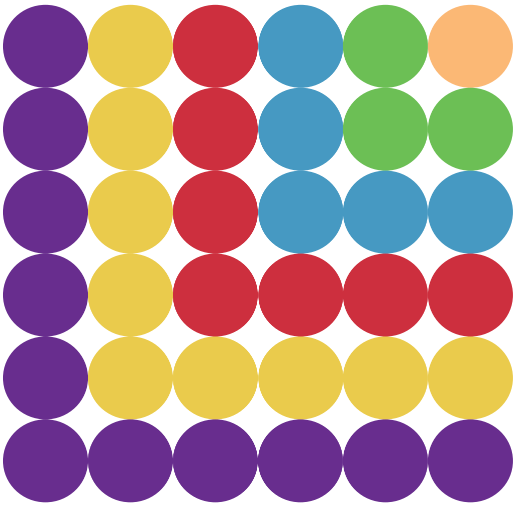
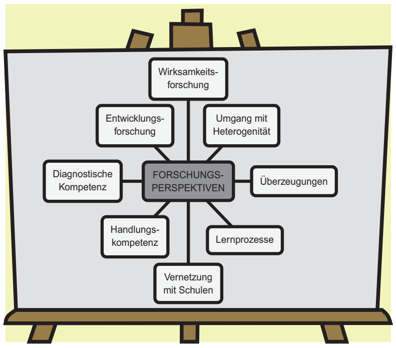
MITTEILUNGEN
DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK





GDM

102

Januar 2017

Inhalt

Rezensionen

Personalia

Bildnachweise der Umschlagseite:
Linke Spalte (von oben nach unten): Nicola Oswald, Thomas Raupach, Hartmut Schwarzbach. Rechte Spalte (von oben nach unten): Heinz Schuhmann, Andreas Vohns, Christian Dohrmann.

Vorwort des ersten Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,

wir starten in das Jahr 2017 mit alten aber auch neuen Herausforderungen an unsere Gesellschaft. Gleichzeitig können wir auf ein erfolgreich verlaufenes Jahr 2016 zurückblicken, das in besonderer Weise Tradition, Kontinuität und Entwicklungsfähigkeit der GDM dokumentiert: In Heidelberg konnten wir die 50. Jahrestagung der GDM begehen, beim vorletzten Heft der *Mitteilungen* handelte es sich um das 100. und im letzten Jahr hatten wir mit dem ICME-13 nach 40 Jahren bereits zum zweiten Mal die wichtigste internationale Tagung für Didaktik der Mathematik zu Gast. Vieles läuft gut in unserer Gesellschaft. Insbesondere der ICME-13 wurde, nicht nur aus Sicht der Veranstalter, ein wunderbares und unvergessliches Erlebnis, eine Einschätzung, die zahlreiche internationale Stimmen eindrucksvoll bestätigen. Auch von dieser Stelle sei im Namen der GDM nochmals ganz herzlich den vielen Mitgliedern gedankt, die zu dieser großartigen Konferenz beigetragen haben, ganz besonderer Dank gilt Gabriele Kaiser, die von Anfang an an den Erfolg glaubte und diese Konferenz mit Energie, Effektivität, Charme und einem nahezu unglaublichem Arbeitseinsatz zum Erfolg geführt hat.

Einen damit zusammenhängenden finanziellen Aspekt möchte ich wenigstens am Rande erwähnen: Auch die vorübergehende Erhöhung der GDM-Mitgliedsbeiträge, die für den Start der ICME-Organisation erforderlich war, verlief erfolgreich und das in einem doppelten Sinne: Zum einen konnten wir auf diese Weise der ICME-13 60 000 Euro zur Verfügung stellen, die gerade zu Anfang, als anderweitige Unterstützungen noch nicht verfügbar waren, dringend benötigt wurden; zum anderen führte diese vorübergehende Sonderabgabe entgegen mancher anfänglichen Befürchtung nicht zu einer Austrittswelle aus der GDM. Ganz im Gegenteil: Unser Mitgliederbestand blieb auch über diese vier Jahre hinweg konstant, Austritte und Neueintritte glichen sich weitgehend aus. Insgesamt können wir von einer guten und kontinuierlichen Entwicklung reden. Und schließlich können wir – dank guter Finanzlage – unsere vor vier Jahren getroffene Zusage, die Mitgliedsbeiträge ab 2017 wieder an den Stand vor der ICME-13-Initiative anzupassen, ohne Probleme einhalten.

Neben Jubiläen und erfolgreichen Tagungen gibt es aber auch Änderungen in unserer Gesellschaft, die unvorhergesehene Bewegungen mit sich bringen und die Notwendigkeit, alte und bewähre Strukturen zu ändern und neue Lösungen zu finden. Die Nachricht über eine solche Änderung erreichte uns im Frühjahr 2016.

Veränderungen bei der Datenbank MathEduc

MathEduc war und ist die einzige internationale Datenbank für Mathematikdidaktik, die den gesamten Bereich von Theorie und Praxis des Mathematiklehrens und -lernens aller Schulstufen und -arten, der Lehreraus- und -weiterbildung und der Erwachsenenbildung umfassend abdeckt. Sie erfasst Publikationen zu den Kerngebieten der Mathematikdidaktik sowie ausgewählte Literaturhinweise zu angrenzenden Gebieten und zur Elementarmathematik. Zurzeit gibt es circa 160 000 Datensätze in MathEduc aus circa 1000 Zeitschriften. In der letzten Dekade kamen jährlich ca. 5500 neue Datensätze hinzu. Die Datenbank verzeichnet Veröffentlichungen in mehr als 30 Sprachen.

Herausgeber von MathEduc sind das FIZ Karlsruhe, die European Mathematical Society und die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Die materiellen und logistischen Voraussetzungen lieferte dabei das FIZ Karlsruhe. Als Leibniz-Institut für Informationsinfrastruktur GmbH ist es das Ziel dieser Institution, wissenschaftlichen Service in mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereichen zu erbringen, wobei die damit zusammenhängenden Kosten zumindest zu einem erheblichen Teil über die gebührenpflichtige Zurverfügungstellung der Informationssysteme gedeckt werden sollen. So erwirtschaftete das FIZ im Jahr 2015 bezogen auf alle Informationssparten insgesamt einen Eigenfinanzierungsgrad von ca. 78 %.

Im Frühjahr 2016 erreichte uns die Nachricht des FIZ, dass die Pflege und Weiterentwicklung der Datenbank MathEduc nicht in der bisherigen Weise weitergeführt werden kann. Der wesentliche Grund hierfür liegt darin, dass mit die MathEduc zusammenhängenden Einnahmen und Ausgaben in keinem für die Zukunft vertretbaren Verhältnis standen. Eine Umschichtung innerer Betriebsabläufe, die Notwendigkeit zur Konzentration auf weniger Schwerpunkte und nicht zuletzt Erfordernisse von substanziellen Einsparungen stellten nun alle Beteiligten vor die Aufgabe, neue Strukturen zu entwickeln.

Gesucht wurde nun nach einem neuen Konzept, das zum einen den Bestand der bisherigen Datenbank sichert und zum anderen eine Möglichkeit der Weiterentwicklung eröffnet, die machbar und finanzierbar ist. Es folgten Gespräche zwischen dem FIZ Karlsruhe und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), vertreten durch Ulrich Kortenkamp, dem Chefredakteur der Datenbank MathEduc. Sie mündeten in die Idee eines neuen Konzepts zur Weiterführung bei verringertem Arbeitsaufwand und kostenfreier Bereitstellung der Datenbank. Ziel ist es dabei, dass die Inhalte von MathEduc ab 2017 jedem Interessierten kostenfrei zur Verfügung stehen werden. Darüber hinaus ist vorgesehen, Personen aus der mathematikdidaktischen Forschung und Lehre die Möglichkeit zu geben, eigene Beiträge in MathEduc einzubringen und Inhalte zu bearbeiten. Hierfür sind einige technische Anpassungen hinter den Kulissen sowie erhebliche organisatorische und strukturelle Arbeiten erforderlich. Daher wird MathEduc bis zur Fertigstellung und Inbetriebnahme der neuen Plattform in seiner derzeitigen Form bereitgestellt.

Unter der Leitung von Ulrich Kortenkamp wird zurzeit daran gearbeitet, den Datenbestand von MathEduc in Madipedia mit einzubinden. Dies soll einerseits einen einfachen und kostenfreien Zugriff ermöglichen und andererseits die Möglichkeit schaffen, dass Mitglieder der Community Einträge bzw. Ergänzungen machen können.

Eine weitere erhebliche Herausforderung ist es dabei, ein praktikables Konzept zu entwickeln, wie der Datenbestand weiter gepflegt werden kann. Hierzu werden zurzeit sämtliche Zusendungen vom FIZ an die Universität Potsdam umgeleitet mit dem Ziel, dass das weitere Einpflegen der Daten und das Schreiben von Rezensionen hier gebündelt und umgesetzt wird. Dies ist eine riesengroße Aufgabe, die übergangsweise von Ulrich Kortenkamp und seinen Mitarbeitern übernommen wird, die aber jedes Institut schnell an die Grenzen der Belastbarkeit führt. Bereits jetzt sind es schon knapp 100 Zeitschriften (nicht einzelne Ausgaben, sondern ganze Reihen), die demnächst in Potsdam eintreffen, und es werden voraussichtlich noch mehr werden.

Um diese Arbeit kontinuierlich möglich zu machen und um eine finanzielle Grundlage dafür zu schaffen ist geplant, so rasch wie möglich einen Förderverein zu gründen. Dies soll möglichst zur kommenden GDM-Jahrestagung geschehen, da zu erwarten ist, dass die potentiellen Gründungsmitglieder dort vor Ort sein werden. Eine Vakanz, die wir dabei schnell füllen müssen, ist die des Schatzmeisters oder der Schatzmeisterin – wir würden uns über Vorschläge und Freiwillige aus der GDM freuen. Insgesamt stehen wir damit vor Herausforderungen auf drei Gebieten:

1. die technische Realisierung einer neuen Plattform,
2. die Erfassung und Bearbeitung der anfallenden inhaltlichen Daten,
3. die Entwicklung einer organisatorischen und administrativen Ebene, die notwendig ist, um das alles auf Dauer zu realisieren und zu finanzieren.

An der Herausforderung (1) wird bereist erfolgversprechend gearbeitet, die Herausforderung (2) rollt heran und kann zurzeit nur vorübergehend umgesetzt werden und für die Herausforderung (3) hoffen wir, auf der kommenden GDM-Tagung mit Unterstützung der GDM-Mitglieder eine tragfähige Lösung zu finden.

Hier sind wir gefragt, mit Ideen, Vorschlägen und Arbeitseinsatz zur Weiterentwicklung von MathEduc beizutragen und die Schwierigkeiten dieser neuen Herausforderung gemeinsam zu lösen.

Bereits jetzt geht unser Dank an Ulrich Kortenkamp, der in einer Krisensituation zu raschem und kreativem Handeln bereit war und auf den die bisherigen Initiativen zur Weiterentwicklung zurückzuführen sind. Ganz herzlichen Dank für seine Initiative, seine Ideen und sein Engagement! Fragen sowie Anregungen zur Weiterführung von MathEduc können bereits jetzt an ihn gerichtet werden. Wir hoffen, in Potsdam in all diesen Fragen weiterzukommen.

Mit freundlichen Grüßen
Rudolf vom Hofe
(1. Vorsitzender der GDM)

Beweise ohne Worte mit jugendlichen Geflüchteten

Nicola M. R. Oswald

Der Artikel beschreibt die Möglichkeit sogenannte *Beweise ohne Worte* in den ergänzenden Zusatzunterricht im Fach Mathematik von minderjährigen Geflüchteten einzubinden. Auf der Grundlage einer qualitativen Untersuchung stellen wir die These auf, dass sich diese gerade zum Einsatz im Unterricht von zumeist ehrenamtlichen Lehrpersonen mit sehr unterschiedlicher Vorbildung eignen. Insbesondere hinsichtlich der Einschätzung des Lernstandes und Mathematikverständnisses der Jugendlichen zeichneten sich Hinweise für einen Erkenntnisgewinn ab.

1 Kurze Beschreibung der Ausgangslage

Mit den tausenden hilfesuchenden Geflüchteten im Jahr 2015 kamen auch ein Vielzahl an sogenannten unbegleiteten minderjährigen Flüchtlingen (oft abgekürzt „UMF") nach Deutschland. Laut einer Studie des Bundesfachverbands unbegleiteter minderjähriger Flüchtlinge [1] gab es zum 4. 1. 2016 in Deutschland in der Summe insgesamt 66 541 „jugendhilferechtliche Zuständigkeiten", diese Zahl bezieht sich auch auf Jugendliche, die bereits vor 2015 in Deutschland waren. Stellen wir diese Zahl gegenüber der gemäß Diakonie Deutschland (vgl. [3]) gestellten 14 439 Asylanträge von UMFs beim Bundesamt für Migration und Flüchtlingen und den lediglich 2 922 Entscheidungen (davon 90 % Anerkennungen) im Jahr 2015, so ist damit zu rechnen, dass viele der jungen Menschen einen großen Teil ihrer Jugend mit einem Status des Abwartens in Deutschland verbringen werden. Dementsprechend muss ein entscheidendes Anliegen der jeweiligen Staatsministerien für Unterricht und Bildung der Bundesländer darin bestehen, für ein integratives Klima sowie eine qualifizierte Ausbildung Sorge zu tragen. Die Jugendlichen erlebten in der Regel nicht nur traumatisierende Situationen und Ereignisse,[1] sondern stammen darüber hinaus aus Ländern mit unterschiedlichen Bildungssystemen und erzieherischen Schwerpunkten. „Die erste und wichtigste Aufgabe [auch] schulischer Einrichtungen ist es daher, den Jugendlichen nach und in einer Zeit der Orientierungslosigkeit Halt und Zuversicht zu bieten." [8, S. 6] Dazu gehört insbesondere auch Selbstvertrauen bezüglich ihrer schulischen Leistungen und damit verbundenen beruflichen Aussichten. Hierbei liegt sicherlich ein Hauptaugenmerk auf den Fächern Deutsch und Mathematik. Aktuell sind in Deutschland hunderte Menschen im ehrenamtlichen Zusatzunterricht für unbegleitete minderjährige Geflüchtete, neben dem regulären Schulunterricht, eingebunden. Ein Anteil besteht aus (teilweise ehemaligen) Lehrerinnen und Lehrern, darüber hinaus ist eine beträchtliche Zahl an Menschen ohne abgeschlossene schulpädagogische Fachausbildung engagiert. Unser Anliegen ist es, den Lehrenden eine weitere Art von Mathematikaufgaben an die Hand zu geben und damit einen alternativen Zugang und Umgang bei der Vermittlung von Mathematik anzubieten. Im Rahmen der folgenden Untersuchung zum Einsatz dieser sogenannten *Beweise ohne Worte* werden wir uns auf drei qualitative Befragungen von ehrenamtlich Engagierten aus Städten in Bayern und dementsprechend auf Richtlinien des bayerischen Kultusministeriums beziehen. Die Ergebnisse sind jedoch naturgemäß Bundesländer und Ländere übergreifend zu verstehen und interpretierbar.

2 Untersuchung

Im Folgenden soll eine erste qualititive Studie mit Einzelfallanalysen zum Einsatz von *Beweisen ohne Worte* im ergänzenden Mathematikunterricht von minderjährigen Flüchtlingen beschrieben werden. Die angeführten Visualisierungen können als motivierende Beispiele für eine alternative Gestaltung des anspruchsvollen Zusatzunterrichts verstanden werden.

2.1 *Vorbereitung und Thesen*

In den Jahren 1993 und 2000 veröffentlichte Roger B. Nelsen zwei Sammlungen von Mathematikaufgaben unter dem Titel *Proofs without Words* (I und II) [5, 6]. Diese *Beweise ohne Worte* waren zuvor über Jahre hinweg in einigen amerikanischen Mathematikjournalen der Mathematical Association of America (MAA) erschienen und erfreuen sich großer internationaler Beliebtheit, so dass im

[1] In dieser kurzen Schrift kann leider nicht auf Traumata durch politische Verfolgung, Kriegserfahrungen, sexuelle Gewalt und andere Lebensbedrohungen eingegangen werden, die dazu führen, dass Menschen aus ihrem Geburtsland flüchten müssen, obwohl dies sicherlich bildungspädagogisch eine große Rolle spielen muss.

Jahr 2016 auch eine deutsche Version seiner Bücher [7] erscheinen wird. Wie ihr Name bereits impliziert, kommen diese Darstellungen mathematischer Sachverhalte (zumindest größtenteils) ohne Worte aus, was keineswegs bedeutet, dass sie nicht äußerst komplexe Zusammenhänge visualisieren können.[2] Dementsprechend möchten wir hauptsächlich die These untersuchen, dass derartige Mathematik in Bildern insbesondere zwei Aspekte abdecken kann, die für den Unterricht von geflüchteten Jugendlichen von Bedeutung sind:

1. Die Jugendlichen kommen aus sehr unterschiedlichen Ausgangssituationen und mit einer breiten Spannweite an Bildungserfahrungen nach Deutschland. Da *Beweise ohne Worte* ohne zusätzliche irritierende Sprachbarrieren auskommen, können sie als ergänzender Lernstandstest bzw. zur Einschätzung des tatsächlichen Mathematikverständnisses dienen.

2. Die Bilder laden zu alternativen Blickwinkeln (jenseits der Standardaufgaben) auf Mathematik ein. Sie können gemeinsam diskutiert werden und es kann damit experimentiert werden. Dementsprechend dienen *Beweise ohne Worte* dazu, die Kommunikation zu fördern und Hürden abzubauen, sowohl unter den Jugendlichen untereinander als auch zwischen der Lehrperson und dem/der Schüler_in.

Diese Thesen untersuchten wir im Rahmen von drei voneinander unabhängigen außerschulischen Ergänzungsstunden zur Mathematik. Vergleichbare ehrenamtliche Nachhilfeangebote gibt es an zahlreichen Orten und Einrichtungen, in denen minderjährige Geflüchtete untergebracht sind. Wir legten insbesondere Wert darauf, dass die Lehrpersonen eine zumindest mehrmonatige Erfahrung aufweisen konnten.

- Gruppe A: Schüler_in1[3] aus Eritrea (17 Jahre), Schüler_in2 aus Gambia (17 Jahre), Lehrperson: W, Mathematiklehrer_in im Ruhestand, Ort der Unterrichtsstunde: Kronach (Kleinstadt), regelmäßige wöchentliche Ergänzungsstunden, seit ca. sechs Monaten
- Gruppe B: Schüler_in3 aus Eritrea (17 Jahre), Schüler_in4 aus Somalia (17 Jahre), Lehrperson: Y, Pädagog_in, Ort der Unterrichtsstunde: Würzburg, regelmäßige wöchentliche Nachhilfe, seit ca. zwei Jahren
- Gruppe C: Schüler_in5 aus Afghanistan (17 Jahre), Schüler_in6 aus Äthiopien (17 Jahre), Lehrperson: T, Student_in Soziale Arbeit, Ort der Unterrichtsstunde: Würzburg, regelmäßige wöchentliche Nachhilfe, seit ca. sechs Monaten

In der obigen Kurzbeschreibung der Gruppen zeigt sich bereits, dass Lehrpersonen für ehrenamtlichen Ergänzungsunterricht oder Hausaufgabenbetreuung von minderjährigen Geflüchteten oftmals sehr unterschiedliche Ausbildungen und Qualifikationen mitbringen.

2.2 *Drei Beweise ohne Worte*

Bei der Auswahl der (im konkreten Fall dieser Beobachtung) drei Beweise wurde insbesondere Wert darauf gelegt, dass diese ohne vertieftes, spezielles Vorwissen verstanden werden können. Darüber hinaus wurden die Darstellungen durchgehend mit dem gleichen Aufgabentext versehen: „Welche mathematischen Beziehungen kann man aus dem Bild herleiten?“, welcher den Schüler_innen von der Lehrperson erklärt wurde. Folglich ist davon auszugehen, dass Verständnisschwierigkeiten nicht aufgrund einer sprachlichen Barriere bestanden. Hinsichtlich der Komplexität war eine leichte Steigerung von Beweis Nummer 1 bis Beweis Nummer 3 beabsichtigt, um eine demotivierende Erfahrung zu Beginn zu vermeiden.[4]

2.3 *Unterrichtsstunde und Beobachtungsbogen*

Zur Evaluation der Unterrichtsstunde verwendeten wir Beobachtungsbögen, welche vor und nach der Unterrichtsstunde von der jeweiligen Lehrperson ausgefüllt wurden. Zuvor erhielten alle Lehrenden eine „Handlungsanweisung“ (vgl. Abb. 4) zum Ablauf der Ergänzungsstunde.

In dieser Anweisung ist die Lehrkraft zunächst aufgefordert, einen ersten Abschnitt des Beobachtungsbogens[5] auszufüllen. Hierbei wird eine allgemeine Einschätzung zum Bildungsstand der Schüler_innen sowie im Speziellen zum Lernstand im Fach Mathematik abgefragt. Insbesondere wird unterschieden zwischen Rechenfertigkeiten, Problemerkennung und Problembehandlung. Dies soll ermöglichen, die reine Ausbildung in mathematischen Fertigkeiten von einem mathematischen Grundverständnis zu unterscheiden. Die Lehrkraft erhält auch die Möglichkeit anzugeben, ob die Mathematikkenntnisse der Schüler_innen in einer Gruppe nahe beieinander liegen oder stark

[2] Siehe etwa den Aufsatz [4], in dem Nelsen gemeinsam mit seinem Kollegen Claudi Alsina für den Einsatz von visualisierten Beweisen in allen Bereichen der höheren sowie der Schulmathematik plädiert.

[3] Hier und im Folgenden werden Namen und Geschlecht der Jugendlichen sowie der Lehrpersonen neutralisiert. Alle Beteiligten wurden darüber informiert, dass die Unterrichtseinheit Teil einer qualitativen Studie sein wird.

[4] Die Beweise sind im Original farbig gestaltet. In der Onlinefassung dieses Beitrags und auf der hinteren inneren Umschlagseite finden Sie eine farbige Version der Bilder.

[5] Der Beobachtungsbogen kann unter http://www2.math.uni-wuppertal.de/~oswald/Beobachtungsbogen.pdf aufgerufen werden.

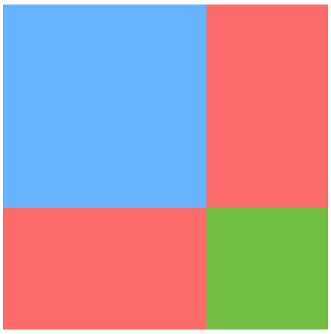


Abbildung 1. Beweis Nr. 1

Beweis „Nummer 1“ behandelt (im Gegensatz zu Nr. 2 und 3) zunächst keinen rein additiven Sachverhalt: Dargestellt ist die erste binomische Formel $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, wobei a und b jeweils die Kantenlängen des kleinen grünen und des großen blauen Quadrats sind. Die beiden rot gefärbten Rechtecke haben Fläche ab, was miteinander addiert zur angegebenen Gleichung führt.

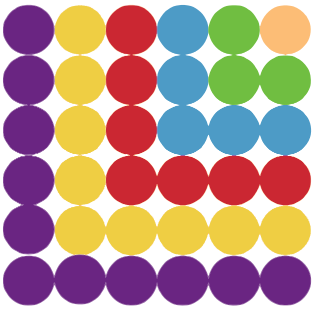


Abbildung 2. Beweis Nr. 2

Das Bild aus Abbildung 2 wurde als Beweis „Nummer 2“ an die Schüler_innen gegeben. Hier ist beschrieben, dass die Summe von ungeraden Zahlen in aufsteigender konsekutiver Reihenfolge eine Quadratzahl bildet, beispielsweise $1+3+5=9$. Es gilt allgemein sogar $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$, für natürliche Zahlen n. Die Zahlen werden durch Punkte, die pro Zahl unterschiedlich eingefärbt sind, dargestellt.

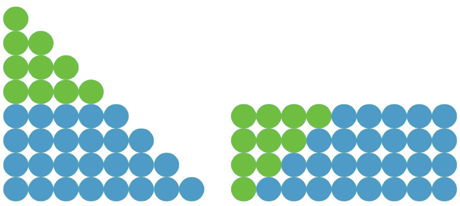


Abbildung 3. Beweis Nr. 3

Beweis „Nummer 3“ verwendet wieder die Idee, natürliche Zahlen als verschieden farbige Punkte darzustellen. Allerdings wird hier eine Menge von Zahlen markiert. Dabei muss erkannt werden, dass im linken und im rechten Bild gleich viele Punkte zu finden sind, einmal im Dreieck und einmal im Rechteck angeordnet. Dies zeigt die Gleichheit der Summe über n-vielen natürlichen Zahlen (Dreieck) und der Formel für die Fläche des Rechtecks mit kurzer Seite (hier also $\frac{8}{2}$) und langer Seite (hier $8+1$), allgemein gilt $1+2+3+\ldots+n=\frac{n}{2}(n+1)$.

variieren. Zusätzlich wird im ersten Frageteil auf das Kommunikationsverhalten im Mathematik-Zusatzunterricht eingegangen: Wie wird über Mathematik kommuniziert und kommunizieren die Schüler_innen auch untereinander über Mathematik?

Für die eigentliche Unterrichtsstunde wurde den Lehrkräften ein Aufgabenblatt mit den drei oben beschriebenen Visualisierungen von mathematischen Gleichungen gegeben (siehe hintere innere Umschlagseite des Heftes). Entsprechend der Ablaufbeschreibung (Abb. 4) wurden den Schüler_innen die Aufgaben einzeln vorgelegt und miteinander in Teilen oder vollständig gelöst.

Im Anschluss daran füllten die Lehrkräfte den zweiten umfangreicheren Teil des Beobachtungsbogens aus. Dabei wurde zum einen auf den Ablauf der Unterrichtsstunde eingegangen: Wie lange dauerte die Bearbeitung der einzelnen Aufgaben? Wie intensiv musste bei den jeweiligen Aufgaben/in den einzelnen Phasen des Ablaufs unterstützt werden? Da es den Lehrpersonen zur Wahl stand, zwei oder drei Aufgaben zu behandeln, wurde zusätzlich nach der Entscheidung und einer Begründung hierfür gefragt. Im dritten Teil des Beobachtungsbogens sollte die Reaktion der Schüler_innen auf die *Beweise ohne Worte* beurteilt werden. Unterschieden wurde hier zwischen der ersten Reaktion (von Neugier bis Ablehnung) und dem Verlauf der Auseinandersetzung mit den jeweiligen Aufgabenstellungen: Änderte sich beispielsweise das Verhalten vom ersten zum zweiten Beweis, so könnte eine anfängliche Reaktion lediglich auf die ungewohnte Art des Mathemati-

Handlungsanweisung für den Unterrichtsversuch
Füllen Sie bitte zunächst Teil 1 des Beobachtungsbogens [vgl. www2.math.uni-wuppertal.de/~oswald/Beobachtungsbogen.pdf] aus und machen Sie sich bitte anschließend vertraut mit den drei Beweisen (und der darin inkludierten Mathematik). Die Lösungsskizzen sind nur für Sie bestimmt. Bitte geben Sie diese nicht an Ihre Schüler innen weiter.

1. *Phase 1:* Ihnen liegen drei *Beweise ohne Worte* vor, welche der Reihenfolge nach mit 1–3 durchnummeriert sind. Legen Sie dem/der Schüler_in (oder der Gruppe von Schüler_innen) bitte zunächst Beweis Nummer 1 vor und fragen Sie ergebnisoffen nach, ob verstanden wird , um welche Mathematik es hier grundsätzlich geht. Lassen Sie den Schüler_innen zunächst etwa fünf Minuten Zeit. Sollte keine Antwort oder Idee kommen (wahrscheinlicher Fall!), so erklären Sie ausführlich (etwa mit Beschriftungen der bildlichen Symbole, Nebenrechnung, Anwendungsbeispiel, . . .), welcher mathematische Sachverhalt hier abgebildet wird.

2. *Phase 2:* Wenn Sie den Eindruck haben, dass die Schüler_innen den Zusammenhang zwischen Bild und Mathematik verstanden haben, fahren Sie mit Beweis Nummer 2 fort. Geben Sie wieder ausreichend Zeit, um sich mit den Bildern vertraut zu machen. Motivieren Sie die Schüler_innen sich eigenständig Notizen zu machen bzw. die Bilder zu beschriften. Geben Sie nach einiger Zeit Tipps und helfen Sie bei der Lösungsfindung. Beenden Sie diese bitte erst, nachdem die richtige Formel einmal korrekt niedergeschrieben wurde.

3. *Phase 3:* Wenn Sie den Eindruck hatten, dass Phase 2 positiv bzw. (Erkenntnis-)gewinnbringend verlaufen ist, wiederholen Sie diese mit dem Beweis Nummer 3.

4. *Phase 4:* Bitte füllen Sie den Beobachtungsbogen sorgfältig aus. Beachten Sie bitte, dass einige Fragen lediglich beantwortet werden können, wenn mehrere Schüler_innen unterrichtet werden. Diese werden mit der Kennzeichnung „Gruppenfrage“ aufgeführt. In diesem Fall, füllen Sie bitte pro Schüler_in einen Beobachtungsbogen aus, wobei die allgemeinen Fragen nur einmal beantwortet werden müssen. Vielen Dank für Ihre Zusammenarbeit!

Abbildung 4. Handlungsanweisung

klernens zurück geführt werden. Zusätzlich wurde gefragt, ob die *Beweise ohne Worte* zu besonderen alternativen Herangehensweisen an ein mathematisches Problem motiviert haben oder ob eine Interaktion unter den Schüler_innen beobachtet werden konnte. Abschließend wurde im vierten Teil des Beobachtungsbogens der Lehrkraft die Möglichkeit gegeben, Ihre Meinung zum Einsatz von *Beweisen ohne Worte* im Ergänzungsunterricht von minderjährigen Flüchtlingen darzulegen. Hierbei wurde auf verschiedene Aspekte eingegangen. Könnten derartige Visualisierungen als Lernstandstests oder als deren teilweise Ergänzung eingesetzt werden? Zusätzlich konnte die Lehrkraft zwischen einer Vielzahl an möglichen Vor- und Nachteilen von *Beweisen ohne Worte* gezielt ankreuzen bzw. eigene Kritikpunkte anfügen. Insbesondere ist in diesem letzten Abschnitt von Interesse, dass die Lehrkräfte nochmals aufgefordert wurden, ihre Einschätzung zum Kenntnisstand und zur mathematischen Begabung ihrer Schüler_innen darzulegen. Diese zweite Einschätzung soll im Folgenden mit der ersten Beantwortung verglichen werden.

3 Auswertung

Zusätzlich zu den Beobachtungsbögen wurde jeweils ein abschließendes Gespräch mit den drei Lehrpersonen geführt. Hierbei legten sie ihre Einschätzung bezüglich Verlauf und Erfolg der Ergänzungsstunde dar. Zunächst sei erwähnt, dass die generelle Rückmeldung der Lehrkräfte sehr positiv war. Durchweg wurden die *Beweise ohne Worte* als willkommene Abwechslung zum gewohnten Aufgabenrechnen angenommen und durchgeführt. Überraschend war, dass in allen Unterrichtseinheiten die gesamten drei Aufgaben bearbeitet wurden. Obwohl die Option explizit angegeben war, wurde keine der Ergänzungsstunden bereits nach der zweiten Aufgabe abgebrochen. Aus den Beschreibungen der Lehrpersonen wurde ersichtlich, dass in den einzelnen Gruppen grundsätzlich eine sehr unterschiedliche Motivation beim Lernen von Mathematik vorherrscht. Während die Jugendlichen der Gruppe A prinzipiell eine Begeisterung in die Ergänzungsstunden mitbringen, beschrieben die Lehrpersonen, dass in den Gruppen B und C Mathematik generell als unbeliebt gilt.

Wenden wir uns den Beobachtungsbögen zu und beginnen mit den Einschätzungen *vor der Unterrichtsstunde* (Fragen 1 (a)–(e)): Die beschriebenen gruppenspezifischen Motivationsunterschiede spiegeln sich nicht unbedingt wider bei einer Analyse der Antworten zu Teil 1 bezüglich Vorbildung und Kenntnisstand. Hier beschreibt etwa W seine Schüler_innen innerhalb der Lerngruppe mit sehr unterschiedlichen Voraussetzungen. Während W etwa der Schüler_in1 eine sehr gute Begabung für Mathematik sowie ein gutes Verständnis bei jedoch „elementaren" Kenntnissen attestiert, sieht W bei der Schüler_in2 eine „kaum erkennbare" Begabung, beschreibt Schüler_in2 sogar als „mathematisch ganz schwach". Dies wird verdeutlicht bei der Frage 1(b): hier wird Schüler_in2 durchweg als „sehr schlecht" eingestuft, während bei Schüler_in1 Problemverkennung (normal), Problembehandlung (schlecht) und Rechentechnik (gut) unterschiedlich und grundsätzlich tiefer eingeschätzt wurden. Hier der Vergleich mit den beiden anderen Gruppen, deren Schüler_innen als grundsätzlich eher unmotiviert und uninteressiert beschrieben wurden: Y gibt an, dass sowohl Schüler_in3 als auch Schüler_in4 auf „wenig schulische Vorbildung im Herkunftsland" zurückgreifen können, Schüler_in4 zusätzlich drei Jahre Schulerfahrung in Deutschland hatte. (T konnte keine Einschätzung zu Frage 1(a) abgeben.) Die vier Schüler_innen 3–6 wurden in allen drei Kategorien zum Kenntnisstand als „normal" eingestuft, der Schüler_in3 als auch der Schüler_in4 wurde in 1(c) darüber hinaus ein vorhandenes „mathematisches Verständnis" attestiert. Bei der Frage 1(e) zur Variation der Mathematikkenntnisse kreuzte W „sehr stark" an, Y und T lediglich „in einigen Fällen". Dieser erste Beobachtungsteil zeigt folglich deutlich, dass die Voraussetzungen sowohl zwischen Wissensstand der Jugendlichen als auch zwischen den Gruppen selbst als sehr unterschiedlich beschrieben werden. Hier spiegeln sich insbesondere die Erfahrungswerte, Voraussetzungen und Ausbildungen der Lehrkräfte wider.

Wenden wir uns dem Teil der Beobachtungsbogens zu, der *nach der Unterrichtsstunde* (Fragen 2 bis 4) ausgefüllt wurde. Hier fällt direkt auf, dass Dauer und benötigte Hilfestellungen bei den einzelnen Schüler_innen stark variierte. Zur Übersichtlichkeit fassen wir diese in Tabelle 1 zusammen.

Insgesamt kann man eine Durchschnittszeit pro bearbeiteter Aufgabe von ca. 15 Minuten und eine häufige Hilfestellung aus den Beobachtungen ablesen. An dieser Stelle sei hervorgehoben, dass die Lehrkräfte angewiesen waren, die Aufgaben erst zu beenden, nachdem die richtige Lösung einmal zu Papier gebracht worden war. Dementsprechend erscheint die Bearbeitungszeit von 15 Minuten durchaus angemessen. Dass häufige Hilfestellungen benötigt wurden, war ebenso zu erwarten: Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben, bei eigenständiger Bearbeitung, ist in etwa zwischen Sekundarstufe II und einem ersten Hochschulsemester im Fach Mathematik einzuordnen.

Im Fragenteil 3 wurde nach Mathematikverständnis und Reaktionen der Jugendlichen gefragt. Wir führen dies anhand der Gruppen auf:

- Schüler_in1 reagierte auf Beweis 1 und Beweis 2 „positiv". Die Lehrerperson beschrieb, dass das Verständnis erst geweckt werden musste und dadurch Interesse an den beiden ersten Aufgaben bestand. Schüler_in2 hingegen stand beiden Beweisen „neutral" gegenüber und zeigte lediglich „geringes" Interesse im Verlauf der Auseinandersetzung mit den Beweisen.
- Schüler_in3 reagierte auf beide Beweise „positiv" und veränderte ihr/sein Verhalten nicht, Schüler_in4 hingegen reagierte „positiv" auf die erste Aufgabe, jedoch „neutral" auf die zweite, ohne merkliche Verhaltensänderung während des Verlaufs.
- Die Schüler_innen 5 und 6 verhielten sich interessanterweise sehr unterschiedlich. Während Schüler_in5 „positiv" reagierte und „ehrgeizig aufgrund von Erfolgserlebnissen" wurde, startete Schüler_in6 mit einer „neutral" bis „desinteressierten" Reaktion und verhielt sich „eher gegenteilig". Bei Aufgabe 2 reagierten beide Jugendlichen „neutral". Die Lehrkraft vermerkte, dass ihr „Interesse sank, da keine Zusammenänge selbstständig erkannt wurden".

Alle Jugendlichen kommunizierten verbal und bis auf Schüler_in6 auch schriftlich, Schüler_in5 und 6 zusätzlich mit „Gesten" und Schüler_in6 mit „anderen Hilfsmitteln". Untereinander wurde grundsätzlich wenig bis kaum kommuniziert. Bei Frage 3(f) bezüglich kreativer Ideen und alternativer Herangehensweisen wurde bei Schüler_in1 „in Ansätzen: Erkennen von Summen, Vierecksfiguren" genannt, bei Schüler_in3 zu Aufgabe 3 eine Flächenberechnung des Dreiecks durch Zerlegung in verschiedene Flächen angegeben und bei Schüler_in4 die Beschreibung der sichtbaren Objekte. Die Beobachtungen zum ungefähren jeweiligen Anteil (in Prozentangabe) der Schüler_innen bei der Problemlösung (Frage 3(h)) fassen wir in Tabelle 2 zusammen.

Hier fällt direkt die große Varianz zwischen den Angaben zu den einzelnen Schüler_innen auf. Diese deckte sich weitgehend mit den Einschätzungen aus den abschließenden Ergänzungsgesprächen. Insbesondere Schüler_in1 und Schüler_in5 wurden als tendenziell als begeisterungsfähig und neugierig beschrieben, wohingegen Schüler_innen 2, 3 und 4 generell Schwierigkeiten im

Tabelle 1

Schüler_in	Phase 1	Hilfe	Phase 2	Hilfe	Phase 3	Hilfe
Schüler_in1	20 Min.	einige Male	20 Min.	häufig	15 Min.	einige Male
Schüler_in2	25 Min.	durchgehend	20 Min.	häufig	20 Min.	häufig
Schüler_in3	15 Min.	häufig	10 Min.	häufig	10 Min.	durchgehend
Schüler_in4	15 Min.	häufig	15 Min.	häufig	10 Min.	durchgehend
Schüler_in5	7 Min.	einige Male	10 Min.	häufig	12 Min.	häufig
Schüler_in6	7 Min.	häufig	10 Min.	durchgehend	12 Min.	durchgehend

Tabelle 2

Schüler_in1	Schüler_in2	Schüler_in3	Schüler_in4	Schüler_in5	Schüler_in6
40	10	5	10	50–60	20–30

Fach Mathematik aufwiesen. Nichtsdestotrotz legte die Lehrkraft Y dar, dass die Schüler_innen 3 und 4 einen Transfer zu geometrischen Aufgaben herstellten und bei Aufgaben 2 und 3 Flächeninhalte von Dreiecken und Rechtecken assoziierten.

Im letzten Frageteil 4 wurde nach der Einschätzung zum Einsatz von *Beweisen ohne Worte* im Rahmen von Ergänzungsstunden von minderjährigen Geflüchteten gefragt. Hier wollen wir zunächst auf die Fragen zur Einschätzung der sechs Jugendlichen eingehen. Bei 4(b) sollte die gleiche Tabelle zu Problemerkennung (PE), Problembehandlung (PB) und Rechentechnik (RT) von Frage 1(b) nochmals ausgefüllt werden. Überraschend war insbesondere, dass sich die Einschätzungen in vier Fällen (Schüler_innen 1, 3, 4 und 5) verändert haben. In der veranschaulichenden Tabelle 3 unterscheiden wir pro Schüler_in zwischen „vor“ (Frage 1(b)) und „nach“ (Frage 4(b)) der Unterrichtsstunde. Wir heben fett hervor, wenn es eine Veränderung zum positiven gegeben hat, negative Veränderungen markieren wir durch kursive Schrift.

In sieben Fällen wurde die Einschätzung der Lehrpersonen nach oben korrigiert, in zwei Fällen hatte sich diese verschlechtert. Insgesamt ist diese unerwartet hohe Anzahl an Veränderungen bemerkenswert und deutet darauf hin, dass die *Beweise ohne Worte* insbesondere bei der Feststellung des Kenntnis- und Verständnisstands ergänzend eingesetzt werden können. In Frage 4(a) wurde konkret nach dieser Einsetzbarkeit als Lernstandstests gefragt. Die Lehrkraft T antwortete hier: „ ja, da so Lerntypen gefördert werden, die eventuell im Klassenunterricht untergehen (visuelles Denken)“. W führte an: „ Ja, besonders Abstraktions- und Transfervermögen“ werden durch *Beweise ohne Worte* ersichtlich. Wohingegen Y kritisierte „ohne Worte schwierig: Lernende benötigen Fragestellung und Hilfen auf sprachlicher Ebene“. Zusammenfassend herrschte folglich die Meinung vor, dass die bildlichen Aufgaben als Hilfe der Einschätzung des Lernstandes verwendet werden können, jedoch in Kombination mit verbalen beziehungsweise schriftlichen Hilfestellungen.

In den Fragen 4(d) und (e) wurde allgemein nach positiven Faktoren und Nachteilen bei dem Einsatz von *Beweise ohne Worte* gefragt. Bei Ersterem war eine Liste an Möglichkeiten gegeben, von denen, mit Ausnahme der letzten, jede mindestens einmal angekreuzt worden ist. Diese sind im Folgenden mit den jeweils befürwortenden Lehrpersonen in Klammern aufgeführt:

- Sprachbarrieren werden ausgeklammert (W, T)
- Schreibrichtung spielt keine Rolle (W)
- länder- und kulturspezifische Operationszeichen und Rechenwege werden weitgehend umgangen (Brücke zwischen kulturellen Unterschieden) (W, Y)
- Reduktion der Angst vor Fehlern (Y)
- Anregung zu kreativen Lösungen (W, T)
- Abwechslung im Ergänzungsunterricht (W, T)
- Interesse an Mathematik wird geweckt (W, T)
- Einblick für die Lehrperson in jeweilige spezifische Rechenarten/Herangehensweisen (W, T, Y)
- keine Fachbegriffe werden benötigt (0)

Darüber hinaus führte Y als positiven Faktor an, dass „unterschiedliche Lösungswege möglich sind“. Bemerkenswert ist, dass alle drei Lehrpersonen trotz beträchtlicher Unterschiede zwischen den einzelnen Jugendlichen und Gruppen es insbesondere als positiv empfanden, durch die unkonventionelle Aufgabenstellung einen Einblick in typische Rechenarten und Herangehensweisen zu erhalten. Prinzipiell fällt wiederum auf, dass die Lehrpersonen W und T, deren Schüler_innen 1 und 5 als tendenziell stärker im Fach Mathematik beschrieben worden waren, wesentlich mehr

Tabelle 3

	vor 1	nach 1	vor 3	nach 3	vor 4	nach 4	vor 5	nach 5
PE	normal	**gut**	normal	**gut**	normal	*schlecht*	normal	**gut**
PB	schlecht	**normal**	normal	normal	normal	normal	normal	**gut**
RT	gut	gut	normal	*schlecht*	normal	**gut**	normal	**gut**

positive Faktoren angaben als die Lehrkraft Y. Eine mögliche Erklärung hierfür spiegelt sich auch in den Antworten der Frage 4(e) wider, bei der Y angab, dass die Aufgaben als „sehr schwierig" wahrgenommen wurden und es „mehr Verbindungen zwischen den Aufgaben geben" sollte. Auch die Lehrperson T schrieb, dass es auf Grund des hohen Niveaus nicht einfach war, „die Aufgabenstellung klar zu machen" und W legte dar, dass zunächst „Grundlagen (Flächenformel, Quadrat, Rechteck)" gelegt werden müssten. Insgesamt wurden die drei angegebenen Aufgaben folglich als zu schwierig empfunden. Bei einer zukünftigen Anwendung müsste folglich Hauptaugenmerk darauf liegen, die Aufgaben wohlüberlegt an den jeweiligen Kenntnissstand der Schüler_innen anzupassen. Insbesondere die Lehrperson Y betonte jedoch, dass sie/er prinzipiell die Idee der Mathematik durch Bilder als hilfreich und motivierend betrachtet.

4 Fazit

Sicherlich lässt sich auf der Grundlage der beschriebenen Beobachtungen keinesfalls ein umfassendes Urteil ableiten, sondern bestenfalls Hinweise und Anregungen für den Einsatz von *Beweisen ohne Worte* im ergänzenden Mathematikunterricht von minderjährigen Flüchtlingen geben. Diese verorten wir in der Tradition operativer Beweise, welche etwa in [9, S. 226] charakterisiert wurden. Hier wird betont, dass „vielmehr [...] die Dynamik hinter der Entdeckung von Mustern im Forschungs- und Lernprozess" [9, S. 227] zählt. Vergleichbare Bilder zu mathematischen Sachverhalten treten in unterschiedlichsten Zusammenhängen sowie Schwierigkeitsgraden auf, die dem Kenntnisstand der jeweiligen Gruppe beziehungsweise den Jugendlichen angepasst werden können. Als Quellen hierfür können etwa die Sammelbände [5, 6], beziehungsweise [7], für das Niveau der Sekundarstufe II (und höher) sowie [2] und [9, 10] für Sekundarstufe I und Primarstufe dienen.

Als unerwartetes und damit besonders interessantes Ergebnis werten wir jedoch, dass neben Effekten auf die Schüler_innen auch Auswirkungen auf die Lehrpersonen zu erkennen waren. In mindestens vier von sechs Fällen differenzierte und veränderte sich der Blick auf die Fähigkeiten der jeweiligen Schüler_innen. Damit einher ging die Einschätzung, dass sich das eigene Verständnis für spezifische Herangehensweisen und Rechenarten vertieft hatte. Dies deuten wir als Hinweis auf eine zumindest teilweise Bestätigung der in Abschnitt 2.1 beschriebenen These: *Beweise ohne Worte* können sicherlich als Hilfsmittel dienen, um die Einschätzung des Lernstandes abzurunden, insbesondere auch, weil sie weitgehend unabhänging sind von der Vorbildung der jeweiligen Lehrperson.

Literatur

[1] Bundesfachverband unbegleiteter minderjähriger Flüchtlinge, Studie des Bundesfachverbands unbegleiteter minderjähriger Flüchtlinge, http://www.b-umf.de/images/umf-jugendhilfe-uebersicht.pdf (2016).

[2] Conway, J. H., Guy, R. K., Zahlenzauber. Von natürlichen und imaginären Zahlen. *Basel: Birkhäuser* (1997).

[3] Diakonie Deutschland, Thema kompakt: Unbegleitete minderjährige Flüchtlinge, http://tinyurl.com/olc8o8w (2016).

[4] Nelsen, R. B., Alsina, C, An Invitation to Proofs without Words, *European J. Pure. Apple. Math.*, **3** (2010), S. 118–127.

[5] Nelsen, R. B., *Proofs without Words – Exercises in Visual Thinking*, Mathematical American Association (1993).

[6] Nelsen, R. B., *Proofs without Words – More exercises in Visual Thinking*, Mathematical American Association (2000).

[7] Nelsen, R. B., *Beweise ohne Worte*, herausgegeben von N. Oswald, Springer, 2016.

[8] Staatsinstitut Bildungsforschung, Handreichung Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München, Berufsschulpflichtige Asylbewerber und Flüchtlinge (2014).

[9] Wittmann, E. Chr., Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik, *mathematica didactica*, **37** (2014), 213–230.

[10] Wittmann, E. Chr., Strukturgenetische didaktische Analysen – empirische Forschung „erster Art", *mathematica didactica*, **38** (2015), 239–255.

Nicola Oswald, Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften, Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik, Bergische Universität Wuppertal, Gaußstraße 20, 42119 Wuppertal. oswald@uni-wuppertal.de

Best Practice: Synergien aus Präsenz- und digitaler Lehre in der hochschulischen Mathematikausbildung

Olga Wälder, Christian Steinert und Jacqueline Bothe

Die Entwicklung der Präsenz- und digitalen Lehre sowie ein mögliches hybrides Konzept werden in diesem Artikel erläutert. Weiterhin wird auf die aktuellen medialen Bedürfnisse der Studierenden eingegangen.

Hochschullehrende bemängeln regelmäßig den nach ihrer Meinung schlechten Kenntnisstand ihrer Studierenden. Laut einer Formulierung des Philologen Gerhard Wolf handelt es sich dabei um einen anhaltenden Generationskonflikt, vgl. Wolf (2013). Dieser Antagonismus kann auch mit den gewohnten Methoden des Wissenserwerbs begründet werden. Lehrende und Studierende aus der fernen Vergangenheit haben ausschließlich Printmedien anstelle digitaler Medien genutzt. Dies war selbstverständlich wegen des Fehlens einer Alternative. Die Neuentwicklung digitaler Medien in der Hochschulbildung verläuft zurzeit rasant und so wird es auch zukünftig bleiben, vgl. Johnson u. a. (2016). Die jetzige Studierendengeneration hat demzufolge nachweislich ein anderes Mediennutzungsverhalten und damit verbundene Affinitäten entwickelt, vgl. Persike & Friedrich (2016). Zu beachten gilt allerdings, dass der Begriff „Generation" keine festen Grenzen mehr im Hochschulbereich besitzt, die durch das Alter oder den Bildungsstand definiert werden können, Schulmeister (2008). Dies ist u. a. durch die ständig steigende Heterogenität des Bildungsniveaus von Studienanfängern begründbar, die wegen der zunehmenden Erleichterung des Hochschulzugangs durch die Politik der Länder zugenommen hat.

Die Bereicherung der Hochschullehre durch digitale Medien findet in verschiedensten Ausprägungsformen und -stärken statt. Die Angebote erstrecken sich vom klassischen Frontalunterricht ergänzt durch digitale Präsentationstools (z. B. PowerPoint) über hybride Formen aus Präsenz- und digitaler Fernlehre (*blended learning*) bis hin zu komplett online angebotenen Massenvorlesungen (MOOC). Aktuelle wissenschaftliche Studien legen nahe, dass reine MOOCs zu einer vergleichsweise hohe Abbruchquote führen. Frontalunterricht und Mischformen weisen eine vergleichbare Steigerung des Lernerfolges auf, vgl. Campbell u. a. (2014). Aus diesem Grund wurde in Zusammenarbeit mit der Professur für Mathematische Grundlagen und interkultureller Wissenstransfer innerhalb der BTU Cottbus-Senftenberg eine hybride Lehr-Lern-Form für mathematische Grundlagen entwickelt. Diese soll hier als ein Beispiel für Digitalisierung der Lehre im Zusammenhang mit klassischen Lehr-Lern-Theorien exemplarisch beschrieben werden.

Beschreibung des hybriden Szenarios

Das hier beschriebene Szenario ist verschachtelt. Es wurde parallel zu einer Vorlesungsreihe für Mathematik I und II für Ingenieurwissenschaftler konzipiert. In diesem Beitrag werden zunächst die Mikroebene und anschließend die Makroebene des Ansatzes beschreiben. Alle neuen wissenschaftlichen Methoden stützen sich bekanntlich auf die bereits bestehenden Lerntheorien. Daher möchten wir auch unseren Ansatz einer bestimmten Gruppe von Lehr-Lern-Methoden, die aus der Mediendidaktik bereits bekannt sind, zuordnen.

Mikroebene und Digitalisierungsprozesse

In Anlehnung an den erfahrungsbasierten Lernansatz von Kolb, vgl. Kolb (2014) wurde für das digitale Lernszenario ein sogenannter Dreiklang gewählt. Er besteht aus Lernvideo, videobasiertem Assessment und adaptivem Assessment. Im Video wird dem Lernenden ein theoretischer Zugang zu einem jeweiligen Themenkomplex aufgezeigt. Mithilfe dieses Lernvideos durchläuft der Lernende die ersten beiden Phasen aus dem Lernzyklus nach Kolb, nämlich Beobachtung und Reflexion. Ein videobasiertes Assessment ist ein Lernvideo, bei den Tests in Form von Quizfragen integriert sind, vgl. Seidel & Jödicke (2014). So kann der Lernende seine rezeptive Rolle verlassen und so zum aktiven Protagonisten werden, vgl. Steinert & Kutzner (2015). Dies entspricht der Phase der Abstraktion in Kolbs Theorie. Bei dem adaptiven Assessment handelt es sich um eine oder mehrere Testfragen. Diese Fragen werden aus einem Fragenpool zufällig generiert und sind mit einer ausführlichen Feedbackfunktion ausgestattet. Diese Funktion ist nun direkt auf die Fragestellung ausgerichtet, vgl. Steinert & Kutzner (2016). Die letzte Phase kann der Lernende beliebig oft wiederholen, ohne das Ergebnis des Assessments zu kennen. Aufgrund

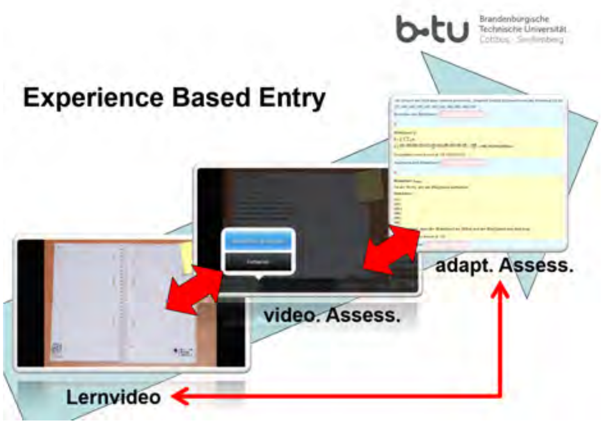


Abbildung 1

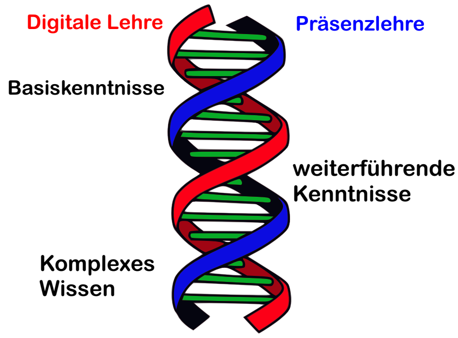


Abbildung 2

der dynamisch generierten Aufgaben und Feedbacks kann der Lernende sich selbst klar machen, inwieweit er die Inhalte des angebotenen Stoffs begriffen und verinnerlicht hat. Hier handelt es sich nun um die Phase des aktiven Experimentierens.

Dieses elearning-Szenario ist nicht einfach einspurig aufgebaut. Lernende können bei Bedarf einige Inhalte überspringen, aber auch wieder zu vorherigen zurückkehren. Ebenso ist der Standard-Eingang in das Szenario nicht vorgegeben. Es wird u. a. ein Ansatz des spielerischen Lernens (die sogenannte Gamification) verfolgt: Die jeweiligen Einheiten sind mit einem Fortschrittbalken zum Bearbeitungsstand der Gesamtlektion versehen, vgl. Robson u. a. (2016). Auf diese Weise sollen die Lernenden zusätzlich extrinsisch motiviert werden.

Dieser Ansatz bietet sich besonders bei Mathematik-Eingangsveranstaltungen in Natur- und Ingenieurswissenschaften an: Es geht hier um viele fixe Lösungswege, und die Richtigkeit der Ergebnisse kann einfach abgeglichen werden.

Allerdings besteht auch ein Transferpotential zu den Wirtschaftswissenschaften. Und selbst medizinische und juristische Fächer bedienen sich heutzutage als Prüfungsnachweis in einigen Disziplinen gern eines Tests bestehend aus MC-Fragen.

Schwieriger wird es allerdings in den Geisteswissenschaften, bei welchen ein hohes Abstraktionspotential gefordert ist. Unser Ansatz befindet sich aktuell in einer Evaluierungsphase durch Lehrende als Prüfer und Studierende als Nutzer.

Makroebene und Einbettung in die Präsenzlehre

Der Ansatz von Bruner für ein Spiralcurriculum in der Mathematik bildet die Grundlage für die Makroebene des Szenarios, vgl. Bruner (1977). Hier werden verschiedene inhaltlich abgeschlossene Einheiten der Mikroebene so aufbereitet und miteinander verbunden, dass eine Konstruktion des Wissens von Basiskenntnissen über weiterführende bis hin zu komplexen Wissensinhalten stattfindet. Hierfür werden bei unserem Ansatz die Querverweise in Form von Hyperlinks innerhalb der Lernumgebung der BTU Cottbus-Senftenberg genutzt. So können Studierende, falls einige schwierigere Inhalte vermittelt werden sollten, bei Bedarf einfach eine Einsicht in die Grundlagen nehmen.

Falls wir unsere Idee grob anschaulich darstellen möchten, bietet sich eine Helix mit einzelnen Verbindungen untereinander oder zu einer weiteren Helices an.

Helixähnlich ist ebenfalls die Präsenzveranstaltung in der Mathematik angedacht und geplant. Das bedeutet, dass die Themen bis zu einem bestimmten Grad hin aufeinander aufbauen und dann vertieft werden. Aufgrund des stark variierenden individuellen Vorwissens der Studierenden kann nicht vollumfänglich auf die Bedürfnisse des Einzelnen eingegangen werden, ohne weitestgehend die Lernmotivation anderer Studierender zu beeinflussen. Es entsteht ein Zielkonflikt, der durch die bestehenden digitalen Medien abgefangen werden kann.

Hier können die Lernenden sich spezifisch mit den Inhalten beschäftigen und ihre eigenen Tempi verfolgen. Gleichzeitig kann der Lehrende eine kumulative und anonymisierte Rückmeldung innerhalb der Lernplattform laufend beobachten. Diese gibt die Fortschritte der Lernenden wieder. Somit können Rückschlüsse über den Lernerfolg der Gruppe im Querschnitt gezogen werden. Im Falle einer starken Abweichung im Lernfortschritt innerhalb einer Gruppe kann der Lehrende in der nächsten Präsenzphase auf die Probleme dieser Gruppe eingehen. In Einzelfällen wird die Konsultation (via Chat, Email oder Sprechzeit) eines Tutors empfohlen. Die positive Gruppendynamik in der Präsenzphase soll dadurch stabil bleiben.

Falls das Konzept nun wiederum anschaulich dargestellt werden soll, greifen die beiden Helices aus Digitaler Lehre und Präsenzlehre nun so ähnlich ineinander, wie es bei einer Doppelstranghelix eines DNS-Moleküls der Fall ist.

Fazit und Ausblick

Das hier beschriebene Szenario ist didaktisch begründet und geht gleichermaßen auf das momentane Mediennutzungsverhalten von Studierenden ein. Durch die Kombination von Präsenz- und Digitalem Unterricht kann auf das heterogene Niveau des Wissensstandes der Studierenden besser reagiert werden. Gleichzeitig kommt – laut der didaktischen Medientheorie – eine vergleichbar höhere Motivation und geringere Abbruchquote als bei den Einzelszenarien zustande. Die Grenzen zwischen Präsenzlehre und der Digitalen Lehre werden sich immer weiter verwischen, da auch in der Präsenzlehre die aktuellsten digitalen Methoden verwendet werden. Der herkömmliche Notizstil der Studierende hat sich von Stift und Zettel zum Tablet und Laptop gewandelt. Der Lehrende fördert dies durch das Nutzen der digitalen Medien von seiner Seite.

Hybride Formen beginnen sich in den Regelstudienbetrieb der Hochschulen zu etablieren. Dies geschieht allerdings mit unterschiedlich starken Durchdringungsgraden. Unser Ansatz stellt einen Mittelweg zwischen einer kompletten Digitalen Lehre und reiner Präsenzlehre dar. Die angewandten elearning-Werkzeuge wurden in Hinblick auf die Gestaltung einer mathematischen Lehrveranstaltung gewählt. Aus unserer Erfahrung, sollen die digitalen Einheiten möglichst kurz gehalten werden, um die Aufmerksamkeit der Studierenden nicht zu verlieren. Es besteht ein Transferpotential dieses Ansatzes auf weitere Fachbereiche. Zukünftig soll unser Szenario sowie die in seinem Rahmen bereits erstellten Werkzeuge (Mathe-Tests, Apps u. a.) in Hinblick auf Lernerfolgs- und Motivationsuntersuchungen langzeitig statistisch untersucht werden.

Danksagung

Die Autoren möchten sich beim Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) für die Unterstützung des Projektes „Anfangshürden erkennen und überwinden: Blended Learning zur Unterstützung der fachspezifischen Studienvorbereitung und des Lernerfolges im ersten Studienjahr" unter der Leitung von Frau Prof. A. Jost bedanken. Auch dem elearning-Team der BTU Cottbus-Senftenberg ist für eine fruchtbare Kooperation an der Stelle herzlichst gedankt.

Literatur

Bruner, Jerome S., The Process of Education. Cambridge, Harvard University Press, 1977

Campbell, Jennifer; Horton, Diane; Craig, Michelle; Gries, Paul, Evaluating an Inverted CS1, Proceedings of the 45th ACM technical symposium on Computer science education, 2014, 307–312

Johnson, Larry; Adams Becker, Samantha; Cummins, Malcolm; Estrada, Victoria; Freeman, Alex; Hall, Colby, The New Media Consortium, NMC Horizon Report: 2016 Higher Education Edition, 2016, 1–7

Kolb, David A., Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development, USA: Financial Times Prentice Hall

Persike, Malte; Friedrich, Julius-David, Lernen mit digitalen Medien aus Studierendenperspektive, Edition Stifterverband – Verwaltungsgesellschaft für Wissenschaftspflege mbH, 2016

Robson, Karen; Plangger, Kirk; Kietzmann, Jan H.; McCarthy Ian; Pitt, Layland, Game on: Engaging customers and employees through gamification, Business Horizons, 59.1, 2016, 29–36

Schulmeister, Rolf, Gibt es eine Net Generation. Widerlegung einer Mystifizierung, Universität Hamburg, 2008

Seidel, Niels; Jödicke, Corinna, Aufgabentypen und Einsatzszenarien für ein E-Assessment in Lernvideos, WEL'14 – Workshop on eLearning, 2014, 92–94

Steinert, Christian; Kutzner, Tobias, InnoEducaTIC 2015, Jornadas Iberoamaricanas de Innovación Educativa en el ámbito de las TIC Las Palmas de Gran Canaria, Study accompaniment with EAssessments, 2015, 117–118

Steinert, Christian; Kutzner, Tobias, Dynamische Self-Assessments mit Moodle – Gegenüberstellung des Nutzens und Aufwands bei der Erstellung. Erfolgsfaktor(en im) Selbststudium, Diskursive Fachtagung, 2016, 12

Wolf, Gerhard, Innenansicht einer Bildungskatastrophe. Was ist faul in der „Bildungsrepublik", Die Politische Meinung , 519, 201, 54–58

Olga Wälder, Christian Steinert, Christopher Waschnik
Brandenburgische Technische Universität
Cottbus-Senftenberg, Großenhainer Straße 57,
Senftenberg, 01968 Cottbus-Senftenberg
Email: olga.waelder@b-tu.de, christian.steinert@b-tu.de,
christopher.waschnik@b-tu.de

Analysis ohne Grenzwert!

Peter Baumann und Thomas Kirski

Im einhundertsten Heft der GDM-Mitteilungen vor etwa einem Jahr haben wir einen Zugang zur Analysis vorgestellt, der völlig ohne den Grenzwert auskommt. Stattdessen benutzten wir hyperreelle Zahlen, welche dank ihres unendlich kleinen Betrags zum Beispiel Steigungen von Funktionsgraphen berechenbar machten, deren Abweichung von der gesuchten Steigung vernachlässigbar klein war.

Wir haben auf Resonanz gehofft und fanden sie prompt im nachfolgenden Heft. Allerdings haben wir uns eingestehen müssen, dass unsere eigentliche Botschaft, die wir senden wollten, nicht angekommen ist. Es ging uns keineswegs nur darum, im Unterricht Tricks zu vermeiden, die von Schülern zu recht als Taschenspielereien verstanden werden, wie zum Beispiel die Addition von Null beim Beweis der Produktregel. Unser Anliegen war ein anderes, grundsätzlicheres. Wir wollten deutlich machen, *dass die Analysis völlig ohne Grenzwert auskommt*.

Wir haben nämlich die bereits ca. fünfzig Jahre alte Erkenntnis Robinsons benutzt, derzufolge der reelle Zahlenkörper um betragsmäßig unendlich kleine und unendlich große Zahlen erweitert werden kann. Indem wir hyperreelle Zahlen benutzt haben, sind wir der Meinung, dem Vorgehen der Begründer der Analysis und ihrer Gedankenwelt recht nahe gekommen zu sein.

Leibniz, Newton und Euler haben seinerzeit mit solchen Zahlen intuitiv richtig gerechnet, ohne sie jedoch logisch einwandfrei und ohne Widersprüche in das Gedankengebäude der Mathematik einfügen zu können. Gleichwohl waren die von ihnen gefundenen Regeln korrekt und sind es bis heute.

Einen logisch einwandfreien Weg zur Lösung der Steigungsproblematik führte schließlich Weierstraß ein, indem er die Kurvensteigung als Ergebnis eines Prozesses beschrieb, und am Ende dieses Prozesses, dem Grenzwert, stand dann die gesuchte Steigung.

Nun wissen alle Mathematiklehrerinnen und -lehrer aus eigener Erfahrung,welche Mühe es bereitet, jungen Menschen im Alter von 16 Jahren den Grenzwert zu vermitteln. Zum Beispiel sah der frühere Berliner Lehrplan dafür ein Vierteljahr allein für das Thema „Folgen und Grenzwerte“ vor, und in anderen Ländern war es kaum anders. Trotzdem haben viele Schülerinnen und Schüler das Wesen des Grenzwertes nicht verstanden, was sich aber kaum als nachteilig erwies, da man Grenzwerte beim praktischen Rechnen gar nicht mehr brauchte, denn die mit Hilfe von Grenzwerten gefundenen Regeln waren vergleichsweise einfach. Und wenn er doch einmal nötig war, zum Beispiel beim Ermitteln der Kettenregel, drückte man sich – vielleicht aus Zeitnot – durchaus auch einmal um den Grenzwert herum und „schummelte“, indem man den Differentialquotienten dy/dx mal einfach mit dz „erweiterte“, obwohl ja eigentlich $dz = 0$ zu verlangen war.

Mit der Verkürzung der Schulzeit bis zum Abitur an den Gymnasien gibt es nun keine Zeit mehr, den Grenzwert zu behandeln. In Mathematik-Grundkursen soll man sich sogar damit begnügen, mittels dreier Testeinsetzungen den Grenzwert zu vermuten. Was solches Vorgehen noch mit Mathematik zu tun haben soll, erschließt sich uns jedoch nicht, denn Mathematik bzw. mathematisches Denken wird auf diese Weise gerade nicht vermittelt. Zudem kratzt es ernsthaften Mathematiklehrkräften arg am beruflichen Selbstverständnis.

Wir finden, Robinsons Erkenntnisse sind der Ausweg aus diesem Dilemma. Und wir haben in unserem Artikel aufgezeigt, welche Vorteile hyperreelle Zahlen gegenüber dem Grenzwert bieten. Insbesondere wollten wir vier Vorteile herausstellen:

- Hyperreelle – insbesondere infinitesimale – Zahlen sind anschaulich; sie kommen daher den intuitiven Vorstellungen vieler Lernender entgegen.
- Hyperreelle Zahlen knüpfen direkt an die historischen Wurzeln der Entstehung der Analysis an.
- Der für viele Lernende schwierige Grenzwertbegriff entfällt.
- Hyperreelle Zahlen stellen ein produktives Werkzeug dar – Regeln können errechnet werden!

Aus didaktischer Sicht sind uns die letzten beiden Vorteile besonders wichtig. Im Gegensatz zur Grenzwertanalysis kann man wirklich die Regeln errechnen. Man braucht sie nicht mehr zu vermuten, um sie danach mit einem Grenzprozess zu bestätigen. Auch deshalb sollten wir uns alle aufgefordert fühlen:

Legen wir den Grenzwert beiseite! Er hat seine Schuldigkeit getan, wir brauchen ihn nicht mehr!

Wir möchten Sie bitten, unseren Artikel aus Heft 100 noch einmal unter diesen Gesichtspunkten zu lesen. Wir können uns gut vorstellen, dass daraus eine intensive fachliche Diskussion entsteht. Wir freuen uns jedenfalls darauf.

StD Peter Baumann, Hermann-Ehlers-Oberschule, Berlin. Email: baumann@nichtstandard.de
Dr. Thomas Kirski, Hans-Carossa-Gymnasium, Berlin. Email: kirski@nichtstandard.de

Noch einmal: Schöne neue Mathewelt

Wolfgang Kühnel und Hans-Jürgen Bandelt

Unser Aufsatz „Schöne neue Mathewelt“ in den Mitteilungen der GDM Band 100 erfuhr in zwei Beiträgen eine kritische Antwort in Band 101 (Dorner & Götz 2016; Bruder, Linnemann, Sattlberger, Siller & Steinfeld 2016). Zur Matura äußerten sich außerdem Mitarbeiter des BIFIE (Sattlberger & Steinfeld 2016). Es ist wohl recht selten, dass aus der didaktischen Fachwelt heraus überhaupt etwas zu Abituraufgaben gesagt wird, auch in Deutschland. Dorner und Götz bemängeln insbesondere zwei Dinge:

1. Unsere Zuordnung der einzelnen Matura-Aufgaben zu den Klassenstufen wäre nicht korrekt.
2. Die Kritik sei nicht höflich genug vorgetragen worden („tendenziöser Untergriff“).

Punkt 2 könnte auf unterschiedliche Vorstellungen in Deutschland und Österreich zurückzuführen sein. Da wir keine Personen namentlich angesprochen hatten, sehen wir keinen Anlass für irgendwen, beleidigt zu sein. Eine Mathematikaufgabe kann prinzipiell nicht beleidigt werden, etwa dadurch, dass sie als „Pippi-Langstrumpf-Aufgabe“ charakterisiert wird. Und Bücher mit dem Titel „Analysis für Dummies“ sind ja bekanntlich in allen größeren Buchläden vorrätig. Bislang hat das niemand als Beleidigung der Wissenschaft gedeutet. Aber wir räumen gern ein, dass offene Worte aus Deutschland von empfindsamen Österreichern als Angriff gedeutet werden könnten. Beabsichtigt war das aber nicht.

Zu Punkt 1 haben wir selbst gesagt, dass es – gerade bei der Abgrenzung zur NMS – eine gewisse Unschärfe gibt (zumal im Unterschied Deutschland vs. Österreich), und wir haben gewisse Aussagen entsprechend gekennzeichnet, zum Beispiel die, dass eventuell bereits die Klassenstufen 1–9 zum Bestehen ausreichen könnten. Insofern gibt es auch keinen grundsätzlichen Dissens mit Dorner und Götz zu diesen Zuordnungen (siehe auch die Zuordnung von Bruder, Linnemann, Sattlberger, Siller & Steinfeld 2016). Ihrer Feststellung „Die früheren Maturaaufgaben, die aus dem Stoff des gesamten Lehrplans der Oberstufe konzipiert werden konnten, waren daher tatsächlich zum Teil erheblich komplexer (und mathematisch anspruchsvoller) als die aktuellen“ wollen wir aber keineswegs widersprechen. Wir fühlen unsere Kritik dadurch eher bestätigt.

Dorner und Götz verweisen darauf, dass einige der „einfachen“ Aufgaben zum Stoff der Mittelstufe nur von relativ wenigen korrekt gelöst wurden. Allerdings scheint es sich hinsichtlich der Beurteilungen von Schwierigkeiten von Aufgaben einzubürgern, von einer geringen Lösungsquote auf die Schwierigkeit zu schließen. Dies ist sogar ein Kernbestandteil des sog. Rasch-Modells der empirischen Untersuchungen vom Typ PISA & Co. Das scheint langfristig darauf hinauszulaufen, dass man solche „empirisch schwierigen“ Aufgaben den Prüfungskandidaten besser gleich ersparen sollte. Der in Deutschland übliche VerA-Test geht tatsächlich so vor: Die Aufgaben werden so gestellt, dass immer mindestens 50 % richtige Lösungen zu erwarten sind. Was bedeutet dies wohl bei einem – hier einmal unterstellten – Absinken des generellen Leistungsniveaus? Richtig, es bedeutet, dass dieses Absinken durch das Testverfahren verschleiert wird, weil man plötzlich andere Aufgaben für schwierig erklärt als vorher und „empirisch“ besonders schwierige gleich vermeidet. Genauso könnte es auch bei der Matura kommen, wenngleich das letzte Wort dort noch nicht gesprochen zu sein scheint.

Dorner und Götz haben nicht ganz Unrecht, wenn sie vermuten, dass unsere Behauptung zur beabsichtigten Absenkung des Abiturniveaus auf das des mittleren Schulabschlusses auch als provokative Warnung zu verstehen ist. Noch ist es ja nicht ganz so weit! Aber auch in Deutschland gibt es Stimmen, die die Mathematikklausur im Abitur durch einen Test mit Aufgaben vom TIMSS- und PISA-Typ ersetzen wollen (so der „Aktionsrat Bildung" in einem Gutachten von 2011, besetzt vorwiegend mit Vertretern der Bildungswissenschaften, aber keinem der MINT-Fächer).

Unserer Kernthese, man könne die Matura-Klausur mit dem Stoff der Klassenstufen 1–10 bestehen, ist von keinem der Autoren widersprochen worden. Unserer Feststellung, das man die Note „gut" ohne jede Wahrscheinlichkeitsrechnung bzw. alternativ ohne jede Infinitesimalrechnung erreichen konnte, wurde ebenfalls von niemandem widersprochen. Im Gegenteil, es ist sozusagen bestätigt worden, das sei doch ganz wunderbar und gut und richtig. Bruder, Linnemann, Sattlberger, Siller & Steinfeld (2016) betonen zu diesem Punkt, dass „eine Zulassung zur Reifeprüfung ohne die Bewältigung der Anforderungen in der gymnasialen Oberstufe gar nicht möglich sei." Im Klartext heißt das, die Matura-Klausur könne getrost im wesentlichen aus Stoff der unteren Klassenstufen bestehen, denn die entscheidenden Dinge der Oberstufe werden ja in derselben durch andere Tests abgeprüft (war das letztere vor Jahrzehnten etwa anders?). Besonders im Hinblick auf die zwischenzeitlich bekanntgewordene Klausur 2016 (Matura 2016; Taschner 2016) erscheint uns das sehr fragwürdig: In dieser Klausur 2016 nämlich konnte man 11 von 48 möglichen Punkten allein durch Prozentrechnung (!) bekommen, aber analytische Geometrie war praktisch komplett gestrichen. Da fragt sich wohl jeder denkende Mensch, warum prüft man nicht umgekehrt die Prozentrechnung vorher ab und entlastet die Matura davon zugunsten des anspruchsvolleren Stoffes der gymnasialen Oberstufe? Spötter könnten prophezeien, dass irgendwann Aufgaben zu den Grundrechenarten und zur Bruchrechnung sowie Prozentrechnung so große Teile der Matura abdecken, dass es zum Bestehen schon reicht. Dazu müsste man nur in längeren Zeiträumen, etwa 40 Jahren, denken. Wer hätte wohl vor 40 Jahren vermutet, dass man je Prozentrechnung überhaupt in einer Abiturklausur so ausführlich wie 2016 thematisieren würde, zumal man die Ubiquität der Taschenrechner in Prüfungen ja noch gar nicht ahnen konnte? Außer einen Volumenanteil in Prozent anzugeben, kam Prozentrechnung noch nicht einmal in der baden-württembergischen Realschulabschlussprüfung des Jahres 1976 vor (Bandelt et al. 2016).

Schließlich und endlich dürfen wir uns qualitativ bestätigt fühlen auch durch die Abbildung 1 in dem Beitrag von Bruder, Linnemann, Sattlberger, Siller & Steinfeld (2016). Dort wird nämlich eine Zuordnung der Maturaaufgaben zu einzelnen Klassenstufen vorgenommen. Auch wenn diese nicht deckungsgleich mit der unseren ist, so zeigt sich jedenfalls, dass so viele Aufgaben der 9. und 10. Schulstufe zugeordnet werden, dass es zum Bestehen der Klausur locker reicht, sogar mit der Note „befriedigend", die 24 Punkte erfordert. Vor diesem Hintergrund ist ein Streit darüber, ob einzelne Aufgaben nun sogar der 8. Schulstufe bzw. der 9. statt der 10. zuzuordnen sind, wirklich müßig, weil das nichts ändern würde. Jedenfalls rückt das bloße Bestehen mit 16 Punkten in eine verdächtige Nähe zum Stoff des mittleren Schulabschlusses in Deutschland.

Von den Kritikern unseres Beitrags wurden drei Dinge aber nie angesprochen: Das ist zum einen die Aussage einer Wiener Gymnasialdirektorin (Kurier 2015), dass die textlastigen Aufgaben besonders für Schüler mit nicht deutscher Muttersprache Schwierigkeiten mit sich brachten. Warum in aller Welt erschweren wir künstlich Mathematikaufgaben durch aufgeblähte Texte? Siehe hierzu auch (Kühnel 2016). Zum zweiten ist es die Tatsache, dass in Deutschland die sogenannten „Kompetenzen des mittleren Schulabschlusses", die man heuer in Berlin besichtigen konnte (Bandelt et al. 2016), nämlich vorwiegend Alltagsmathematik, inzwischen schon zu Themen universitärer Vor- und Brückenkurse für Lehramtsstudierende avanciert sind (siehe Bausch et al. 2014, Kapitel 4 und 5). In unseren Augen deutet auch dies verdächtig in die Richtung, tendenziell das Abitur auf das Niveau des mittleren Schulabschlusses abzusenken. Zum dritten ist es das, was längst die Spatzen von den Dächern pfeifen, nämlich eine Erhöhung der Abiturquote um jeden Preis, um – aus Sicht von Parteipolitikern – politisches Handeln und politische Erfolge vorzuweisen. Dass das – besonders bei einer Schulzeitverkürzung auf 12 Jahre – nur um den Preis eines abgesenkten Niveaus zu haben ist, wissen wohl alle Beteiligten, sagen es aber nur leise unter vier Augen und hinter vorgehaltener Hand, womöglich mit einem ängstlichen Blick auf die Umstehenden. Es dürfte bekannt sein, dass das deutsche IQB sowie das österreichische BIFIE unter der Überschrift „Sicherung der Qualität" genau diesem Ziel der Quantität zu dienen haben. So wird unter dem Deckmantel der Wissenschaftlichkeit letztlich doch primär Politik betrieben. Mit anderen Worten: Es entsteht eine neue (Post-)Wissenschaft, die als Magd der Politik auftritt und mit Geldern belohnt wird, wenn sie sich brav unterordnet. Das gilt auch hinsichtlich der Beurteilung der angeblich segensreichen Errungenschaften wie Kompetenzorientierung, Inklusion sowie das längere gemeinsame Lernen. Wirklich unabhängige wissenschaftliche Stimmen sind hier Mangelware geworden, weil niemand sich die Aussichten auf Drittmittel durch politische Instanzen wie Ministerien verbauen möchte – Schulbuchherausgeber und ihre Mitarbeiter erst recht nicht. Stattdessen entstehen Hierarchien von Abhängigkeiten.

So gesehen bieten auch Dorner und Götz keine wissenschaftliche Kritik der Matura, sondern nur eine Rechtfertigung des status quo. Auch an der Terminologie bei Sattlberger & Steinfeld (2016) mit Paradigmenwechsel, Qualitätsniveau, Chancengleichheit, bildungstheoretische Orientierung, bildungstheoretisch fundiertes Konzept, Grundkompetenzkatalog, Kompetenzstufenmodell, Komplexitätsniveau, Leistungsbeurteilungsverordnung usw. kann man ablesen, dass hier keine unabhängige wissenschaftliche Beurteilung der Matura zu erwarten ist. Es wird brav gelobt, was die empirische Bildungsforschung und Schulbürokraten für richtig erklärt haben. Die Fachdidaktik als Wissenschaft spielt keine Rolle mehr. Manche Fachleute in Österreich sehen allerdings das Wirken des BIFIE eher kritisch (Taschner 2016), und die Zeitungen schreiben wenig charmant, dass man in Österreich generell deutlich weniger Mathematikunterricht als im OECD-Durchschnitt hat (Standard 2016). Ob das vielleicht auch eine Ursache für diese – aus unserer Sicht etwas degenerierte – „schöne neue Mathewelt“ ist?

Literatur

Bandelt et al. 2016: http://tinyurl.com/jcse5bz.

Bausch et al. 2014: Mathematische Vor- und Brückenkurse, Springer Spektrum 2014.

Dorner & Götz 2016: Schöne neue Mathewelt? Mitteilungen der GDM 101, 25–27.

Bruder, Linnemann, Sattlberger, Siller & Steinfeld 2016: Das O-M-A-Kompetenzstufen-Modell – Ergebnisse aus der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung 2015 in Mathematik (Österreich). Erster Teilbeitrag in: G. Kaiser und T. Leuders, Arbeitskreis: Empirische Bildungsforschung. Bericht von der Frühjahrstagung in Hannover 29.–30. 4. 2016, Mitteilungen der GDM 101, 45–47.

Kühnel 2016: Sprachkompetenz im Mathematikunterricht – Welche und wieviel Sprache braucht die Mathematik? Profil, Heft 6 (Juni 2016), 22–24.

Kurier 2015: http://tinyurl.com/jrbt5bh

Matura 2016: Standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung Mathematik, erstellt vom BIFIE. http://tinyurl.com/hqjfmxx

Sattlberger & Steinfeld 2016: Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik an Gymnasien in Österreich, Mitteilungen der GDM 101, 18–25

Standard 2016: http://tinyurl.com/zzmw3dd

Taschner 2016: http://tinyurl.com/jm9atl9

Wolfgang Kühnel, Universität Stuttgart, Fachbereich Mathematik, Pfaffenwaldring 57, 70550 Stuttgart
Email: kuehnel@mathematik.uni-stuttgart.de

Hans-Jürgen Bandelt, Universität Hamburg, Fachbereich Mathematik, Bundesstraße 55, 20146 Hamburg
Email: bandelt@math.uni-hamburg.de

Bemerkungen zur aktuellen Rezeption von Ergebnissen der mathematikdidaktischen Forschung in der DDR

Hans-Dieter Sill

Die von mir im Heft 99 dieser Zeitschrift angestoßene Diskussion zur Rolle und Leistungen der Mathematikdidaktik in der DDR, die damals als Methodik des Mathematikunterrichts bezeichnet wurde, hat zu dem sehr tiefgründigen Beitrag von Peter Borneleit im Heft 101 geführt. Er hat damit eine historisch und wissenschaftlich fundierte Grundlage für die weitere Rezeption von Ergebnissen der Mathematikdidaktik in der DDR gelegt. Ich bedanke mich für seine Hinweise auf nicht korrekte Unterscheidung von Lehrstühlen und Professuren in meinem Beitrag. Durch den Beitrag von Peter Borneleit bin ich auf die Aktivitäten des Madipedia-Teams zur Referierung von Dissertationen und Habilitationen in der DDR aufmerksam geworden. Ich werde dieses sehr begrüßenswerte Vorhaben unterstützen, um die noch sehr lückenhaften Angaben zu ergänzen und insbesondere auch durch Aussagen zu Inhalten der Arbeiten zu bereichern. Es wäre gut, wenn ehemaligen Kollegen aus dieser Zeit und weitere mit den Arbeiten in Berührung gekommene Didaktiker sich ebenfalls in dieser Richtung engagieren.

Als Motivation für die Notwendigkeit solcher Aktivitäten möchte ich drei Beispiele aus jüngster Zeit anführen, die besonders typisch sind für die einäugige Sicht auf die Geschichte der Mathematikdidaktik in Deutschland.

Tanja Hamann beschäftigt sich in Ihrem Beitrag auf der Jahrestagung 2015 in Basel (Beiträge 2015, Band 1, S. 352–355) mit dem sehr selten beleuchteten kritischen Kapitel der westdeutschen Mathematikdidaktik der „Neuen Mathematik" in den 60iger und 70iger Jahren. Sie spricht dabei wie selbstverständlich von einer „in der Geschichte des Primarstufenunterrichts in Deutschland" beispiellosen revolutionären Neuerung, die „in der deutschen Öffentlichkeit vor allem als eine Reform des Grundschulunterrichts wahrgenommen und als ‚Mengenlehre' ihren Weg ins kollektive Gedächtnis gefunden" hat. Zu der Tatsache, dass diese Welle im Mathematikunterricht der DDR ebenfalls Bewegungen ausgelöst und Spuren hinterlassen hat, findet sich in ihrem Beitrag keine Bemerkung.

In seinem Beitrag im Heft 2/2015 des JMD stellt Kollege Günter Törner im Rahmen eines historischen Rückblicks auf die Lehrerfortbildung in Deutschland in der Nachkriegszeit fest, dass es in der deutschsprachigen mathematikdidaktischen Literatur nur sehr wenige Artikel über den Zustand der Mathematiklehrerfortbildung in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts gibt. Mit keinem Wort und keiner Literaturquelle bezieht er sich auf die erfolgreiche Praxis der Mathematiklehrerfortbildung in der DDR, die zum Beispiel in der Habilitationsschrift aus dem Jahre 1990 von Reinhard Stamm, dem langjährigen Verantwortlichen für die Weiterbildung im Fach Mathematik am Zentralinstitut für Weiterbildung der Lehrer und Erzieher in Ludwigsfelde, ausführlich dargestellt wurde.

Ein aus meiner Sicht extremes Beispiel für ein ahistorisches und ignorantes Vorgehen, zudem noch an prominenter Stelle, sind die Ausführungen von Horst Struve im Handbuch der Mathematikdidaktik von 2015. Er schreibt in dem von ihm verfassten Kapitel zur geschichtlichen Entwicklung der Mathematikdidaktik als wissenschaftlicher Disziplin, dass es zwar interessant wäre, „die Entwicklung der Mathematikdidaktik während einer Diktatur zu untersuchen, nicht nur im Dritten Reich, sondern auch in der DDR". Er tue dies aber nicht, denn „diese Entwicklungen verliefen relativ isoliert und mit dem Ende der Diktaturen schwand auch der Einfluss der damals entwickelten didaktischen Ansätze" (S. 540). Zu dem Schwinden leistet er selbst einen großen Beitrag, denn außer diesen zwei Sätzen habe ich in seinem Kapitel keine weiteren Hinweise auf didaktische Ansätze von Wissenschaftlern aus der DDR gefunden.

Hans-Dieter Sill, Institut für Mathematik,
Universität Rostock, 18051 Rostock
Email: hans-dieter.sill@uni-rostock.de

Ergänzungen zur frühen Geschichte der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Gert Schubring

Im Heft 101 (Juli 2016) der Mitteilungen der GDM gibt es Beiträge zur Geschichte der GDM von drei Personen: von Michael Toepell, der als Schriftführer 2004 eine geschichtliche Darstellung publiziert hatte; von Andreas Vohns als aktuellem Schriftführer, der Toepells Beitrag aktualisiert und ergänzt hat; sowie vom ersten Vorsitzenden Rudolf vom Hofe in dessen Vorwort zum Heft 101. Keiner der drei Personen gehört zu den frühen oder Gründungs-Mitgliedern und so ist es sinnvoll, Einiges zur frühen Geschichte zu ergänzen, um den ursprünglich intendierten Charakter dieser Vereinigung besser zu verstehen.

Einen wesentlichen Einblick in den intendierten Charakter geben die ersten Satzungen. Sowohl im Satzungsentwurf von 1975, wie in den beschlossenen Satzungen von 1975 und von 1976 bildet es das Hauptkriterium, um Mitglied werden zu können,

- wer „an einer wissenschaftlichen Hochschule oder sonstigen wissenschaftlichen Einrichtung die Didaktik der Mathematik in Forschung oder Lehre vertritt".
- Daneben galt auch als Kriterium, wer „durch wissenschaftliche Veröffentlichungen auf dem

> Gebiete der Didaktik der Mathematik hervorgetreten ist“.[1]

Die Formulierung, ein Fach in Forschung oder Lehre zu vertreten, war – und ist – die Kennzeichnung der Position eines Professors – und keineswegs jedes Professoren-Ranges, sondern der Position eines ordentlichen Professors, eines H4-Professors, C4-Professors und wie sich die Bezeichnungen sonst inzwischen entwickelt haben. Auch die Anforderung „hervorgetreten“ kennzeichnet einen spezifischen Qualitätsanspruch. Der intendierte Charakter für die neue Vereinigung war also eine kleine und illustre Gruppe – oder sollte man sie eine Honoratioren-Vereinigung nennen? Man denke nur, wie viele Professoren dieses Ranges es damals in der Bundesrepublik gab.

Was mag der Eindruck auf die Gründungs-Organisatoren gewesen sein, als sich auf die Einladung zur Teilnahme an der Gründungsversammlung während der Didaktik-Bundestagung 1975 in Saarbrücken die riesige Anzahl von 131 Tagungsteilnehmer einfanden?

Das Ergebnis jedenfalls war, alle Anwesenden aufzunehmen, ohne Rücksicht auf die satzungsmäßigen Kriterien. So kam es, dass ich als noch nicht einmal Promovierter damals Mitglied des illustren Kreises wurde.

Die DMV war damals auch durchaus restriktiv in ihrer Aufnahmepraxis; diese war aber nicht an den Status gebunden – man benötigte zwei Zeugen, um aufgenommen werden zu können.

Die von vom Hofe erwähnte Differenz zwischen 131 Anwesenden und 129 gezählten Mitgliedern kann übrigens einfach dadurch zu erklären sein, dass nicht alle Anwesenden tatsächlich Mitglied dieser Gesellschaft werden wollten. Zum Beispiel ist ein führender deutscher Mathematik-Didaktiker aus prinzipiellen Gründen nie Mitglied geworden.

Spätere Satzungen sind allerdings in das entgegengesetzte Extrem gefallen. Die auf der Webseite der GDM zugänglichen Satzungen, ab 1996, sehen keinerlei Kriterium für die Mitgliedschaft vor.

Die zweite Ergänzung betrifft den intendierten geographischen Wirkungsraum der GDM. Vom Hofe will in seinem Vorwort bereits der ersten Bundestagung 1967 in Osnabrück den Charakter einer „größeren(n) Tagung [...] für den deutschsprachigen Raum“ zusprechen. Und Toepell/Vohns greifen noch viel höher: Deutschland als Mission für Europa:

> Die GDM wurde bewusst nicht als „deutsche“ Gesellschaft für Didaktik der Mathematik gegründet. In der Mitte Europas angesiedelt, ist sie bestrebt, europäischen Aufgaben gerecht zu werden (S. 17).

Bei einer solchen Legendenbildung muss man schon den Atem anhalten: eine kleine illustre Gesellschaft in der Bundesrepublik Deutschland mit einem Anspruch für Europa! Weder bei vom Hofe noch bei Toepell/Vohns ein einziges Wort über die parallel bestehende DDR ...[2] Toepell war sich offenbar schon in 2004 nicht mehr bewusst, dass im Jahr 1975 das Adjektiv „deutsch“ nicht zutreffend gewesen wäre – wenn überhaupt, hätte es „westdeutsch“ heißen müssen. Tatsächlich zeigt der Satzungstext von 1975 und 1976 ein entsprechend bescheidenes und völlig angemessenes Ziel. Im § 2, „Zweck der Gesellschaft“ heißt es:

> Die Gesellschaft fördert die Didaktik der Mathematik im Inland und die Zusammenarbeit mit entsprechenden Institutionen im Ausland.

Die Satzungs-Entwerfer waren so auto-zentriert, dass sie nicht einmal explizit erwähnten, was damals „Inland“ bedeutete: ganz schlicht die alte Bundesrepublik Deutschland. Weder entsprach es der damaligen politischen Situation noch war es im Denkhorizont der Gründer, irgendwelche expansiven Ansprüche zu formulieren.

Es war erst Hans-Günter Sill, der ab 1997 die GDM für eine solche expansive Mission – insbesondere nach Osteuropa – gewinnen wollte.[3] Es ist aber auch damals keine „internationalisierende“ oder „europäisierende“ Satzungsänderung in der Zwecksetzung der GDM erfolgt.

Gert Schubring, Universität Bielefeld, Postfach 10 01 31, 33501 Bielefeld. Email: gert.schubring@uni-bielefeld.de

[1] Ich danke Andreas Vohns, der mir die Satzungs-Texte aus dem GDM-Archiv zur Verfügung gestellt hat; meine eigenen Exemplare habe ich derzeit nicht gefunden.

[2] Und ebenso wenig über nach 1990 hinzu kommende Mitglieder aus der ex-DDR.

[3] Siehe die GDM-Mitteilungen, insbesondere Nr. 65 (1997), S. 25–29, und das Protokoll der GDM-Mitglieder-Versammlung 1998 in München.

Jahresbericht 2016 des Landesverbands GDM Schweiz

Esther Brunner und Lis Reusser

Wintertagung
Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2016 und beginnt mit der Jahrestagung, die am 15.1.2016 an der PH Luzern stattfand. Die Jahrestagung wurde erstmals zu einem aktuellen Thema – der Kompetenzorientierung und der damit verbundenen Beurteilung von Kompetenzen – konzipiert. Dazu wurden drei Referierende eingeladen. Am Vormittag referierte Prof. Dr. em. Jürgen Oelkers von der Universität Zürich zum Thema „Wie versteht die Öffentlichkeit die Kompetenzorientierung der Volksschule?“. Nach einer kurzen Pause übernahm unser Kollege Dr. Hansruedi Kaiser das Wort und stellte in seinem Referat „Kompetenzorientierung – die Sicht der (schweizerischen) Berufsbildung“ die Wünsche und Bedürfnisse der Berufsbildung im Hinblick auf Kompetenzorientierung vor. Seine Ausführungen führten zu kontroversen Diskussionen und etlichen kritischen Fragen. Nach dem Mittagessen erweiterten wir mit Jun.-Prof. Dr. Christina Drüke-Noe von der PH Weingarten den Blick und schauten über die Landesgrenze hinweg auf eine „Kompetenzorientierte Leistungsüberprüfung im Mathematikunterricht“, wie sie in etlichen Bundesländern Deutschlands praktiziert wird. Die Referentin gab insbesondere auch einen Einblick in ihre eigenen Forschungsarbeiten zur Aufgabenqualität von Prüfungsaufgaben sowie in die Konzeption der Vergleichsarbeiten (VERA).

Die nächste Jahrestagung im Januar 2017 an der Interkantonalen Hochschule für Heilpädagogik (HfH) in Zürich wird nach bewährtem Muster konzipiert: zwei Vorträge – ein eher fachlich ausgerichteter und ein eher fachdidaktischer – und zwei Runden von verschiedenen Ateliers, die zur Wahl stehen.

Eine thematische Jahrestagung fassen wird dann für 2018 wieder ins Auge. Wir planen einen Wechsel zwischen Thementagung und Tagung im bewährten Rahmen mit zwei Vorträgen und mit Ateliers von Kolleginnen und Kollegen.

Mitgliederversammlung
Die Mitgliederversammlung fand anlässlich der Jahrestagung am 15. 1. 2016 statt und dauerte – wie geplant – 45 Minuten. Es wurden insgesamt 13 Traktanden bearbeitet. Nebst der Begrüssung und der Wahl der Stimmenzähler/innen wurde das Protokoll der Mitgliederversammlung von 2015 einstimmig genehmigt und der Jahresbericht 2015 der beiden Co-Präsidentinnen sowie die Rechnung 2015 inkl. Bericht der Revisoren wurden mit Applaus verdankt. Auf Antrag des Vorstands wurde eine Statutenänderung in Artikel 16 und 19 angenommen und damit einer Amtsdauer für sämtliche Chargen von neu vier (statt bisher zwei) Jahren zugestimmt. Nach diesem Traktandum wurden die anstehenden Wahlen durchgeführt, die sie nun auf eine Amtsperiode von vier Jahren beziehen. Gewählt wurden die beiden Co-Präsidentinnen und die Mitglieder des Vorstands sowie die beiden Revisoren, jeweils in globo. Esther Brunner wurde zudem einstimmig als Vertretung des Vorstands der GDM Schweiz in den Beirat der GDM gewählt. Es handelte sich bei allen Ämtern und Personen um Wiederwahlen.

Weiter wurde das von Gabriela Schürch vorgelegte Budget für 2016 genehmigt und dem unveränderten Mitgliederbeitrag für 2016 zugestimmt. Das Traktandum Verschiedenes wurde für wenige Informationen genutzt. Unter anderem wurde auf die geplanten Themenschwerpunkte und Fachdidaktischen Diskussionen hingewiesen.

Weitere Anlässe: Fachdidaktische Diskussion
Am 16. Juni und am 22. September führten wir je eine Fachdidaktische Diskussion an der PH Zürich durch.

Im Juni thematisierten wir nochmals die Kompetenzen im Fach Mathematik in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Dieses Thema hatte uns bereits im vergangenen Jahr beschäftig, die Diskussionen in den Stufengruppen ergaben damals, dass hier noch weiterer Diskussionsbedarf, insbesondere auch stufenübergreifend, bestand. So griffen wir das Thema, diesmal in Form eines World-Cafés, nochmals auf. An zwei Tischen wurde angeregt diskutiert und Erfahrungen der verschiedenen PHs wurden ausgetauscht. Das Fazit des Abends war: Es braucht weiterhin einen Austausch zwischen den verschiedenen Ausbildungsinstituten. Das Hören, wie es andere machen, hilft, die eigene Lehre weiterzuentwickeln. In der Schlussrunde wurden weitere Fragen genannt, die interessante Anregungen geben könnten:

- Welche Schwerpunkte werden in welchen mathematischen Bereichen gesetzt?
- Wie werden die Kompetenzen der Studierenden überprüft?

Eventuell ergibt sich im Rahmen einer unserer Wintertagungen die Möglichkeit, diese Themen weiter zu verfolgen.

Am 22. September traf sich eine sehr kleine Gruppe zum Thema Intergration – Nachteilsausgleich und Individuelle Lernziele. Im Mai 2014 hat die Schweiz die Behindertenrechtskonvention ratifiziert und seither sind alle Schulen und Ausbildungsstätten – inklusive Pädagogische Hochschulen – verpflichtet, Studierenden mit einer diagnostizierten Behinderung einen Nachteilsausgleich zu gewähren. So sind wir nun ab und zu auch konfrontiert mit Studierenden, die eine diagnostizierte Rechenstörung aufweisen und einen Nachteilsausgleich einfordern. Die Runde war sich rasch einig, dass ein Nachteilsausgleich bei mathematischen Lernschwierigkeiten auf der Sekundarstufe 2 kaum etwas bringt. Allenfalls kann ein Zeitzuschlag in Prüfungssituationen den Stress bei den betroffenen Studierenden etwas mindern. Nicht verstandene Inhalte können durch einen Nachteilsausgleich jedoch nicht kompensiert werden. Hier müssten Individuelle Lernziele diskutiert werden, dies ist jedoch keine Option auf der Sekundarstufe 2.

In der zweiten Hälfte des Abends beschäftigten wir uns daher mit den Fragen, wie ein Nachteilsausgleich in Mathematik auf der Volksschulstufe aussehen könnte und wann hier Individuelle Lernziele angezeigt sind. Daraus ergab sich eine angeregte Diskussion zum Umgang mit heterogenen Lerngruppen im Mathematikunterricht und was wir unseren Studierenden hierzu konkret mitgeben. Erhebungen zeigen, dass Lehrpersonen über viel Wissen zu Innerer Differenzierung verfügen, dass in der Praxis aber meist dennoch ein Unterricht nach dem Motto „alle machen dasselbe – alle lernen dasselbe“ stattfindet. Um dieses Phänomen zu durchbrechen, müsste es uns an den Pädagogischen Hochschulen besser gelingen, die Studierenden Modelle des differenzierenden Unterrichts selber im Studium erleben zu lassen. Wie dies konkret aussehen könnte, wäre eine spannende weitere Frage.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Der Vorstand traf sich zwischen März und Dezember 2016 zu drei Sitzungen und beschäftigte sich mit zahlreichen Geschäften. Die erste Sitzung Mitte März stand im Zeichen des Rück-blicks auf die Jahrestagung und die Mitgliederversammlung und diente der Festlegung des Jahresprogramms und der Konzipierung der beiden geplanten Fachdidaktischen Diskussionen. Ein weiteres grosses Thema war die Frage nach dem weiteren Vorgehen im Zusammenhang mit dem Thema Fach in der Fachdidaktik. Dieses wichtige Thema wurde deshalb erneut anlässlich einer Fachdidaktischen Diskussion aufgegriffen. Zudem wurde es auch an den beiden weiteren Vorstandssitzungen immer wieder beleuchtet.

Die zweite Vorstandssitzung im Mai fand für einmal nicht in Zürich, sondern an der PHTG statt. Die Geschäfte, die anlässlich der Maisitzung bearbeitet wurden, waren ebenfalls vielseitig: Diskussion zum Themenschwerpunkt Integration/Inklusion und die Planung der beiden fachdidaktischen Diskussionen sowie der Wintertagung 2017.

Zur Oktobersitzung hatten wir Torsten Linnemann, frisch gewählter Schweizer Vertreter in der ICMI (ICMI representative), zu Gast und diskutierten mit ihm Felder der möglichen Zusammenarbeit sowie grundsätzlich Möglichkeiten der Zusammenarbeit zwischen der GDM Schweiz und den Vereinigungen der FachmathematikerInnen. Als eine Massnahme, diese Verbindung zwischen Fach und Fachdidaktik zu verstärken, beschliessen wir, uns bei der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft (SMG) als insitutionelles Mitglied zu bewerben. In der Zwischenzeit ist die GDM Schweiz (wie auch die GDM) einstimmig als institutionelles Mitglied der SMG aufgenommen worden (siehe Website: www.math.ch). Unsere institutionelle Mitgliedschaft ist kostenlos. Zwischen der SMG und der GDM besteht ein Doppelmitgliedschaftsabkommen, wonach man als individuelles Mitglied bei der zweiten Gesellschaft nur die Hälfte des Jahresbeitrags bezahlen muss. Dieses Abkommen gilt auch für alle Mitglieder der GDM Schweiz, weil wir als solche auch automatisch Mitglied bei der GDM sind. Wir versprechen uns von dieser institutionellen Mitgliedschaft eine grössere Nähe zur Fachmathematik und eine bessere Zusammenarbeit zwischen Fach und Fachdidaktik, weil ein solides fachliches Fundament immer die Ausgangslage für die Fachdidaktik darstellt. Eine Zusammenarbeit pflegen wir auch mit der KOFADIS, dem Zusammenschluss verschiedener Fachdidaktikorganisationen. Die KOFADIS möchte – wie wir das bereits getan haben – im Januar 2017 auch einen Verein gründen, um eine rechtlich verankerte Organisation zu werden. Ab dann fallen Mitgliederbeiträge für die verschiedenen beteiligten Fachdiaktikorganisationen an.

Ebenfalls an der dritten Vorstandssitzung wurde die neue Tarifstruktur für unsere GDM CH Mitgliederbeiträge diskutiert, die wir der Mitgliederversammlung vom Januar 2017 zur Genehmigung vorschlagen werden. Neu möchten wir eine Stufung für ordentliche Mitglieder (120 CHF), pensionierte/emeritierte Kolleginnen und Teilzeitstudierende (100 CHF) und für Vollzeitstudierende (50 CHF) einführen. Da ab 2017 der ICME-Zuschlag wegfällt, können wir unseren Mitgliederbeitrag ab 2017 senken und gleichzeitig diese neue Stufung der Beiträge realisieren.

Weitere Sitzungen
Der Beirat der GDM tagte im März am Sonntag vor der GDM Jahrestagung in Heidelberg und Anfang November in Frankfurt. An der Sitzung, die jeweils von 11–18 Uhr dauert, nahm Esther Brunner teil. Lis Reusser vertrat die GDM Schweiz an der Sitzung von KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz). Dank

All den zahlreichen Kolleginnen und Kollegen, die in diesem Jahr aktiv zum Gelingen der Aktivitäten der GDM Schweiz beigetragen haben, danken wir sehr herzlich. Ein ganz besonderes Dankeschön geht an unsere Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand und an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL für die konstruktive Zusammenarbeit und Unterstützung.

Für den Vorstand des Landesverbandes GDM Schweiz: Esther Brunner und Lis Reusser

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Unterer Schulweg 3, 8280 Kreuzlingen, Schweiz
Email: esther.brunner@phtg.ch

Lis Reusser, Pädagogische Hochschule Bern, Institut für Heilpädagogik, Fabrikstrasse 8, 3012 Bern, Schweiz
Email: lis.reusser@phbern.ch

GDM Nachwuchskonferenz 2017 Essen, 18. 9.–22. 9. 2017

Im Jahr 2017 wird für Nachwuchswissenschaftler*innen aus dem Bereich der Mathematikdidaktik (insbesondere Doktorand*innen und Post-Docs) zum ersten Mal die *GDM Nachwuchskonferenz* angeboten. Ausgerichtet wird sie von der Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Mathematik.

Dieses neue Format zur Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses wird die bisherigen Formate *Summerschool* und *Doktorandenkolloquium* ersetzen. So können die Potenziale beider Veranstaltungen gewinnbringend vereint und ausgeweitet werden. Durch ein umfangreiches Workshopangebot können die Teilnehmer*innen ihr Programm während der Nachwuchskonferenz individuell zusammenstellen. Außerdem wird durch sogenannte runde Tische die Möglichkeit geboten, das eigene Forschungsprojekt vorzustellen und mit Expert*innen aus der Community zu diskutieren. Eine Reihe an Hauptvorträgen von renommierten Mathematikdidaktiker*innen und Psycholog*innen bietet den Nachwuchswissenschaftler*innen einen Einblick in verschiedene Felder der mathematikdidaktischen und wissenschaftlichen Forschung (das Programm ist unter http://udue.de/nwk2017 einsehbar).

Wir, das Organisationsteam an der Universität Duisburg-Essen, laden alle Nachwuchswissenschaftler*innen der Mathematikdidaktik aus dem deutschsprachigen Raum zur Teilnahme an der GDM Nachwuchskonferenz 2017 ein. Wir möchten insbesondere Nachwuchswissenschaftler*innen kleiner Fakultäten ermutigen, dieses Angebot des Austausches und der Vernetzung wahrzunehmen.

Hier einige zentrale Informationen:

Rahmendaten
- Zeitraum: 18. 9. 2017–22. 9. 2017
- Unterkunft: Jugendhaus St. Altfrid in Essen-Kettwig (mit Mehrbettzimmern)

Zielgruppe
- Nachwuchswissenschaftler*innen (insbesondere Doktorand*innen und Post-Docs) aus dem Bereich der Mathematikdidaktik
- Maximale Teilnehmerzahl: 70

Kosten:
- Voraussichtlich € 210 für GDM-Mitglieder, € 260 für Nicht-GDM-Mitglieder (aktuelle Informationen dazu können der Homepage entnommen werden).

Anmeldung:
- Ab dem 1. 3. 2017 unter http://udue.de/nwk2017
- Anmeldeschluss: 31. 5. 2017

Fragen zur GDM Nachwuchskonferenz 2017 sind an folgende E-Mail zu richten: nwk2017@uni-due.de

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM

Universität Potsdam, 2. 3. 2017

Ort:	Universität Potsdam Campus Griebnitzsee, Raum H 03/04
Beginn:	16:30 Uhr

Tagesordnung

1. Bestätigung des Protokolls (abgedruckt in MGDM, Heft 101, S. 41–44), Beschluss der Tagesordnung
2. Bericht des Vorstands
3. Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers
4. Entlastung des Vorstands
5. Wahlen
   1. Vorsitzende/r, Kassenführer/in, Kassenprüfer/in, Beirat
6. Gemeinsame Jahrestagung der GDM und DMV 2018
7. MathEduc und Madipedia
8. Zeitschriften
   (a) Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)
   (b) ZDM
   (c) Mathematica Didactica und Der Mathematikunterricht
9. Verschiedenes

Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

Frankfurt am Main, 28.–29. 10. 2016

Renate Motzer

Die 27. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" der GDM fand vom 28.–29. Oktober 2016 an der Goethe-Universität in Frankfurt statt.

Die Tagung wurde von Rose Vogel organisiert. An der diesjährigen Arbeitskreistagung hat sich nur ein kleiner Kreis von Teilnehmenden zusammengefunden (10 Teilnehmende). Am Samstag war das Treffen für zwei Vorträge für Studierende eines Blockseminars im Rahmen des Grundschullehramtsstudiengangs geöffnet.

Am Freitagnachmittag stellte zunächst Rose Vogel und ihre Doktorandin Julia Zerlik das Projekt Level (Projekt im Rahmen des Programms „Qualitätsoffensive Lehrerbildung" des BMBFs an der Goethe-Universität) vor. Im Rahmen dieses Projektes bieten beide ein Blended-Learning-Seminar „Diversität im Mathematikunterricht" an. Aspekte der Diversität, die in diesem Seminar eine Rolle spielen, sind u. a. Inklusion, Migrationshintergrund, Sprachenvielfalt und Gender.

Studierende, die daran teilnehmen, erstellen entweder im Tandem ein Wiki zu einem für den Mathematikunterricht relevanten Diversitätsthema oder entwickeln für Schülerinnen und Schüler eine Lernumgebung, die sie mit Kindern durchführen, dokumentieren und analysieren. Die Struktur des Blended-Learning-Seminars sieht vor, dass sich die Studierende auch mit Ergebnissen aus anderen Studierenden-Tandems auseinandersetzen. So beschäftigen sich die Studierendentandems, die Wikis erstellen, mit dem Wiki einer anderen Gruppe und erstellen zu ausgewählten Inhalten dieses Wikis ein Erklärvideo. In der Abschlusssitzung am Ende des Seminars werden die Erklärvideos und die entwickelten Lernumgebungen der gesamten Seminargruppe vorgestellt.

Unter den Arbeitskreismitgliedern entstand eine Diskussion über die Schwierigkeit, Unterrichts-Videos zu finden oder selbst herzustellen, in denen guter Unterricht zu beobachten ist.

Als zweiter Beitrag am Freitagnachmittag berichtete Nicola Oswald vom Projekt Lu Pen (Lösungs- und Präsentationsform im geschlechterspezifischen Prisma), das sie (an der Uni Wuppertal) zusammen mit Ralf Benölken (Uni Münster) ins Leben gerufen hat. Die beiden vergeben Masterarbeiten, in denen die Lösungsstrategien von Schülerinnen im Vergleich zu Schülern bei bestimmten Aufgabentypen untersucht werden. Dabei spielt auch die Präsentationsform der Aufgaben eine Rolle. Die Masterarbeiten sollen aufeinander aufbauen.

Ein wichtiger Baustein für dieses Projekt ist eine Studie von Jinfa Cai aus dem Jahr 1995 (Exploring Gender Differences in Solving Open-Ended Mathematical Problems). Eines der Ergebnisse von Jinfa Cai war, dass Jungen einen signifikanten Vorsprung in der Rechenphase haben, das Verständnis der Aufgabenstellung ist jedoch bei beiden Geschlechtern gleich. Nicola Oswald berichtete außerdem, dass sie mit „Beweisen ohne Worte" (vgl. S. 5 in diesem Heft) bei jugendlichen Geflüchteten gute Erfahrungen sammeln konnte. Ob solche anschaulichen Beweise auch Mädchen besonders ansprechen können, ist eine der Untersuchungsfragen von Lu Pen.

In der Diskussion wurde dieser Aspekt nochmal mit der Frage nach der Sprache (Alltagssprache, Bildungssprache, Fachsprache) verbunden. Dabei wurde erwähnt, dass gerade in den Naturwissenschaften hier in den letzten Jahrzehnten eine Verschiebung von der knappen (aber eindeutigeren) Formelsprache zu in Bildungssprache formulierten Kontexten zu beobachten ist. Wer Probleme mit der Bildungssprache hat, kann dies durchaus als Nachteil erfahren.

Der Samstagvormittag begann mit der Sitzung des Arbeitskreises. Hier wurde die bisherige Arbeitskreissprecherin Renate Motzer in diesem Amt bestätigt, ebenso Andrea Blunck in ihrem Amt als stellvertretende Arbeitskreissprecherin. Als weitere Stellvertreterin wurde Christine Scharlach gewählt. Für das Jahr 2017 wurde eine Sitzung im Rahmen der GDM-Tagung in Potsdam beschlossen und ein Herbsttreffen am 27./28. 10. 2017 in Münster, organisiert von Ralf Benölken.

In der Diskussion regten vor allem folgende Aspekte zum Weiterdenken an: Was die Situation des weiblichen Nachwuchses an den mathematischen Fakultäten angeht, so wurde festgestellt, dass es zwar einige Doktorandinnen gibt und bei den Promotionen der Frauenanteil in den letzten Jahren erfreulich wächst. Aber spätestens in der Postdoc-Phase macht sich die unsichere berufliche Situation auf der einen Seite und der Wunsch nach Kindern auf der anderen Seite bemerkbar, so dass sich verhältnismäßig wenig promovierte Mathematikerinnen entscheiden an der Uni zu bleiben. Gendereffekte machen sich weiterhin bei der

Vergabe von Drittmitteln bemerkbar, wie etwa der Artikel „Wer macht Spitzenforschung?“ auf ZEIT-ONLINE deutlich zeigt. Etwas ungünstig wurde auch die Situation beurteilt, dass Gleichstellungsbeauftragte an Universitäten heute oft für Frauen, Behinderte, Ausländer und für Mitarbeiter im fortgeschrittenen Alter zuständig sind. Dass die Hälfte der Bevölkerung hier mit kleinen evtl. benachteiligten Gruppen in einen Topf geworfen wird, stimmt nachdenklich.

Anschließend an die Arbeitskreissitzung berichtete Christine Scharlach von der Situation im Studium für das Lehramt an Grundschulen an der Freien Universität Berlin. Seit dem letzten Jahr müssen diese Studierenden ein für sie konzipiertes Modul zu mathematischem Fachwissen belegen. Das Fach wird von vielen als schwierig empfunden und daher klagten in den letzten Monaten einige so sehr, dass sie die Presse eingeschaltet haben. Insgesamt ergab sich im ersten Durchgang eine Durchfallquote von 25 %. Frau Scharlach konnte u. a. beobachten, dass die Studierenden, vor allem Studentinnen, sich gegenseitig runterziehen und sich diejenigen, die gut mit der Veranstaltung zurecht kommen, kaum trauen, dies auszusprechen. Im Austausch ergab sich die Beobachtung, dass ein Unterschied zwischen Studenten und Studentinnen gegeben scheint. Männer sind oft zufrieden, wenn sie bestehen, Frauen dagegen wollen das Maximale erreichen.

Nach einer kleinen Kaffeepause konnten wir zusammen mit den Studierenden des Blockseminars den Vortrag "Guter (Mathematik-)Unterricht – geschichtliche Anmerkungen“ von Philipp Ullmann erleben. Ein historischer Vortrag wurde in Würzburg in Blick genommen und es wurde dort der Wunsch geäußert einen solchen in das Programm der Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ im Jahr 2016 zu integrieren. In den vergangenen Jahren hat sich eine Verbindung des Arbeitskreises zur Geschichte der Mathematik herauskristallisiert. Philipp Ullmann stellte in seinem Vortrag den ‚Bestseller‘ *Die Praxis der Volksschule* des Seminarlehrers Carl Kehr aus Gotha aus der Mitte des 19. Jahrhunderts vor. Pädagogische Leitformel ist (angelehnt an Herbart) der ‚erziehende Unterricht‘, den Kehr unter den Begriffen Wahrheit, Praktisch-Sein, Klarheit und Nachhaltigkeit diskutiert. Wahrheit bezieht sich dabei auf den Inhalt, die Darstellung (keine ‚hohlen Redereien‘) und die Empfindung (Vorbildfunktion des Lehrers). Die Liebe zur Wahrheit stellt sich auch gegen einen blinden Autoritätsglauben und regt an, selbst zu beobachten und selbst zu prüfen. Ähnlich wichtig wie die Wahrheit ist das Praktisch-sein; damit meint Kehr vor allem Auswahl und Verteilung des Stoffes, wobei die Naturgemäßheit (heute würde man sagen: entwicklungspsychologische Aspekte) eine wichtige Rolle spielt. Unter Klarheit fällt vor allem die Anschaulichkeit, seit Pestalozzi wohl das Schlagwort schlechthin. Anschauung soll die Wahrnehmung wecken, Kenntnis soll zur Erkenntnis führen. Dabei sollen die Kinder ein lückenloses Voranschreiten erleben. Das vierte Merkmal eines guten Unterrichts ist für Kehr der dauerhafte Erfolg, die Nachhaltigkeit, denn: ‚Einsicht gebiert Interesse‘.

Danach diskutiert Kehr fünf Merkmale eines guten Lehrers: Vorbildlichkeit, Liebe (zu den Schülerinnen und Schülern und zu den Unterrichtsinhalten), Wachsamkeit (gegenüber sich selbst, gegenüber dem eigenen Unterricht und gegenüber den anderen), Gerechtigkeit (wobei Anerkennung die Regel, Tadel die Ausnahme sein sollte) und Konsequenz.

Als Methodik für den Rechenunterricht propagiert Kehr die rationelle Methode, ein zehn-Punkte-Programm, das den damaligen Konsens darstellt. Rechenregeln sollen auf dem Weg der Anschauung und der Übung gefunden werden, überhaupt soll alles Rechnen Denkrechnen sein und mit Verstand geschehen. Dabei nimmt das mündliche Rechnen einen besonderen Stellenwert ein.

Ein Vergleich mit heutigen Positionen (etwa Hilbert Meyer oder John Hattie) zeigt, dass viele Kriterien nichts von ihrer Aktualität verloren haben. Warum diese Kriterien auch nach 150 Jahren oft nicht verwirklicht sind, das musste als Denkanregung offen bleiben.

Philipp Ullmann beendete seine Vortrag mit den Thesen, dass die Unterschiede zwischen damals und heute zum ersten in der empirischen Absicherung, zu zweiten in einer verstärkten Individualisierung und zum Dritten in der Prozessorientierung liegt (vom „warum?“ zum „wie?“).

Nach der Mittagspause endete das Arbeitskreistreffen mit dem Vortrag von Renate Motzer zu „Rechenstrich, Malkreuz und Geobrett“. Bzgl. dieser drei Arbeits- bzw. Veranschaulichungsmittel aus der Grundschule wurde aufgezeigt, was Schülerinnen und Schüler dazu in weiterführende Schulen mitnehmen können und wie damit beim Rechnen mit negativen Zahlen, beim Wurzelziehen und beim Berechnen des Flächeninhalts gearbeitet werden kann. Untersuchungen zeigen, dass nicht alle Eigenschaften dieser Arbeitsmitteln allen Kindern bewusst sind (z.B. dass beim Rechenstrich kleinere Zahlen weiter links und größerer weiter rechts stehen). Sie müssen also nochmal erarbeitet werden. Gründlich damit gearbeitet, können sich dann auch schwächere Kinder besser orientieren und manchen typischen Fehler vermeiden. Dabei konnte beobachtet werden, dass Mädchen die Darstellungsmittel übersichtlicher gestalten und intensiver nutzen. Nach einer kurzen Diskussion zum Vortrag konnte die Tagung bei strahlendem Sonnenschein abgeschlossen und die Teilnehmer verabschiedet werden.

Wir danken Rose Vogel für die gelungene Organisation der Tagung.

Renate Motzer, Universität Augsburg,
Universitätsstraße 10, 86135 Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Grundschule

Bad Salzdetfurth, 11.–13. 11. 2016

Elke Binner

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand in diesem Jahr am zweiten Novemberwochenende vom 11. bis 13. 11. 2016 erstmalig in Bad Salzdetfurth statt. Es trafen sich etwa 150 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung. Die Tagung stand unter dem Thema „Inklusiver Mathematikunterricht – Mathematiklernen in ausgewählten Förderschwerpunkten“. Die Hauptvortragenden waren Natascha Korff (Bremen), Elisabeth Moser Opitz (Zürich), Juliane Leuders (Freiburg) sowie Uta Häsel-Weide (Paderborn). Ergänzt wurden die Hauptvorträge durch Beiträge in den verschiedenen thematischen Arbeitsgruppen.

Nach der Begrüßung eröffnete Natascha Korff am Freitagabend die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag. Sie befasste sich mit dem Thema „Herausforderungen der Lehrer*innenbildung für inklusiven Unterricht“ und fokussierte sowohl auf Professionalisierungsprozesse in der Ausbildung als auch in der Fort- und Weiterbildung von Lehrpersonen. Zunächst stellte sie grundlegende fachdidaktische und allgemeinpädagogische Fragen in den Mittelpunkt, um dann die Frage nach spezifischen ‚sonderpädagogischen‘ Kompetenzen aufzugreifen. Auch unter Bezugnahme auf Erkenntnisse aus dem Praxissemester formulierte sie Anforderungen an Lehrpersonen und die Lehrerbildung für eine inklusive Schule. Mit Blick auf bisherige Professionsprofile für Grundschule und Sonderpädagogik leitete sie ab, dass sich aktuell die Frage nach der Bedeutung ‚fachdidaktischer‘ Kompetenzen gegenüber ‚grundlegenden‘ Haltungen stellt.

Elisabeth Moser Opitz widmete sich in ihrem Vortrag dem Thema „Inklusiver Mathematikunterricht – auch für Schülerinnen und Schüler mit dem Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung (FGE)“. Sie beschrieb zunächst Herausforderungen der Gestaltung mathematischer Lernprozesse für diese Schülerinnen und Schüler. Im Anschluss berichtete sie über Forschungsergebnisse zum mathematischen Lernen dieser Schülerinnen und Schülern und leitete daraus weiter führende Folgerungen für die mathematische Förderung ab. Danach zeigte sie an Daten einer Längsschnittstudie auf, wie inklusiver Mathematikunterricht, der auch die besonderen Bedürfnisse der Lernenden mit dem Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung berücksichtigt, konzeptuell gedacht und umgesetzt werden kann, und welche Herausforderungen sich dabei stellen.

Die besonderen Bedingungen der Inklusion von Lernenden mit Sehbeeinträchtigungen wurden von Juliane Leuders in ihrem Vortrag mit dem Titel „Inklusives Mathematiklernen bei Sehbeeinträchtigung und Blindheit – Herausforderungen und Konzepte“ verdeutlicht. Im Vordergrund stand dabei die Frage nach Veranschaulichungen, die den Wahrnehmungsbedingungen der Lernenden angemessen sind, aber gleichzeitig auch differenziertes und gemeinsames Arbeiten ermöglichen. Im Vortrag wurde zunächst erörtert, welche empirischen Erkenntnisse über die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten von Kindern mit Sehschädigungen vorliegen. Unter Einbezug mathematikdidaktischer Konzepte wurden hieraus Möglichkeiten für die Adaption von konkreten Schulbuchbeispielen für den inklusiven Unterricht aufgezeigt. Ein Prozessmodell für die Anpassung von Lernmaterial war das Ergebnis ihrer Ausführungen. Der Vortrag zeigte schließlich deutlich auf, dass die Auseinandersetzung mit der Thematik ‚Sehbeeinträchtigung‘ auch Anregungen für den Mathematikunterricht mit sehenden Lernenden liefert.

In ihrem Vortrag zum Thema „Mathematik gemeinsam lernen – Lernumgebungen für den inklusiven Mathematikunterricht" betrachtete Uta Häsel-Weide das Spannungsfeld Vielfalt und Gemeinsamkeit im inklusiven Mathematikunterricht. Gemeinsames Lernen erfordert Lernumgebungen, die Lernen auf unterschiedlichen Niveaus und gleichzeitig Austausch und Kooperation miteinander möglich machen, sowie Materialien für die individuelle Förderung. In ihrem Beitrag verdeutlichte Uta Häsel-Weide Designideen für derartige Lernumgebungen. Anhand von Beispielen aus dem inklusiven Unterricht wurden Chancen und Schwierigkeiten aufgezeigt, analysiert und diskutiert.

Während der Tagung wurden zudem die folgenden acht Arbeitsgruppen angeboten. Hier wurden in diesem Jahr vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert:

- Arithmetik (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Marcus Nührenbörger)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer, Simone Reinhold)
- Lehrerfortbildung (Koordination: Marianne Grassmann, Christoph Selter)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Meike Grüßing – vertreten durch Julia Bruns)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert)
- Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien (Koordination: Silke Ladel, Christof Schreiber)

Auch zu dieser Herbsttagung erscheint ein Tagungsband. Er enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen und dokumentiert zudem Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Der Tagungsband erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule" der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel „Inklusiver Mathematikunterricht – Mathematiklernen in ausgewählten Förderschwerpunkten" und wird von *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg) herausgegeben. Über OPUS (http://opus-bayern.de/uni-bamberg/) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule widmet sich dem Thema „Mathematik und Sprache" und wird vom 3.–5. 11. 2017 wieder in Bad Salzdetfurth stattfinden. In den oben genannten Arbeitsgruppen werden zudem neue Entwicklungen der jeweiligen Themenbereiche vorgestellt und diskutiert. Gerne bekommen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler die Gelegenheit, dort ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter http://didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/.

Elke Binner, Institut für Erziehungswissenschaften, Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM), Humboldt Universität zu Berlin, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. Email: elke.binner@hu-berlin.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore Mathematik

Gießen, 23.–24. 9. 2016

Ann-Katrin Brüning, Katja Lengnink und Jürgen Roth

Die zweite Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore Mathematik fand vom 23. bis 24. 9. 2016 in Gießen unter der Leitung von Katja Lengnink, Friederike Heinz und Ann-Kathrin Beretz statt. Das Thema der Tagung war „Forschung in Lehr-Lern-Laboren Mathematik" und sollte den Austausch zu Forschungsperspektiven, -instrumenten und -methoden zwischen den 41 teilnehmenden Lehr-Lern-Labor-Leiter/innen und -Mitarbeiter/innen aus 14 Standorten ermöglichen.

Wie auch im letzten Jahr wurden die Teilnehmer/innen dazu aufgefordert im Vorfeld jeweils ein Poster und einen Text pro Standort einzureichen, in denen die Forschungsaktivitäten des jeweiligen Lehr-Lern-Labors (LLL) beschrieben sind. Der Poster-Rundgang eröffnete die Tagung und bot die Möglichkeit, die Standorte unter der Forschungsperspektive kennenzulernen und gleichzeitig eine anregende Grundlage für anschließende Diskussionen zu Potenzialen und Schwierigkeiten. Inhaltlich erwiesen sich die Forschungsaktivitäten als breit gefächert, jedoch weisen viele Standorte auch ähnliche Forschungsinteressen auf und setzen vergleichbare Forschungsmethoden ein. Ein anschließendes Zusammentragen und

Abbildung 1. Forschungsperspektiven

Abbildung 2. Vernetzung mit Bezugswissenschaften

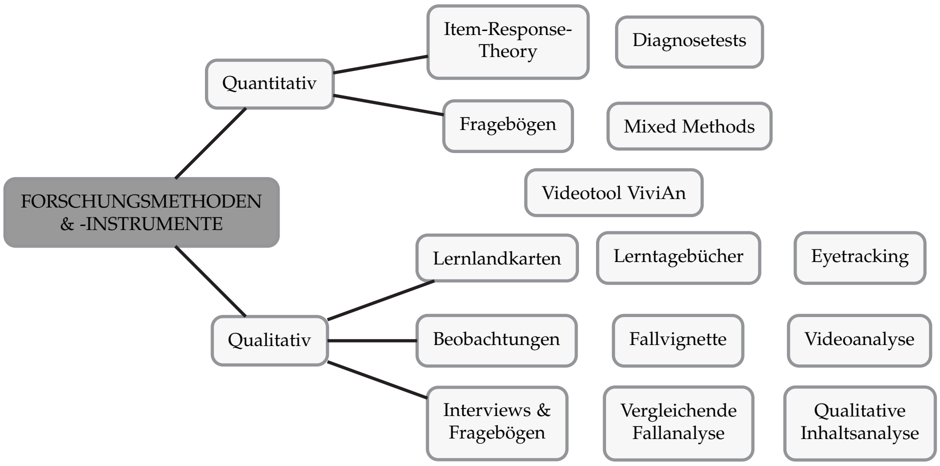


Abbildung 3. Forschungsmethoden und -instrumente

Clustern der Forschungsperspektiven, -methoden und -instrumente sowie die Vernetzung mit Bezugswissenschaften griff diesen Austausch erneut auf und sollte Kooperationsmöglichkeiten zwischen den Standorten aufzeigen (vgl. Abb. 1–Abb. 3).

Darüber hinaus wurden Problematiken in der LLL-Arbeit generell als auch in der LLL-Forschung im Speziellen diskutiert und Lösungsansätze anderer Standorte vorgestellt (vgl. Abb. 4/Abb. 5).

Besonders diskutiert wurden dabei die Fragen nach der Finanzierung der LLL-Arbeit sowie der Sichtbarkeit des LLL innerhalb der Universität aber auch in der Region. Als eigenständiger Problempunkt wurde außerdem die Verbindlichkeit der Teilnahme an den LLL für die Studierenden identifiziert, da einige Standorte gerade in diesem Bereich Schwierigkeiten äußerten. Der angeregte Austausch zwischen den LLL-Leiter/innen bzw. –Mitarbeiter/innen führte schnell zu einigen konstruktiven Vorschlägen. In der anschließenden Kaffee-Pause hatten die Teilnehmer/innen

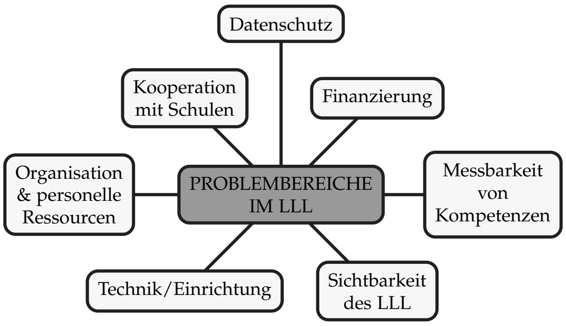


Abbildung 4. Problembereichen in Lehr-Lern-Laboren

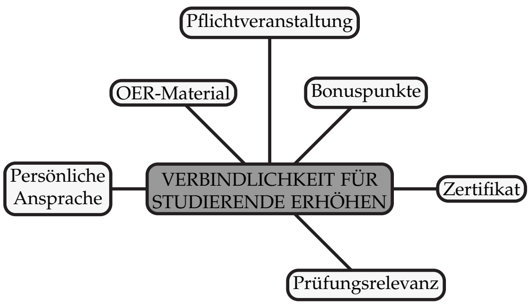


Abbildung 5. Erhöhung der Verbindlichkeit für Studierende

die Möglichkeit, sich in individuellen Gesprächen über die Themen der Diskussionsrunde auszutauschen.

Auch die Vorträge und Workshops der Tagung standen unter dem Thema „Forschungsaktivitäten“. Die Referentinnen der verschiedenen Standorte stellten zu ihren aktuellen Forschungsvorhaben, welche teilweise in Promotionen eingebunden sind, erste Ergebnisse und kritische Frage- bzw. Problemstellungen vor und regten zu einem fachlichen Austausch an.

Dabei ging es zum einen um Forschung zur Lehrerprofessionalisierung im engeren Sinne zur diagnostischen Kompetenz von angehenden Lehrkräften. Hier ist der Vortrag von Ann-Kathrin Beretz (Gießen) einzuordnen, die den diagnostischen Zugang von Mathematik-Physik-Studierenden beim Analysieren von Videos untersucht. Auch Patrizia Enenkiel (Landau) beschäftigt sich in ihrem Workshop mit dem Aufbau diagnostischer Kompetenz im Studium am Beispiel des Themenfeldes Rauminhalt und Rita Hofmann (Landau) untersucht den Einsatz von Videovignetten im Bereich Funktionen für die Professionalisierung der angehenden Lehrkräfte. In beiden Projekten wird das an der Universität Koblenz-Landau entwickelte Tool ViviAn (Videovignetten zur Analyse von Unterrichtsprozessen) eingesetzt. Die Lehrerbildung spielt auch in dem Workshop von Eva Hoffart (Siegen) eine Rolle, in dem die Reflexionskompetenz von Lehramtsstudierenden besonders fokussiert wird. Stärker auf die Arbeit von Schülerinnen und Schülern ausgerichtet stellt Maria Kötters (Halle-Wittenberg) vor, wie offene, selbstdifferenzierte Lernumgebungen für inklusives Lernen an außerschulischen Lernorten aussehen könnten. Die Vorstellung des physikdidaktischen Lehr-Lern-Labors PiA (Physik in Aktion) durch Kathrin Steckenmesser-Sander (Gießen) stellte am Samstagvormittag ein besonderes Highlight der Tagung und die Möglichkeit zu einem fächerübergreifenden Austausch zu Forschungsperspektiven und -methoden in Lehr-Lern-Laboren dar.

Auch die Vorstellung des gastgebenden Lehr-Lern-Labors der JLU Gießen durch Katja Lengnink als fester Bestandteil der Arbeitskreistagungen durfte nicht fehlen. Dazu versammelten sich die Teilnehmer/innen in der LernWerkstatt Mathematik und analysierten unter anderem anhand authentischer Materialien die Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern über mathematische Gesetzmäßigkeiten im Bereich der Stochastik.

Alle Abstracts sowie weitere Informationen finden Sie unter http://madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Lehr-Lern-Labore/Herbsttagung_2016.

Weitere Aktivitäten des Arbeitskreises

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet auf der GDM-Tagung 2017 in Potsdam statt. Geplant sind zum einen eine Moderierte Sektion mit vier Vorträgen zu dem Thema „Lernprozesse in Lehr-Lern-Laboren initiieren, begleiten und evaluieren“ als auch ein Arbeitskreistreffen zur praxisorientierten Vernetzung zwischen Schule und Lehr-Lern-Labor. Dazu sind die Teilnehmer/innen aufgefordert einen kurzen Impulsvortrag zur Realisierung am eigenen Standort vorzubereiten, um so einen fundierten Austausch zu ermöglichen. Ferner sollen bei diesem Zusammentreffen weitere inhaltliche und organisatorische Aspekte bzgl. der nächsten Herbsttagung vom 20. bis 21. Oktober 2017 an der Universität Leipzig besprochen werden.

Einladung zur Mitarbeit

Informationen zum Arbeitskreis Lehr-Lern-Labore findet man im Internet unter der URL http://ak-lll.mathe-labor.de. Interessierte sind herzlich eingeladen, im Arbeitskreis mitzuarbeiten und an den regelmäßigen Herbsttagungen und AK-Treffen teilzunehmen. Wer regelmäßig Informationen zum AK Lehr-Lern-Labore Mathematik und seinen Aktivitäten erhalten möchte schreibt eine E-Mail an Jürgen Roth (roth@uni-landau.de). Er trägt Interessent/inn/en gerne in den E-Mail-Verteiler (ak-lll@mathe-labor.de) des Arbeitskreises ein, über den unter anderem auch die Einladungen zu den Herbsttagungen verschickt werden.

Ann-Katrin Brüning (Vertreterin der Doktorand/inn/en), Institut für Didaktik der Mathematik und Informatik, Fachbereich Mathematik und Informatik, Universität Münster, Fliednerstraße 21, 48149 Münster
E-Mail: a.bruening@uni-muenster.de

Katja Lengnink (stellv. Sprecherin), Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Gießen. Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen
E-Mail: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Jürgen Roth (Sprecher), Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen), Institut für Mathematik, Fachbereich 7: Natur und Umweltwissenschaften, Universität Koblenz-Landau (Campus Landau), Fortstraße 7, 76829 Landau
E-Mail: roth@uni-landau.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung

Berlin, 5.–6. 11. 2016

Eva Müller-Hill und David Kollosche

Am 5. und 6. November 2016 fand die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ an der Freien Universität Berlin statt. Die lokale Organisation übernahm Hauke Straehler-Pohl, der mit David Kollosche und Eva Müller-Hill auch die inhaltliche Organisation verantwortete.

Das Thema „Soziologische Perspektiven auf mathematische Bildung“ bildete den programmatischen Rahmen der diesjährigen Herbsttagung. Hiermit schlossen wir thematisch an die Herbsttagung 2015 in Potsdam mit dem damaligen Themenschwerpunkt „Kritische Mathematikdidaktik und Herausforderungen an mathematischen Bildung“ an. Folgende Beiträge wurden dieses Mal vorgestellt und diskutiert:

- Uwe Gellert (FU Berlin) gab mit seinem Vortrag zu Beginn einen Überblick über die Potentiale soziologischer Theorien für die Erforschung von Mathematikunterricht. Im Zentrum der Auseinandersetzung stand dabei die Frage, wie mathematisches Wissen in institutionellen Praxen produziert, verteilt, pädagogisiert, reproduziert und evaluiert wird. Neben theoretischen Klärungen standen die Ergebnisse mehrerer neuer Forschungsarbeiten im Fokus des Vortrags.
- Im Vortrag mit dem Titel „ANT – Eine Ameise im Ohr? Latours Actor-Network-Theory in der Mathematikdidaktik“ lotete Marei Fetzer (Universität Frankfurt) das Potenzial von Latours soziologischem Ansatz für die Mathematikdidaktik aus. In seiner Soziologie der Objekte geht Latour davon aus, dass nicht nur Menschen, sondern auch Objekte beteiligt sind am Vollzug sozialer Wirklichkeit. Im Vortrag untersuchte Marei Fetzer die Möglichkeiten, das Wirken von Objekten in unterrichtlichen Interaktionsprozessen analytisch in den Blick zu nehmen und diskutierte den Begriff der Handlungsträgerschaft von Objekten.
- Thomas Jahnke (Universität Potsdam) sprach über den „Dreifachen Dilettantismus“ in der mathematikdidaktischen Forschung und regte dabei eine Diskussion über die Beobachtung an, dass Doktoranden der Mathematikdidaktik im Speziellen und Mathematikdidaktiker im Allgemeinen ihren Bezugsdisziplinen wie der Soziologie in der Regel als Dilettanten, also als unstudierte Laien, gegenüberstehen. Gleiches gelte für die Gutachter in Bezug auf die zu begutachtenden Hintergrundtheorien und Methoden.
- David Kollosche (Universität Potsdam) diskutierte das Potential der Gesellschaftskritik Michel Foucaults innerhalb der Mathematikdidaktik, bemühte sich dabei um eine Abgrenzung zur kritischen Theorie marxistischer Prägung und diskutierte aktuelle mathematikdidaktische Studien dieses Forschungsparadigmas. Uwe Schürmann (Universität Münster) griff die vorangegangenen Ausführungen auf und präsentierte eine konkrete Anwendung Foucault’scher Kritik auf den Modellierungsdiskurs.
- Eva Jablonka (FU Berlin) trug zum Thema „Mathematical Literacy: Neue Bildungsziele – neue Hierarchien?“ vor. Dabei rückte sie die diskursive Generierung einer Schicht mathematisch scheinbar unfähiger Lerner und Erwachsener in den Fokus, denen im Zuge von Erhebungen zur mathematical literacy die Fähigkeit zur Bewältigung ihres Alltags abgesprochen wird. Insbesondere stellte sich die Frage, inwiefern Forschung dieser Art zur Reproduktion gesellschaftlicher Hierarchien beitragen kann.
- David Kollosche (Universität Potsdam) stellte einen funktionalistischen Zugang zur gesellschaftlichen Rolle des Mathematikunterrichts in der Tradition von Parsons und Fend vor und diskutierte, inwieweit der Mathematikunterricht neben einer Qualifikationsfunktion auch eine Integrations- und Legitimations-, eine Selektions-, eine Beaufsichtungs- und eine Projektions-Funktion erfüllt.

Der Arbeitskreis bedankt sich für die Ausrichtung und lokale Organisation der Tagung insbesondere herzlich bei Hauke Straehler-Pohl von der Freien Universität Berlin. Die Herbsttagung 2017 wird an der Universität Rostock stattfinden, wo Eva Müller-Hill die lokale Organisation übernimmt.

Die nächste Sitzung des Arbeitskreises findet im Februar/März 2017 auf der Jahrestagung der GDM in Potsdam statt. Als Auftakt für die inhaltliche Diskussion konnten wir Rainer Danckwerts (Universität Siegen) für einen Vortrag zum Thema *Das Thema „Mathematik und Allgemeinbildung“ in der Doppelperspektive von öffentlichem Interesse und Lehrerbildung* gewinnen.

Darauf aufbauend wollen wir diskutieren, inwiefern die Frage, was mathematische und mathematikdidaktische Bildung im Rahmen von Lehrerbildung bedeutet, als Schwerpunktthema der kommenden Herbsttagung auf Interesse stößt. Interessierte sind herzlich zur Arbeitskreissitzung eingeladen!

Eva Müller-Hill, Philipps-Universität Marburg, Fachbereich Mathematik und Informatik, Hans-Meerwein-Straße 6, 35032 Marburg. Email: eva.mueller-hill@staff.uni-marburg.de
David Kollosche, Universität Potsdam, Institut für Mathematik, Karl-Liebknecht-Straße 24, 14476 Potsdam. Email: david.kollosche@uni-potsdam.de

Arbeitskreis: Problemlösen

Braunschweig, 14.–15. 10. 2016

Ana Kuzle und Benjamin Rott

Am Freitag und Samstag, 14. und 15.10.2016 fand in Braunschweig die 3. Herbsttagung des Arbeitskreises Problemlösen statt. Für die Durchführung dieser sehr angenehmen und gut organisierten Tagung gebührt besonderer Dank dem örtlicher Tagungsleiter Frank Heinrich und seiner Arbeitsgruppe von der TU Braunschweig.

Die Gruppe der Teilnehmerinnen und Teilnehmer bestand aus einer guten Mischung von Forscherinnen und Forschern die schon lange im (Problemlöse-)Geschäft tätig sind, (zukünftigen) Lehrerinnen und Lehrern und Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern, die zum Teil gerade erst mit ihrer Promotionsprojekten begonnen haben oder ein wenig weiter fortgeschritten sind. Insgesamt haben ca. 35 Personen, an einem „Gastvortrag“, acht „Kurzvorträgen“ und einem Workshop teilgenommen.

Den Eröffnungsvortrag hielt Harald Schaub (apl. Prof. an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg und verantwortlicher Manager bei der IABG in Ottobrunn bei München) mit dem Titel *Maßnahmen zur Förderung der Problemlösekompetenz – 60 Jahre nach dem General Problemsolver: Allgemeine Kompetenz oder spezifische Kompetenzen?* Im Vortrag wurden thesenartig aus der Perspektive der Kognitionswissenschaften und der Perspektive der beruflichen Praxis die für die Didaktik bedeutsamen Betrachtungsweisen und Themen für Problemlösekompetenz benannt und kritisch diskutiert. Dadurch wurde eine Brücke von den Bedarfen an (mathematischer) Problemlösekompetenz in der beruflichen und betrieblichen Praxis, über die Methoden, Ergebnisse und Theorien der Kognitionswissenschaft zu den Erwartungen der Praxis an die Entwicklung der Problemlösekompetenz der Lernenden geschlagen.

Mit dem Vortrag *Ein Projekt zum Problemlösen im Mathematikunterricht – Erste Befunde einer Erkundungsstudie zur Förderung der Problemlösekompetenz* befassten sich Maria Beyerl und Julia Lüddecke (TU Braunschweig). In der noch andauernden Untersuchung, die seit Frühjahr 2016 mit Klassen der Jahrgangsstufe 9 und 10 an Realschulen/Oberschulen/Integrierten Gesamtschulen im Raum Braunschweig durchgeführt wurde, soll erkundet werden, wie Lehrpersonen den Problemlöseprozess der Lernenden begleiten, wie sie mit Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler umgehen und inwiefern sie Unterstützungsmaßnahmen bei der Problembearbeitung einsetzen. Konkreter konzentrierte Julia Lüddecke im Vortrag darauf, in welcher Form der Aspekt Fehler im Problemlöseunterricht auftrat und welche Umgangsmethoden die Lehrkraft mit Fehlersituationen einsetzte. Anderseits fokussierte Maria Beyerl im Vortrag auf das Wechsel von Lösungsanläufen, welches einen wichtigen Aspekt von Problemlöseprozessen darstellt.

Thomas Gawlick (Universität Hannover) stelle das Konzept der Tempelbilder in dem Vortrag *Tempelbilder in Rückschau und Unterrichtsplanung* vor. Als Weiterentwicklung von Lösungsgraphen nach König verdeutlichen Tempelbilder die Gliederung der Argumentation, den Zusammenhang der Argumente und den Beweisfluss eines Problemlöseprozesses, was am Beispiel der TIMSS-Problemaufgabe K10 gezeigt wurde.

Raja Herold-Blasius (Universität Duisburg-Essen) stellte ihr schon weiter fortgeschrittenes Qualifikationsprojekt mit dem Thema *Welchen Einfluss haben Strategieschlüssel auf Problemlöseprozesse? – Methodische Überlegungen zur Analyse* vor. Um zu untersuchen, welchen Einfluss die Strategieschlüssel tatsächlich auf Problemlöseprozesse von Schülerinnen und Schülern haben, wurden insgesamt 41 Bearbeitungsprozesse von Dritt- und Viertklässlern videografiert. Dabei wurden zur Analyse drei verschiedene Kodierungen herangezogen: (a) die Kodierung der Schoenfeld-Episoden, (b) die Kodierung der Heurismen und (c) Kodierung von Prompts. Im Vortrag wurde die Prompt-Kodierung beschrieben und hinsichtlich erster Ergebnisse aus den bisherigen Analysen und dem Zusammenspiel der drei Kodierungen kritisch-konstruktiv diskutiert.

Den letzten Vortrag *Mathematische Kreativität – Alternative Studiendesigns zur qualitativen Erfassung* des ersten Tages hielt Julia Joklitschke (Universität Duisburg-Essen). Vorgestellt wurden verschiedene, in der mathematikdidaktischen Forschung häufig verwendete Testinstrumente zum Erfassen mathematischer Kreativität. Mit dem Hinblick auf einige Unklarheiten und Validitätsprobleme dieser Instrumente, plädierte die Vortragende auf eine weitere Präzisierung des Kreativität-Begriffs und dazugehörige Konzeptualisierungen zur mathematischen Kreativität. Im Vortrag wurden mögliche Designs für empirische Studien vorgestellt, welche auf Interviews mit verschiedenen Personengruppen zu ihrem Verständnis von mathematischer Kreativität (bspw. erfahrene Mathematiker und Studenten in der Studieneingangsphase) basierten. Diese wurden schließlich kritisch-konstruktiv diskutiert.

Den Abend konnten wir im Restaurant La Cupola im Haus der Wissenschaft – in 30 Metern Höhe – mit dem Blick über Braunschweig gemeinsam ausklingen lassen.

Ana Kuzle (Universität Potsdam) und Benjamin Rott (Universität Duisburg-Essen) eröffneten mit ihrem Workshop *Maßnahmen zur Förderung der Problemlösekompetenz – die mathematikdidaktische Perspektive* den Tagungsbetrieb am zweiten Tag. Im Fokus stand das kritische Betrachten unterschiedlicher Maßnahmen bzw. Konzepte zur Förderung der Problemlösekompetenz in allen Phasen der Ausbildung.

Nadja Karpinski-Siebold und Torsten Fritzlar (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg) stellten im Vortrag *Umgehen mit Unbekannten – Eine Studie zu spezifischen Aspekten algebraischen Denkens bei jungen Schülerinnen und Schülern* eine Studie vor, mit der erkundet werden soll, wie Schülerinnen und Schüler der vierten und fünften Jahrgangsstufe Problemstellungen mit Unbekannten bearbeiten. Dabei wurde über die ersten Ergebnisse zu Fragen wie „Welche Repräsentationen nutzen die Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten von Problemstellungen mit Unbekannten?“ und „Welche Strategien lassen sich erkennen?“ berichtet.

Die Pólya-Phase Rückschau gilt bei vielen Mathematikdidaktikern als die lehrreichste, jedoch auch am meisten vernachlässigte Phase beim Problemlösen. Mit dieser Phase beschäftigt sich Meike Ohlendorf (TU Braunschweig) in ihrem Qualifikationsprojekt. Im Vortrag *Rückschauphasen beim Problemlösen im Mathematikunterricht an Gymnasien* stellte sie die erste Befunde aus im Frühjahr/Sommer 2016 videografierten Unterrichtsstunden in den Jahrgangsstufen 9 und 10 sowie aus den entsprechenden Lehrerinterviews vor. Untersucht wurde, ob und wie solche Rückschauphasen beim unterrichtlichen Problemlösen lehrerseitig gestaltet wurden.

Mit dem Vortrag *Zum Zusammenhang zwischen Abduktion und psychologischen Problemlösetheorien* befasste sich Anna-Christin Söhling (Universität Köln). Dabei fokussierte sie anhand ausgewählter Beispiele auf den Zusammenhang zwischen dem Abduktionsbegriff und ausgewählten psychologischen Theorien und den Nutzen des Abduktionsbegriffs in der Mathematikdidaktik, der über den Nutzen von psychologischen Theorien hinausgeht.

Den letzten Vortrag der Herbsttagung hielt Thomas Stenzel (Universität Duisburg-Essen) zu *Problemlösen und Beweisen im Mathematikstudium – zyklische Entwicklung einer Fördermaßnahme für Studienanfänger der Fachmathematik und des Gymnasiallehramts?* In der im Rahmen der Tagung vorgestellten Studie wurden Übungsaufgaben zur Analysis I nach den Formaten „Problem, Beweis und Routineaufgabe“ kategorisiert und auf mögliche Lösungsstrategien hin untersucht. Abschließend wurden die Erkenntnisse erläutert und ein Konzept zur Förderung strategischen Arbeitens vorgestellt.

Der zugehörige Tagungsband wird von Maria Beyerl, Julia Lüddecke, Meike Ohlendorf, Ana Kuzle und Benjamin Rott herausgegeben und voraussichtlich im Herbst 2017 im WTM-Verlag erscheinen.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet in Potsdam auf der Bundestagung im Februar 2017 statt. Für das Treffen ist ein Vortrag von Nadja Karpinski-Siebold geplant. Die 4. Herbsttagung des Arbeitskreises wird in Darmstadt von Regina Bruder ausgerichtet. Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an die Sprecherin bzw. den Sprecher des Arbeitskreises, Ana Kuzle und Benjamin Rott.

Ana Kuzle, Department für Lehrerbildung und fachdidaktische Forschung, Abteilung Primarstufe, Grundschulpädagogik/Mathematik, Universität Potsdam, Karl-Liebknecht-Straße 24–25, 14476 Potsdam
E-Mail: kuzle@uni-potsdam.de

Benjamin Rott, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Thea-Leymann-Straße 9, 45127 Essen
E-Mail: benjamin.rott@uni-due.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Rauischholzhausen, 14.—15. 10. 2016

Anke Lindmeier

Wie jedes Jahr bot das Schloss Rauischholzhausen, die Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen, einen angenehm-arbeitsamen Rahmen für die jährliche Herbsttagung des Arbeitskreises „Psychologie und Mathematikdidaktik“. Die knapp 30 Teilnehmenden fanden sich unvermittelt inmitten der Diskussion von vier Forschungsarbeiten wieder, die eine thematisch und methodisch ungewöhnliche Bandbreite aufwiesen. Cathleen Heil stellte eine Studie zur Raumvorstellung bei Grundschulkindern vor, in der eine vorgeschlagene Konstrukterweiterung um räumliche Fähigkeiten in Bezug auf den Realraum untersucht wird. Neben den besonderen Bedingungen, die sich aus dem erforderlichen Einzelerhebungen im Realraum ergeben, erfordert das aufwändige Studiendesign fortgeschrittene Analysemethoden. Direkt ans andere Ende des Mathematikunterrichts führten Christoph Pigges Arbeiten mit der Frage danach, welche Fähigkeiten Dozierenden in den Anfangsvorlesungen Mathematik der MINT-Studiengänge tatsächlich bei ihren Studierenden voraussetzen. In Ergänzung zu existierenden Arbeiten wird in der vorgestellten Studie erstmalig mit Hilfe des Konsensverfahrens einer Delphi-Studie beschrieben, wie sich die Schnittstelle Schule – Studium aus Abnehmer-Perspektive darstellt. Katharina Böcherer-Linders Arbeiten zum Einfluss verschiedener Visualisierungen auf die Performanz bei Aufgaben im Bereich „Satz von Bayes“ steht prototypisch für ein Forschungsgebiet, in dem sich psychologische und mathematikdidaktische Forschungsarbeiten traditionell unabhängig voneinander entwickelten. Der Vortrag zeigte auf, wie die beiden Bezugsdisziplinen wechselseitig von den unterschiedlichen Sichtweisen profitieren können und somit ein besseres Verständnis für Phänomene beim Lösen schwieriger mathematischer Sachverhalte erreicht werden kann. Abschließend präsentierte Daniel Sommerhoff eine Untersuchung zur Beschreibung individueller Bedingungsfaktoren für den Erfolg beim Beweisen in der Studieneingangsphase. Dabei weisen die Ergebnisse darauf hin, dass spezifisch beweisbezogene Wissensbereiche als wichtige Prädiktoren auftreten und generische Faktoren in ihrer Bedeutsamkeit deutlich übertreffen.

Die Vorträge im herausfordernden Langformat ermöglichten differenzierte Einblicke in die Projekte. Durch die professionellen Vorträge konnte die Diskussion in den sich anschließenden konstruktiv-kritischen Plenumsphasen eine über herkömmliche Tagungsdiskussionen weit hinausgehende Tiefe erreichen. Gemäß der Ausrichtung des AKs waren dabei die theoretischen und methodischen Bezüge zur Psychologie genauso Gegenstand wie Fragen nach dem genuin fachspezifischen Erkenntnisgewinn. Sie finden Gegenstand der Vorträge und Kernpunkte der Diskussionen im Folgenden.

Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer darf ich den Vortragenden herzlich für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor- und zur Diskussion zu stellen!

Cathleen Heil, Leuphana Universität Lüneburg: Raumvorstellung von ViertklässlerInnen in schriftlichen und realen Settings

Psychometrische Tests zur Raumvorstellung erfassen mentale Fähigkeiten, die räumliche Anforderungen in Form von schriftlichem Aufgabenmaterial im Mathematikunterricht abbilden (vgl. Büchter, 2011). Fähigkeiten zur räumlichen Orientierung im Realraum erfordern die Integration einer Vielzahl von räumlichen Informationen, wurden aber bisher nicht erfasst (Allen, 1999). Eine Erweiterung des Konstruktes *Raumvorstellung* auf den Kontext des Realraumes scheint angemessen, wirft aber die Frage auf, inwieweit sich für beide Settings ähnliche mentale Anforderungen formulieren lassen und in welchem Zusammenhang beide Fähigkeitskonstrukte stehen (Hegarty, 2006). In der vorgestellten Studie soll dies geklärt werden. Dafür wurden ein Test in einem schriftlichen und einem realen Setting entwickelt und mit $N = 260$ Viertklässlern durchgeführt. Im Vortrag wurden beide Testinstrumente vorgestellt, sowie erste Ergebnisse der Studie präsentiert. Insbesondere wurden Möglichkeiten weiterführender Analysen zur Diskussion gestellt.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die anschließende Diskussion bezog sich zunächst auf die theoretischen Konstrukte, zugehörige Fähigkeitsaspekte und deren Operationalisierung. So wurde problematisiert, dass man bei schriftlichen Aufgaben zur Raumvorstellung nicht sicher ausschließen kann, dass diese mit analytischen Fähigkeiten gelöst werden. Eine fehlende Korrelation zwischen entsprechenden Leistungen und denen beim Erlernen Mentaler Karten innerhalb des Gesamtkonstruktes Raumvorstellung könnte aber darauf hindeuten, dass hier eine analytische Komponente kaum bis gar nicht zum Tragen kommt. Um dies genau zu klären, lohnt sich möglicherweise eine vertiefende Untersuchung der zugrunde liegenden kognitiven Prozesse. In einem zweiten Teil der Diskussion wurden die verwendeten Strukturgleichungsmodelle diskutiert. Dabei standen methodische Aspekte (z. B. die sehr guten Fitindizes), aber auch inhaltliche Aspekte (z.B. die möglichen Interpretationen der Trennbarkeit bzw. Nicht-Trennbarkeit der Konstrukte Raumvorstellung im Mathematikunterricht und Raumvorstellung im Realraum) im Zentrum.

Abschließend wurde auch der praktische Nutzen der Studie diskutiert. Die Erkenntnisse der Studie könnten zu einer stärkeren Reflexion führen, welchen Stellenwert Raumvorstellungsfähigkeiten im Realraum innerhalb des Mathematikunterrichts einnehmen und wie diese konkret gefördert werden könnten. Zusammenfassend stellte sich in der Diskussion heraus, dass die Idee des Dissertationsprojektes gut ist und einen sinnvollen Beitrag zur Ausdifferenzierung des Verständnisses von Raumvorstellung in der Mathematikdidaktik leisten kann.

Christoph Pigge, IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik Kiel: Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge – Erste Ergebnisse einer Delphi-Studie mit Hochschullehrenden

Aus Sicht der Hochschulen gibt es trotz hoher Abbruchquoten bisher keine Einigkeit, welche Kompetenzdefizite vor Studienbeginn auszugleichen bzw. welche mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge notwendig sind. Vorliegende Arbeiten fokussieren entweder auf personenbezogene Eigenschaften (Heldmann et. al., 1984), mathematische Inhalte (Sutherland & Dewhurst, 1999) oder neben Inhalten auch auf mathematische Prozesse sowie Sichtweisen und Vorstellungen von der Mathematik (SEFI, 2013).

Zur Beschreibung der aus Hochschulsicht für einen erfolgreichen Einstieg in MINT-Studiengänge nötigen mathematischen Lernvoraussetzungen wurde im Projekt MaLeMINT eine Delphi-Studie durchgeführt. In diese sollten möglichst alle Hochschullehrenden einbezogen werden, die in den letzten fünf Jahren im ersten Semester von MINT-Studiengängen eine mathematische Einstiegsvorlesung gehalten haben. In einer Online-Recherche in Vorlesungsverzeichnissen, Modulhandbüchern und Stundenplänen aller deutschen Hochschulen konnten auf diese Weise $N = 2233$ Hochschullehrende ermittelt werden.

Um möglichst umfassend und differenziert notwendige mathematische Lernvoraussetzungen zu erheben, wurde in Anlehnung an Häder (2014) zunächst eine explorative Befragungsrunde mit $N_0 = 36$ Hochschullehrenden durchgeführt. Die ermittelten mathematischen Lernvoraussetzungen wurden dann der gesamten Stichprobe vorgelegt und von $N_1 = 952$ Hochschullehrenden hinsichtlich der Notwendigkeit bzw. Wichtigkeit bewertet sowie ggf. präzisiert oder ergänzt. Nach einer Zusammenfassung der Ergebnisse wurden diese in einer Folgerunde den Teilnehmenden erneut zur Bewertung, Präzisierung und Ergänzung vorgelegt (Rücklauf von $N_2 = 664$ Hochschullehrenden).

Im Vortrag wurden sowohl das Gesamtkonzept der Studie als auch vorläufige Ergebnisse der ersten beiden Befragungsrunden vorgestellt. Es konnte festgestellt werden, dass Hochschullehrende sowohl mathematische Inhalte und Arbeitstätigkeiten als auch adäquate Vorstellungen von der Mathematik sowie positive Einstellungen und Arbeitsweisen im Hinblick auf Mathematik als notwendig erachten. Dabei deutet sich an, dass die Einschätzung der Notwendigkeit von einem großen Konsens der Hochschullehrenden getragen wird. Bei ca. 70 % aller untersuchten Aspekte zeigte sich bereits nach den ersten beiden Befragungsrunden ein Konsens. Neben der Darstellung der ersten Ergebnisse wurde ein Ausblick auf die weiteren Runden und geplanten Auswertungen gegeben.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die anschließende Diskussion fokussierte zunächst auf die Genese und Formulierung der Befragungsitems, die im konsensbildenden Verfahren der Delphi-Studie zentralen Einfluss haben und daher im Rahmen der Berichtlegung der Studie besonders zu berücksichtigen sind. In diesem Zusammenhang wurde zusätzlich diskutiert, inwiefern eine feinere Abstufung der Skalen für die Bewertung der Notwendigkeit sinnvoll und unter Aspekten der Praktikabilität möglich ist. In der Diskussion wurden weitere Fragestellungen, z. B. zur Untersuchung von Gruppenunterschieden zwischen den Hochschullehrenden, generiert, die im Hinblick auf die Publikation der Ergebnisse von besonderem Interesse sein könnte. Ein weiterer Schwerpunkt der Diskussion lag auf der möglichen Einordnung der Ergebnisse, beispielsweise welche Konsequenzen die unerwartet hohe Erwartungshaltung in Bezug auf Fähigkeiten zum Einsatz elektronischer Hilfsmittel für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe haben kann.

Insgesamt wurde der empirische Forschungsansatz zur Beschreibung notwendiger Lernvoraussetzungen aus Hochschulsicht als sehr positiv aufgefasst. So konnten erstmalig die Vorstellungen von aktiv im Studieneinstiegsbereich dozierenden Hochschullehrenden in großer Anzahl zur Beschreibung von notwendigen mathematischen Lernvoraussetzungen einbezogen werden. Letztlich eröffnete die Diskussion neue Perspektiven insbesondere für die anstehende Auswertung und Publikation der Ergebnisse.

Katharina Böcherer-Linder, Pädagogische Hochschule Freiburg: Der Satz von Bayes. Kognitionspsychologische Grundlagen und empirische Untersuchungen zum Einfluss von Visualisierung
Der Vortrag stellte zunächst zwei konkurrierende kognitionspsychologische Theorien vor, die unterschiedliche Aussagen darüber machen, wie sich Verständnis und Performanz bei der Berechnung des Satzes von Bayes steigern lassen und welche Rolle Visualisierungen dabei spielen. Hieraus wurde die Frage abgeleitet, ob das Baumdiagramm oder das Einheitsquadrat als Visualisierung der statistischen Information besser geeignet ist, um Verständnis und Performanz bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten zu unterstützen. Die beiden genannten Visualisierungen wurden auf Grundlage der kognitionspsychologischen Theorien analysiert und Hypothesen abgeleitet. Im Vortrag wurden die Ergebnisse von zwei empirischen Studien mit Studierenden ($N = 148$ und $N = 143$) vorgestellt, die zeigen, dass das Einheitsquadrat besser geeignet ist, um Verständnis und Performanz beim Satz von Bayes zu unterstützen.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Zu Beginn wurde diskutiert, inwieweit die vorgestellten kognitionspsychologischen Theorien mathematikdidaktische Sichtweisen erweitern können. Dabei schien zunächst der Ansatz „nested sets account“ (Barbey & Sloman, 2007) im Gegensatz zum konkurrierenden „ecological rationality account“ (Gigerenzer & Hoffrage, 1995) besser auf mathematikdidaktische Sichtweisen zu passen. Allerdings zeigte sich im weiteren Verlauf der Diskussion, dass beide Ansätze, die in unterschiedlichen kognitionspsychologischen Modellen verankert sind, für die Mathematikdidaktik von großem Nutzen sein können im Hinblick auf die Generierung weiterer Forschungsfragen und Hypothesen, die über die in dem Vortrag vorgestellten Studien hinausweisen. Außerdem wurde bemerkt, dass die im Vortrag vorgestellten Ergebnisse nicht nur für die Mathematikdidaktik, sondern auch für die Psychologie, in der die beiden Ansätze zur Erklärung der Schwierigkeiten beim Satz von Bayes kontrovers diskutiert wurden (z.B. Johnson & Tubau, 2015), interessant sind, da sie einen empirischen Nachweis erbringen, der den „nested sets account“ stützt.

Abschließend lässt sich sagen, dass der Vortrag mir die Gelegenheit dazu gab, den gesamten theoretischen Rahmen meiner Arbeit ausführlich darzustellen, was sich für mich als außerordentlich hilfreich erwiesen hat.

Daniel Sommerhoff, Ludwig-Maximilians-Universität München: Umgang mit mathematischen Beweisen – Ergebnisse zur Rolle individueller Ressourcen
Wiederholt zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler sowie Studierende Schwierigkeiten beim Umgang mit mathematischen Argumentationen und insbesondere mathematischen Beweisen haben (z.B. Weber, 2003). Spätestens zu Beginn eines mathematischen Studiums führt dies zu Problemen, da Beweise als wissenschaftliche Methode eingeführt werden und besonderer Wert auf den Umgang mit Beweisen gelegt wird. Um diese Probleme und entsprechende Leistungsunterschiede zwischen den Studierenden besser erklären zu können, ist Wissen über den Einfluss von individuellen Ressourcen der Studierenden auf die erfolgreiche Konstruktion und Bewertung von Beweisen hilfreich.

Im Rahmen der auf der Herbsttagung vorgestellten Studie wurde untersucht, inwiefern Kompetenzen im Konstruieren und Validieren von mathematischen Beweisen mit individuellen kognitiven Ressourcen von Studierenden zusammenhängen. Dabei wurden nur solche Ressourcen berücksichtigt, die bereits als Voraussetzungen für den erfolgreichen Umgang mit mathematischen Beweisen bekannt sind (vgl. auch Sommerhoff, Ufer, & Kollar, 2015). In einer querschnittliche Studie mit Studierenden der Mathematik aus den ersten Semestern wurde die individuelle Ausprägung von sechs verschiedenen kognitiven Ressourcen (mathematisches Basiswissen, mathematisches Fachwissen, mathematisch-strategisches Wissen, Problemlösen, schlussfolgerndes Denken, metakognitives Bewusstsein) sowie die Leistung beim Konstruieren und Validieren von Beweisen erhoben. Es zeigt sich, dass sowohl auf Leistungen beim Konstruieren als auch Validieren von Beweisen das zugrundeliegende inhaltliche Wissen und das mathematisch-strategische Wissen einen Einfluss haben, bei den anderen Ressourcen ergibt sich hingegen ein komplexeres Bild.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Entsprechend dem fortgeschrittenen Stadium der vorgestellten Studie wurden in der Diskussion zunächst mögliche Implikationen der Ergebnisse für die Lehre thematisiert. Dabei wurde insbesondere diskutiert, welche Art von Aussagen aus den ent-

standenen (Struktur-)Modellen zum Einfluss der Ressourcen gewonnen werden können und ob sich aus den Modellen bereits Lernempfehlungen für Studierende ableiten lassen. Dabei wurde deutlich, dass aufbauend auf den Modellen Interventionsstudien benötigt werden, um kausale Zusammenhänge zu untersuchen. Weiter wurde diskutiert, inwieweit sich die Ressource „mathematisch-strategisches Wissen" (Weber, 2001) prinzipiell von anderen Konstrukten wie der Kompetenz zum Konstruieren von Beweisen bzw. auch dem Problemlösen trennen lässt. Obwohl die vorliegenden Ergebnisse dies partiell stützen, liegt für eine endgültige Aussage mit dieser Studie noch nicht genug Evidenz vor, auch da das mathematisch-strategische Wissen in der vorgestellten Studie erstmals quantitativ erfasst wurde. Perspektivisch wurde entsprechend eine größer angelegte Studie thematisiert, um zu zeigen, dass sich die Konstrukte auch empirisch ausreichend abgrenzen lassen. Insgesamt bestätigte die Diskussion, dass der differenzierte Blick auf individuelle Ressourcen ein interessanter Ansatzpunkt für das Verständnis von Argumentationsfähigkeiten zu Studienbeginn ist.

Organisatorisches und Ausblick

Im Jahr 2017 werden sich die Mitglieder des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 20. bis 21. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um bis zu vier neue Projekte rege zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten – die nicht notwendigerweise Promotionsarbeiten sein müssen – offen stehen. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Ihr Interesse an einer aktiven Tagungsteilnahme können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch (ruwisch@uni.leuphana.de) oder Anke Lindmeier (lindmeier@ipn.uni-kiel.de) bekunden.

Auf der GDM 2017 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik keine planmäßige Aktivität anbieten, es besteht aber jederzeit die Möglichkeit, sich unter www.leuphana.de/gdm_psychologie über unsere Ziele und Aktivitäten zu informieren. Möchten Sie in den Mailverteiler aufgenommen werden, so kontaktieren Sie uns einfach!

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Allen, G. L. (1999). Spatial abilities, cognitive maps, and wayfinding. In R.G. Golledge (Hrsg.), *Wayfinding behavior: Cognitive mapping and other spatial processes* (Kap. 2). Baltimore: JHU Press.

Barbey, A. K., & Sloman, S. A. (2007). Base-rate respect: From ecological rationality to dual processes. *The Behavioral and brain sciences*, *30*(3), 241–254.

Büchter, A. (2011). *Zur Erforschung von Mathematikleistung. Theoretische Studie und empirische Untersuchung des Einflussfaktors Raumvorstellung.* Dortmund: TU Dortmund.

Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, *102*(4), 684–704.

Häder, M. (2014). *Delphi-Befragungen: Ein Arbeitsbuch (3. Aufl.).* Wiesbaden: Springer.

Hegarty, M., Montello, D. R., Richardson, A. E., Ishikawa, T., & Lovelace, K. (2006). Spatial abilities at different scales: Individual differences in aptitude-test performance and spatial-layout learning. *Intelligence*, *34*(2), 151–176.

Heldmann, W. (1984). *Studierfähigkeit: Ergebnisse einer Umfrage. Thesen zur Studierfähigkeit und zum Hochschulzugang*. Schriften des Hochschulverbandes (Heft 29). Göttingen: Hochschulverband.

Johnson, E. D. & Tubau, E. (2015). Comprehension and computation in Bayesian problem solving. *Frontiers in psychology*, 6, 938.

SEFI (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group*. Brussels: European Society for Engineering Education (SEFI).

Sommerhoff, D., Ufer, S., & Kollar, I. (2015). Research on mathematical argumentation: A descriptive review of PME proceedings. In K. Beswick, T. Muir, & J. Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 4, S. 193–200). Hobart, Australia: PME.

Sutherland, R. & Dewhurst, H. (1999). *Mathematics Education Framework for Progression from 16–19 to HE*. Bristol: University of Bristol, Graduate School of Education.

Weber, K. (2003). Students' difficulties with proof. In A. Selden & J. Selden (Hrsg.), *Research Sampler (Vol. 8).* Washington: The Mathematical Association of America. http://tinyurl.com/owof2sc (27. 11. 2016)

Anke Lindmeier, IPN Kiel, Olshausenstraße 62,
24118 Kiel. Email: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

Arbeitskreis: Ungarn

Budapest, 7.–8. 10. 2016

Emese Vargyas

Die zweite Herbsttagung des AK Ungarn fand vom 07. bis 08. Oktober an der ELTE Universität in Budapest mit 19 Teilnehmern aus Ungarn, Deutschland, der Schweiz und der Slovakei statt. Schwerpunkt der diesjährigen Tagung war Problemlösen. Das Programm umfasste ein breites Spektrum an Vorträgen aus dem Bereich der Grundschuldidaktik bis hin zur gymnasialen Lehrerausbildung sowie einen Vortrag über einen Doktorandenkurs an der ELTE Universität in Budapest. Das Vortragsprogramm bestand – der Reihe nach – aus folgenden Beiträgen: Sjuts, Johann (Osnabrück): „Metakognition beim Lösen mathematischer Probleme“ Beim Bearbeiten von Aufgaben und beim Lösen von Problemen in Mathematik ist Metakognition von hoher Bedeutung. Geschieht die Selbststeuerung bewusst? Wird die Selbstüberwachung explizit? Die Verschriftlichung des eigenen Denkens gilt dazu als probate Methode. Der Vortrag widmet sich der Frage, inwieweit die Darstellungen einen Einblick in die Stufen des Problemverstehens, der Strategieentwicklung, der Ausführung und der Rückschau ermöglichen.

Vancsó, Ödön (Budapest): „Unterschiedliche Wurzeln des Wahrscheinlichkeitsbegriffs komplex behandelt“
Im Vortrag werden mittels eines medizinischen Beispiels (Viren-Test) die drei verschiedenen begrifflichen Wurzeln der Wahrscheinlichkeit (statistischer, klassischer und subjektiver Zugang) aufgezeigt. Die didaktische Analyse der Situation dient der Erklärung der verschiedenen Wahrscheinlichkeitsbegriffe und ihrer Beziehungen zueinander.

Vargyas, Emese (Mainz): „Heuristik im Mathematikunterricht“
G. Pólya spricht im Zusammenhang mit dem Lösen von Aufgaben von einer „praktischen Kunst“, vergleichbar dem Schwimmen, die sich „nur durch Nachahmung und Übung erlernen“ lässt. In diesem Sinne stellt der Vortrag anhand einer Aufgabe aus dem Bereich der Schulmathematik die vier Stadien des Problemlösens nach Pólya dar. Die dabei vorgestellten Heurismen sollen die Problemlösekompetenz der Schüler und Schülerinnen fördern.

Herendiné-Kónya, Eszter (Debrecen) and Kovács, Zoltán (Debrecen/Nyíregyháza): „Can teacher trainees use inductive arguments?"
The Hungarian curriculum for mathematics teachers' training (2013) specializes a Problem Solving Seminar aims to teach heuristic strategies. This fact motivated our research focusing on problem solving competency of teacher trainees. In the preliminary phase some nodes of research crystallized, such as students' inductive reasoning abilities, proving facilities, relationship between problem solving and problem posing, and impact of ICT tools. In this talk we deal with some aspects of inductive reasoning.

We summarize the results of a diagnostic survey. We choose a problem which could be solved through inductive reasoning, and analyzed problem solving process of 93 students. Our primary interest was how students apply general phases of inductive reasoning, if they use it at all; that is how they conclude general statements after pattern recognition, and whether they closure it deductively or not. We investigated bias and errors appeared in this process also.

Csapodi, Csaba (Budapest) and Filler, Andreas (Berlin): "How much knowledge students need for the high school final exams in mathematics? A comparison between Hungary and Germany"
The aim of this study is to compare the final exams in mathematics in Hungary and Germany (exemplified by the federal state Berlin). Both the high school curricula and the examination systems in these two countries vary considerably. Therefore we have to consider not only the "level" of mathematical knowledge which is needed to pass the exams but also the wideness of knowledge and skills which students need and the "predictability" of the examination tasks. We take these influencing factors into account by analyzing Hungarian and German examination assignments during the last five years especially in the fields of non-linear equations, functions and analysis. As a result we can identify significant differences in the conceptions of teaching mathematics and in the expectations towards the students.

Fried, Katalin (Budapest) and Korándi, József (Budapest): "Some experiences according the problem solving course"
Besides technical skills, problem solving requires thinking skills as well, which (just like technical skills) one has to acquire. We are going to introduce three situations, when this might happen.
1. Just because the solution cannot be improved,

it does not mean that we have reached the best possible solution.
2. Similar problems, different ways of solving them.
3. Different problems, similar ways for solving them.

Schnepel, Susanne (Zürich): „Wer unterrichtet inklusiv in Mathematik?"
In der Schweizer Unterrichtsstudie „Soutenir l'integration – Integration unterstützen", in der ein Konzept zum inklusiven Mathematikunterricht erprobt wurde, haben die SonderpädagogInnen angegeben, ob ihnen die Verknüpfung der sonderpädagogischen Förderung mit dem Klassenunterricht gelingt. Untersucht wurde, welche Bedingungen oder Variablen dazu führen, dass der Unterricht als inklusiv eingeschätzt wird. Es zeigte sich, dass SonderpädagogInnen mit hohem fach- und fachdidaktischen Wissen ihren Unterricht eher als inklusiv beschreiben. Keinen signifikanten Einfluss haben hingegen die Leistungen der integrierten Schülerinnen und Schüler, die Stundenzahl, die die SonderpädagogInnen im Mathematikunterricht anwesend sind oder die Einstellung der Klassenlehrperson zur Integration von Lernenden mit intellektueller Beeinträchtigung. Diese Ergebnisse stimmen nicht ganz mit den Ergebnissen von Pool Maag & Moser Opitz (2014) überein, die in einer explorativen Studie festgestellt haben, dass inklusiver Unterricht schwieriger zu realisieren ist, wenn der Leistungsrückstand der integrierten Kinder besonders gross ist. Wenn die Sonderpädagoginnen viele Stunden (10 bis 15 Stunden pro Woche) in der Klasse sind, wird enger mit der Klassenlehrperson zusammengearbeitet und eher inklusiv unterrichtet. Stehen der Sonderpädagogin nur wenige Stunden zur Verfügung, werden Kinder mit intellektueller Beeinträchtigung meistens in einem anderen Raum einzeln oder in einer Kleingruppe unterrichtet und es findet kaum inklusiver Unterricht statt. Ausserdem lässt sich vermuten, dass die Einstellung der Klassenlehrperson eine Rolle spielt. Ist sie der Inklusion gegenüber positiv eingestellt, wird sie eher versuchen, alle Kinder in ihren Unterricht einzubeziehen, als wenn sie der Inklusion gegenüber negativ eingestellt ist.

Karpinski-Siebold, Nadja (Halle) und Fritzlar, Torsten (Halle): „Zum Umgang mit Unbekannten in Sachsituationen – eine Interviewstudie"
Das Umgehen mit Unbekannten ist eine Komponente algebraischen Denkens, die zumindest für jüngere Schülerinnen und Schüler sehr anspruchsvoll ist. Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemstellungen zu unbekannten Anzahlen kann daher als eine Schnittstelle von Problemlösen und algebraischem Denken angesehen werden.

Im Vortrag wird eine Studie vorgestellt, mit der erkundet werden soll, wie Schülerinnen und Schüler der vierten und fünften Jahrgangsstufe derartige Problemstellungen bearbeiten: Welche Repräsentationen werden genutzt? Welche Strategien lassen sich erkennen? ...

Gunčaga, Ján (Ružomberok): „Einige historische mathematische Lehrbücher als Quelle der Motivation im Mathematikunterricht"
Didaktik der Mathematik ist ein spezifischer Wissenschafts- und Untersuchungsbereich, der sich mit gegebenen und aktuellen Fragen des Mathematikunterrichts, mit dem Verstehen, dem Definieren und Charakterisieren mathematischer Begriffe im Unterricht beschäftigt. Historische Lehrbücher bieten viele interessante Materialien für verstehensorientiertes Lernen. Man kann darin schöne lokale und universale Modelle für den Aufbau mathematischer Begriffe finden, die aus der Umgebung der Schüler und ihrer Eltern entstanden sind. In diesem Beitrag werden einige Beispiele dafür vorgestellt.

Kulman, Katalin (Budapest): „Problemlösung in der Grundschule: Eine Aufgabe – vielerlei Probleme"
Wie kann man die Mathematikstunde mit einer einzigen Aufgabe bunt und komplex gestalten? Wie könnte das Spielerische dabei hervorgehoben werden? In diesem Vortrag können die Zuhörer sich ein Bild davon machen, wie man mit der Anwendung verschiedener mathematischer Themen in einer Aufgabe das Interesse von Kleinkindern für die Mathematik erwecken kann. Mit einer Aufgabe und den dazugehörenden verschiedenen Problemen samt Lösungen können die LehrerInnen sowohl die früheren Kenntnisse auffrischen, als auch die in der Zukunft zu erlernenden Kenntnisse begründen.

Deák, Ervin (Budapest): „Über eine konkrete Realisierung einer Modifizierung der Toeplitzschen „direktgenetischen Methode" auf dem Gebiet der Differentialrechnung"
1. Der Tangentenbegriff gehört zu den am meisten vernachlässigten Themen im Mathematikunterricht. Der begriffliche Wirrwarr wurzelt in der griechischen Mathematik. In den Elementen Euklids taucht im elementargeometrischen Kontext der Kreistangente immerhin ein Archetyp der Idee der Besten Linearen Approximation auf, der sehr wohl zu einem der Ausgangspunkte einer längeren, didaktisch aber auch mathematisch anspruchsvollen Propädeutik der Differentialrechnung gemacht werden kann.

2. Ein anderer Grundgedanke hat ebenfalls einen geschichtlichen Hintergrund; es handelt sich um ein Element der Konzeption Lagranges zur „Algebraisierung der Analysis". (Durch Anwendung auf Polynome anstelle von Potenzreihen wird es weitgehend elementarisiert und als Leitgedanke der Differentialrechnung im Bereich der Polynomfunktionen – aber auch als Zwischenstation auf dem Weg des Konvergenzdenkens im Allgemeinen – verwertet.)

3. Diese und einige weitere Prinzipien sind die Grundpfeiler jener sehr unkonventionellen Einführung in die Differentialrechnung, die im zweiten Semester als Doktorandenkurs realisiert werden soll. Es handelt sich eigentlich um eine Verwirklichung der Toeplitzschen Idee „indirekt-genetischer Mathematikunterricht" an einem konkreten Gegenstand, wobei dieser Idee selbst – die ja von O. Toeplitz nur etwas verschwommen beschrieben wurde – ein fest umrissener, zum Teil ungewöhnlich neuer Inhalt verliehen wird. (Dieses abgeänderte Grundprinzip soll in einigen weiteren Kursen auch auf andere Themen zugeschnitten realisiert werden.)

Horváth, Ferenc (Budapest): „Qualifizierung der Lehrkräfte in Ungarn"
LLL Lebenslanges Lernen auch in Ungarn? Was hat sich mit dem eben eingeführten „Lebensbahnmodell" geändert? Lehren die Pädagogen in Ungarn besser als bevor? Wie kann man die Pädagogen motivieren? Werden die Pädagogen besser nach der Qualifizierung? Ist sie unbedingt nützlich und nötig? Wie ändert sich Qualifizierung? Auf solche Fragen versucht der Vortrag Antworten zu finden. Seit 2015 arbeitet der Vortragende als Qualifizierer in Ungarn, er hat schon mehrere Qualifizierungen miterlebt. Seine Erfahrungen und Gedanken teilt er in seinem Vortrag mit den Zuhörern.

Am Freitagabend hatten wir ein gemeinsames Abendessen in einem Schiffsrestaurant auf der Donau, und ein weiterer Tagungsordnungspunkt war die am Samstag stattfindende Sitzung des Arbeitskreises. Dabei wurde Frau Gabriella Ambrus als erste Sprecherin des Arbeitskreises wiedergewählt. Frau Ambrus präsentierte auf der Sitzung einen kurzen Rückblick über die bisherigen Aktivitäten. Mit Freude hat sie das Erscheinen des Tagungsbandes 2015 verkündet. Ein herzlicher Dank geht dabei an Frau Éva Vásárhelyi, die die Herausgabe koordiniert hat und die Koordinationsarbeit auch für den Tagungsband 2016 übernimmt. Zukünftig sollen die Beiträge nicht nur als Band, sondern auch einzeln zur Verfügung stehen. Eine erfreuliche Nachricht war auch die Erweiterung des Arbeitskreises durch weitere Teilnehmer aus Ungarn und der Slowakei. Auf der GDM-Jahrestagung 2017 in Potsdam ist ein neues Treffen geplant. Die nächste Herbsttagung wird voraussichtlich Ende August/Anfang September 2017 stattfinden, da die nächste ProMath-Tagung auch um diese Zeit in Ungarn stattfinden wird, und eine gemeinsame Tagung mit ProMath geplant ist. Einzelheiten dazu werden noch bekannt gegeben.

Im Rückblick kann man sagen, dass es eine sehr bereichernde und gelungene Tagung war, deswegen vielen Dank an die Organisatoren!

Die Erweiterung des Arbeitskreises bleibt auch zukünftig ein Ziel, deswegen sind alle Interessierten als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Weitere Informationen zum Arbeitskreis können im Internet unter der Adresse http://gdm.elte.hu abgerufen werden.

Emese Vargyas, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Staudingerweg 9, 55128 Mainz
Email: vargyas@uni-mainz.de

Der 13. International Congress on Mathematical Education in Hamburg

Gabriele Kaiser, Marianne Nolte und Nils Bucholz

Gabriele Kaiser: Der ICME-13 in Hamburg – der bislang größte ICME Kongress

Mit rund 3500 Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus 105 Ländern war ICME-13 der bislang größte mathematikdidaktische Weltkongress. Die GDM richtete den Kongress, der vom 24. bis 31. Juli 2016 an der Universität Hamburg stattfand und unter der Schirmherrschaft der International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) stand, dabei bereits zum zweiten Mal aus. Damit ist die deutsche Community die erste internationale mathematikdidaktische Community, die einen ICME Kongress ein zweites Mal ausgerichtet hat, nachdem bereits der dritte internationale Kongress 1976 in Karlsruhe stattgefunden hat. Aus diesem besonderen Anlass wurde ein thematischer Nachmittag im Tagungsprogramm eingerichtet, der die Entwicklungen der letzten 40 Jahre unter einer europäischen und historischen Perspektive beschrieb. Die gezeigten Präsentationen befassten sich dazu schwerpunktmäßig mit europäischen didaktischen Traditionen, spezifisch deutschsprachigen Traditionen innerhalb der mathematikdidaktischen Forschung oder dem fachdidaktischen Erbe von Felix Klein.

Während der Opening Ceremony wurden durch ICMI fünf Auszeichnungen an herausragende Forscherinnen und Forscher vergeben: Michèle Artigue und Alan Bishop (Felix-Klein Award), Jill Adler und Frederick Leung (Hans-Freudenthal Award) sowie Hugh Burkhardt und Malcolm Swan (Emma-Castelnuovo Award).

Das Herzstück des Kongresses bildeten die 54 Topic Study Groups (TSGs), die sich der Diskussion der neuesten wissenschaftlichen Erkenntnisse zu wichtigen Themen der mathematikdidaktischen Forschung widmeten. In ihrem Rahmen wurden insgesamt etwa 745 Präsentationen gehalten. In den zugehörigen Oral Communications wurden noch einmal etwa 931 kürzere Beiträge präsentiert. Komplettiert wurde das thematische Programm der TSGs durch 533 Poster, die in jeweils zwei Sessions ausgestellt wurden. Des Weiteren fand im Kongressprogramm auch eine große Bandbreite weiterer Aktivitäten statt, wie etwa zwei Plenary Panels, vier Plenary Lectures und 64 Invited Lectures.

Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer des Kongresses organisierten darüber hinaus weitere Angebote, wie etwa 38 angebotene Discussion Groups und 42 Workshops. Spezifische Traditionen von ICMI aufgreifend, beschrieben fünf ICMI Survey Teams den wissenschaftlichen State-of-the-art über ihr Thema, drei ICMI Studies wurden präsentiert sowie sechs National Presentations.

Für etwa 250 Lehrerinnen und Lehrer konnte ein spezielles Fortbildungsprogramm organisiert werden, und auch für 450 Nachwuchswissenschaftler wurde ein spezieller Early Career Researcher Day im Vorfeld des Kongresses organisiert, der insbesondere Gelegenheit für methodische Weiterbildung bot.

Durch einen Solidaritätsfond konnte erfreulicherweise etwa 230 Forscherinnen und Forschern aus weniger wohlhabenden Ländern die Teilnahme am Kongress zu einem deutlich niedrigeren Beitragssatz ermöglicht werden. Jedoch wurde ICME-13 auch durch die dramatischen politischen Ereignisse in der Türkei überschattet: Von den 100 registrierten Kongressteilnehmerinnen und -teilnehmern konnten nur 17 teilnehmen. 45 weiteren der registrierten Teilnehmenden konnte zumindest ermöglicht werden, ihre ihre Präsentation per Video zu halten, neun Poster wurden präsentiert. Auf der Closing Ceremony drückten die Kongressteilnehmerinnen und –teilnehmer ihre Solidarität mit den mathematikdidaktischen Forscherinnen und Forschern in der Türkei durch diverse Solidaritätsbekundungen aus.

Nils Buchholtz und Marianne Nolte: Die Tagung für Lehrkräfte auf ICME-13

Die GDM, die den Kongress unter der Schirmherrschaft von ICMI ausgerichtet hat, kann zu Recht stolz darauf sein, ICME nach 40 Jahren zum zweiten Mal zu einer erfolgreichen und für die internationale scientific community ertragreichen Veranstaltung ausgestaltet zu haben. Besonders freut es uns jedoch, dass nicht nur Forscherinnen und Forscher von diesem Kongress profitieren konnten, sondern darüber hinaus auch über 250 Lehrerinnen und Lehrer aus dem gesamten Bundesgebiet und fünf weiteren Ländern. Trotz der in vielen Ländern laufenden Schulferien nahmen die Lehrkräfte dabei an der vom 27.-29. Juli 2016 im Rahmen von ICME-13 parallel stattfindenden Tagung für Lehrkräfte teil. An drei Tagen konnten die Lehrkräfte dabei an einem umfangreichen Vortrags- und Workshop-Programm teilnehmen,

Gabriele Kaiser bei der Tagungseröffnung (Foto: Thomas Raupach)

das neben mathematikdidaktischen Fortbildungen im Bereich von der Primarstufe bis zur Oberstufe auch thematisch relevante Exkursionen enthielt. Ein besonderes Highlight bot sich den Lehrkräften bereits darin, vor Beginn der Tagung am englischsprachigen ICME Plenarvortrag von Günter Ziegler „What is mathematics? – And why we should ask, where one should learn that, and who can teach it?“ teilnehmen zu dürfen und damit einen Einblick in das reguläre Konferenzprogramm nehmen zu können. Die feierliche Eröffnung im Auditorium Maximum gab dem zu erwartenden Programm einen angemessenen Rahmen. Die musikalisch begleiteten Grußworte von Gabriele Kaiser, Rudolf vom Hofe, Staatsrat Michael Voges und Marianne Nolte waren geprägt von der Wertschätzung der Arbeit der Kolleginnen und Kollegen aus der Schulpraxis, thematisierten aber auch die Wichtigkeit, die in Zeiten von zunehmender Heterogenität der Schülerschaft der fortwährenden Fortbildung zukommt. In dieser Hinsicht waren die Fortbildungsmöglichkeiten von ICME-13 sicherlich einzigartig. Mit seinem Vortrag über „Mathematische Experimente – Kleiner Aufwand, große Wirkung“ stimmte Albrecht Beutelspacher die Lehrkräfte in dieser Hinsicht anschließend mit vielen Veranschaulichungen und mathematischen Experimenten auf die kommende Tagung ein. Für das Vortrags und Workshop-Programm konnten wir glücklicherweise viele Mitglieder aus der GDM und der MNU gewinnen, denen wir an dieser Stelle unseren herzlichen Dank aussprechen möchten:

Bärbel Barzel, Albrecht Beutelspacher, Angela Bezold, Werner Blum, Anna Bock, Regina Bruder, Andreas Busse, Christina Drüke-Noe, Andreas Eichler, Hans-Jürgen Elschenbroich, Norbert Finck, Michael Gaidoschik, Hedwig Gasteiger, Gilbert Greefrath, Lisa Hefendehl-Hebeker, Wolfgang Henn, Wilfried Herget, Günther Krauthausen, Rainer Kunze, Jens Holger Lorenz, Matthias Ludwig, Brigitte Lutz-Westphal, Marcus Nührenbörger, Andreas Pallack, Kirsten Pamperien, Susanne Prediger, Renate Rasch, Charlotte Rechtsteiner-Merz, Simone Reinhold, Bettina Roesken-Winter, Peter Stender, Sebastian Wartha, Hans-Georg Weigand, Jens Weitendorf, Bernd Wollring, Günter M. Ziegler.

Mit den angebotenen Exkursionen boten sich den Lehrkräften darüber hinaus einige Möglichkeiten, unterrichtsrelevante außerschulische Lerngelegenheiten kennenzulernen, die mathematische und naturwissenschaftliche Aspekte für Schülerinnen und Schüler bereit halten. So konnten die Lehrkräfte etwa die Logistik des Hamburger Hafens besichtigen, Experimente in einem Laser-

Schülerlabor kennenlernen, einen Einblick in die Hamburger Aluminiumverhüttung und -verarbeitung gewinnen, die Verbindungen zwischen Mathematik und Kunst in der Hamburger Kunsthalle erkunden oder sich auf einen mathematischen Stadtspaziergang durch die Hamburger Innenstadt begeben. Doch auch am Tagungsort bot sich den Lehrkräften neben dem Einblick in die internationale Konferenz ein weiteres Angebot: Im Auditorium Maximum konnten die Lehrkräfte in geführten Rundgängen die Ausstellung des Mathematikums besichtigen, und an vielen mathematischen Exponaten selbst „Hand anlegen". Hierfür gebührt insbesondere Albrecht Beutelspacher und seinem gesamten Team des Mathematikums aus Gießen unser besonderer Dank. An dieser Stelle möchten wir nun die Gelegenheit nutzen, Ihnen einen Einblick in die Rückmeldungen der Lehrkräfte zu geben, die wir in Form einer Feedbackbefragung eine Woche nach der Tagung an alle Teilnehmenden verschickt haben. Die Rückmeldungen zeigen insbesondere, wie dankbar die Lehrkräfte für die Veranstaltung waren und, dass viele der angebotenen Fortbildungen die Lehrkräfte wirklich nachhaltig motiviert und fachlich begeistert haben. Wir sind der Meinung, dies spiegelt am besten den Lohn der vielen Mühen und auch der langen und intensiven Vorbereitung der Tagung wider und wir hoffen, dies bestärkt alle Mitglieder der GDM auch weiterhin, sich aktiv und mit den neuesten Erkenntnissen aus Forschung und Lehre in der Aus- und Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern zu engagieren.

> *Die Exkursion in den Hamburger Hafen war großartig! Herzlichen Dank dafür! Die komplette Tagung war sehr gut vorbereitet. Viele Helfer standen als Ansprechpartner bereit. Bei Fragen konnte ich mich an die Personen in den blauen Warnwesten wenden, die allesamt sehr nett und freundlich waren. Vielen, vielen Dank auch für die Verpflegung während der Kaffeepausen. Super! Ich war und bin immer noch von der dreitägigen Lehrertagung begeistert!!!*

> *Ich habe wieder neue Lernumgebungen und Aufgabenformate kennen gelernt, die ich gut einsetzen kann – sowohl in der Lehre mit Studierenden, als auch in der Grundschule selbst. Der Eingangsvortrag von Herrn Beutelspacher hat ein paar tolle Anregungen gegeben, die man im Mathematikunterricht konkret umsetzen kann.*

> *Durch den Besuch der verschiedenen Veranstaltungen erhielt man einen guten Überblick über neue Erkenntnisse der didaktischen Forschung. Interessant fand ich auch den Austausch mit Kollegen aus verschiedenen Bundesländern.*

> *In allen Vorträgen wurden bekannte Ideen mit anderen Ansätzen und Ideen verknüpft. Das erneuert, festigt und inspiriert – auch zum Weiterentwickeln. Gerade durch die Fülle von Ideen bin ich motiviert, kreativ in die Ferien und in das neue Schuljahr zu starten. Vielen Dank.*

> *Die in den Veranstaltungen vorgestellten Konzepte waren so konkret, dass ich sie im kommenden Schuljahr im Unterricht bzw. in Projekten umsetzen werde.*

> *Die Qualität aller Referenten, deren Veranstaltungen ich besucht habe, war herausragend und jede Veranstaltung für sich gewinnbringend. Ich habe viele neue Aufgabenformate kennengelernt [...].*

> *Es ist wichtig als Lehrer die Mathematik in der Lebensumwelt der Kinder zu verankern. Dabei kommt dem Gespräch über die Entdeckungen eine wichtige Rolle zu. Nur wer sich mitteilen kann über das ‚wie' und ‚auf welchem Weg' er/sie zum Ziel gekommen ist oder kommen will, kann Lernwege verinnerlichen, verstehen und abrufbar machen. Dafür ist es wichtig verschiedene Wege auszuprobieren und auch über Fehler zu Erkenntnissen zu gelangen. Auf der anderen Seite brauchen wir eine gemeinsame Basis, insbesondere was sprachliche Begrifflichkeiten angeht. Ohne diese wird eine Erweiterung von Fachwissen nicht möglich sein.*

> *„Besonders die Veranstaltungen zu den Themen Rechenschwäche, schriftliche Rechenverfahren und Förderung der Argumentationsfähigkeit haben neue Erkenntnisse bzgl. der Wichtigkeit von prozessbezogenen Kompetenzen und dem mathematischen Verständnis gebracht. Viele Anregungen werden wir auf der nächsten Fachkonferenz dem Kollegium mitgeben. Auch werden wir uns zukünftig kritisch mit den Aufgabenformaten in unserem Mathematikbuch beschäftigen, ebenso wie mit dem Förderangebot für rechenschwache Kinder."*

> *Insgesamt eine hervorragende Veranstaltung! Sie sollten überlegen, Lehrertagungen unabhängig von ICME regelmäßig anzubieten.*

Gabriele Kaiser, Universität Hamburg, Fakultät EPB – für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft, Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg
Email: gabriele.kaiser@uni-hamburg.de

Marianne Nolte, Universität Hamburg, Fakultät EPB – für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft, Binderstraße 34, 20146 Hamburg
Email: marianne.nolte@uni-hamburg.de

Nils Buchholtz, Universität Hamburg, Fakultät EPB – für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft, Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg
Email: nils.buchholtz@uni-hamburg.de

„Das Wandern ist des Forschers Lust“

GDM Summerschool 2016 in Fuldatal bei Kassel

Julia Joklitschke und Jan Schumacher

Ein Spaziergang an einem Wasserlauf. Auf der einen Seite das Wasser, auf der anderen die Natur und vielleicht der ein oder andere Spaziergänger. Eigentlich ist das eine idyllische Vorstellung. Aber auf den zweiten Blick ist diese Unternehmung viel mehr als ein gemütlicher Zeitvertreib.

- Will man links oder rechts vom Wasser laufen?
- An welchen Stellen macht man eine Pause und genießt den Rück- bzw. Ausblick?
- Sollte man sich an manchen Stellen weiter vom Wasser entfernen, damit man ihm später wieder besser folgen kann?
- Wo befindet sich unwegsames Gelände, auf dem noch niemals jemand einen Schritt getan hat und wie kann es begehbar gemacht werden?

Man könnte diese Liste an Fragen schier endlos weit fortsetzen. Fragen über Fragen, die ein unerfahrener Wanderer wohl kaum zu beantworten vermag. Wie gut, dass es genau dafür erfahrene Wanderer gibt, die mit dem reichhaltigen Wissen und einem ausgezeichnetem Equipment jedem Novizen mit Rat und Tat beiseite stehen.

Dieser Beitrag soll kein Werbeblock für die neuen Wanderrouten im Mittelgebirge darstellen. Natürlich nicht. Es geht um pure Wissenschaft – genauer um mathematikdidaktische Forschung – und das Wichtigste, das damit zu tun hat – Kommunikation. Es sind eben genau diese Herausforderungen, vor denen wir Nachwuchswissenschaftler am Anfang der Karriere stehen. Und es gibt viele von uns. Alle mit ersten Erfahrungen: Sei es ein seichter Bachfluss, der mit Genuss betrachtet wurde oder eine reißende Stromschnelle, die einen schon ordentlich die Orientierung hat verlieren lassen. Und alle mit einem Wissensdurst nach allem, was man bisher noch nicht kennt. Und da gibt es einiges. Aus diesem Interesse heraus fanden sich zur GDM Summerschool in der Rheinwaldschule in Fuldatal bei Kassel vom 29. 8.–2. 9. 2016 rund 30 Doktoranden und Post-Docs der Mathematikdidaktik zusammen, um sich auszutauschen und weiterzubilden.

Schon die Frage nach der Ausrichtung des eigenen Blickes kann einen vor Herausforderungen stellen. So brachte uns Nils Buchholtz in der ersten Sitzung näher, dass man nicht entweder qualitative oder quantitative Methoden verwenden muss. Stattdessen hat er Wege aufgezeigt, wie man qualitative mit quantitativen Methoden gewinnbringend verbinden kann. Dies hat den ein oder anderen Jungwanderer dazu ermutigt nicht nur zu messen, wie viele Fische sich im Wasserlauf befinden, sondern auch einen tieferen Blick auf die Interaktion zu wagen, um eine rundere Vorstellung über das eigene Forschungsinteresse zu erlangen. Aber wie so oft hieß es auch hier: Euer eigenes Forschungsinteresse entscheidet, ob so eine Ausrichtung sinnvoll ist. Dies war der gelungene Auftakt zu einer Reihe von Vorträgen und Workshops, die sich in den nächsten Tagen ereignen sollten. Diese weiteren Vorträge und Workshops lassen sich getreu dem Titel der Summerschool nach „qualitativen und quantitativen Forschungsmethoden“ unterscheiden.

Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler der Summerschool 2016 auf der Teufelsbrücke im Bergpark Wilhelmshöhe (Foto: Julia Joklitschke)

Einen Überblick aus der erziehungswissenschaftlichen Perspektive über die qualitativen Methoden in der Schul- und Unterrichtsforschung gab uns Matthias Martens. Konkretisiert wurde dies am Mittwoch in den Workshops zur interpretativen Unterrichtsforschung von Christof Schreiber und zum soziologischen Zugang zur Mathematikdidaktik von Uwe Gellert. Als Abschluss des qualitativen Blocks gab Susanne Prediger einen Überblick über qualitative Lernprozess-Analysen. Auch die Vorträge und Workshops zu den quantitativen Forschungsmethoden begannen mit einem Überblick, den uns Detlev Leutner verschaffte. In den Workshops von Stefan Ufer konnte man sich dann mit dem Entwerfen von Fragebögen und der statistischen Auswertung vom T-Test über die

Talblick beim Bergpark Wilhelmshöhe (Original: Dirk Schmidt CC BY-SA 3.0)

Varianzanalyse zum linearen Modell beschäftigen. Wie wir Forscher messen, was uns interessiert, zeigte uns Stefan Krauss in dem abschließenden Vortrag zu diesem Themenblock. Den Abschluss der Woche bildete dann ein Workshop zum Thema Videoanalyse von Sabine Fechner und Christoph Vogelsang.

Natürlich gab es zu dem reichhaltigen Input und Austausch auch eine Zeit zum Durchatmen. Dafür ging zu den Wasserspielen des Herkules im Bergpark Wilhelmshöhe. Was auf der Bergspitze am Herkulesdenkmal als breiter und langsamer Wasserlauf beginnt, endet am Schlosspark in einer kraftvollen Fontäne. Der Weg von Start und Ziel ist aber keineswegs linear und einfältig: Mal geht es direkt neben dem Wasser her, welches an einigen Stellen auch eine Zeit rastet, bevor es wieder Fahrt aufnimmt. Mal verläuft das Wasser gewunden und reißend ein anderes Mal idyllisch und behäbig. Teilweise auch etwas weiter ab vom Weg. Unten angekommen, wartet man dann auf das fulminante Spektakel der in die Höhe schießenden Fontäne. Von oben konnten wir nur erahnen, welch beeindruckendes Spiel sich bietet – welche neuen Erkenntnisse gewonnen werden könnten. Erst einmal den Weg auf sich genommen und mit der einen Verzögerung oder dem anderen Umweg unten angekommen, kann man sich dann sicher sein, etwas Großartiges zu sehen. Es ist mehr als offensichtlich, dass der literarische Rahmen genau hier seinen Ausgang fand.

Abschließend möchten wir der GDM für das Angebot der Summerschool danken, den Organisatoren Andreas Eichler, Katja Lengnink und Raja Herold-Blasius für die Planung und Gestaltung, den Experten für Ihre Feedbacks in den Beratungsgesprächen und den Vortragenden für ihre Workshops. Ein besonderer Dank gebührt noch Bernd Wollring, der die ganze Woche an der Summerschool teilgenommen hat und uns Nachwuchswissenschaftlern immer wieder an seinem reichen Erfahrungsschatz teilhaben ließ. Last but not least möchten wir allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern danken! Es war eine großartige Zeit, die wir – auch aufgrund der fantastischen Abende am Klavier, bei denen die größten Hits der Geschichte geschmettert wurden – nicht so schnell vergessen werden. Wenn wir eins gelernt haben, dann doch, dass es viele helfende Hände gibt, die einem sagen, wo der nächste Plan zu finden ist, oder welche Werkzeuge helfen können, die Wanderung zu meistern. Und auch, dass es viele andere Wanderer gibt, die vor einer ganz ähnlichen Herausforderung stehen und mit denen man sich exzellent austauschen kann. Aber am Ende bleibt uns nur eins: Mit mutigem Schritt selbst den Weg zu gehen und auch selbst zu entscheiden, wie wir ihn gehen, um schließlich ein Stück des unbekannten Wasserlaufs neu entdeckt zu haben!

Julia Joklitschke, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Thea-Leymann-Straße 9, 45127 Essen
Email: julia.joklitschke@uni-due.de

Jan Schumacher, Institut für Mathematik, Universität Paderborn, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn
Email: jan.schumacher@math.upb.de

Jürgen Maaß: Modellieren in der Schule. Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts

Rezensiert von Volker Eisen

Mit den folgenden Beobachtungen zu „Modellieren in der Schule" von Jürgen Maaß möchte ich Orientierungshilfen geben, für wen die Lektüre ansprechend sein mag. Darauf komme ich am Ende des Textes zurück, zunächst aber ein kurzer inhaltlicher Abriss der acht Kapitel. Im einleitenden Kapitel wird der Prozess des Modellierens am Beispiel des Vergleichs von Handy-Tarifen entfaltet – dabei werden dem ja durchaus bekannten Beispiel für mich neue, interessante Facetten abgewonnen. Leserinnen und Leser werden zum eigenen Durchdenken angesprochen. Dabei verschränken sich die Betrachtung des konkreten Beispiels, didaktische Überlegungen, Perspektiven von Lernenden und die konkrete Umsetzung im Unterricht (Aufgabenstellungen, Hilfen, Methoden). Im Hintergrund stehende Annahmen über Unterrichtsqualität im Mathematikunterricht werden implizit deutlich (z. B. emanzipatorische Absicht, S. 16). Das zweite Kapitel argumentiert für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Im Zentrum stehen dabei durchaus überzeugungskräftige Ich-Botschaften des Autors, eher am Rande auch Herleitungen aus Forschungsbefunden (magerer Effekt/schlechtes Image des Mathematikunterrichts – dies wird im dritten Kapitel etwas vertieft) und normativen Setzungen (Mündigkeit als Bildungsziel). Zu diskutieren wäre die vom Autor aufgestellte Behauptung, Anwendungsorientierung als Sequenzierungsprinzip erhöhe die Motivation bei Lernenden und Lehrenden und führe damit zu nachhaltigeren Lernergebnissen. Jedenfalls kommt das dritte Kapitel, in dem (nicht näher ausgeführte) Ergebnisse der DISUM-Studie und einer Diplomarbeit im Zentrum stehen, ebenfalls zum Schluss, dass aktuelle Forschungsergebnisse realitätsbezogenen Unterricht bestärken.

Die folgenden vier Kapitel widmen sich nun zunehmend anspruchsvolleren Wegen, Realitätsbezüge in den Unterricht zu integrieren: Im ersten Schritt wird der Weg von der Mathematik zur Realität konkretisiert mit Beispielen für das Variieren von Schulbuchaufgaben. Dann (Kapitel 5) wird der umgekehrte Weg von der Realität zur Mathematik beschritten und mit elf kleineren und größeren Beispielen dafür geworben, mit mathematischem Blick selber Aufgaben zu entwickeln. Das sechste Kapitel beschreibt schließlich die anspruchsvollste Form realitätsbezogenen Mathematikunterrichts mit zwei Beispielen für größere Projekte aus dem Kontext Sportwetten. Leser und Leserinnen werden in den konkreten Modellierungsprozess mitgenommen und dürfen selber mathematisch aktiv werden. In meinen Augen sind wir hier beim Kern des Buches. Die Wahl des Kontextes Sport bereichert die Möglichkeiten des Mathematikunterrichts. Ebenso wird plausibel, wie eine mathematische Beschäftigung mit einem alltagsnahen Beispiel zur Erreichung allgemeiner Erziehungsziele (hier: Suchtprävention) beitragen kann. Das siebte Kapitel bietet mit Anregungen für Referatsthemen einen weiteren Weg an, Realitätsbezüge in den Mathematikunterricht zu holen. Der Autor ermutigt zum Aufgreifen aktueller (und historischer) mathematischer Anwendungen aus Techno- und Industriemathematik, auch wenn die fachliche Seite im Unterricht nur teilweise durchdrungen werden kann.

Das Buch schließt mit einer Zwischenbilanz (Kapitel 8). Ich nehme darin weniger eine zusammenfassende Bündelung oder Wertung wahr, sondern einen Anriss weiterer Aspekte zum Thema: Tipps zur effizienten Unterrichtsvorbereitung, Aufgaben zum Üben der Teilkompetenz Validieren, Aufzählung von Fragen zum theoretischen Hintergrund des Modellierens (philosophische Fragen nach Realität und Ethik, historische Fragen zur Bedeutung des Modellierens für die Mathematik) und schließlich ein Exkurs zum Verhältnis von Mensch, Realität und Modell.

Was bietet der Autor nun für wen? Jürgen Maaß folgt dem selbstgestellten Anspruch eines didaktischen Buches über Didaktik: Leserinnen und Leser werden direkt angesprochen und zum Mitmachen angespornt. Er will überzeugen von und qualifizieren für mehr Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Der Autor brennt für sein Thema. Er weiß sich in diesem Anliegen verwurzelt in den an der Praxis orientierten Vereinigungen MUED1 und ISTRON. Dazu bietet das Buch für Lehrende in der Schule viele bekannte und auch neue Anregungen. Einsteiger finden eher basale Tipps, „alte Hasen" evtl. das ein oder andere bis dahin noch unbekannte Unterrichtsbeispiel. Dem praxisbezogenen Aspekt des Untertitels „Ein Lehrbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts“ wird es in meinen Augen somit gerecht – ohne dabei ein innovativer Wurf zu sein. Wer eine tiefergehende Betrachtung theoretischer Aspekte erwartet, wird eher enttäuscht sein. Dazu bleiben nach meiner Wahrnehmung Aussagen zum Forschungsstand zu knapp und Begründungszusammenhänge zu unsystematisch. Aber Didaktiken des Modellierens gibt es ja auch schon reichlich auf dem Markt. Wer tiefer einsteigen will bekommt vom Autor Hinweise für Quellen, wird aber auf das Selbststudium verwiesen.

Insgesamt ein facettenreiches und facettenhaftes mathematisches Lesebuch für alle, die an realitätsbezogenem Mathematikunterricht interessiert sind. Es macht Mut dazu und zeigt Unterstützungswege auf.

Für MUED-Mitglieder steht das Buch übrigens kostenlos auf www.mued.de zum Download bereit.

Jürgen Maaß: *Modellieren in der Schule. Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts.* Münster: WTM-Verlag, ISBN 978-3-942-19782-3, 2015, ca. 210 S., EUR 29,90

Volker Eisen, Fakultät Mathematik, Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Technische Universität Dortmund, 44221 Dortmund
Email: volker.eisen@math.tu-dortmund.de

Klaus Rödler: Mathe inklusiv: Ratgeber für die 1./2. Klasse

Rezensiert von Wolfram Meyerhöfer

Schaut man als stofflich orientierter Mathematikdidaktiker auf die Theorie und die Praxis von Inklusion im Mathematikunterricht, so zeigt sich immer wieder eine Gretchenfrage: Wo im Unterricht bekommen die Schüler/innen eine Chance, ein mathematisches Verständnis zu erwerben? Wir wissen, dass erst dieses Verständnis dem „schlechteren Drittel“ der Schüler/innen das Rechnenlernen ermöglicht, wohingegen es den oberen zwei Dritteln Elemente einer über das reine Rechnenkönnen hinausgehenden mathematischen Bildung erschließt.

Wo im Unterricht also wird transparent, warum Rechenverfahren funktionieren? Wo wird transparent, welche Fragen Rechenoperationen stellen und auf welche Weise diese Fragen beantwortet werden können? Wo wird transparent, dass Zahlen sich aus anderen Zahlen zusammensetzen und in andere Zahlen zerlegt werden können und wie diese Zerlegungen mit Addieren und Subtrahieren zusammenhängen und so weiter?

Viele konzeptionelle und praktische Inklusions-Settings zeigen keinen Ort, an dem Schüler/innen zu Verständnis gelangen können. Das liegt u. a. daran, dass Inklusion gelegentlich missverstanden wird als Auflösung des gemeinsamen Lernens hin zum Abarbeiten von Freiarbeitsmaterial in Einzelarbeit – verbunden mit einer eklatanten Verknappung der Ressource „Lehrer/innen-Zuwendung“. Diese Materialien werden zudem nicht in genügender Weise exploriert, d. h. die Schüler/innen erfahren nicht ausgiebig genug, was genau in ihrem Kopf passieren soll, während sie die Aufgaben lösen. Sie erfahren nicht, was sie dabei verstehen oder routinisieren sollen und wie sich das in ihren rechnerischen Lernprozess einordnet. Das gemeinsame Sprechen über mathematische Zusammenhänge wird vernachlässigt und die Lernelemente werden nicht zu einem Gesamtverständnis zusammengeführt.

In dieser Gemengelage legt Klaus Rödler ein Konzept vor, das verstehensorientiert ist, das schwache und starke Schüler/innen in den Blick nimmt und das die Klasse als lernende Gesamtheit zusammenhalten will. Klaus Rödler ist Grundschullehrer in Frankfurt (M.) und hat m. E. eines der interessantesten neueren Konzepte für den Mathematikunterricht in der Grundschule entwickelt und jetzt fachdidaktisch weiterentwickelt. Vorgestellt wird es unter www.rechnen-durch-handeln.de.

Die inklusive Klasse
Als Rödlers Ausgangspunkt erscheint die Frage: Wie bekomme ich eine Klassensituation hin, in der alle sich so wohl fühlen, dass ein sozial angenehmer und inhaltlich lehrreicher Unterricht entsteht? Seine Grundentscheidung ist dabei, „Selbstdifferenzierung“ zu initiieren – das meint hinreichend offene und komplexe Aufgaben, an denen alle Schülerinnen und Schüler auf unterschiedlichen Bearbeitungstiefen arbeiten können. Er verzichtet gleichzeitig weitgehend auf „Differenzierung nach Niveaustufen“: „Das Grundkonzept paralleler Lehrgänge zerreißt die Gruppe, wenn es zum dominierenden Konzept wird. Denn es bedeutet, dass Teilgruppen entstehen. Plötzlich spielt es bei den Kindern (und deren Eltern) eine Rolle, ob sie „bei den Guten“ sind oder nicht. Und genauso ist es möglich, dass ein Kind sich darin einrichtet, „bei den Schwachen“ zu sein. Es senkt seine Ansprüche ab.“ (S.19) Rödler stellt sich hier in konsequenter Weise einer Grundfrage der Inklusion: Warum sollte man durch Inklusion die Heterogenität der Klasse schulorganisatorisch vergrößern, wenn man diese Heterogenität dann klassenorganisatorisch durch Aufteilung in Leistungsgruppen wieder reduziert?

Die Herstellung einer sozialen Gemeinsamkeit erläutert Rödler in den Kapiteln 1 und 2 anhand vieler Ideen, z. T. auch weniger weit verbreiteten: Geburtstagsmappen von allen Kindern für alle Kinder, Tagesübersichten, Schultagezähler, Themenhefte, Briefe des Lehrers an die Kindern vor Beginn des ersten Schuljahres, Eltern-Kind-Veranstaltungen usw. Herausragend sind Rödlers Ausführungen zur Arbeit mit den Eltern.

Inklusion ernst nehmen: Eine folgenreiche Prämisse
Rödler setzt die Prämisse der Selbstdifferenzierung, d.h. dass alle Schülerinnen und Schüler „an etwas Gemeinsamen“ (S. 35) in unterschiedlichen Bearbeitungstiefen arbeiten. Er arbeitet entlang vieler Themen heraus, dass der „herkömmliche Lehrgang“ die Kinder entlang ihrer unterschiedlichen Vorkenntnisse stärker als nötig polarisiert, d.h. in das Lernen hineinnimmt oder sie aus dem Lernen heraushält. Die Prämisse der Verbindung von Gemeinsamkeit und Differenzierung führt ihn also zu einem Lehrgang, der den unterschiedlichen Vorkenntnissen der Schüler/innen ihre Wucht für den Unterrichtsprozess nimmt.

Sein mathematikdidaktisches Konzept entwickelt Rödler dabei durchaus entlang von bekannten Grundideen. Das Besondere im Vergleich zu anderen Konzepten von Praktikern ist zunächst, dass er die mathematikdidaktischen Ideen nicht als beliebigen Steinbruch für die Begründung seiner unterrichtspraktischen Ideen nutzt, wie man das immer wieder erlebt. Er hat offenbar umgekehrt mathematikdidaktische Konzepte rezipiert und diese dann mit unterrichtspraktischen Erfahrungen kurzgeschlossen. Dadurch kommt er zu Entscheidungen darüber, welche didaktischen Ideen große (und welche weniger große) Relevanz haben. So gelangt er für die ersten sieben Schulwochen zu einer strikten und ausgesprochen elaborierten Kardinalitätsorientierung, für deren Umsetzung er auch genug Material liefert. Er folgt dabei seinem bereits in den Werken „Erbsen, Bohnen, Rechenbrett“ und „Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen“ entwickelten Konzept „Rechnen durch Handeln“. Dieses Konzept wird im vorliegenden Band deutlich nachvollziehbarer als zum Beispiel im letztgenannten Werk, weil der „Ratgeber“ mit Materialheften verbunden wird. Dadurch ist die unterrichtliche Umsetzung leichter, aber auch das Konzept wird „fleischiger“. Die Orientierung am Inklusionsgedanken zwingt Rödler zudem, deutlicher darzustellen, inwieweit seine Ideen Schülerinnen und Schülern mit sehr unterschiedlichen Fähigkeiten im Verstehen weiterbringen.

Immer wieder führt das Kurzschließen der didaktischen Ideen mit der Unterrichtswirklichkeit zu neuen Ansätzen. So argumentiert Rödler mit dem mathematikdidaktischen Usus: „Kompetentes Rechnen, zu dem wir hinführen wollen, nutzt Zahlbausteine.“ (S. 70) Er stellt dann aber fest:

> Im herkömmlichen Lehrgang geschieht das Zerlegungstraining im Blick auf den Zehner, den man aufbauen möchte. Es geht um die Vorbereitung des Zehnerübergangs. [...] Ein Zerlegungstraining aller Zahlen bis 10 überfordert im ersten Halbjahr einen großen Teil der Kinder und ist damit strukturell nicht inklusiv. Ein Zerlegungstraining bis 5 erlaubt es dagegen, mit den wahrnehmbaren Zahlbausteinen zu arbeiten und bindet dadurch alle ein. (S. 70 f.)

Das widerspricht deutlich dem mathematikdidaktischen Usus, stellt uns aber vor relevante empirische Fragen.

Auch mit seinem Ansatz, die Schülerinnen und Schüler von zählenden zu nichtzählenden Strategien zu geleiten, bewegt sich Rödler zunächst im Usus der Mathematikdidaktik: „Gerade am Anfang soll deutlich werden, dass sich hinter Rechenaufgaben nicht Zähl- sondern Handlungsprozesse verbergen.“ (Materialband 1, S. 10) Er stellt dann aber unterrichtspraktisch fest, dass „gute Zähler“

sich häufig weigern, Rechenmaterial zu verwenden, sich also auf die Handlungsebene einzulassen.

> Versuche, den Zahlraum über das Material zu strukturieren, laufen dann (vor allem bei kognitiv schwachen Zählern) ins Leere. Aus diesem Grund beginnen der Einstieg ins Rechnen und die Kopiervorlagen dieses Materialbandes mit der Multiplikation und der Division [erste Schulwoche!, W.M.]. Diese Herausforderung macht es für alle Kinder notwendig, mit Material zu rechnen. Der Einstieg über Multiplikation und Division ist daher ein zentraler Baustein im inklusiven Gesamtkonzept. (ebd., S. 10 f.)

Rödler dreht also die klassische Behandlung der Rechenoperationen um entlang des Mottos „Was keiner kennt, ist strukturell inklusiv." Originell ist dabei die Verzahnung von Multiplikation und Division mit dem Prinzip „Rechnen durch Handeln" (Würfelgebäude), mit der Orientierung an simultaner Mengenwahrnehmung (kein Strukturelement über 4 Elementen) und mit einer frühen Einführung in verstehbare symbolische Notationsformen.

> Als dritte Operation folgt die Subtraktion, die in der Form handelnd gelöst wird, dass der Subtrahend nicht weggenommen, sondern nach unten geschoben wird. Die Endstellung der Subtraktion $6 - 4 =$__ zeigt den Minuenden 6 zerlegt in 4 und 2. Das zeigt im Umkehrschluss, dass die 2 mit der 4 wieder die 6 baut. Die Subtraktion ist also bei der vorgeschlagenen Form der Rechenhandlung in besonderem Maße geeignet, den Zusammenhang von Zerlegung, Subtraktion und Addition sichtbar zu machen und damit Grundlagen für ein Rechnen im Teile-Ganzes-Konzept aufzubauen.
>
> Die Addition wird als letzte Rechenoperation eingeführt. Dies zum einen, weil sie am wenigsten einer unterrichtlichen Einführung bedarf, zum anderen, weil durch ihre Verbindung mit der Subtraktion als Gegenoperation auch der Zusammenhang zwischen Addition und Zerlegung erkannt werden kann. (Ebd., S.11)

Ein erstaunlicher Ansatz, der aber in sich stimmig ausargumentiert wird und schlüssigere Antworten gibt als manches, was man als Vorschläge für inklusive Settings lesen kann.

Das von Rödler entwickelte Konzept zeigt eine ernsthafte Alternative für einen inklusiven Mathematikunterricht auf, die zudem gut für die unterrichtliche Praxis aufgearbeitet ist. Zudem gehört dieses Konzept in das Buchregal jedes Grundschuldidaktikers, denn Rödler befragt die hergebrachten Konzepte so fundiert, dass seine Erfahrungen und Einwände uns in der Lehre wie in der Forschung notwendige Korrektive und Vorlagen für fruchtbare empirische Fragen liefert.

Klaus Rödler: Klaus Rödler: *Mathe inklusiv: Ratgeber für die 1./2. Klasse. Fachdidaktisches Handbuch zum Aufbau eines inklusiven Unterrichts.* Hamburg: AOL-Verlag, ISBN 978-3-403-10375-2, 198 S., EUR 20,45. Zusätzlich 5 Materialbände, je 72 Seiten, je EUR 20,45 bei Einzelbestellung. Gesamtpaket beim Verlag für EUR 99,95 erhältlich.

Wolfram Meyerhöfer, Universität Paderborn, Institut für Mathematik, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn
Email: wolfram.meyerhoefer@math.uni-paderborn.de

Laudatio zur Verleihung der Ehrenmitgliedschaft an Hans Schupp

Saarbrücken, 10. 9. 2016

Rudolf vom Hofe

Lieber Herr Schupp,

für mich ist es eine Freude und eine Ehre, Ihnen heute in diesem Kreise die Ehrenmitgliedschaft der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik anzutragen. Nach der Satzung der GDM können Personen die Ehrenmitgliedschaft in der GDM erhalten, „die sich um die Mathematikdidaktik oder die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik verdient gemacht haben". Die bisherigen Ehrenmitglieder der GDM sind Ursula Viet (verst.), Heinz Griesel, Heinrich Winter, Werner Walsch (verst.) Arnold Kirsch (verst.) und Hans-Joachim Vollrath. Sie sind somit das 7. Ehrenmitglied der GDM. Ich hoffe, Ihnen gefällt die Zahl 7, ist es doch eine Zahl, die nicht nur mathematisch interessante Eigenschaften hat, sondern auch eine Sonderstellung in Religion und Mythologie, mit einer vielfältigen Symbolik, ihre wichtigste Bedeutung ist vielleicht Glück.

Lieber Herr Schupp, für die GDM war und ist das Wirken Ihrer Person ein Glück. Sie haben sich in mehrfacher Hinsicht um die Mathematikdidaktik und die GDM verdient gemacht; auf Einzelheiten werde ich später noch zu sprechen kommen. Zuvor möchte ich kurz auf Ihren Lebensweg eingehen, dann Ihre Leistungen in der Wissenschaft und Ihre Verdienste für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik herausstellen und schließlich mit einigen persönlichen Gedanken über eine Idee aus Ihrem vielfältigen Wirken enden.

Kurzer biographischer Rückblick

Hans Schupp studierte von 1955 bis 1961 Mathematik, Geographie und Geologie für das Lehramt an höheren Schulen an den Universitäten Mainz und Heidelberg. 1961 promovierte er in Mainz zum Dr. rer. nat., danach legte er das Erste und Zweite Staatsexamen ab und war von 1964–1970 Gymnasiallehrer an der Georg-Büchner-Schule Darmstadt, nach kurzer Zeit auch Fachleiter für Mathematik am dortigen Studienseminar. Im Jahr 1970 entscheid sich Hans Schupp für die Hochschule. Zunächst wirkte er 8 Jahre als Professor für Mathematik und Didaktik des Mathematikunterrichts an der Pädagogischen Hochschule Saarbrücken, dann bis zu seiner Emeritierung 1999 an der Universität des Saarlandes. 1999–2001 war er Vizepräsident des Prüfungsausschusses für die Durchführung des Abiturs an Europäischen Schulen.

Das wissenschaftliche Gesamtwerk

Zunächst einmal ist Ihr wissenschaftliches Gesamtwerk vielseitig und äußerst breit gefächert. Es reicht von der Didaktik des Mathematikunterrichts der Hauptschule über Geometrie und Stochastik bis zur Didaktik der Analysis. Besonders herausheben möchte ich Ihr 1992 erschienenes Buch „Optimieren – Extremwertbestimmung im Mathematikunterricht", Ihre Monographie „Figuren und Abbildungen", ihr Buch über Kegelschnitte und – wenn ich das sagen darf – mein Lieblingsbuch von Ihnen, „Thema mit Variationen", erschienen im Jahre 2002.

Neben großen Monographien umfasst Ihr Werk eine Vielzahl von Beiträgen zur konstruktiven Didaktik mit Vorschlägen für Lernumgebungen im Mathematikunterricht, in diesem Zusammenhang ist auch das von Ihnen herausgegebene Unterrichtswerk „Plus" zu erwähnen sowie Ihre praxisorientierten Vorschläge zum Computereinsatz. Weiterhin enthält Ihr Werk auch empirische Studien zu mathematischen Lernprozessen, Beiträge zum mathematischen und didaktischen Hintergrundwissen für Lehrkräfte und eine große Zahl an Arbeiten zu spezifischen Themen, deren besondere Stärke vielleicht darin liegt, dass sie den Leser dazu bringen können, bislang Vertrautes mit anderen Augen zu sehen, sei es die alltägliche Erscheinung einer Mühlenfigur oder den Schatten einer Kugel. Und nicht zuletzt sind hier Ihre vielfältigen Beiträge zur Anwendung zu erwähnen, insbesondere Ihr Modell zur mathematischen Modellbildung, das zum Vorbild von mittlerweile fast unzähligen Nachfolgeversionen wurde. (Ob diese und die damit verbundenen Entwicklungen im Bildungsbereich immer im Sinne des Erfinders sind, ist eine andere Frage, die an dieser Stelle nicht erörtert werden soll).

Lieber Herr Schupp, viele Jahrzehnte hinweg haben Sie die Mathematikdidaktik in Deutschland mitgeprägt, haben immer wieder neue Ideen entwickelt, aktuelle Entwicklungen aufgegriffen oder selbst angestoßen. Darüber hinaus haben Sie in der Lehrerbildung fortwährend Studierende zum eigenständigen Entwickeln von Ideen angeregt. Dabei war für Sie Didaktik stets eine Wissenschaft, deren Zielausrichtung letztlich die Verbesserung des Mathematikunterricht ist. Entsprechend sind Ihre umfangreichen Beiträge

Rudolf vom Hofe und Hans Schupp (Foto: Hans Schumann)

gekennzeichnet durch eine eindrucksvolle Verbindung von wissenschaftlicher Brillanz und Klarheit der Perspektive für die Praxis.

Verdienste für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Sie haben sich aber auch bleibende Verdienste um die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik erworben. Die GDM ist im März 1975 im Rahmen der Jahrestagung in Saarbrücken gegründet worden. Sie waren – wie ich in den Akten lesen konnte – nicht nur Gründungsmitglied, sondern auch Protokollführer der Gründungsversammlung. Zuvor gab es seit 1967 Jahrestagungen für Didaktik der Mathematik an unterschiedlichen Hochschulstandorten, jedoch zunächst ohne einen festen institutionellen Rahmen. Dies zu organisieren wurde aber zunehmend schwieriger. Man brauchte klare Entscheidungsstrukturen um Aktivitäten längerfristig zu planen. Und man benötigte eine finanzielle Absicherung. So war es für die Saarbrücker Tagung 1975 erforderlich, im Vorfeld etliche Auslagen zu begleichen.

Als Veranstalter hatten Sie, lieber Herr Schupp, in diesem Jahr das benötigte Geld von Ihrem Privatkonto vorgestreckt, in der Hoffnung dieses Darlehen durch die zu erwartenden Tagungsbeiträge wieder zurückzuerhalten. Dies hat auch geklappt. Hätten Sie bzw. die Veranstalter der folgenden Jahre diese Praxis weitergeführt, hätten wir vielleicht bis heute noch keine GDM. Es zeigte sich jedoch, dass nicht nur aus diesen äußeren Gründen, sondern auch zur inhaltlichen Weiterentwicklung die Gründung einer wissenschaftlichen Gesellschaft die bessere Lösung war. Ihre Aktivitäten für die GDM, lieber Herr Schupp, sind so vielseitig, dass ich sie hier kaum umfassend würdigen kann. Bereits auf der Jahrestagung 1975 wurden Sie in den ersten Beirat der GDM gewählt, in dem Sie bis 1979 auch Mitglied blieben. Sie waren Gründungsmitglied des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik, den es seit 1978 gibt.

Sie waren dann anschließend von 1979–1983 erster Vorsitzender der GDM. Im Jahr 1979 haben übrigens nicht wie in den letzten Jahren nur eine, sondern insgesamt fünf Personen für dieses Amt kandidiert. Zu Ihren Verdiensten als Vorsitzender gehört insbesondere auch das erfolgreiche Bemühen um den Anschluss der jungen GDM an die internationale Community. Auch nach Ihrer Zeit als Vorsitzender haben Sie nicht nur für die GDM gearbeitet, sondern unsere Gesellschaft auch an wichtigen Stellen repräsentiert. So haben Sie auf der ICME-7 im Jahre 1992 in Quebec die GDM mit einem Vortrag "Mathematics Education in Germany" vertreten. Weiterhin wäre hier Ihr Hauptvortrag auf der 33. Jahrestagung in Bern 1999 zum Thema „Geometrie in der Sekundarstufe II" zu nennen, der dann 2000 auch in überarbeiteter Fassung im JMD erschien.

Sie waren ab Gründung 1980 bis 1984 Mitglied des wissenschaftlichen Beratungskomitees des JMD und im ersten Heft bereits mit einem eigenen Beitrag vertreten: dieser hatte das Thema: „Eine Thematisierung des Argumentierens in der Hauptschule". Anschließend waren Sie dann von 1984–1986 Mitherausgeber des JMD.

Und auch zur Förderung des Nachwuchses haben Sie sich engagiert eingesetzt; so waren Sie von 1993–1996 Mitglied der GDM-Förderpreisjury und hielten 1994 die GDM-Förderpreis-Laudatio für Manfred Borovcnik.

Blütenaufgaben

Lieber Herr Schupp, zum Schluss möchte ich noch eine Ihrer Ideen aufgreifen, die aus Ihrem Buch „Thema mit Variationen" stammt, die Idee der „Blütenaufgabe". Die Metapher der „Blüte" wird darin als Beschreibung eines Gegenkonzepts zu verengenden didaktischen Trichterschemata verwendet. Die „Blüte" steht hingegen für einen Kontext, zu dem Schülerinnen und Schüler durch Variation einer Basisaufgabe neue Teilaufgaben entwerfen und auf diese Weise vielfältige Aspekte einer Thematik entdecken und bearbeiten können.

Für mich ist das darin dargestellte und begründete Konzept der Variation nach wie vor aktuell, ja vielleicht heute noch mehr als vor 15 Jahren. Leider haben sich jedoch die Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts in Deutschland seit 2000 in einer Weise verändert, welche den zeitlichen Raum für die Umsetzung solcher Aufgaben eher einengt und was vielleicht noch schlimmer ist: Der Fokus der Lehrenden hat sich angesichts neuer Reglementierungen der Bildungsadministration so geändert, dass häufig sogar in ihrem Denken kaum noch Platz für ein anspruchsvolles, offenes und freies Konzept wie das der Aufgabenvariationen bleibt. Die gedankliche Gestaltung des Unterrichts ist dagegen eher ausgerichtet auf Umsetzung der Kompetenzorientierung, die sich z. T. ähnlich bürokratisch verselbstständigt wie die Lernzielorientierung der 70er Jahre, auf Outputorientierung, Zentrale Prüfungen, Vergleichsarbeiten, auf Systeme zur Individuellen Diagnose und Förderung, regelmäßiger Test zur flächendeckenden Erfassung individueller Lernverläufe, neuerdings auch zur Überstützung unterschiedlicher Sprachniveaus.

Lieber Herr Schupp, wir haben uns in einem Sinus-Projekt, das vom Land NRW und der Universität Bielefeld gemeinsam mit sieben Partnerschulen durchgeführt wurde, dennoch an Ihrer Idee der Blüte orientiert, wenngleich wir die Idee der kreativen Variation nicht nur auf Schüler, sondern vor allem auf die Lehrkräfte beziehen.

Das Format der Bielefelder Blütenaufgabe lässt sich in Kürze folgendermaßen beschreiben: Im Zentrum steht ein Kontext, um den sich vier von einander unabhängige Teilaufgaben gruppieren. Diese sind in der Regel nach folgenden Prinzipien aufgebaut: Eine Basisaufgabe zum Vorwärtsrechnen, eine Aufgabe zum Rückwärtsrechnen, eine komplexe Erweiterung und eine Erweiterung zu einer offenen Aufgabe. Dabei wird auf eine Indizierung der Teilaufgaben mit Buchstaben oder Zahlen verzichtet, um die Festlegung einer Reihenfolge zu vermeiden. Statt dessen wird eine Bezeichnung mit Spielkartensymbolen oder farbigen Blütensymbolen vorgenommen. Das Arbeiten erfolgt nach folgendem Konzept: Zunächst wird der Kontext gemeinsam gelesen und besprochen, danach folgt eine Phase der Einzelarbeit, in der jeder Schüler mit einer Blüte seiner Wahl beginnt, dann folgt eine Phase der Gruppenarbeit, in der die Ergebnisse verglichen und die weiteren Blüten bearbeitet werden, danach eine gemeinsame Präsentation.

Lieber Herr Schupp, dieses Konzept der Blütenaufgabe war nicht nur ein positiver Impuls für die Lehrkräfte des Sinusprojekts, es war mehr oder weniger die Rettung dieses Projekts. Vorgegebenes Ziel des Landes war die Entwicklung von Materialien zur individuellen Förderung bei Umsetzung der gegebenen Kernlehrpläne. Mit den Blütenaufgaben kam ein völlig neuer und frischer Wind in dieses Projekt: Während die Kolleginnen und Kollegen aus den Schulen vor zunächst damit beschäftigt waren, anhand von detaillierten Kompetenzlisten spezifische Test- und Förderitems zu entwickeln, saßen sie nun in Gruppen an selbst gewählten Themen und entwickelten Blütenaufgaben, endlich stand wieder Mathematik im Vordergrund, verbunden mit Kreativität und Freiheit.

Die beteiligten Lehrkräfte blühten regelrecht auf während dieser Zeit. Als besonders angenehm empfanden sie es, dass endlich mal etwas gemacht wird, was nicht in erster Linie der Test- und Leistungsoptimierung dient, sondern zur Entwicklung und Entdeckung eines mathematischen Themas.

Bei der Erprobung dieser Aufgaben in einem größeren Schulversuch zeigte sich, dass diese Aufgaben nicht nur den Konstrukteuren Spaß machen, sondern auch in den Klassen gut ankommen, sowohl bei den Schülern als auch bei den Lehrerenden. Diese fanden es besonders angenehm, dass man in der Stunde nicht wie üblich von einer Übungsaufgabe zur anderen springt, sondern ein gemeinsames Thema für die ganze Stunde hat, das mehr Ruhe und Sinn in den Unterricht bringt. Von Schülerseite wurden insbesondere zwei Aspekte positiv bewertet: Zum einen die Freiheit, selbst die Aufgaben auszuwählen und zum anderen die Möglichkeit, die eigenen Ideen und Rechnungen in der Gruppe vergleichen und besprechen zu können.

Lieber Herr Schupp, in Ihrem Buch von 2002 haben Sie bereits auf den Aspekt der Motivation hingewiesen, der mit kreativem Arbeiten zusammenhängt, und dabei eine Arbeit der von Deci und Ryan über die Selbstbestimmungstheorie der Motivation als empirischen Beleg zitiert. Ich kann nach meinen Erfahrungen mit unseren Blütenaufgaben diesen Zusammenhang nur bestätigen: Die Kernaussage von Deci und Ryan ist, das Motivation drei wesentlichen Bedingungen erfordert: Kompetenzerleben, Selbstbestimmung und soziale Eingebundenheit. Diese drei Bereiche waren sowohl bei der Erstellung der Blütenaufgaben durch die Projektlehrkräfte als auch beim Arbeiten der Schüler spürbar: Die unterschiedlichen Aufgaben ermöglichen auch schwächeren Schülern das Erleben von Kompetenz, die Möglichkeiten den Lernweg selbst zu entscheiden und die Potentiale der offenen Aufgabe verstärken Aspekte der Selbstbestimmung und die Gruppenarbeit bietet eine sinnvolle soziale Eingebundenheit für die Überprüfung und Diskussion der Ergebnisse.

Wir arbeiten zurzeit weiter mit diesem Aufgabenformat, nun auch bei Themen zur Analysis und zur analytischen Geometrie. Dabei hat sich erwiesen, dass in diesen Fällen die Struktur „Vorwärts, rückwärts, komplex und offen“ sich z. T. als zu enges Korsett erweist und dass hier die Prinzipen, die Sie in Ihrem Buch beschreiben, sinnvoller sind, insbesondere die Strategien „What-if-not“, das „Wackeln“, das „Weglassen“ und das „Ersetzen“.

Lieber Herr Schupp, ich möchte mich bei Ihnen persönlich für die Idee der Blüte bedanken. Und als Vorsitzender der GDM möchte ich für Ihr umfangreiches didaktisches Wirken danken und der Hoffnung Ausdruck geben, dass Ihre produktiven Ideen, Ihre Expertise und Ihr Rat unserer Gesellschaft und die Didaktik der Mathematik noch lange erhalten bleiben.

Rudolf vom Hofe, Fakultät für Mathematik, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld
Email: vomhofe@math.uni-bielefeld.de

Nachruf auf Christine Keitel-Kreidt

Uwe Gellert, Eva Jablonka und Christine Knipping

Im Juni 2016 verstarb Christine Keitel-Kreidt, Professorin im Ruhestand am Fachbereich Erziehungswissenschaft und Psychologie der Freien Universität Berlin, an der sie zuletzt als Vize-Präsidentin tätig war.

Christine Keitel-Kreidt begann ihre wissenschaftliche Karriere in den 1970er Jahren als Mitarbeiterin am Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin. Dort arbeitete sie an der theoretischen Untermauerung und praktischen Ausformung von Zugängen der Curriculumentwicklung für den Mathematikunterricht. In den 1980er Jahren erwarb sie mit einer Dissertation zu „Reformen des Mathematikunterrichts in den USA: Geschichte, Reformkonzeptionen und Curriculumentwicklung" ihren Doktortitel am Institut für Didaktik der Mathematik in Bielefeld, wo sie auch ein einflussreiches Bildungsprojekt für Lehrerinnen und Lehrer (EPAS: Entwicklung praxisorientierter Ausbildungsmaterialien für Mathematiklehrer der Sekundarstufe I) leitete. Eng verbunden fühlte sie sich mit Persönlichkeiten wie Hans Freudenthal oder Jeremy Kilpatrick und trug durch ihre globalen Kontakte entscheidend dazu bei, die Mathematikdidaktik als Forschungsgebiet international zu etablieren. Mit einer Studie zu Curriculumreformen in der Schulmathematik habilitierte sie sich später als erste Frau an der Technischen Universität in Berlin, und zwar in Didaktik der Mathematik.

In Anerkennung ihrer Leistungen wurde Christine Keitel-Kreidt 1999 mit einem Alexander von Humboldt-Forschungsstipendium ausgezeichnet, das insbesondere der Strukturentwicklung und Nachwuchsförderung in der Mathematikdidaktik in Südafrika diente. Auch die Ehrendoktortitel der University of Southampton (England) und der Konstantin-Preslawski-Universität in Schumen (Bulgarien) zeugen von der breiten internationalen Wertschätzung ihrer Arbeit.

Christine Keitel-Kreidt verband ihr Interesse an kritischer Mathematikdidaktik mit einem andauernden Engagement, gleichgesinnte Kolleginnen und Kollegen, welche an sozialen Praktiken von Mathematikunterricht sowie einem soziologischen Verständnis von Mathematikdidaktik interessiert sind, vor allem international zusammenzubringen. Die konkreten Schwierigkeiten von und Herausforderungen für Schüler/innen wie Lehrer/innen waren für Christine Keitel-Kreidt bei der Realisierung ihrer mathematikdidaktischen Arbeiten zu Gender, Social Justice und Schul- und Bildungspolitik immer ein zentrales Anliegen. Der quantitativen empirischen Bildungsforschung stand sie stets kritisch gegenüber, was auch international vergleichende Studien einschließt. Ihr letztes internationales Forschungsprojekt, die *Learner's Perspective Study*, verdeutlicht dies auf besondere Weise.

Christine Keitel-Kreidts Eintreten für die Mathematikdidaktik als internationales Forschungsgebiet fand ihren besonderen Ausdruck unter anderem in ihren führenden Herausgeberschaften sowie zahlreichen Beiträgen in internationalen Handbüchern der Mathematikdidaktik. Sie war für viele Jahre zunächst Vize-Präsidentin und später Präsidentin der *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM).

Uwe Gellert, FB Erziehungswissenschaft und Psychologie, Freie Universität Berlin, Habelschwerdter Allee 45, 14195 Berlin. Email: ugellert@zedat.fu-berlin.de

Eva Jablonka, FB Erziehungswissenschaft und Psychologie, Freie Universität Berlin, Habelschwerdter Allee 45, 14195 Berlin. Email: eva.jablonka@fu-berlin.de

Christine Knipping, Universität Bremen, AG Didaktik, Fachbereich 3, Bibliothekstraße 5, 28359 Bremen
Email: knipping@math.uni-bremen.de

Nachruf auf Josef Lauter

Thomas Jahnke

Josef Lauter

Josef Lauter verstarb am 11. November 2016. Auf Grund ärztlicher Diagnosen wusste Herr Lauter von seinem nahenden Tod, dem er gefasst und gelassen entgegen sah, froh – wie er sagte, dass die Diagnose ihm und keinem seiner Familienangehörigen galt. Als ich ihn um seine Lebensdaten bat, verfasste und schickte er mir in der ihn kennzeichnenden Promptheit seinen, in der dritten Person formulierten Lebenslauf, mit dem er hier ein letztes Mal zu Worte kommen soll.

Lebenslauf Josef Lauter

Josef Lauter wurde geboren am Abend des 18. 7. 1924 im Hause Roermonder Str. 50 in Aachen als Sohn der Eheleute Josef Lauter und Gertrud Lauter, geborene Keller. Seine Kindheit verbrachte er im Pontorviertel in der Nähe der Pfarrkirche Heilig Kreuz. Im Sommer 1935 zog die Familie nach Burtscheid (Krugenofen/Eupener Str.) und gehörte dann zum Pfarrektorat St. Gregorius. Er besuchte von 1930-34 die Städtische Volksschule Wirichsbongardstraße und von 1934–1942 das Aachener Kaiser-Karls-Gymnasium. Nach dem Abitur im März 1942 wurde er zum Kriegsdienst eingezogen, geriet 1945 in Italien in amerikanische und englische Kriegsgefangenschaft und wurde im April 1946 dann nach Aachen entlassen.

Zwei Jahre zuvor, am 11. April1944, hatte ihn sein schwerster Schicksalsschlag getroffen: Gerade aus dem Krieg in Heimaturlaub gekommen, verlor er in einer Bombennacht seine noch nicht 50jährige Mutter und seinen 16jährigen Bruder, die bei lebendigem Leib verbrannten. Er selbst wurde gerettet.

Später verlor er noch seinen Zwillingsbruder-Heinz. Auch sein jüngerer Bruder Martin verstarb einige Jahre vor ihm.

Nach seiner Entlassung aus der Kriegsgefangenschaft war Josef weitgehend auf sich allein gestellt, wurde aber schon damals in liebevoller Weise von der Familie seiner späteren Ehefrau Resi Gorgels betreut. Er erhielt von einem Kameraden aus der Kriegsgefangenschaft, Josef Höwing, Eigentümer der Buchhandlung Schweitzer, ein kleines Zimmer in der Lothringer Straße. Dort hat er bis zu seiner kirchlichen Heirat am 5. 7. 1952 gewohnt.

Im Wintersemester 1946/47 nahm er sein Studium an der RWTH Aachen auf mit dem Ziel, entweder Versicherungsmathematiker oder Gymnasiallehrer für Mathematik und Physik zu werden. Schon bald entschied er sich für das Lehramtsstudium. Unmittelbar nach der Währungsreform im Jahre 1948 wurde er - als einer der ersten Studenten - in die Studienstiftung des Deutschen Volkes aufgenommen. Von da ab hatte er keine wirklichen finanziellen Sorgen mehr. Das erste Staatsexamen legte er im Dezember 1950 ab mit der Examensarbeit „Die geometrischen Prinzipien in Euklids ‚Elementen' und ihre Kritik vom Standpunkt der heutigen Axiomatik". Der Umstand, dass er mehrere Jahre am Humanistischen Gymnasium Altgriechisch gelernt hatte, kam ihm dabei sehr zu Gute. Nach dem Staatsexamen erhielt er zunächst eine planmäßige Assistentenstelle am Lehrstuhl B bei Prof. Dr. Günther Schulz, dann am Lehrstuhl A bei Prof. Dr. Franz Krauß, dem er vorher schon zur Abnahme des ersten Staatsexamens zugewiesen worden war.

Nach der standesamtlichen Hochzeit mit Resi Gorgels am 6. 1. 1951 erfolgte die Kirchliche Trauung am 5. 7. 1952 in der Pfarrkirche St. Adalbert in Aachen durch den Studentenpfarrer Dr. Karl Delahaye. Die erste Wohnung des Ehepaares lag in der Malteser Straße, in einem Wohngebäude, das TH-Angehörigen vorbehalten war. Am 15. 9. 1953 wurde Marianne, ihr erstes Kind, im Aachener Marianneninstitut geboren. In beruflicher Hinsicht stand für Josef Lauter nun die Arbeit an seiner Dissertation an, die Prof. Dr. Franz Krauß betreute, bei dem er ja schon die Staatsexamensarbeit über Euklids Geometrie verfasst hatte. Das Thema der Doktorarbeit lautete: „Die Prinzipien und Methoden der Geometrie bei Leibniz". Es ging dabei um die großartige Idee von Leibniz, analog zum arithmetischen Kalkül ein geometrisches Kalkül aufzubauen, um in der Geometrie ähnlich rechnen zu können wie in Arithmetik und Algebra. Dieses Projekt von Leibniz erwies sich allerdings in seiner ganzen Intention als nicht realisierbar. Der Grund dafür liegt darin, dass fast alle Verknüpfungen, die man für die geometrischen Objekte definieren kann, nicht eindeutig umkehrbar sind. Dennoch konnte Herrmann Graßmann anhand einiger

Grundgedanken später die Grundlagen der Vektorrechnung entwickeln. Insofern sind die Ideen von Leibniz nicht völlig verloren gegangen.

Schon während seiner Assistententätigkeit absolvierte Josef Lauter das erste Referendarjahr am Aachener Couven-Gymnasium, das sich damals in der Vincenzstraße befand, nur etwa 100 m Luftlinie von seinem Schreibtisch an der Hochschule entfernt. Das zweite Referendarjahr leistete er am Einhard-Gymnasium ab. Im Frühjahr 1956 bestand er das zweite Staatsexamen und wurde zum Studienassessor ernannt. Zu Ostern 1956 wurde er als einer der drei hauptamtlichen Lehrer an das neu gegründete Bischöfliche Pius-Gymnasium Aachen berufen. Etwa ein Jahr später, am 1. 5. 1957, wurde Sohn Franz-Martin, am 26. 12. 1961 Tochter Claudia geboren, beide im Städtischen Klinikum in der Goethestraße. Zwischenzeitlich, im Januar 1958 bezog die Familie eine sehr schöne, große Wohnung auf der 4. Etage der Schillerstraße 53. Die berufliche Laufbahn strebte nach Beförderung zum Studienrat, zum Oberstudienrat und zum Studiendirektor ihrem Höhepunkt zu: Im Jahre 1972 erhielt Josef Lauter Angebote der Universitäten Eichstätt und Siegen auf Übernahme einer Professur. Er entschied sich für das Siegener Angebot und wurde zum 1. 2. 1973 als ordentlicher Professor für Mathematik und ihre Didaktik berufen. Da die Bemühungen um ein geeignetes Baugrundstück in Siegen erfolglos verliefen, entschied sich die Familie im Jahr 1979 zum Bau eines Hauses im Aachener Stadtteil Vaalserquartier, in das sie im April 1980 einzog.

Schon während seiner Tätigkeit am Pius-Gymnasium erhielt Josef Lauter von mehreren Verlagen Angebote zur Mitarbeit an neuen Schulbüchern für den Mathematikunterricht der Sekundarstufen I und II. Man wurde vor allem durch seine etwa 150 Vorträge auf ihn aufmerksam, die er von 1960 bis 1973 – meist im Auftrag des Recklinghausener Landesinstituts MNU – in zahlreichen Städten zur Lehrerfortbildung hielt, überwiegend zu der von ihm konzipierten Modernisierung der sogenannten „Gleichungslehre", aber auch zu anderen mathematikdidaktischen Themen. Er nahm das Angebot des Schwann-Verlages in Düsseldorf an, der später vom Cornelsen Verlag übernommen wurde. Bis zum Jahr 2002 hat er an insgesamt 49 Schulbüchern zunächst als Autor, dann zusätzlich auch als Herausgeber wesentlich rnitgearbeltet. Erwähnt seien fünf Analysisbücher, drei zur Analytische Geometrie und Linearen Algebra und eines zur Stochastik. Als 50. und letztes Buch erschien 2002 eine Formelsammlung.

Mit Vollendung des 65. Lebensjahres wurde er im Juli 1989 an der Universität Siegen emeritiert. Neben seinem Beruf und seiner Familie galt seine Hinwendung vor allem der Musik und dem Sport. Schon als Knabe nahm er Klavierunterricht beim damaligen Organisten der Kirche St. Gregorius, Herrn Wachendorf, in der Eynattener Straße. Dieser hat ihn schon früh auch an die Orgel der Kirche herangeführt. Später leistete er an mehreren Kirchen Vertretungsdienste an der Orgel, über viele Jahrzehnte vor allem in der Kirche Heilig Geist in Aachen. Als Jugendlicher spielte er in der Aachener Turngemeinde hauptsächlich Handball. Seine Mannschaft wurde im Jahre 1941 Meister des Handballbezirks Mittelrhein; im Endspiel schlug sie in der Kölner Radrennbahn eine Kölner Mannschaft mit 18:6. Nach dem Krieg spielte er vor allem Tischtennis, einige Jahre mit gutem Erfolg in der Betriebssportmannschaft der RWTH Aachen. Schon von etwa 1936 besuchte er bis heute regelmäßig die Spiele der 1. Fußballmannschaft des TSV Alemannia Aachen.

Der wohl bedeutendste Einschnitt in seinem Leben war die lange Krankheit seiner lieben Frau Resi und schließlich ihr Tod am 11. 3. 2009.

Mit Herrn Lauter verstarb ein Mathematiklehrer, Didaktiker und Autor, der nach dem Unheil des 2. Weltkrieges im Wintermantel bei äußerster Knappheit (auch an Papier) studierte und dann neben seiner Lehrtätigkeit sein berufliches Leben hauptsächlich dem Ziel widmete, dass mathematische Schulwissen in methodisch geordneter Form für die kommende Generation aufzubereiten. Inhaltliche und begriffliche Klarheit und Stringenz sowie sprachliche Sorgfalt waren für ihn entscheidende und seine Darstellung prägende Gesichtspunkte. Mit der Energie, Ungeduld und Unbedingtheit eines Leistungssportlers arbeitete er an seinen Schulbuchtexten – oft entstanden bis zur Fertigstellung drei oder sogar mehr Versionen und Überarbeitungen in seiner schönen und eleganten Handschrift. Den Lauter'schen Impetus, seinen Ernst und seine Redlichkeit mag man bei der Lektüre heutiger, postmoderner Schulbücher tendenziell vermissen, aber es ist denkbar – wenn nicht sogar wahrscheinlich, dass man sich, wenn der Mathematikunterricht sich wieder stärker der seinem Fach verpflichtet fühlt, an Lauters Texte erinnern und ihren Wert erneut schätzen wird.

Thomas Jahnke, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Campus II – Golm, Haus 9, Karl-Liebknecht-Straße 24–25, 14476 Potsdam
Email: jahnke@uni-potsdam.de

Nachruf auf Eberhard Lehmann

Hasso B. Manthey

Eberhard Lehmann

Im Juli des letzten Jahres ist der bekannte Berliner Lehrer und Didaktiker Dr. Eberhard Lehmann im Alter von 80 Jahren gestorben. Er war einer der wenigen in unserer Gesellschaft der Mathematikdidaktiker, der einerseits überaus aktiv an der didaktischen Diskussion teilnahm und auf jeder Tagung etwas vortragen konnte, der aber andererseits bis zu seiner Pensionierung das, was er vortrug, auch eigenhändig im Schulunterricht erprobte. Wenn heute in Berlin und anderen Bundesländern das Fach Informatik etabliert ist und Computer oder CAS-Rechner im Unterricht ihren Platz haben, dann hat Eberhard Lehmann daran einen nicht unwesentlichen Anteil.

Er hat lange für die Einbeziehung informatorischer Inhalte in den Mathematikunterricht geworben und zu diesem Thema auch seine Dissertation verfasst, doch Informatik hatte er gar nicht studiert, sondern Mathematik und Geographie an der FU Berlin. Nach dem zweiten Staatsexamen im Jahre 1964 wurde er Lehrer, später Fachbereichsleiter am Rückert-Gymnasium in Berlin-Schöneberg. Von dort aus wirkte er aber weit über seine Schule hinaus, auch nach seiner Pensionierung im Jahre 2001. Viele Mathematiklehrer Berlins haben ihn aus ihrer Referendarzeit in Erinnerung, denn er war 15 Jahre lang Fachseminarleiter für Mathematik. Erst danach, die letzten 10 Jahre seines Berufslebens, war er Fachseminarleiter für Informatik, als einziger von ganz Berlin.

Er war einer der ganz wenigen Lehrer, der auch das gemacht hat, was sonst nur die an Hochschulen etablierten Mathematikdidakter machen, er hat geschrieben und veröffentlicht. Diverse Lehrbücher, Broschüren, Anleitungen und Aufsätze zum Mathematik- und Informatikunterricht liegen vor.

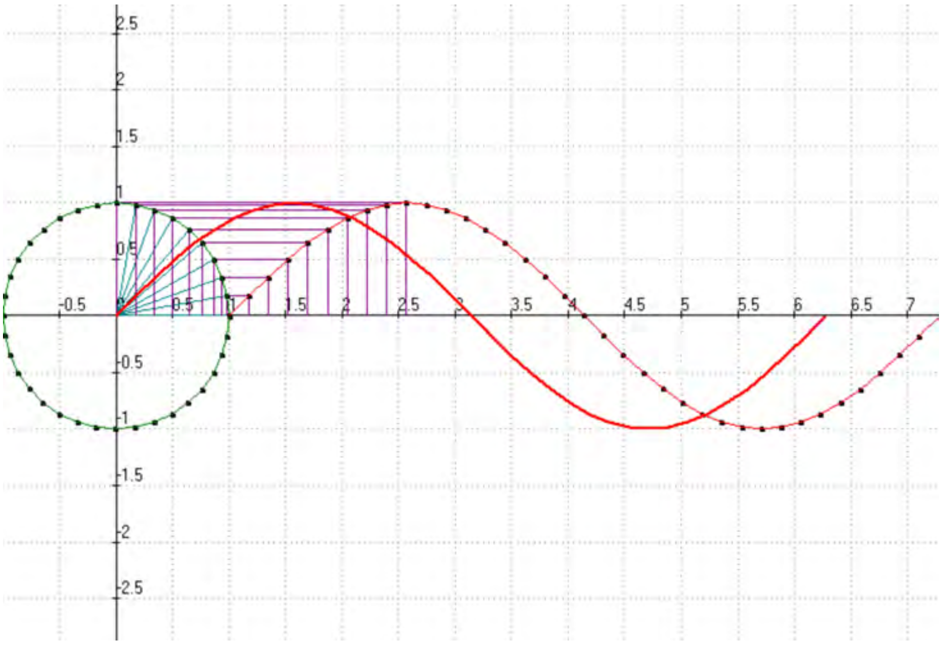
In seinen frühen Arbeiten setzte er sich für Lineare Algebra mit Matrizen und für Markow-Ketten ein. Später galt sein Interesse immer mehr dem Mathematikunterricht mit Computerunterstützung. Seine Vorträge und Bücher überzeugten uns Zuhörer, doch die Lehrplankommissionen blieben beim Althergebrachten. Schon ganz früh, als es z. B. in Berliner Schulen noch kaum Computer gab, warb Eberhard Lehmann für den Einsatz von Computerprogrammen im Mathematikunterricht und das an einem Gymnasium, welches Französisch als Schwerpunkt hatte. Er erkannte das Potential von CAS, bevor andere überhaupt wussten, was ein CAS ist. Immer wieder erfrischend war sein Werben für offene Unterrichtsformen und andere Alternativen zum traditionellen Frontalunterricht, der praktisch überall in der Republik usus war und es wohl noch ist.

Auch als er sich Anfang der 90iger mehr der Informatik zuwandte, warb er intensiv für die Einführung der Projektarbeit im Unterricht. Heute gibt es in der Softwareindustrie ausschließlich Projektarbeit, niemand macht ein Programm allein. In diesem Zusammenhang wies er immer wieder darauf hin, dass nicht jeder Schüler alles neu erfinden müsse, dass man mit Bausteinen und Tools arbeiten solle, die man zur Verfügung stellt.

Anfangs, als es noch kein CAS für den PC gab, hat er selbst Hilfwerkzeuge für den Unterricht programmiert. Aber auch dann, als CAS und andere Programme verfügbar wurden, erkannte er als Didaktiker, der täglich mit denen arbeitete, für die es die Didaktik gibt, nämlich mit den Schülern, dass all die neuen Mathematikprogramme, die alles im Nu berechnen und zeichnen konnten, ein entscheidendes Manko hatten: Sie waren zu schnell!

Wieviel eindrucksvoller ist eine sich langsam aufbauende Kurve als eine blitzschnell dargestellte, die sich ja vom statischen Bild im Lehrbuch nicht unterscheidet. Und noch lehrreicher wird die langsame Kurve oder die Fläche, wenn das Zustandekommen z. B. der Sinuskurve durch Hilfslinien Schritt für Schritt demonstriert wird. Er entwickelte das Programm ANIMATO, welches als einziges der damals bekannten Programme genau das macht, was der Name sagt, es animiert. Es kann alle Vorgänge der Schulmathematik, die graphisch darstellbar sind, in beliebig langsamen Tempo vorführen. Farbenfrohe und lehrreiche Filme ergaben sich. Man konnte sogar „Kunst“ damit machen und vor allem konnten die Schüler damit frei experimentieren. Eberhard Lehmann hatte die Ideen, aber das Programmieren überließ er seinem Sohn Hergen Lehmann, der inzwischen Softwareentwickler geworden war. Deswegen werden manche das Programm noch als HL-Plot kennen.

Eberhard Lehmann hat sich schon ganz früh konsequent für den Einsatz von Computern und



Taschenrechnern im Unterricht eingesetzt. Er hat zahllose Beispiele und Anregungen vorgetragen und damit dem Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik“ (MU&I) immer wieder neue Impulse gegeben. Es gab seit Jahrzehnten und es gibt immer noch Widerstand gegen Computer als Hilfsmittel im Unterricht, sowohl von Mathematiklehrern in der Schule, wie von Professoren an der Hochschule. Das Argument gegen Mathematikprogramme ist immer das gleiche: Der Schüler bzw. der Student verliere das „mathematischen Verständnis“, wenn er die mathematische Operation, also in der Regel die Termumformung, nicht selbst ausführe oder zumindest ausführen könne. Das CAS nehme dem Menschen ja genau diese Arbeit und damit das Verständnis ab.

Gegen dieses fortwährend wiederholte Mantra gab es schon 1992 in Wolfenbüttel im Arbeitskreis MU&I eine ganze Tagung allein zum Thema „Wieviel Termumformung braucht der Mensch?“ Was sollte man weglassen, was muss man hinzunehmen? Eberhard Lehman demonstrierte immer wieder, dass der Einsatz von CAS und anderen Mathematikprogrammen die Schüler weiterbringt, auch zu höherer Mathematik, und dass es den Schülern Freude macht, wenn sie selbst etwas herausfinden können.

Die Taschenrechner konnten bald nicht nur Zahlen ausrechnen, sondern auch Kurven zeichnen, Gleichungen lösen und sogar bewegte Geometrie darstellen. Doch es herrschte verbreitete Unsicherheit. Manche Bundesländer verboten Taschenrechner, andere machten sie zur Pflicht. Da erschien die TIMMS-Studie von 1999. Deutsche Schüler schnitten wieder schwach ab, konnten wohl Routineaufgaben lösen, aber nicht die Aufgaben, die Kreativität und Weiterdenken erforderten. Das war Wasser auf die Mühlen derjenigen, die schon lange, wie Eberhard Lehmann, forderten, den Unterricht zu entschlacken, Freiraum für das Lösen von mathematischen Problemen im Unterricht zu geben. Aber niemand traute sich zu sagen, was man denn weglassen könne, um Zeit für Kreativität zu gewinnen.

Eberhard Lehmann wagte es, zusammen mit W. Herget, H. Heugle und B. Kutzler. Im Januar 2001 taten sie einen radikalen Schritt nach vorn. Sie veröffentlichten zehn Seiten mit der Überschrift „Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar?“

Darin zählten sie in einer langen Liste auf, was Schüler von Hand unbedingt können sollten und was man dem Computer überlassen könne. Dieses Manifest löste ein Beben im mathematikdidaktischen Umfeld aus. Zum ersten Mal wagten Befürworter des Rechnereinsatzes ganz konkret zu sagen, was vom überkommenen Kanon des Mathematikunterrichts weggelassen werden solle. Das Papier wurde überall im deutschsprachigen Raum diskutiert und auch in andere Sprachen übersetzt. Es erfuhr natürlich heftigen Gegenwind.

Mit TIMMS war die deutsche Schulmathematik schon ins Gerede gekommen, doch es kam noch schlimmer. Die PISA-Studie, die zum Ende des Jahres 2001 erschien, bescheinigte dem deutschen Schulunterricht ein Niveau weit unter dem Durchschnitt. Man sprach vom PISA-Schock, sogar von einer Bildungskatastrophe. Hektisch wurden in allen Bundesländern Kommissionen eingerichtet, Projekte zur Fortbildung bewilligt und Forschungsansätze gefördert.

Eberhard Lehmann, gerade in Pension gegangen, war engagiert dabei. Er hat sich nicht zurückgezogen, sondern erst richtig losgelegt. Jahrelang leitete er in Berlin die CAS-Projekte. Er arbeitete weiter in der Lehrerfortbildung, nahm Lehraufträge an Hochschulen an und brachte sich bei EU-Projekten ein, z. B. in Kroatien und Montenegro. Er hat natürlich weiter Tagungen besucht und dort vorgetragen. Und er hat zuletzt noch seine Ideen in die weite Welt tragen können bei Lehrerfortbildungen in Namibia, in Mexiko, in Manila und anderswo. Viele Kommissionen, Projekte und Beiräte suchten seinen Rat. Er war überall als Fachmann für Unterricht in Mathematik und Informatik geschätzt und begehrt.

Herausragend war auch sein pädagogisches Geschick bei seinen Vorträgen. Er holte nie zu weit aus, sondern kam immer auf sein Anliegen zurück, den besseren Unterricht. Was er vortrug, hatte Hand und Fuß, es war erprobt, es war anschaulich, es war praktikabel. Und immer waren Bilder dabei, oft auch lustige, auf jeden Fall aber informative. Von Eberhard Lehmann konnten wir viel lernen.

Hasso B. Manthey, Byggmästaregatan 3, 38634 Färjestaden, Schweden, Email: hbm@manthey.se

Nachruf auf Heinrich Wippermann

Thomas Bedürftig, Klaus Hasemann und Reinhard Hochmuth

Am 17. August 2016 starb Prof. Dr. Heinrich Wippermann im Alter von 76 Jahren. Er lehrte seit 1970 Mathematik und Mathematikdidaktik, zunächst an der damaligen Pädagogischen Hochschule in Braunschweig, von 1976 bis 1980 als Professor an der PH Flensburg und von 1980 bis zum 30. September 2005 an der Universität, später Leibniz Universität Hannover. An allen diesen Standorten wurde Heinrich Wippermann aufgrund seiner Freundlichkeit, seiner Sachlichkeit und Sachkunde von allen Studierenden und Lehrenden sehr geschätzt.

Eine Karriere als Hochschullehrer und Universitätsprofessor schien für Heinrich Wippermann in seiner Kindheit und Jugend zunächst weit entfernt. Geboren und aufgewachsen in Paderborn lernte er das Tischlerhandwerk, die Lehre schloss er 1960 mit dem Gesellenbrief ab. Danach aber ging er nach Oberhausen an das Staatliche Institut zur Erlangung der Hochschulreife und legte dort 1962 die Abiturprüfung ab. Im Sommersemester 1962 begann er ein Studium der Philosophie in Freiburg und wechselte zum Wintersemester 1962/63 an die Universität Göttingen, wo er ein Lehramtsstudium mit den Fächern Mathematik, Philosophie und Physik aufnahm, das er dann 1968 in Köln mit dem ersten Staatsexamen für das Lehramt an Gymnasien abschloss. 1970 trat er eine Stelle als Referendar in Düsseldorf an, wechselte aber zum Ende des Jahres an die PH Braunschweig und promovierte 1972 an der Technischen Universität Braunschweig mit einer Arbeit zur Differenzierbarkeit in Ringen.

Die Analysis war dann auch das Thema, das ihn in seiner Arbeit als Wissenschaftler nicht mehr los ließ und in der er sich – stets mit Blick auf die Lernenden – um Präzision, um eine treffende und knappe Fachsprache und darum bemühte, unnötigen Ballast abzuwerfen. Ergebnisse sind insbesondere die zwei Bücher, die zum Standardrepertoire in der Lehre gehören: Seine „Einführung in die Analysis“, erschienen 1983 bei Teubner, und, zusammen mit Norbert Knoche, die „Vorlesungen zur Didaktik und Methodik der Analysis“, erschienen 1986 bei BI. Auch heute noch ist die prägnante und klare Kennzeichnung und Darstellung von Zugängen zum Differenzierbarkeitsbegriff überzeugend und motivierend, indem sie zum Weiterlesen und Weiterdenken einlädt: 1. Die Entwicklung des Differenzierbarkeitsbegriffs unter dem Aspekt der „Änderungsrate“, 2. unter dem Aspekt der „linearen Approximation“, 3. im Rahmen der Lipschitz-Analyse und 4. unter dem Aspekt der Behandlung des Tangentenproblems. In den zu diesen Aspekten vorgestellten Beispielen „erfährt der Begriff eine unmittelbare Bedeutung, erscheint aber auch gleichzeitig als ein theoretischer Begriff, dessen Bildung notwendig ist zur Beschreibung der realen Situation in einem mathematischen Modell“ (Knoche und Wippermann, 1986, S. 160).

Seine Vorstellungen darüber, wie durch Präzisierung und Klarheit z. B. Diffentiale und Diffentialgleichungen geeignete und anregende Inhalte eines gymnasialen Unterrichts sein können, haben ebenso Eingang in die Schulen und die Lehrerausbildung gefunden wie auch andere Inhalte, die den Computer als Hilfsmittel erfordern. Schon bevor der Computer und sein möglicher (oder auch nicht möglicher) Einsatz im Mathematikunterricht der Schulen in aller Munde war, hat sich Heinrich Wippermann intensiv und gründlich mit eben diesen Möglichkeiten auseinander gesetzt. Ergebnisse dieser Überlegungen sind Arbeiten wie die von 1996 über „Bogenlänge und Krümmung im Analysisunterricht unter Verwendung mathematischer Software". Zu nennen sind hier insbesondere seine Vorschläge zur Behandlung von Graphen sowie die „Regulären Parkettierungen" (zusammen mit H.-G. Bigalke, erschienen 1994 bei BI). Die Geometrie kam bei seinen Interessen nicht zu kurz, etwa in Arbeiten mit Vorschlägen, wie sich durch die breitere Einbeziehung von Ornamenten die Behandlung der Kongruenzabbildungen im Unterricht interessanter gestalten lässt (1992). Sehr erfolgreich umgesetzt hat er seine Ideen in seiner Mitarbeit an Lehrwerken zur Analysis (natürlich!) und dem Unterricht in der Sekundarstufe I. Viele seiner Ideen und Vorschläge, insbesondere auch die zu den für Schülerinnen und Schüler attraktiven, aber eher vernachlässigten Aspekten der Analysis, nicht nur im IR1 , hat er in Vorträgen in der ihm eigenen überzeugenden Art vorgestellt. Diese Vorträge zu hören, war stets ein Genuss und großer Gewinn.

Studierende, Doktorandinnen und Doktoranden haben ebenso von ihm und seinem sachlichen und klaren Stil profitiert wie Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter an den Universitäten, an denen er sich engagiert hat. Wir Kollegen haben ihn bei Institutssitzungen, in Gremien und in der täglichen Zusammenarbeit in seiner liebenswürdigen Art geschätzt, aus dieser Zusammenarbeit sind Freundschaften entstanden, die über das Berufliche hinausgingen. Geradezu legendär sind die von ihm organisierten Radtouren und Wanderungen, hinzu kamen sportliche und private Treffen. Nicht unerwähnt bleiben soll Heinrich Wippermanns Freude am Go-Spiel, das er perfekt beherrschte. Es wäre sehr spannend gewesen zu erfahren, was er als jemand, der den sinnvollen Einsatz des Computers und die Entwicklung von Software so schätzte, dazu gesagt hätte, dass – wie beim Schach – nun auch Computerprogramme den sehr guten Go-Spielern Paroli bieten können. Leider war dies am Ende seines Lebens nicht mehr möglich. Wir trauern um Heinrich Wippermann und werden ihn in dankbarer Erinnerung behalten.

Thomas Bedürftig, Klaus Hasemann,
Reinhard Hochmuth
Universität Hannover, Institut für Didaktik der Mathematik und Physik, Welfengarten 1, 30167 Hannover
Email: beduerftig@idmp.uni-hannover.de
hasemann@idmp.uni-hannover.de
hochmuth@idmp.uni-hannover.de

Hinweise für Autor(inn)en

Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 15.5. und der 30.11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten. Bei technischen Fragen oder Problemen steht Ihnen Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net) zur Verfügung.

Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. In vielen Fällen darf/sollte es aber gerne auch kürzer sein. Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder LaTeX-Files eingereicht werden – sie werden von uns dann professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als LaTeX-File. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2 500 Anschläge (inklusive Leerzeichen).

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. Emailadresse) ab – *bitte geben Sie am Ende des Manuskripts selbst unbedingt Ihren Namen, Ihre postalische Kontaktadresse und Ihre Emailadresse an.*

Einreichung/Kontakt

Bitte senden Sie Manuskripte (mit Ausnahme der Rubrik: Rezensionen) an den Herausgeber (schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de). Wegen Rezensionen und Rezensionsanfragen wenden Sie sich bitte an an Ulrich Kortenkamp (ulrich.kortenkamp@uni-potsdam.de) oder Thomas Jahnke (jahnke@math.uni-potsdam.de), Anfragen zu Anzeigen oder technischer Natur an Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net).

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ ***Vorstand.*** *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Rudolf vom Hofe, Fakultät für Mathematik, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld. Tel. 0931 . 521106-5063, vomhofe@math.uni-bielefeld.de
■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Silke Ruwisch, Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1 21335 Lüneburg. Tel. 04131 . 677-1731, ruwisch@leuphana.de
■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Institut für Mathematik und Informatik, Reuteallee 46, 71634 Ludwigsburg. Tel. 07141 . 140-385, Fax. 07141 . 140-435, bescherer@ph-ludwigsburg.de
■ *Schriftführer:* Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9020 Klagenfurt, Österreich. Tel. +43 (0)463 . 2700-6116, Fax. +43 (0)463 . 2700-99 6116, andreas.vohns@aau.at
■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

■ Verleger: GDM ■ Herausgeber: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns (Anschrift s. o.) ■ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin ■ Umschlagentwurf: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns ■ Druck: Oktoberdruck AG, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.