertung aufgegriffen, um die Komplexität dieser Aufgaben einzuordnen und Schlussfolgerungen für Bewertungsmodelle zu identifizieren. Diese Bewertungsmodelle wurden vorgestellt und ausführlich diskutiert. Rita Borromeo Ferri (Uni Kassel) referierte im Anschluss über die Förderung der Bewertungskompetenz angehender Lehrkräfte für das mathematische Modellieren in schriftlichen Leistungsüberprüfungen. Die Forschungsergebnisse wurden hier im Zuge einer quasi-experimentellen Interventionsstudie mit einem Pre- und Post-Design gewonnen. Ziel war es, Erkenntnisse über die Bewertungskompetenz bei mathematischen Modellierungsaufgaben in schriftlichen Leistungsüberprüfungen zu identifizieren. Dafür wurden angehende Lehrkräfte, welche ein Seminar zum mathematischen Modellieren an der Universität Kassel besucht hatten, als Probanden herangezogen. Der Ansatz wurde ausführlich – auch vor dem Hintergrund der theoretischen Modelle professioneller Kompetenz – diskutiert. Daran schloss sich der Vortrag von Thomas Borys, Mutfried Hartmann (beide PH Karlsruhe) & Hidemichi Okamoto (Universität Gifu, Japan) an. Die drei Vortragenden betrachteten illustrative Rekonstruktionen der Lösungsprozesse von Fermi-Aufgaben. Dabei dient der Fermi-Graph als Instrument, mit dem anhand einer Lösung einer Fermi-Aufgabe die zugehörige Lösungsstruktur sowie Fermi- und Modellierungsaktivitäten erfasst und einer Analyse zugänglich gemacht werden kann. In der Diskussion wurden die Chancen und Grenzen dieses Ansatzes beleuchtet.

In der ISTRON-Sitzung wurde weiterhin über die Möglichkeiten modellierungsspezifischer Publikationen sowie die bei Springer aufgelegte Reihe „Realitätsbezüge im Mathematikunterricht“ berichtet. Abschließend wurden die beiden bisherigen Sprecher der ISTRON-Gruppe Gilbert Greefrath und Hans-Stefan Siller durch eine Wahl für eine weitere Amtszeit bestätigt.

Am Online-Fortbildungstag nahmen Lehrkräfte verschiedener Schulstufen -bzw. arten insbesondere aus Hessen, aber auch bundesweit teil. Durch die digitale Umsetzung via Zoom und das Hosten an der Hochschule Darmstadt war eine Teilnahme ohne lange Anreisewege möglich. Der einleitende Hauptvortrag von Harald Löwe (TU Braunschweig) thematisierte, wie man aktuelle mathematische Probleme der Robotersteuerung aus schulmathematischer Perspektive aufgreifen und umsetzen kann. Zahlreiche Anregungen aus der industriellen Praxis aber auch aus der eigenen Forschung nahm der Vortragende zum Anlass, um die mathematischen Hintergründe dieses gesellschaftlich relevanten Themas vorzustellen.

Die anschließenden Vorträge bzw. Workshops wurden in zwei Parallel-Schienen zu verschiedensten Themen angeboten. Das Programm des Lehrertags kann unter personen.fbmn.h-da.de/~strempel/index.php/Main/Istron abgerufen werden.

Der Dank für die Organisation und Durchführung gilt insbesondere Torsten-Karl Strempel und der Hochschule Darmstadt sowie allen Vortragenden der Tagung und Dozierenden des Fortbildungstages, aber auch dem Springer-Verlag, welcher den Lehrkräften kostenlos elektronische Exemplare der ISTRON-Bände aus der Buchreihe „Realitätsbezüge im Mathematikunterricht“, in der regelmäßig entsprechende Unterrichtsmaterialien sowie Ergebnisse empirischer Untersuchungen veröffentlicht werden, auf der Homepage der Tagung zur Verfügung gestellt hat.

Weitere Informationen zu ISTRON finden Sie auf der Homepage der ISTRON-Gruppe, die neben den Informationen zur Schriftenreihe auch Informationen zu zukünftigen Tagungen enthält. Haben Sie Interesse, bei ISTRON mitzumachen? Über Ihr Interesse und Ihre Rückmeldung freuen wir uns!

Torsten-Karl Strempel, Hochschule Darmstadt
E-Mail: torsten-karl.strempel@h-da.de

Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
E-Mail: greefrath@uni-muenster.de

Hans-Stefan Siller, Julius-Maximilians-Universität Würzburg
E-Mail: hans-stefan.siller@mathematik.uni-wuerzburg.de

Call for Papers
Mathematische Bildung neu denken: Andreas Vohns erinnern und weiterdenken
Siegen, 28.–30. 10. 2022

Tanja Hamann, Markus A. Helmerich, David Kollosche, Katja Lengnink und Stefan Pohlkamp

Mathematische Bildung muss sich im Rahmen gesellschaftlicher und schulischer Transformationsprozesse stets weiterentwickeln. Dafür bedarf es einer ständigen Reflexion über Bildungsansprüche, Bildungsinhalte und Bildungsorganisation, die nicht innerhalb der Schule stehen bleiben kann, sondern auch den Blick auf die Wirkung von Mathematik in der Welt berücksichtigen muss. Diese Themen hat Andreas Vohns mit seinen Arbeiten in besonderer Weise fokussiert.

In der Tagung sollen diese Themen aufgegriffen und für eine zeitgemäße mathematische Bildung neu und weitergedacht werden:

- Was bedeutet mathematische Bildung in einer sich wandelnden Welt?
- Wie beeinflussen Veränderungen in der Gesellschaft die fundamentalen Ideen eines bildsamen Mathematikunterrichts?
- Welchen Beitrag kann der Mathematikunterricht zum Ziel zeitgemäßer staatsbürgerlicher Erziehung leisten?
- Welche gesellschaftlich relevanten Themen gehören in den Mathematikunterricht?
- Was heißt dies konkret für die Gestaltung eines bildsamen Mathematikunterrichts, für eine zukunftsorientierte Lehrkräftebildung und eine sich wandelnde Prüfungskultur?

Es ist geplant, im Anschluss an die Tagung einen Konferenzband mit Peer-Review herauszugeben. Die genauen Vorgaben werden noch mitgeteilt.

Zeitplan für die Einreichung von Beiträgen

15.05.22: Deadline für die Vortragsanmeldung (max. zweiseitiges Exposé, weitere Informationen siehe Tagungsseite)
31.05.22: Rückmeldung über die Vortragsannahme
30.06.22: Anmeldeschluss
08.01.23: Einreichung der Artikel für den Sammelband
28.02.23: Rückmeldung
31.03.23: Einreichung der überarbeiteten Beiträge

Lokale Tagesleitung: Markus Helmerich

Kontakt: stefan.pohlkamp@matha.rwth-aachen.de

Anmeldung und aktuelle Informationen: www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/veranstaltungen/mabind-22.html

Organisationsteam:

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Markus A. Helmerich, Universität Siegen
E-Mail: helmerich@mathematik.uni-siegen.de

David Kollosche, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
E-Mail: David.Kollosche@aau.at

Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen
E-Mail: Katja.Lengnink@math.uni-giessen.de

Stefan Pohlkamp, RWTH Aachen University
E-Mail: stefan.pohlkamp@matha.rwth-aachen.de

Gert Schubrings Arbeiten – Eine Würdigung aus Anlass der Verleihung des Freudenthal Preises

Alexander Karp

Gert Schubring erhielt eine der wichtigsten Ehrungen in der Mathematikdidaktik: den Hans-Freudenthal-Preis 2019 (verliehen 2021) in Anerkennung seiner herausragenden Beiträge, die die internationale Mathematikdidaktikforschung stark beeinflusst haben. In diesem kurzen Beitrag möchte ich versuchen, einige seiner Studien, ihren Inhalt und ihre Bedeutung zu beschreiben.

Gert Schubring ist seit über 35 Jahren Mitglied des Instituts für Didaktik der Mathematik an der Universität Bielefeld. Seit 2009 hat er außerdem eine Gastprofessur am Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, inne. Er ist Autor von Dutzenden von Artikeln sowie mehreren Büchern und war als Herausgeber einer Reihe von wissenschaftlichen Publikationen tätig. Er war 10 Jahre lang Chefredakteur des International Journal for the History of Mathematics Education und ist Mitglied der Beiräte mehrerer Zeitschriften sowie Organisator, Mitglied und Vorsitzender der Programmausschüsse zahlreicher Konferenzen. Derzeit ist er Mitherausgeber einer Reihe bei Springer, die der Geschichte der Mathematik und ihres Unterrichts gewidmet ist. Er hat seine Forschung auf zahlreichen Kongressen, Konferenzen, Workshops, Symposien und Seminaren vorgestellt.

Die Forschung von Gert Schubring umfasst mehrere Schwerpunkte. Hier wollen wir uns jedoch nur auf einen davon konzentrieren: Er hat ein Forschungsprogramm im Bereich der Sozialgeschichte des internationalen Mathematikunterrichts entwickelt und als Wissenschaftler, Organisator und Mentor für jüngere Forscher zu dessen Weiterentwicklung beigetragen.

An dieser Stelle sind einige Erläuterungen angebracht. Die Geschichte des Mathematikunterrichts als Forschungsgebiet gibt es seit über hundert Jahren. Es sei daran erinnert, dass die allerersten Dissertationen, die in den USA im Bereich der mathematischen Bildung geschrieben und verteidigt wurden, sich speziell mit ihrer Geschichte befassten (Stamper, 1906). Dennoch wurde die Aufgabe der Geschichte allzu oft viel zu eng ausgelegt: als bloße Erläuterung dessen, was Schubring (1988) als Verwaltungsgeschichte bezeichnet hat, die sich vor allem auf Regierungserlasse und -programme konzentriert. Natürlich wurde auch die Analyse von Schulbüchern in dieses Unterfangen einbezogen, aber wiederum sehr eng ausgelegt: lediglich als Versuch, die von einem Schulbuch zum nächsten stattfindenden Veränderungen zu rekapitulieren und zu beschreiben. Ein wesentlich breiterer Ansatz wurde in einer Reihe von Arbeiten (z. B. Schubring, 1987; 1998) dargelegt, der auf der Untersuchung des Mathematikunterrichts und seiner Geschichte als Teil eines einzigen historischen Prozesses beruht. Schubring hat mehrere Forschungsbereiche und Desiderate abgesteckt und damit der wissenschaftlichen Gemeinschaft sein Forschungsprogramm vorgestellt und sie eingeladen, sich an dessen Verwirklichung zu beteiligen.

Gert Schubring hat auch wichtige methodologische Vorschläge unterbreitet. Vor allem in Schubring (1987) vergleicht er die Methodik, die ein Historiker des Mathematikunterrichts anwenden sollte, mit der Methodik, die seit dem 18. Jahrhundert bei der Erforschung der literarischen und wissenschaftlichen Produktion der griechischen Antike angewandt wurde, für deren besseres Verständnis man es für notwendig hielt, die griechische Politik und sogar die griechische Wirtschaft zu untersuchen. Aus dieser Sicht müssen Historiker, die ein echtes Verständnis der Prozesse in der mathematischen Bildung anstreben, tief in die betreffende Periode eindringen.

Etwas vereinfacht gesagt: wenn früher die Geschichte des Mathematikunterrichts als Sammlung von Informationen darüber verstanden wurde, wie viele Unterrichtsstunden zu einem bestimmten Zeitpunkt für ein bestimmtes Thema vorgesehen waren oder wie sich z. B. die Definition eines bestimmten Konzepts im Laufe der Jahre verändert hat, untersuchen Historiker des Mathematikunterrichts heute, wie der Mathematikunterricht zu einem bestimmten Zeitpunkt wahrgenommen wurde, welche Rolle er spielte und, was am wichtigsten ist, warum bestimmte Veränderungen stattfanden und wie diese mit den größeren sozialen und wirtschaftlichen Prozessen zusammenhingen. Die Veränderungen im Verständnis der Aufgaben, die in diesem Forschungsbereich zu bewältigen sind, spiegeln die Veränderungen wider, die im Mathematikunterricht insgesamt stattgefunden haben, wo dem sozialen Aspekt heute weitaus mehr Aufmerksamkeit geschenkt wird als je zuvor. In der Geschichte der Mathematikdidaktik sind diese Veränderungen zweifelsohne mit dem Namen Schubring verbunden.

Die neue Auffassung von den Zielen der historischen Forschung hat zu einer deutlichen Ausweitung des Umfangs unserer Quellen und vor allem zu einer Veränderung des Forschungsstils geführt. Schubring plädierte für eine umfassende Untersuchung laufender Prozesse, wobei die Biographien prominenter Persönlichkeiten des Mathematikunterrichts nicht nur als amüsantes Beiwerk zu den Diskussionen über die Themen ihrer Schulbücher betrachtet wurden, sondern als Teil eines einzigen Themas, das uns hilft, den Denkprozess hinter deren Werken zu verstehen.

Einer der offensichtlichen Einflüsse auf die Entwicklung des Mathematikunterrichts ist die Entwicklung der Mathematik als Disziplin. Schubring hat auch Beiträge zur Geschichte der Mathematik geleistet (z. B. Schubring, 1996, 2005) oder, genauer gesagt, er hat sie als Teil eines größeren Prozesses betrachtet, der auch die Entwicklung der Mathematikdidaktik einschließt, was eine tiefere Analyse der letzteren ermöglichte (siehe auch sein jüngstes Buch (Schubring, 2019) über die Schnittstellen zwischen mathematischen Praktiken und mathematischer Bildung).

Im Rahmen und entlang der von ihm formulierten methodischen Grundsätze hat Schubring wichtige Forschungen zur Geschichte des Mathematikunterrichts in Deutschland durchgeführt (z. B. Schubring, 1991; 2010), wobei hier noch einmal betont werden muss, dass sein Ansatz und das von ihm entwickelte Programm vor allem insofern interessant sind, als das Nationale (und sogar das Regionale, vgl. Schubring 2012) von ihm als Teil größerer internationaler Prozesse behandelt wird. Dies ist ein weiteres wichtiges Merkmal, das die Geschichte der mathematischen Bildung Schubring zu verdanken hat.

Die Auffassung, dass die mathematische Bildung ein internationales Phänomen ist, ist heutzutage weit verbreitet. Dennoch wird die Geschichte oft aus einer nationalen Perspektive geschrieben. Gleichzeitig lassen sich gegenseitige Beeinflussungen und sogar gemeinsame Entwicklungsparadigmen erkennen, lange bevor das Bewusstsein für die Bedeutung der international vergleichenden Analyse aufkam. Der umfassendere Ansatz, der über die nationalen Grenzen hinausgeht, ermöglicht es uns daher, Merkmale und Muster zu erkennen, die in Studien von geringerem Umfang unbemerkt bleiben würden. Schubring betonte die Bedeutung dieses Ansatzes, auch weil er selbst zuvor Forschungen zur Geschichte der Mathematik in verschiedenen Ländern wie Deutschland, Italien, Frankreich und auch Europa als Ganzes veröffentlicht hatte. Auch in seinen methodischen Artikeln, die sich auf seine umfangreichen Forschungen stützen, hat er diesen Ansatz unterstützt und gefördert (z. B. Schubring, 2006).

Eine wichtige Richtung seiner Forschung ist die Untersuchung der Auswirkungen von Kolonisierung und Dekolonisierung auf die Entwicklung des Mathematikunterrichts. In seinen Arbeiten (Schubring, 2017, 2021) schlägt Schubring – wahrscheinlich zum ersten Mal in dieser Vollständigkeit – ein systematisches Forschungsprogramm vor, das sich auf die relevanten historischen Prozesse konzentriert und zwischen kulturellen Mustern unterscheidet, die für verschiedene Regionen charakteristisch sind, aber gleichzeitig Merkmale identifiziert, die verschiedene Regionen teilen. Eine kürzlich erschienene Arbeit von ihm (Schubring, 2021) stellt wahrscheinlich den ersten Versuch dar, den gesamten Prozess der Entwicklung des Mathematikunterrichts in Westeuropa und seinen Kolonien kurz zu beschreiben.

An dieser Stelle müssen wir unsere Aufmerksamkeit noch einmal auf Schubrings organisatorische und pädagogische Aktivitäten richten. Seine Studien, in denen er dem sozialen Aspekt des Mathematikunterrichts besondere Aufmerksamkeit schenkte und die Entwicklung des Mathematikunterrichts in verschiedenen Ländern als zusammenhängende Komponenten eines einzigen Prozesses verstand, hatten großen Einfluss auf Wissenschaftler in verschiedenen Ländern. Schubring war federführend bei der Arbeit der Topic Study Group in Mathematics Education am ICME. Er war, wie bereits erwähnt, Chefredakteur des *International Journal for the History of Mathematics Education*, das zu einer Art Sprachrohr und Ausbildungsstätte für den neuen Ansatz in der Geschichte der mathematischen Bildung wurde. Er war Gastherausgeber mehrerer Sonderhefte von Zeitschriften, die sich mit der mathematischen Bildung befassen (z. B. ZDM-Mathematics Education). Schubring war einer der Organisatoren von Konferenzen zur Geschichte des Mathematikunterrichts, die zu wichtigen Publikationen in diesem Bereich geführt haben (bisher gab es sechs davon, beginnend mit dem Band Bjarnadóttir et al., 2009, und endend mit dem Band Barbin et al., 2020). Schließlich war Schubring Mitherausgeber des *Handbook on the History of Mathematics Education* (Karp & Schubring, 2014), eines Buches, das den aktuellen Stand der Geschichte der Mathematikdidaktik widerspiegelt und wahrscheinlich die erste Publikation war, die ihre internationale Geschichte in dieser Breite und Tragweite darstellte. Es wäre schwierig, eine einzige zeitgenössische Studie von Bedeutung für die Geschichte des Mathematikunterrichts zu nennen, die nicht eines oder mehrere von Schubrings Werken zitiert.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Schubrings beträchtlicher Beitrag zur Entwicklung der Geschichte des Mathematikunterrichts und der Wert seiner Arbeit als Wissenschaftler und Organisator weit über die Grenzen eines einzelnen Forschungsgebiets im Bereich des Mathematikunterrichts hinausgeht (obwohl es eine gewaltige Leistung wäre, auch nur ein einziges Gebiet zu verändern). Auf der Suche nach Antworten auf die Fragen von heute wenden wir uns immer wieder der Geschichte zu, in der Hoffnung, daraus ein Verständnis dafür abzuleiten, was heute tatsächlich geschieht, wie wir zu den heutigen Fragen und Problemen gekommen sind, wie wir sie lösen können und wie bestimmte Institutionen und Mechanismen im Mathematikunterricht tatsächlich funktionieren. Eine zeitgenössische Sozialgeschichte des internationalen Mathematikunterrichts ist hier besonders wichtig, und Schubrings Beitrag zu diesem Feld ist in jeder Hinsicht enorm.

Literatur

Bjarnadóttir, Kristin, Furinghetti, Fulvia, & Schubring, Gert. (Eds.). (2009). Dig where you stand. Proceedings of the conference "On-going research in the history of mathematics education". Reykjavik: University of Iceland, School of Education.

Barbin, Évelyne, Bjarnadottir, Kristin, Furinghetti, Fulvia, Karp, Alexander, Moussard, Guillaume, Prytz, Johan, Schubring, Gert. (Eds.). (2020). "Dig where you stand" 6. Münster: WTM.

Karp, Alexander, & Schubring, Gert. (Eds.) (2014). Handbook on the history of mathematics education. New York: Springer.

Schubring, Gert. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. For the Learning of Mathematics, 7(3), 41–51.

Schubring, Gert. (1988). Theoretical categories for investigations in the social history of mathematics education and some characteristic patterns. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik: Occasional papers # 109.

Schubring, Gert. (1991). Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozeß der Professionalisierung in Preußen (1810–1870). Zweite, korrigierte und ergänzte Auflage. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Schubring, Gert. (Ed.). (1996). Hermann Günther Graßmann (1809–1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference (Boston Studies in the Philosophy of Science, volume 187). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

Schubring, Gert. (2005). Conflicts between Generalization, Rigor and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17th-19th Century France and Germany. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences New York: Springer.

Schubring, Gert. (2006). Researching into the History of Teaching and Learning Mathematics: The State of the Art. Paedagogica Historica, XLII (IV–V), 665–677.

Schubring, Gert. (2010). Die Debatten um einen Mathematiklehrplan in Westfalen 1834. Eine regionale Sozialgeschichte der Einführung von Mathematik als Hauptfach. Münster: WTM Verlag.

Schubring, Gert. (2012). Antagonisms between German states regarding the status of mathematics teaching during the 19th century: Processes of reconciling them. ZDM/International Mathematics Education, 44(4), 525–536.

Schubring, Gert. (2017). Mathematics teaching in the process of decolonization. In: Bjarnadóttir, K., Furinghetti, F., Menghini, M., Prytz, J., & Schubring, G. (Eds.), "Dig where you stand" 4. Proceedings of the fourth International Conference on the History of Mathematics Education. Rome: Nuova cultura.

Schubring, Gert. (Ed.). (2019). Interfaces between Mathematical Practices and Mathematical Education. International Studies in the History of Mathematics and its Teaching. Cham: Springer.

Schubring, G. (2021). On processes of coloniality and decoloniality of knowledge: Notions for analysing the international history of mathematics teaching. ZDM-Mathematics Education, DOI:10.1007/s11858-021-01261-2

Stamper, Alva Walker (1906). A history of the teaching of elementary geometry with reference to present day problems. Doctoral dissertation. Columbia University.

Alexander Karp, Teachers College, Columbia University
E-Mail: apk16@columbia.edu

Übersetzung des englischen Originalbeitrags durch R. Oldenburg und K. Haier

Erinnerungen an Roland Stowasser

Rainer Danckwerts und Dankwart Vogel

Als Prof. Roland Stowasser am Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) der Universität Bielefeld in den 1980er Jahren tätig war, gewann er Walter Deuber, den Kombinatoriker der mathematischen Fakultät, für die Idee, mit einem Büchlein begabten Schülern den Zugang zur modernen Kombinatorik zu ebnen. Und er bat u. a. uns beide, Rainer Danckwerts und Dankwart Vogel, als Autoren hinzu. Wir alle kannten uns vorher wechselseitig nur flüchtig.

In intensiven Diskussionen warb Roland für seine didaktischen Leitlinien: typische Schlussweisen der Kombinatorik in Aktion erleben lassen, Problemstellungen in Geschichten mit Alltagsbezug verpacken und beispielhaft, nicht allgemein formulieren, die Einkleidungen untechnisch halten – etwa als Geldwechselproblem, als Beobachtung an DIN-Papier oder als Blick über die Schulter von Leonhard Euler, während er eine Problemlösung entwickelt.

Roland lobte und verriss, regte an und forderte, steckte das Ziel hoch und konkretisierte es beispielhaft. Er war auf unwiderstehliche Weise mitreißend, es war eine Freude und ein Gewinn für uns, mit ihm zu arbeiten. Mehr noch: Seine Initiative bedeutete für uns beide den Beginn einer langen und beglückenden Zusammenarbeit.

Danke, Roland!

Rainer Danckwerts, Siegen/Berlin
E-Mail: danckwerts@mathematik.uni-siegen.de

Dankwart Vogel, Bielefeld
E-Mail: a_d_vogel@arcor.de

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, Universität Augsburg, Universitätsstraße 14, 86159 Augsburg. Tel.: 0821 . 598-2494 reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de
■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641 . 99-32221, katja.lengnink@math.uni-giessen.de
■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345 . 5523-880, torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de
■ *Schriftführerin:* Prof. Dr. Daniela Götze, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Institut für grundlegende und inklusive mathematische Bildung, Fliednerstraße 21, 48149 Münster. Tel. 0251 . 83-39304, daniela.goetze@uni-muenster.de
■ *Geschäftsführung:* Karoline Haier, Tel. 0176 . 52758906, geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de
■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

■ Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Prof. Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Umschlagentwurf: Prof. Dr. Daniela Götze
■ Grafische Gestaltung: Christoph Eyrich, Berlin ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Hinweise für Autor(inn)en

Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 30. 5. und der 15. 11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit der Herausgeberin bzw. dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten.

Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte für freie Beiträge (Rubriken: Magazin, Diskussion) zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2500 Anschläge (inklusive Leerzeichen). Für die anderen Rubriken gelten zum Teil andere Längenempfehlungen, die auf der Internetseite der Zeitschrift detaillierter angegeben sind (s. tinyurl.com/ycxhvaqj). Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder LaTeX-Files eingereicht werden, Abbildungen sind immer auch als separate Dateien einzureichen. Auf der Internetseite stehen für LaTeX und WORD auch Manuskriptvorlagen zur Verfügung, die Sie bei der Längenabschätzung und den zu verwendenden Formatierungen unterstützen. Alle Beiträge werden von uns unabhängig vom Einreichungsformat anschließend professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als LaTeX-File.

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. E-Mailadresse) ab – *bitte geben Sie am Ende des Manuskripts selbst unbedingt Ihren Namen, Ihre Institution und Ihre E-Mailadresse an.*

Einreichung/Kontakt

Bitte reichen Sie Ihre Manuskripte bevorzugt online unter:

ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/author/submit

ein (einmalige Registrierung erforderlich) oder senden Sie alternativ Manuskripte an die Herausgeberin (schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de).

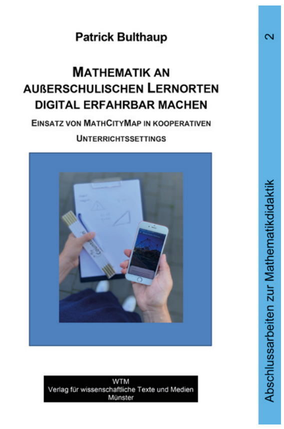
Neuerscheinungen im WTM-Verlag 2021

stein-wtm@outlook.de
+49 172 534 09 00
www.wtm-verlag

L. Baumanns, B. Rott & N. Sturm (Hrsg.): *Mit Abstand die beste Tagung. Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen online 2020.* Band 16 der Reihe Ars In-veniendi et Dejudicandi. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 140 Seiten, DIN A5.

ISBN 978-3-95987-193-8
Print 19,90 €

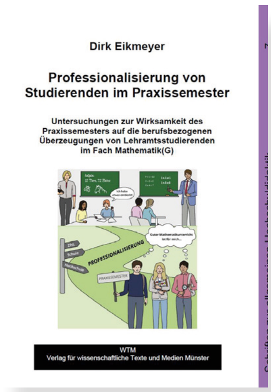
ISBN 978-3-95987-194-5
E-Book 18,90 €



P. Bulthaup: *Mathematik an außerschulischen Lernorten digital erfahrbar machen. Einsatz von MathCityMap in kooperativen Unterrichtssettings.* Band 2 der Reihe Abschlussarbeiten zur Mathematikdidaktik. WTM-Verlag 2021. Ca. 110 S. Das Buch ist nur als E-Book erhältlich.

ISBN 978-3-95987-192-1
E-Book 9,90 €.

Erhältlich im E-Book-Shop von WTM: http://wtm.e-bookshelf.de



D. Eikmeyer: *Professionalisierung von Studierenden im Praxissemester. Untersuchungen zur Wirksamkeit des Praxissemesters auf die berufsbezogenen Überzeugungen von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik(G).* Band 7 der Reihe Schriften zur allgemeinen Hochschuldidaktik. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 410 S., davon viele farbig 17 cm x 24 cm.

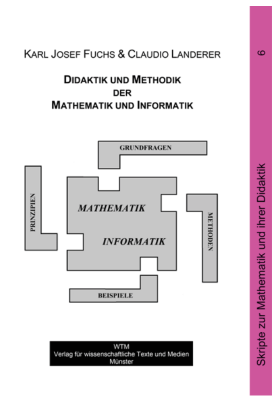
ISBN 978-3-95987-095-5
Print 46,90 €

ISBN 978-3-95987-096-2
E-Book 42,90 €

H. Fischer, T. Sauer, Y. Weiss (Hg.): *Exkursionen in die Geschichte der Mathematik und ihres Unterrichts. Beiträge zur Gemeinsamen Jahrestagung 2019 der Fachsektion der DMV Mathematikgeschichte" und des Arbeitskreises der GDM "Mathematikgeschichte und Unterricht".* Band 8 der Reihe Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 375 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-185-3
Print: 38,90 €

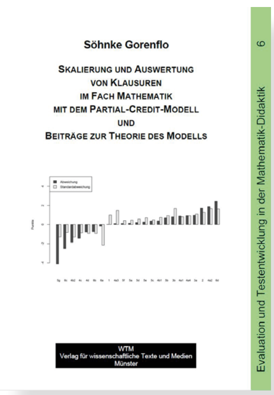
ISBN 978-3-95987-186-0
E-Book: 35,90 €



K. J. Fuchs & C. Landerer: *Didaktik der Mathematik und Informatik.* Band 6 der Reihe Skripte zur Mathematik und ihrer Didaktik. WTM-Verlag 2021. Ca. 240 S., 17 cm x 24 cm.

ISBN 978-3-95987-197-6
Print 29,90 €

ISBN 978-3-95987-198-3
E-Book 27,90 €



S. Gorenflo: *Skalierung und Auswertung von Klausuren im Fach Mathematik mit dem Partial-Credit-Modell und Beiträge zur Theorie des Modells.* Band 6 der Reihe Testentwicklung und Eva-luation in der Mathematik-Didaktik. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 230 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-095-5
Print 42,90 €

ISBN 978-3-95987-096-2
E-Book 39,90 €

K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021 vom GDM-Monat 2021 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) (1.-25. März 2021).* Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 370 S., DIN A5.

ISBN 978-3-95987-183-9
Print 43,90 € l

ISBN 978-3-95987-184-6
E-Book 39,90 €

A. Hoppenbrock: *Analyse studentischer Diskussionen und Wissenskonstruktionsprozesse wäh-rend der Peer Instruction beim Einsatz von Votingfragen in einer Anfängervorlesung im Fach Mathematik.* Band 7 der Reihe Schriften zur Hochschuldidaktik Mathematik. Münster: WTM-Verlag 2021. Ca. 425, Seiten, davon viele farbig, 17 cm x 24 cm.

ISBN 978-3-95987-157-0
Print 47,90 €

ISBN 978-3-95987-158-7
E-Book 43,90 €