

# MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



3. 14159265358979323846  
2643383279502884197169  
3993751058209749445923  
0781640628620899862803  
4825342117067982148086  
5132823066470938446095  
5058223172535940812848  
1117450284102701938521  
1055596446229489549303  
8196442881097566593344  
6128475648233786783165  
2712019091456485669234  
6034861045432664821339  
3607260249141273724587  
0066063155881748815209  
2096282925409171536436  
7892590360011330530548  
8204665213841469519415  
1160943305727036575959  
1953092186117381932611  
7931051185480744623799  
6274956735188575272489  
1227938183011949129833  
6733624406566430860213  
9494639522473719070217  
9860943702770539217176  
2931767523846748184676  
6940513200056812714526  
3560827785771342757789



114  
Februar 2023

Gabriela Ambrus & Johann Sjuts & Éva Vásárhelyi (Hrsg.)

Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche  
 Förderung für Talentierte und Interessierte über Grenzen hinweg



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Mathematikern und Lernen in Ungarn

G. Ambrus, J. Sjuts & É. Vásárhelyi (Hrsg.): *Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche. Förderung für Talentierte und Interessierte über Grenzen hinweg*. Band 4 der Reihe Mathematiklehren und -lernen in Ungarn. Münster 2022, ca. 400 S., DIN A5.  
 ISBN 978-3-95987-227-0  
 Print: 54,90 €  
 ISBN 978-3-95987-228-7  
 E-Book: 49,90 €



Digitale Medien und Heterogenität  
 Chancen und Herausforderungen für die Mathematikdidaktik

WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien

J. Bonow, T. Dexel, R. Rink, C. Schreiber und D. Walter (Hrsg.): *Digitale Medien und Heterogenität. Chancen und Herausforderungen für die Mathematikdidaktik. Band 9 der Reihe Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe*. Münster: WTM-Verlag 2022. Erscheint Dezember 2022. Ca. 300 Seiten, DIN A5.  
 ISBN 978-3-95987-235-5  
 Print: 43,90 €  
 ISBN 978-3-95987-236-2  
 E-Book: 39,90 €

ALFRED DOMINIK, KARL JOSEF FUCHS & SIMON PLANGG

MATHEMATIK IN DEN SEKUNDARSTUFEN 1 & 2



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Skripte zur Mathematik und ihrer Didaktik

A. Dominik, K.-J. Fuchs & S. Plangg: *Mathematik in den Sekundarstufen 1 & 2. Aufgaben für Lehramtsstudierende und didaktisch-methodische Kommentare. Band 7 der Reihe Skripte zur Mathematik und ihrer Didaktik*. WTM-Verlag 2022. Ca. 120 S., 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-219-5  
 Print 19,90 €  
 ISBN 978-3-95987-220-1  
 E-Book: 18,90 €

KARL JOSEF FUCHS & SIMON PLANGG

LEHR- UND LERNMEDIUM COMPUTER



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Skripte zur Mathematik und ihrer Didaktik

Karl-Josef Fuchs & Simon Plangg: *Lehr- und Lernmedium Computer*. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 160 Seiten, 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-241-6  
 Print: 26,90 €  
 ISBN 978-3-95987-242-3  
 E-Book: 24,90 €

Franziska Geis

LIBER HRABANI DE COMPUTO DIE KOMPUTISTISCHE SCHRIFT VON RABANUS MAURUS

ÜBER DIE OSTERFESTBERECHNUNG Eine didaktische Einführung in die mittelalterliche Osterfestberechnung ins Deutsche übersetzt und eingeleitet von Franziska Geis



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik

F. Geis: *Liber Hrabani De computo. Die computistische Schrift von Rabanus Maurus über die Osterfestberechnung. Eine didaktische Einführung in die mittelalterliche Osterfestberechnung ins Deutsche übersetzt und eingeleitet von Franziska Geis*. Band 9 der Reihe Schriften zur Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 320 Seiten, 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-229-4  
 Print: 49,90 €  
 ISBN 978-3-95987-230-0  
 E-Book: 45,90 €

Günter Graumann

Problemorientierter Geometrieunterricht

Problemfelder für den Geometrieunterricht der Schuljahre 5 bis 10



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Aus Inventar et Didaktik

G. Graumann: *Problemorientierter Geometrieunterricht. Problemfelder für den Geometrieunterricht der Schuljahre 5 bis 10*. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 160 Seiten, DIN A5.  
 ISBN 978-3-95987-221-8  
 Print: 28,90 €  
 ISBN 978-3-95987-222-5  
 E-Book: 26,90 €

Martin Jungwirth, Nina Harsch, Yvonne Noltensmeier, Martin Stein & Nicola Willenberg (Hrsg.)

DIVERSITÄT DIGITAL DENKEN THE WIDER VIEW

Eine Tagung des Zentrums für Lehrerbildung der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster vom 08. bis 10.09.2021



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Schriften zur allgemeinen Hochschuldidaktik

M. Jungwirth, N. Harsch, Y. Noltensmeier, M. Stein, N. Willenberg (Hrsg.): *Diversität Digital Denken – The Wider View. Eine Tagung des Zentrums für Lehrerbildung der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster vom 08. bis 10.09.2021*. Band 8 der Reihe Schriften zur allgemeinen Hochschuldidaktik. Münster: WTM-Verlag 2022, ca. 470 S., davon viele farbig. 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-177-8,  
 Print: 66,90 €  
 ISBN 978-3-95987-178-5  
 E-Book: 60,90 €



Informatisch-algorithmische Grundbildung im Mathematikunterricht der Primarstufe

WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

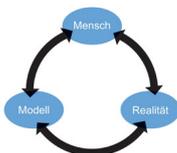
Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien

S. Ladel, U. Kortenkamp (Hrsg.): *Informatisch-algorithmische Grundbildung im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Band 8 der Reihe Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe. Münster: WTM-Verlag 2022. Erscheint Dezember 2022. Ca. 175 Seiten, DIN A5.  
 ISBN 978-3-95987-211-9  
 Print: 29,90 €  
 ISBN 978-3-95987-212-6  
 E-Book: 27,90 €

Jürgen Maaß

Modellieren in der Schule

Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts, exemplarisch und exemplarisch exemplarisch exemplarisch



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

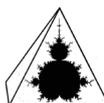
Schriften zum Modellieren und zum Anwenden von Mathematik

J. Maaß: *Modellieren in der Schule - Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts*. Überarbeitete und erweiterte Neuauflage. Münster: WTM-Verlag 2022, ca. 250 S., DIN A5.  
 ISBN 978-3-95987-201-0  
 Print: 39,90 €.  
 ISBN 978-3-95987-202-7  
 E-Book: 36,90 €

The Mathematics Education for the Future Project

Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Conference Building on the Past to Prepare for the Future

8-13 Aug. 2022, King's College, Cambridge, UK  
 Edited by Janina Morska and Alan Rogerson



WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Conference Proceedings in Mathematics Education

J. Morska & A. Rogerson: *Building on the Past to Prepare for the Future. Proceedings of the 16th International Conference. King's College, August 8 - 13, 2022*. Band 7 der Reihe Conference Proceedings in Mathematics Education. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 600 S., DIN A5.  
 Print: ISBN 978-3-95987-217-1  
 Print: 69,90 €  
 ISBN 978-3-95987-218-8  
 E-Book: 60,90 €

## Editorial: Früheinsteiger

---

Die Ergebnisse des IQB Bildungstrends im Primarbereich haben erneut das Problem des Lehrkräftemangels in den Blick der politischen Diskussionen gerückt. Gemäß des Deutschen Lehrerverbands fehlten zum Schuljahresbeginn 2022/23 etwa 30 000 bis 40 000 Lehrkräfte. Insgesamt führte dies dazu, dass die Unterrichtsversorgung in allen Bundesländern als eher kritisch oder zumindest angespannt bezeichnet werden musste. Veranlasst dadurch wurden und werden in den einzelnen Bundesländern verschiedene Handlungskonzepte zur Unterrichtsversorgung aufgelegt, die kreative Vorschläge machen, wie (schnellstmöglich) zusätzliche Lehrkräfte gewonnen werden können. Dazu zählen u. a. Nachqualifizierungsprogramme oder universitär begleitete Professionalisierungsangebote für beispielsweise Quer- und Seiteneinsteiger.

Ich will an dieser Stelle gar nicht im Detail auf die Vielzahl an Bemühungen der einzelnen Bundesländer eingehen. Dass ein dringender Handlungsbedarf besteht, ist außer Frage und die Bemühungen sind zweifelsohne anzuerkennen. Gleichwohl bereiten mir vor allem die aktuellen Bemühungen, Lücken in der Unterrichtsversorgung durch Studierende zu stopfen, nicht unerhebliche Sorgen, wenn nicht sogar Bauchschmerzen. So habe ich im vergangenen Wintersemester eine große Vorlesung mit dem Titel „Grundlegende Ideen der Mathematikdidaktik der Primarstufe“ gelesen. Sie wird an der TU Dortmund normalerweise im fünften Bachelorsemester und von über 300 Studierenden besucht. Es werden zentrale Prinzipien eines guten Mathematikunterrichts wie Diagnosegeleitetheit, Verstehensorientierung, kognitive Aktivierung sowie Förderung mathematischer Basiskompetenzen thematisiert. Dies sind didaktische Themen, die durchaus beachtliche Relevanz für eine spätere Mathematiklehrkraft haben. In der Zwischenevaluation der Veranstaltungen haben etwa ein Drittel aller Studierenden angegeben, dass sie die Vorlesung nicht besuchen. Neben einigen fadenscheinigen Gründen gab ein nicht unerheblicher Teil der Studierenden an, dass sie morgens in der Schule arbeiten und die Vorlesung daher nicht besuchen können. Da es sich nicht um Einzelfälle handelte, blieb ich beim Lesen der Evaluationsergebnisse vor allem bei den Rückmeldungen dieser Studierenden hängen. Nahezu alle Kommentare brachten zum Ausdruck, dass die Arbeit an der Schule der eigenen Ausbildung vorzuziehen ist. Und ich fragte mich, wie diese Studierenden lernen Mathematik verstehensorientiert zu unterrichten, wenn sie die „Grundlegenden Ideen der Mathematikdidaktik der Primarstufe“ nicht gehört haben. Ich habe für diese Lehrkräfte, die quasi ohne einen Studienabschluss bereits in Schulen arbeiten, jüngst die Bezeichnung „Früheinsteiger“ gehört, die ich als sehr treffend empfinde. Sie stellen sich früh, wenn nicht sogar zu früh der komplexen Herausforderung des Unterrichtens. Ich fragte mich angesichts der Kommentare der Studierenden, ob der Lehrkräftemangel

gerechtfertigt, dass die eigene Ausbildung zur Lehrkraft plötzlich zum Nebenjob, ja sogar zum Nebenspielfeld wird. Im Rahmen einer durchaus repräsentativen Befragung der Universität in Linz (in Österreich wird der Lehrkräftemangel aktuell ebenfalls durch Studierende kompensiert) gaben die Lehramtsstudierenden, die parallel zum Studium bereits in der Schule arbeiteten, an, dass sie im Rahmen ihrer schulischen Aufgaben häufig einem großen Zeitdruck unterliegen und Herausforderungen meistern müssen, auf die sie bisher zu wenig vorbereitet wurden ([www.uibk.ac.at/de/newsroom/2022/lehrkraeftemangel-untergrabt-ausbildung/](http://www.uibk.ac.at/de/newsroom/2022/lehrkraeftemangel-untergrabt-ausbildung/)). Der Druck durch die Doppelbelastung von Studium und zeitgleicher Arbeit in der Schule bleibt für die Studierenden vergleichsweise groß. Die Doppelrolle führt nicht selten dazu, dass sie sich ausgebrannt fühlen. Dies durfte ich im vergangenen Wintersemester ebenfalls erleben, als eine Studentin ihre Bachelorarbeit bei mir abbrach. Ich bestellte sie zu mir in die Sprechstunde und unter Tränen schilderte sie mir, dass sie aufgrund des hohen Krankenstandes aktuell sehr stark an der Schule eingebunden sei und daher keinen Kopf für die Bachelorarbeit habe. Mathematiklehrer:in zu werden lernt man halt nicht „by the way“ und auch nicht wirklich als Nebenjob.

Wenn die Tätigkeiten in der Schule dazu führen, dass die Studierenden ihre Ausbildung nicht angemessen wahrnehmen können, führt dies sicherlich langfristig dazu, dass wir unsere Studierenden mit einem deutlich reduzierten fachlichen und fachdidaktischen Wissen in die vollumfängliche Tätigkeit als Lehrkraft entlassen. Trotz des reduzierten Wissens zählen diese Lehrkräfte nicht zu der Gruppe der fachfremd unterrichtenden Lehrkräfte und stehen dann auch nicht im Mittelpunkt von fachlich fundierten Nachqualifizierungsprogrammen. Aufgrund des großen Lehrkräftemangels werden sie allerdings alle einen Job in der Schule bekommen.

Dem Lehrkräftemangel muss durch kluge Konzepte und Maßnahmen begegnet werden. Lücken mit Studierenden zu füllen ist sicherlich keine kluge Maßnahme und – Gott sei Dank – auch kein Bestandteil der Handlungskonzepte zur Unterrichtsversorgung der einzelnen Bundesländer. An diesen sollten wir uns aus einer fachlichen Perspektive heraus konstruktiv einbringen. Die drei Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU haben daher ein Positionspapier verfasst, in dem der Umgang mit dem Lehrkräftemangel vor allem aus einer fachlichen Perspektive heraus betrachtet und hieraus Maßnahmen abgeleitet werden. Die Sicherstellung von fachinhaltenlichen und fachdidaktischen Qualitätskriterien ist dabei von fundamentaler Bedeutung. Diesbezüglich sind wir uns sicherlich alle einig. Das Positionspapier ist – neben vielen weiteren interessanten Beiträgen – in diesem Heft der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik abgedruckt.

Daniela Götzte (Schriftführerin der GDM)

# Inhalt

---

- 1 Editorial: Früheinsteiger  
 4 Grußwort des 1. Vorsitzenden
- Digitales Lehren und Lernen**
- 5 *Meeri-Liisa Beste, Bianca Wolff und Joaquin Marc Veith*  
 Entwicklung einer Selbstlern-Plattform im Projekt „Digital C@mpus-le@rning“  
 der Universität Hildesheim
- 8 *Rolf Biehler, Michael Liebendörfer und Angela Schmitz*  
 Lernvideos und ihre Erstellung  
 Das Projekt studiVEMINTvideos
- 12 *Frederik Dilling, Marc Herrmann und David Timm*  
 Argumentieren, Problemlösen & Co – Welche prozessbezogenen Kompetenzen werden durch den  
 Einsatz digitaler Medien angesprochen? Ergebnisse einer Schulbuchanalyse zur 7. Jahrgangsstufe
- Magazin**
- 19 *Nils Buchholtz, Lukas Baumanns, Judith Huget, Franziska Peters, Maximilian Pohl  
 und Sebastian Schorcht*  
 Herausforderungen und Entwicklungsmöglichkeiten für die Mathematikdidaktik  
 durch generative KI-Sprachmodelle
- 27 *Natalie Hock*  
 Diagnostizieren und individuell Fördern – Ein „Win-Win-Projekt“  
 (nicht nur) für Lehramtsstudierende und Lernende
- 32 *Sebastian Kuntze, Marita Friesen, Jens Krummenauer, Ceneida Fernández, Lulu Healy, Pere Ivars,  
 Salvador Llinares, Libuše Samková, Karen Skilling, Melania Bernabeu und Felix Schwaderer*  
 Förderung fachdidaktischer Analysekompetenzaspekte mit Vignetten  
 Ein Bericht aus dem EU-Projekt coReflect@maths
- Diskussion**
- 40 *Jürgen Maaß*  
 Anregung zum Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft
- 46 *Antonella Perucca*  
 Multiplying Mathematical Teachers
- Aktivitäten**
- 48 *Marco Böhm, Silke Neuhaus-Eckhardt, Sebastian Geisler und Gerrit Loth*  
 Neues aus der GDM-Nachwuchsvertretung
- 49 *Esther Brunner*  
 Jahresbericht 2022 GDM Schweiz
- 51 Protokoll der Mitgliederversammlung der GDM am 1. 9. 2022  
 55 Einladung zur digitalen Mitgliederversammlung am 12. 5. 2023  
 56 Positionspapier der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik zum  
 IQB-Bildungstrend 2021 für die Primarstufe – Dezember 2022  
 59 Standards einhalten bei der Bekämpfung des akuten Lehrkräftemangels im Fach Mathematik  
 Positionspapier von DMV, GDM und MNU, 23. 11. 2022

**Arbeitskreise**

- 61 *Sarah Beumann und Sebastian Geisler*  
Arbeitskreis: Affekt, Motivation und Beliefs
- 61 *Jascha Quarder und Janina Krawitz*  
Arbeitskreis: Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik
- 63 *Renate Motzer*  
Arbeitskreis: Frauen und Mathematik
- 65 *Barbara Ott, Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Daniel Walter und Gerald Wittmann*  
Arbeitskreis: Grundschule
- 66 *Daniel Sommerhoff und Anke Lindmeier*  
Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik
- 72 *Gert Kadunz*  
Arbeitskreis: Semiotik, Zeichen und Sprache der Mathematikdidaktik

**Tagung**

- 74 *Fabian Rösken*  
Jahrestagung der GDM 2024

**Tagungsberichte**

- 75 *Tanja Hamann, Markus A. Helmerich, David Kollosche, Katja Lengnink und Stefan Pohlkamp*  
Bericht zur Tagung: Mathematische Bildung neu denken –  
Andreas Vohns erinnern und weiterdenken
- 77 *Das lokale Organisationsteam der GDM 2022*  
Das war die Jahrestagung der GDM 2022 „Mathematikdidaktiker\*innen im Dialog“
- 79 *Felix Wlassak, Jennifer Rothe, Susanne Dögnitz, Silvia Schöneburg-Lehnert und Thomas Krohn*  
Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2022 in Leipzig

**Personalia**

- 83 *Fritz Haselbeck und Matthias Brandl*  
Nachruf auf Ludwig Bauer
- 84 *Kerstin Gerlach (geb. Tiedemann)*  
Nachruf auf Heinrich Bauersfeld
- 86 *Thomas Weth*  
Nachruf auf Walther L. Fischer

87 Die GDM/Impressum

88 Hinweise für Autor\*innen

*Bildnachweise der Umschlagseite*

Von links nach rechts und von oben nach unten:

Anke Lindmeier, Uwe Dettmar, Uwe Dettmar, Uwe Dettmar, Uwe Dettmar, Franziska Tilke

## Grußwort des 1. Vorsitzenden

---

Es steht nicht zum Besten um die mathematische Bildung in Deutschland. Das hat der IQB-Bildungsabwärtstrend 2021, der im letzten Herbst veröffentlicht wurde, deutlich aufgezeigt. Ende 2023 werden die Ergebnisse der nächsten PISA-Runde veröffentlicht und es gibt keinerlei Gründe anzunehmen, dass sich die Lage dort ganz anders darstellen wird. Die GDM hat mit einem Positionspapier reagiert und sinnvolle Forderungen aufgestellt, die geeignet erscheinen, dem Trend entgegenzuwirken. Das Problem des Lehrkräftemangels wurde in einer gemeinsamen Stellungnahme mit DMV und MNU thematisiert.

Haben wir als GDM damit genug getan? Was bedeuten die negativen Ergebnisse für uns und unsere Arbeit? Wie bei jeder negativen Leistungsattribution ist die externe Variante die angenehmste: Die Pandemie, allerlei gesellschaftliche Entwicklungen, mangelnde Finanzmittel für das Bildungssystem, die zudem nicht optimal eingesetzt werden. Impulse, wie es besser laufen könnte, haben wir mit unseren Stellungnahmen gegeben. Damit könnte man die Sache zu den Akten legen und zum didaktischen Alltagsgeschäft zurückkehren, aber das Thema hat vielleicht doch noch ein paar Zeilen verdient. Die erste zu stellende Frage ist, ob wir hinreichend sicher sind mit unseren Empfehlungen. In vielen Studien ist der follow-up-Test, wenn es überhaupt einen gibt, einige Wochen nach der Intervention. Es könnte natürlich sein, dass es Ideen gibt, die kurzfristig gut funktionieren, aber langfristig kontraproduktiv sind, weil sie Vorstellungsumbrüche nach sich ziehen, die auf anderen Wegen vermeidbar gewesen wären. Es wäre wünschenswert, wir hätten eine gute Zusammenstellung der über solche Zweifel erhabenen didaktischen Erkenntnisse. Aber auch auf dem aktuellen Wissensstand kann die Didaktik vieles fundiert sagen. Wird es auch gehört? Ich denke, zu wenig. Die GDM hat mit der Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis einen Weg etabliert, auf dem didaktische Erkenntnisse in die schulische Praxis kommen können (das ist wichtig und der Kanal sollte noch mehr befüllt und genutzt werden). Einen analogen Ausgabekanal in die Politik hinein haben wir nicht. Kurz gesagt: Brauchen wir eine bessere Öffentlichkeitsarbeit? Ich würde sagen: Ja – auch wenn mir noch nicht klar ist, wie man dies am besten ge-

staltet. Dass eine bessere Darstellung der Mathematikdidaktik in der (politischen) Öffentlichkeit gebraucht wird, haben Reaktionen auf den oben schon erwähnten IQB-Bildungstrend gezeigt. Im Anschluss an dessen Veröffentlichung gab Daniela Götze der Welt ein Interview, in dem sie die Ergebnisse des Bildungstrends eingeordnet hat. Sie hat dabei die komplexe Materie sachlich, korrekt und allgemeinverständlich dargestellt. Man könnte erwarten, dass das allgemein anerkannt wird. Aber die Leser-Kommentare unter dem Interview lassen befürchten, dass auch die Mathematikdidaktik nicht sicher davor ist, zum Gegenstand der hate-speech-Unkultur zu werden. Dass es offensichtlich einen gewissen Prozentsatz der Bevölkerung gibt, der glaubt, die Ergebnisse seien nicht trotz, sondern wegen didaktischer Anstrengungen so schlecht, sollte uns nicht nur ärgern, sondern motivieren, das öffentliche Verständnis für unser Verständnis von gutem Mathematikunterricht zu befördern. Bildungspolitik betrifft so viele Wahlberechtigte, dass es in einer Demokratie durchaus zum großen Thema werden kann und die tatsächliche oder von Politiker\*innen (re)konstruierte Mehrheitsmeinung beeinflusst Schulorganisation und Lehrpläne, Lehrkräfteausbildung und Bmbf-Ausschreibungen. All das kann uns nicht egal sein. Wir müssten es also schaffen, unsere Ziele besser zu erklären und besser zu vermitteln, auf welchen Erkenntnissen sie beruhen. Vielleicht brauchen wir einen Harald Lesch der Mathematikdidaktik? Oder auf Spiegel-Online eine Kolumne „Um die Rechenmauer gedacht“? Oder ein Fernseh-Kulturmagazin „Aspekte und Grundvorstellungen“? Schön wär's. Um aber ganz ernst zu schließen: Wer von Ihnen eine gute Idee hat, die beitragen kann, die beklagten Dinge zu verbessern, ist herzlich eingeladen, sich beim Vorstand zu melden. Unsere neue Homepage bietet mit dem Blog eine Möglichkeit, unsere Aktivitäten und Erkenntnisse nicht nur in der eignen Gesellschaft publik zu machen. In diesem Sinne wünsche ich Ihnen, reichlich verspätet, ein gutes Jahr 2023.

Reinhard Oldenburg  
(1. Vorsitzender der GDM)

## Entwicklung einer Selbstlern-Plattform im Projekt „Digital C@mpus-le@rning“ der Universität Hildesheim

Meeri-Liisa Beste, Bianca Wolff und Joaquin Marc Veith

Die „Fähigkeit, sich selbst neue Themen zu erschließen und diese reflexiv auf das eigene Können zu beziehen, [kommt] angesichts der schnellen Weiterentwicklung und Erneuerung beruflichen Wissens sowie der längeren Lebensarbeitszeiten eine große Bedeutung zu“ (Armborst-Weihs, Böckelmann, & Halbeis, 2018, S. 10). Weshalb eine Implikation von selbstgesteuertem Lernen auch in die Hochschulbildung zukünftiger Mathematiklehrkräfte unabdingbar erscheint. Diese Bedeutung spiegelt sich wider in einer zunehmenden Anzahl an Projekten und Lern-Apps, die selbstständiges Lernen in ihr Zentrum stellen – etwa *colette* mit dem Ziel der Förderung von computational thinking im Mathematikunterricht (Läufer, Stäter, & Ludwig, 2022) oder dem LEGO Projekt (Schönau, 2018). Solche digitalen Lernumgebungen bieten dabei diverse didaktische Potentiale wie Visualisierbarkeit, Interaktivität, Individualisierbarkeit und Adaptierbarkeit (Leutner, 2002; Middendorf, 2022; Sporis, 2004).

Zusätzlich wächst der Anspruch, „dass das Studium mit verschiedensten Lebenssituationen vereinbar ist und auf unterschiedliche Voraussetzungen Rücksicht nimmt“ (Armborst-Weihs, Böckelmann, & Halbeis, 2018, S. 11), da die Heterogenität der Studierenden im Allgemeinen und der Lehramtsstudierenden im Speziellen zugenommen hat (Hanft, 2015; Reifenberg, 2021). Hieraus wächst die Notwendigkeit der Entwicklung von Angeboten neben standardisierten Präsenzveranstaltungen.

Um dieser steigenden Diversifizierung der Studierendenschaft gerecht zu werden, wird an der Universität Hildesheim unter dem Namen Digital C@mpus-Learning ein von der Stiftung „Innovation in der Hochschullehre“<sup>1</sup> gefördertes Projekt ins Leben gerufen, welches unter anderem eine innovative digitale Lernumgebung gestaltet. Studierende des Lehramtes Mathematik für Grund-, Haupt- und Realschulen sollen parallel zu fachmathematischen und fachdidaktischen Vorlesungen innerhalb dieser arbeiten und lernen können. Die Lernumgebung soll es ermöglichen selbständig Wissen zu konstruieren und die Evaluation des eigenen Lernerfolgs abzulesen (Middendorf, 2022).

### Projekt „Digital C@mpus-Learning“

#### *Beschreibung der Projektidee*

Die grundlegende Idee der SELF-le@rning Plattform<sup>2</sup> besteht in der Entwicklung und Umsetzung von Microteaching-Konzepten. Für die Fächer Mathematik, Informatik und Psychologie soll dies mit sogenannten Nanomodulen realisiert werden, die später genauer erläutert werden. Grundsätzlich ist das Ziel und die Vision des Teilprojekts den Studierenden eine Möglichkeit zu eröffnen eigenständige Inhaltsselektionen im Wunschgebiet vorzunehmen. Das gelernte Wissen soll mit einer Lernzielkontrolle geprüft und so Feedback zu individuellen Lerngebieten gegeben werden. Durch die Methode der Nanomodule werden neue Möglichkeiten geboten das Lerntempo selbstständig zu gestalten. Die Plattform soll als ergänzendes Angebot zum Studium angeboten werden, um individuell Themenbereiche wiederholen und vertiefen zu können.

#### *Entwicklung der Lernplattform*

Der Begriff Nanomodule bezeichnet kurze online-Lerneinheiten zu den zentralen Grundlagen der Fachmathematik und Mathematikdidaktik. Diese werden den Studierenden für Selbstlernphasen zur Verfügung gestellt, indem sie die Inhalte als ergänzendes Angebot neben dem Studium nutzen können. So können zum Beispiel Inhalte von Vorlesungen und Seminaren wiederholt oder zur Vorbereitung für Prüfungen und Hausarbeiten genutzt werden.

Ein Nanomodul besteht aus einer fünf bis zehnmütigen Lerneinheit, die sich jeweils durch ein Lern- und ein Prüfungselement auszeichnet. Das Lernelement gibt zentrale Inhalte eines einzelnen Themas wieder, welche durch das Prüfungselement abgefragt werden. Über eine zusätzliche Feedback-Funktion werden den Lernenden jeweils in Abhängigkeit von den gegebenen Antworten Tipps, Vorschläge oder Hinweise gegeben. Die Nanomodule können in einem Lernpfad entweder vom System individuell empfohlen und erstellt oder vom Benutzenden selbstständig festgelegt werden.

<sup>1</sup> Projekt gefördert von Stiftung Innovation in der Hochschullehre (unter: [stiftung-hochschullehre.de](http://stiftung-hochschullehre.de))

<sup>2</sup> [www.uni-hildesheim.de/digital-campus-learning/self-learning/](http://www.uni-hildesheim.de/digital-campus-learning/self-learning/)

Für den Bereich der Mathematik sollen sowohl drei fachwissenschaftliche Veranstaltungen (Geometrie, Algebra und Analysis) und drei fachdidaktische Veranstaltungen (Didaktik der Geometrie, Didaktik der Algebra und Didaktik des funktionalen Denkens) umgesetzt werden. Die Veranstaltungen werden so fein gegliedert, dass verschiedene Ebenen entstehen, die die Inhalte in unterschiedlicher Tiefe behandeln. So kann das System den verschiedenen Nutzergruppen angepasste Lernpfade vorschlagen. Zu den Inhalten werden Lernvideos sowie passende Prüfungselemente konzipiert und erstellt. Anspruchsniveau der Prüfungselemente liegt dabei im Bereich vom Erinnern, Verstehen und Anwenden (Anderson & Krathwohl, 2001), sodass hier verschiedene Anforderungsniveaus bedient werden können.

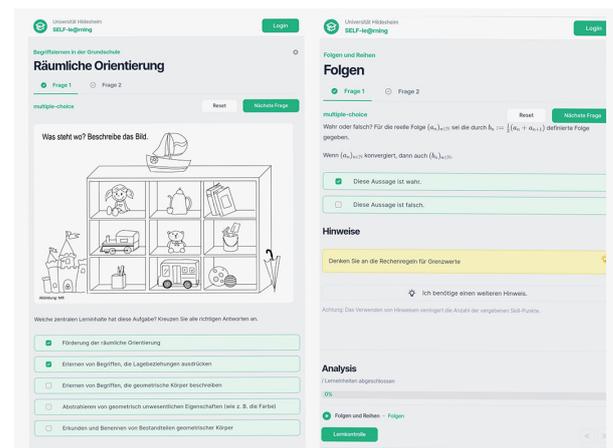
### Erster Einblick

Die Selbstlernplattform wird in enger Zusammenarbeit von dem Bereich der Informatik entwickelt. Zusammen werden Notwendigkeiten der graphischen Benutzeroberfläche erarbeitet und mit Fokusgruppen erörtert. Fokusgruppen bestehen aus für die Fächer relevanten repräsentativen Personenkreisen. Diese Fokusgruppen sollen das Projekt bei der Entwicklung unterstützen und den Blick für die zukünftige Benutzergruppen eröffnen. Zum aktuellen Stand wurden innerhalb jeder Fokusgruppe leitfadengestützte Interviews geführt, über deren Auswertung wir in einem künftigen Beitrag berichten werden. Es wurden unter anderem für die Entwicklung relevante Aspekte untersucht und erhoben, etwa zum Umfang der intendierten Nutzung und dem Erwartungshorizont unserer Zielgruppen.

### Struktur der Prüfungselemente

Die fachdidaktischen Prüfungselemente thematisieren einerseits mathematikdidaktische Theorien und Modelle sowie andererseits schulpraktische Aufgaben.<sup>3</sup> Die Prüfungselemente sind so gestellt, dass gleichermaßen Erinnern wie Verstehen von fachdidaktischen Theorien und Modellen im Vordergrund stehen. Durch die schulpraktischen Aufgaben soll dieses Wissen auf einen praxisbezogenen Kontext angewendet werden. Die fachmathematischen Prüfungselemente orientieren sich hingegen vornehmlich am regulären Übungsangebot des Mathematikstudiums, d. h. die in den einschlägigen Vorlesungen etablierten Begrifflichkeiten werden in unterschiedlicher Tiefe und unterschiedlichen Kontexten behandelt. Die Aufgabenformate sind in beiden Disziplinen vergleichbar mit denen der

Open-source Learning Plattform Moodle<sup>4</sup> – Multiple Choice Aufgaben werden gemischt mit Drag-and-drop Zuordnungen, Wahr/Falsch Aufgaben sowie Lückentexte und freie Antworten, die von einem CAS ausgewertet werden. Um sicherzustellen, dass Lernende auch zum Ziel gelangen, werden dabei nach User-Wunsch schrittweise Lösungsdetails und Hinweise eingeblendet. Eine Beispielaufgabe zu jeweils einem fachmathematischen und einem fachdidaktischen Aspekt ist in der folgenden Abbildung dargestellt.



Links: Beispiel eines Prüfungselements auf dem Prototypen der Selbstlernplattform aus der Veranstaltung Didaktik der Geometrie. Rechts: Beispiel aus der fachmathematischen Veranstaltung Analysis.

### Ausblick

Eine erste Pilotierung des Prototyps ist für das Sommersemester 2023 vorgesehen. Dabei werden sowohl (a) die feingliedrige Strukturierung der Veranstaltungsinhalte in Nanomodule als auch (b) die hinter den Selbstlernaufgaben stehenden fachdidaktischen Konzeptionen evaluiert. Ziel ist es, den Funktionsumfang der Lernplattform im Sinne des Design-Based-Research Paradigmas in sich wiederholenden Zyklen aus Implementation und Evaluation sukzessive zu erweitern und zu optimieren (Barab & Squire, 2009; Bereiter, 2002; Oh & Reeves, 2010). Ergänzend soll qualitatives Nutzerfeedback aus Akzeptanzbefragungen dazu beitragen, Benutzeroberfläche und Bedienungsmöglichkeiten adressatengerecht zu designen (W., 1992):

Eine im Hinblick auf Produktoptimierung im DBR-Sinne besonders gut geeignete Untersuchungsmethode ist die von Jung und Wiesner

<sup>3</sup> Mathematikaufgaben, welche Schülerinnen und Schüler zur Bearbeitung eines Themas im Unterricht erhalten könnten.

<sup>4</sup> Siehe [moodle.org](https://moodle.org).

Mitte der 80er entwickelte Akzeptanzbefragung. (Tobias, Waltner, Hopf, Wilhelm, & Sen, 2010, S. 7)

Auf diese Weise soll sichergestellt werden, dass das entwickelte Lernangebot besonders zugänglich und niederschwellig ist (Wiener, Schmeling, & Hopf, 2018; Steffe & Thompson, 2000).

Am Ende der Projektlaufzeit im Sommersemester 2024 werden den Studierenden der Stiftung Universität Hildesheim hiermit zahlreiche Möglichkeiten zur Weiterbildung, Unterstützung, Begleitung und Wissensvertiefung parallel zum bestehenden Vorlesungsangebot zur Verfügung gestellt und eine Öffnung für weitere Fokusgruppen (etwa fachfremde Lehrkräfte) anvisiert – ein weiterer Schritt in Richtung einer vielfältigen und diversifizierten Lernlandschaft.

#### Literatur

- Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing*. Longman.
- Armborst-Weihs, K., Böckelmann, C., & Halbeis, W. (2018). *Selbstbestimmt lernen – Selbstlernarrangements gestalten. Innovationen für Studiengänge und Lehrveranstaltungen mit kostbarer Präsenzzeit*. Münster: Waxmann.
- Barab, S., & Squire, K. (2009). Design-based research: Putting a stake in the ground. *Journal of the Learning Sciences*, pp. 1–14.
- Bereiter, C. (2002). Design research for sustained innovation. *Cognitive Studies*, pp. 321–327.
- Hanft, A. (2015). Heterogene Studierende – homogene Studienstrukturen. In A. Hanft, O. Zawacki-Richter, & W. Gierke, *Herausforderung Heterogenität beim Übergang in die Hochschule*. Münster: Waxmann.
- Läufer, T., Stäter, R., & Ludwig, M. (2022). Das Projekt < colette/ >: Computational Thinking (auch) im Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*(Nr. 113 (2022)).
- Leutner, D. (2002). Adaptivität und Adaptierbarkeit multimedialer Lehr- und Informationssysteme. In L. Issing, & P. Klimsa, *Information und Lernen mit Multimedia und Internet: Lehrbuch für Studium und Praxis*. Weinheim: Beltz.
- Middendorf, W. (2022). *Digitale Lernumgebungen – Didaktische Möglichkeiten und praktische Fragen*. Von [www.pedocs.de/volltexte/2022/24223/pdf/Middendorf\\_2022\\_Digitale\\_Lernumgebungen.pdf](http://www.pedocs.de/volltexte/2022/24223/pdf/Middendorf_2022_Digitale_Lernumgebungen.pdf) abgerufen
- Oh, E., & Reeves, T. (2010). The implications of the differences between design research and instructional systems design for educational technology researchers and practitioners. *Educational Media International*, pp. 263–275.
- Reifenberg, D. (2021). Keine homogene Gruppe: Wie die Vielfalt von Hochschulabsolvent\*innen mit einem Heterogenitätsindex erfasst werden kann. In G. Fabian, C. Flöther, & D. Reifenberg, *Generation Hochschulabschluss: Neue und alte Differenzierung. Ergebnisse des Absolventenpanels 2017*. Waxmann: Münster.
- Schönau, H. (2018). *Implementierung und Evaluation eines E-Learning-Konzeptes in gesundheitspädagogischen Studiengängen an der Pädagogischen Hochschule Freiburg L.E.G.O. – Lernen ernährungswissenschaftlicher Grundlagen online*. Abgerufen am 24. November 2022 von Pädagogische Hochschule Freiburg: [phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/735/file/Dissertation\\_Sch%c3%b6nau\\_2018.pdf](http://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/735/file/Dissertation_Sch%c3%b6nau_2018.pdf)
- Sporis, F. (2004). Der Einsatz digitaler Medien in stark standardisierten Lehrveranstaltungen. Ein empirischer Bericht aus dem Bereich Rechnungswesen. In D. Carstensen, & B. Barrios, *Campus 2004. Kommen die digitalen Medien an den Hochschulen in die Jahre?* (S. 298–308). Münster: Waxmann.
- Steffe, L., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology. *Research in Mathematics and Science Education*, pp. 267–306.
- Tobias, V., Waltner, C., Hopf, M., Wilhelm, T., & Sen, A. I. (2010). *Dynamik in den Mechanikunterricht*. Hannover: DPG Frühjahrstagung 2010.
- W., J. (1992). Probing acceptance, a technique for investigating learning difficulties. *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, pp. 278–295.
- Wiener, G. J., Schmeling, S. M., & Hopf, M. (2018). The technique of probing acceptance as a tool for teachers' professional development: A PCK study. *Journal of Research in Science Teaching*, S. 849–875.
- Meeri-Liisa Beste, Universität Hildesheim  
E-Mail: [beste@imai.uni-hildesheim.de](mailto:beste@imai.uni-hildesheim.de)
- Bianca Wolff, Universität Hildesheim  
E-Mail: [bianca.wolff@imai.uni-hildesheim.de](mailto:bianca.wolff@imai.uni-hildesheim.de)
- Joaquin Marc Veith  
E-Mail: [veith@imai.uni-hildesheim.de](mailto:veith@imai.uni-hildesheim.de)

# Lernvideos und ihre Erstellung

## Das Projekt studiVEMINTvideos

Rolf Biehler, Michael Liebendörfer und Angela Schmitz

Lernvideos spielen spätestens seit Beginn der Covid-19-Pandemie eine große Rolle beim Mathematiklernen sowohl von Schülerinnen und Schülern als auch von Studierenden. Im Projekt studiVEMINTvideos wurden in den letzten drei Jahren Lernvideos produziert, die das interaktive Online-Vorkursmaterial von studiVEMINT ([orca.nrw/kurse/studivemint](https://orca.nrw/kurse/studivemint)) anreichern. Die meisten der entwickelten Videos sind auch ohne den Kurskontext nutzbar und werden sukzessive auf YouTube veröffentlicht ([www.youtube.com/@studivemint](https://www.youtube.com/@studivemint)). Idealerweise verbindet man das Lernen aus den Videos mit der Bearbeitung von Aufgaben im Material. In ca. 300 Videos werden die wichtigsten Inhalte des Schulstoffs von Rechengesetzen für reelle Zahlen bis zum Abiturstoff vermittelt. Die Zielgruppe umfasst zunächst angehende Studierende, die ihr Wissen auffrischen wollen. Die Videos können aber gleichermaßen auch im Studium oder teils schon in der Schule sinnvoll eingesetzt werden. Wir berichten hier sowohl über das Material als auch Erfahrungen aus der Produktion. Das Material wird derzeit Zug um Zug veröffentlicht. Bis Ende Februar 2023 werden alle Videos kostenlos in CC-BY-SA-Lizenz verfügbar sein.

### Hintergrund: Der Online-Vorkurs studiVEMINT

Mathematik ist in vielen Studienfächern von elementarer Bedeutung. Solide Schulkenntnisse werden insbesondere in den WiMINT-Studiengängen vorausgesetzt. Bekanntermaßen bringen aber nicht alle Erstsemester-Studierenden das nötige Wissen mit, sodass Vorkurse für Mathematik schon lange an vielen Hochschulen etabliert sind (siehe z. B. Bausch, Biehler, Bruder, Fischer, Hochmuth, Koepf, Schreiber & Wassong, 2014). An der Universität Paderborn wird dafür schon seit Jahren der Online-Vorkurs studiVEMINT ([go.upb.de/studivemint](https://go.upb.de/studivemint)) weiterentwickelt und eingesetzt, sowohl in Blended-Learning-Formaten als auch für reines E-Learning (Gold et al., 2021). Das Material umfasst sowohl Erklärungen und Visualisierungen als auch Applets und Aufgaben, die im Selbststudium genutzt werden können. Damit kann Schulmathematik selbstständig wiederholt oder auch neu gelernt werden. Der Kurs unterstützt angehende Studierende somit bei der Studienvorbereitung und dem Einstieg und erleichtert den schwierigen Übergang von der

Schule ins Studium. Die Lerneinheiten von studiVEMINT stellen eine Weiterentwicklung der seit über einem Jahrzehnt erprobten, kontinuierlich evaluierten und weiterentwickelten Vorkursmaterialien des VEMINT-Projektes dar (Bausch, Biehler, Bruder, Fischer, Hochmuth, Koepf & Wassong, 2014; [www.vemint.de](https://www.vemint.de)). Einige Einheiten wurden für studiVEMINT neu entwickelt.

Der studiVEMINT-Kurs gliedert sich in 13 Lerneinheiten, die alle Themengebiete der Schulmathematik abdecken, die für den Einstieg in mathematikhaltige Studiengänge an Universitäten und Fachhochschulen notwendig sind, siehe Tabelle 1. Die Strukturierung orientiert sich an den Studichecks für Mathematik, die zum Selbsttest Studieninteressierten und Studienanfängern zur Verfügung stehen. Sie wurden ursprünglich in NRW entwickelt und werden seit einiger Zeit auf dem Portal der Bundesanstalt für Arbeit angeboten ([studiencheck.de](https://studiencheck.de)). Dort festgestellte Lücken können in einem direkten Einstieg in das Lernmaterial geschlossen werden.

Das Design beruht nicht nur auf den Anforderungen der Studichecks Mathematik, sondern auch auf dem Mindestanforderungskatalog der COSH-Gruppe (Version 2.0), den Bildungsstandards und Kernlehrplänen aus NRW sowie didaktischen Analysen zum Übergang Schule-Hochschule und den Erfahrungen und Materialien aus dem VEMINT-Projekt.

### Das Projekt studiVEMINTvideos

#### *Das Projektvorhaben*

Im Oktober 2019 startete das Projekt studiVEMINTvideos in Kooperation der Universität Paderborn (UPB, Projektleitung Prof. Dr. Rolf Biehler und Prof. Dr. Michael Liebendörfer) und der TH Köln (Projektleitung Prof. Dr. Angela Schmitz). Ziel des Projekts ist die Anreicherung des studiVEMINT-Materials mit Videos. Im Zuge der Entwicklung sollte dabei die Gestaltung der Videos evaluiert und optimiert werden. Das Projekt wird vom Ministerium für Kultur und Wissenschaft des Landes Nordrhein-Westfalen gefördert. Aktuell arbeiten Janina Dierkes (TH Köln), Dominik Guntermann (UPB), Erik Hanke (TH Köln), Lilian Hermann (UPB), Sandra Krämer (UPB), Tobias Mai (UPB), Dr. Angelo Profeta (TH Köln) und Sarah Schlüter (UPB) im Projekt.

Tabelle 1. Lerneinheiten im studiVEMINT-Kurs

LE 1	Rechenregeln und -gesetze	LE 8	Höhere Funktionen
LE 2	Rechnen mit rationalen Zahlen	LE 9	Differentialrechnung
LE 3	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	LE 10	Integralrechnung
LE 4	Terme und Gleichungen	LE 11	Lineare Gleichungssysteme
LE 5	Elementare Funktionen	LE 12	Vektoren und Analytische Geometrie
LE 6	Elementare Geometrie	LE 13	Stochastik
LE 7	Trigonometrie		

Der Anspruch an die Videos lässt sich in fünf Punkte gliedern.

1. Die Videos sollen eine Brücke zwischen Schule und Hochschule bilden. Fachlich soll dabei an die Hochschulmathematik angeschlossen werden, indem Konzepte definiert werden, Sätze stets mit ihren Voraussetzungen genannt und solide begründet, in der Regel sogar bewiesen werden, und die Fachsprache bzw. Symbolik bereits der Hochschulmathematik angenähert ist.
2. Die Videos werden kohärent in die bestehende Lernumgebung des studiVEMINT-Kurses eingebunden, sodass neben den Videos begleitende Texte, Visualisierungen und Aufgaben existieren.
3. Das Lernmaterial soll möglichst kognitiv aktivierend sein. Dafür werden reichhaltige Verbindungen zwischen den Inhalten geschaffen, Fehlvorstellungen aufgegriffen und Aktivitäten direkt in den Videos platziert (mittels des H5P-Tools) oder über Applets und Aufgaben, die im Anschluss bearbeitet werden sollen, direkt damit verzahnt.
4. Entsprechend gängiger Design-Prinzipien für Lernvideos sollten kurze Videos (möglichst unter 10 Minuten) produziert werden, die auf einzelne Lernziele fokussiert sind, welche explizit genannt werden.
5. Die Selbststeuerung im Online-Kurs sollte über Übersichtsvideos für die einzelnen Themengebiete

und wiedererkennbare Video-Typen erleichtert werden.

#### *Erfahrungen aus der Video-Produktion*

Die Produktion der ca. 300 Videos erforderte ein Vorgehen nach festen Mustern. Hier sind sicherlich verschiedene Vorgehensweisen möglich. Wir beschreiben den Ansatz, der sich zumindest in unserem Projekt als praktikabel erwiesen hat.

Zunächst wurden die zu erstellenden Videos in feste Typen gegliedert (Abbildung 1). Zur Unterstützung der Selbststeuerung im Lernmaterial wurden Einführungsvideos produziert, die entweder als Orientierungsvideo den Überblick über eine gesamte Lerneinheit geben oder als Einstiegsvideo in ein Kapitel innerhalb einer Lerneinheit einführen. In Theorievideos wurden entweder Begriffe eingeführt (Begriffsvideo), Begründungen für Sätze gegeben (Begründungsvideo) oder abstrakte Inhalte an Beispielen verdeutlicht (Illustrationsvideo). Dazu wurden als Praxisvideos mit hohem Aufforderungscharakter Aufgabenvideos produziert, die jeweils das mögliche Vorgehen, oft mit ergänzenden Hinweisen zu sinnvollen Strategien, und Lösungen thematisieren.

Für diese Videotypen wurden feste Schemata für die Struktur der Videos erarbeitet. Die Schemata sollten nicht völlig starr angewendet werden,

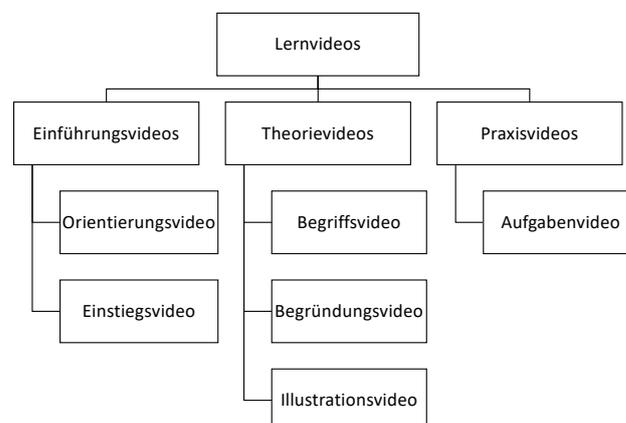


Abbildung 1. Videotypen im Projekt studiVEMINTvideos



LE 10 | Rotationskörper | Aufgabe

Wir betrachten die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$  auf dem Intervall  $[-2, 2]$ .  
Bei der Rotation des Graphen der Funktion  $f$  um die  $x$ -Achse entsteht ein Körper.  
Bestimmen Sie das Volumen des Körpers.

Bestimme das Volumen  $V$  des Körpers.  
(Trage den Wert als Dezimalzahl ein und runde auf die zweite Nachkommastelle.)

$V =$

**Volumenformel für Rotationskörper**  
Sei  $f$  eine stetige Funktion auf dem Intervall  $[a, b]$ .  
Bei der Rotation des Graphen der Funktion  $f$  um die  $x$ -Achse entsteht ein Körper mit dem Volumen

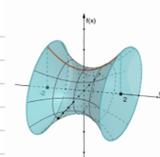
$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$


Abbildung 3. Aufgabenvideo mit H5P-Interaktion

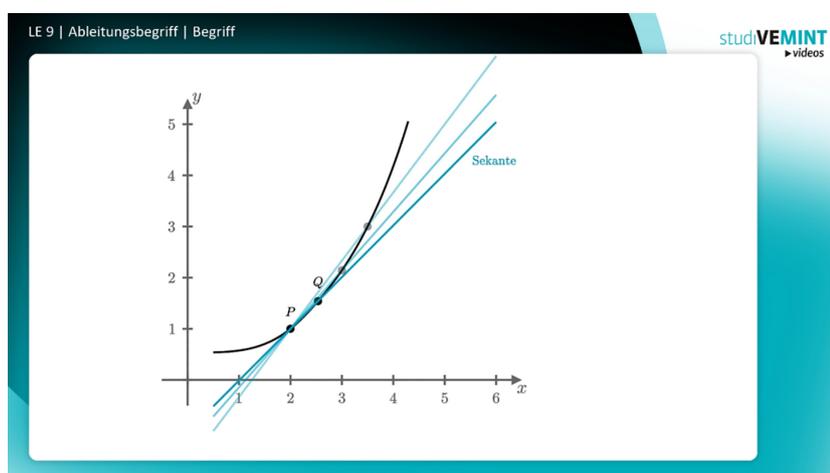


Abbildung 4. Begriffsvideo mit Manim-Animation

### Barrierefreiheit

Da Inklusion ein wichtiger Bestandteil offener Lehre ist, wurde bei der Erstellung der Videos auf Barrierefreiheit geachtet. Für alle Videos werden von uns manuell Untertitel erzeugt, um die Videos nutzbar für Menschen mit Höreinschränkungen zu machen. Die Herausforderung der Untertitelung von mathematikerklärenden Videos liegt darin, dass es keine Regelung dazu gibt, wie mathematische Formeln in Untertitel eingebaut werden, wenn das Untertitelprogramm keine Formeleditoren unterstützt, beziehungsweise wenn der Videoplayer diese nicht darstellen kann. Dafür haben wir eine Nomenklatur entwickelt, so dass alle Untertitel in gleicher Weise dargestellt werden, und mit der eine mathematisch korrekte Darstellung möglich ist. Bei der gewählten Form der Untertitel wird zudem das Erkennen der ersichtlichen Aussprache als ein didaktischer Mehrwert erachtet (Abbildung 5), da Lernende mit oder ohne Höreinschränkung zugleich besser lernen können, wie die gegebenenfalls unbekanntes Zeichen zu lesen oder sprechen sind.

### Materialien für die freie Nutzung



Der komplette studivEMINT-Kurs ist über das Portal Orca.NRW ([www.orca.nrw/kurse/studivemint](http://www.orca.nrw/kurse/studivemint)) frei zugänglich und durch seine CC-BY-SA-Lizenz auch für Dritte vielfältig nutzbar. Die Lizenz erlaubt es auch, einzelne Teile

wie Videos in eigenes Lernmaterial zu integrieren.

Um die Videos leichter direkt zu erreichen, stellen wir sie auch auf YouTube ([www.youtube.com/@studivemint](http://www.youtube.com/@studivemint)) ein. Über den QR-Code kommt man direkt zum Kanal studivEMINT.

Die Veröffentlichung des Materials hat begonnen und wird bis Ende Februar 2023 abgeschlossen sein.

### Hinweis zum Abschluss

Zum Projektabschluss findet am 28.2.2023 ein Workshop an der Universität Paderborn statt. Dort

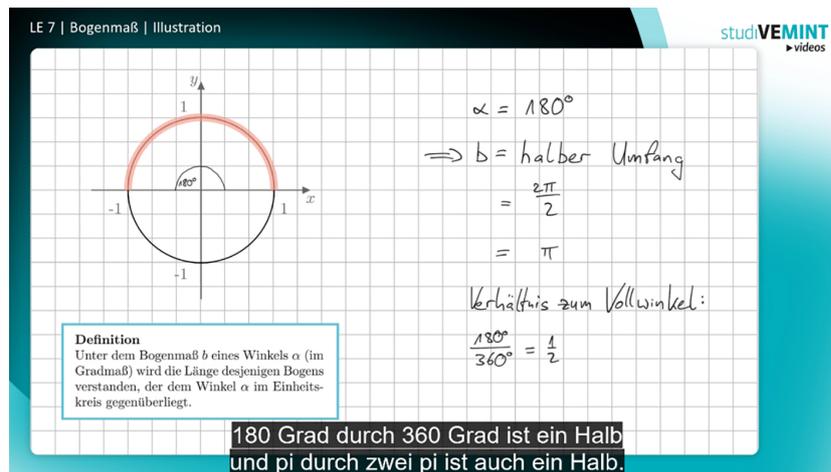


Abbildung 5. Illustrationsvideo mit Untertiteln

sollen sowohl die Frage nach der Verwendung des Materials in verschiedenen Kontexten als auch die Erfahrungen aus der Produktion der Lernvideos thematisiert werden. Ferner soll der Workshop dem Austausch und der Vernetzung von Projekten dienen, die mit der Entwicklung mathematischer Erklärvideos befasst sind. Einschlägige Projekte können sich im Rahmen des Workshops vorstellen. In der Reihe der khdm-Reports ist im Nachgang eine Tagungsdokumentation geplant.

#### Literatur

- Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., Schreiber, S., & Wassong, T. (2014). *Mathematische Vor- und Brückenkurse*. Springer Fachmedien. DOI:10.1007/978-3-658-03065-0
- Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., & Wassong, T. (2014). VEMINT – Interaktives Lernmaterial für mathematische Vor- und Brückenkurse. In Bausch et al. (Hrsg.) *Mathematische*

*Vor- und Brückenkurse* (S. 261–276). Springer Spektrum.

DOI:10.1007/978-3-658-03065-0\_18

- Gold, A., Fleischmann, Y., Mai, T., Biehler, R., & Kempen, L. (2021). Die Online-Lernmaterialien im Online-Mathematikvorkurs studiVEMINT: Konzeption und Ergebnisse von Nutzer- und Evaluationsstudien. In R. Biehler, A. Eichler, R. Hochmuth, S. Rach, & N. Schaper (Hrsg.), *Lehrinnovationen in der Hochschulmathematik: Praxisrelevant – didaktisch fundiert – forschungsbasiert* (S. 365–397). Springer. DOI:10.1007/978-3-662-62854-6\_16

Rolf Biehler, Universität Paderborn

E-Mail: [biehler@math.upb.de](mailto:biehler@math.upb.de)

Michael Liebendorfer, Universität Paderborn

E-Mail: [michael.liebendoerfer@math.upb.de](mailto:michael.liebendoerfer@math.upb.de)

Angela Schmitz, TH Köln

E-Mail: [angela.schmitz@th-koeln.de](mailto:angela.schmitz@th-koeln.de)

## Argumentieren, Problemlösen & Co – Welche prozessbezogenen Kompetenzen werden durch den Einsatz digitaler Medien angesprochen? Ergebnisse einer Schulbuchanalyse zur 7. Jahrgangsstufe

Frederik Dilling, Marc Herrmann und David Timm

Mit der Einführung der bundesweit geltenden Bildungsstandards durch die Kultusministerkonferenz der Länder (kurz: KMK) in den Jahren 2003 und 2004 wurden für die Kernfächer, darunter auch die Mathematik, Kompetenzen festgelegt, welche die Lernenden bis zu festen Zeitpunkten innerhalb des

schulischen Lernens entwickeln sollten. Mit der Orientierung auf diese Kompetenzen wurde neben der Vermittlung von fachinhaltlichem Wissen auch die Vermittlung vernetzten Wissens und allgemeiner Fähigkeiten und Fertigkeiten zur Bewältigung überfachlicher Herausforderungen in den Fokus

des Unterrichts gestellt. Der Begriff der Kompetenz bezeichnet hierbei die Fähigkeit, Wissen und Können in den jeweiligen Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden. Für das Fach Mathematik werden diese Kompetenzen in inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen aufgeteilt. Innerhalb dieser Studie sind hierbei vor allem die prozessbezogenen Kompetenzen von Relevanz. Diese sind:

- Mathematisch argumentieren
- Mathematisch kommunizieren
- Probleme mathematisch lösen
- Mathematisch modellieren
- Mathematisch darstellen
- Mit mathematischen Objekten umgehen
- Mit Medien mathematisch arbeiten  
(KMK 2022, S. 7)

Die letztgenannte Kompetenz wurde erst mit den neuen Bildungsstandards 2022 hinzugefügt, während die vorherigen sechs Kompetenzen in den Bildungsstandards von 2003 als allgemeine mathematische Kompetenzen bereits vorhanden waren (KMK, 2004, S. 8). Die Kompetenzen werden wie folgt expliziert:

*K1 Mathematisch argumentieren:* Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise), als auch das Erläutern, Prüfen und Begründen von Lösungswegen und das begründete Äußern von Vermutungen (KMK 2022, S. 9).

*K2 Mathematisch kommunizieren:* Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen bzw. Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache (KMK 2022, S. 10).

*K3 Probleme mathematisch lösen:* Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heuristiken sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege (KMK 2022, S. 11).

*K4 Mathematisch modellieren:* Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mit Hilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathe-

matischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation (KMK 2022, S. 11).

*K5 Mathematisch darstellen:* Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen und Vernetzen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen – der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen, verbal-sprachlichen Darstellung. (KMK 2022, S. 12).

*K6 Mit mathematischen Objekten umgehen:* Diese Kompetenz beinhaltet das verständige Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen sowie in der Geometrie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel. (KMK 2022, S. 13).

*K7 Mit Medien mathematisch arbeiten:* Mathematische Bildung in der digitalen Welt umfasst: Fachliche Kompetenzen digital zu fördern und digitale Kompetenzen fachlich zu fördern. Darüber hinaus sollte ein Beitrag geleistet werden zur digitalen personalen Bildung, um Mathematik für die kritische Rezeption von Alltagsmedien zu nutzen. Dazu gehört der Umgang analoger Medien [...] im Verbund mit digitalen Medien. (KMK 2022, S. 13).

Für jede dieser Kompetenzen werden die drei Anforderungsbereiche *Reproduzieren*, *Zusammenhänge herstellen* und *Verallgemeinern und Reflektieren* unterschieden. Der Bereich *Reproduzieren* umfasst die „Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang“ (KMK 2022, S. 9). Im Bereich *Zusammenhänge herstellen* werden das selbstständige Auswählen, Anordnen, Darstellen und Bearbeiten bekannter Sachverhalte durch die Verknüpfung von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten gefordert (KMK 2022, S. 9). Die Bearbeitung komplexer oder unbekannter Sachverhalte durch die selbstständige Auswahl geeigneter Arbeitstechniken, mit dem Ziel zu eigenen Lösungen, Wertungen oder Interpretationen zu gelangen umfasst der dritte Anforderungsbereich. Die einzelnen Anforderungsbereiche werden in den Bildungsstandards auch jeweils für die einzelnen prozessbezogenen Kompetenzen expliziert.

Im Zuge gesellschaftlicher Entwicklungen gewannen digitale Medien in den vergangenen Jahren zunehmend an Bedeutung für den Mathematikunterricht. So weist die KMK auf die Unterstützung der Kompetenzentwicklung durch digitale Mathematikwerkzeuge hin (vgl. KMK 2012, S. 13) und

ergänzt in den neuen Bildungsstandards 2022 sogar die Kompetenz mit Medien mathematisch zu arbeiten (vgl. KMK 2022). Aufgrund dieser Forderungen nach stärkerer Nutzung digitaler Medien wäre daher zu erwarten, dass auch in Schulbüchern entsprechende Möglichkeiten zur Nutzung digitaler Medien aufbereitet werden. Da das Schulbuch für den Mathematikunterricht bereits seit Jahrzehnten als Leitmedium in Planung und Durchführung von Unterricht genutzt wird (vgl. Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang 2002), stellen sich die Fragen, in welchem Maße und wie digitale Medien mit diesem vernetzt werden. Die Frage nach dem Maß der Repräsentation digitaler Medien wurde bereits in einer Vorstudie geklärt (vgl. Herrmann & Dilling erscheint), weshalb der Fokus dieser Studie auf einer genaueren Betrachtung der Art der Vernetzung liegt. Die zuvor beschriebenen prozessbezogenen Kompetenzen als ein grundlegendes Werkzeug zur Beschreibung der intendierten Kompetenzentwicklung bei Schüler:innen scheinen ein geeignetes Untersuchungswerkzeug für dieses Vorhaben. Es soll daher die Forschungsfrage untersucht werden, *welche prozessbezogenen Kompetenzen durch digitale Medien in Mathematikschulbüchern der siebten Jahrgangsstufe adressiert werden.*

### Vorstudie

In einer Vorstudie wurden bereits allgemeine Strukturdaten der betrachteten Schulbücher, sowie das Auftreten digitaler Medien erhoben. Es wurden hierzu fünf aktuelle Schulbücher der Jahrgangsstufe 7 als Untersuchungsgegenstand gewählt:

- [SE] Sekundo Mathematik 7. *Differenzierende Ausgabe Nordrhein-Westfalen* (2020)
- [LS] Lambacher Schweizer 7. *Mathematik für Gymnasien – G9* (2020)
- [NW] Mathematik – Neue Wege 7 (2020)
- [EM] Elemente der Mathematik 7 (2020)
- [FM] Fundamente der Mathematik. Nordrhein-Westfalen – Gymnasium G9 – 7. Schuljahr (2019)

Alle Bücher wurden in der NRW-Fassung untersucht und bilden jeweils die aktuelle Version der Schulbuchreihe ab. Im Rahmen einer qualitativen Inhaltsanalyse wurden die charakteristischen Strukturelemente *Aufgaben, Kernwissen, Lehrtexte, Wiederholungsaufgaben* und *Musterbeispiele* (vgl. Herrmann & Dilling erscheint) auf der Mikroebene der Bücher (vgl. Rezat 2009) betrachtet. Die Anzahlen dieser Elemente wurden jeweils pro Seite erhoben und ermöglichen somit eine strukturelle Betrachtung der einzelnen Kapitel. Strukturelemente, in welchen auf digitale Medien verwiesen wird, wurden nochmal im Detail untersucht. So wurden hier die Art des digitalen Mediums und die übergeordnete mathematische Disziplin erhoben.

Die für dieses Forschungsvorhaben relevanten Ergebnisse der Studie sind in den Tabellen 1 und 2 dargestellt. In Tabelle 1 sind die Anzahlen der Strukturelemente allgemein sowie die Anzahlen der Strukturelemente mit digitalen Medien angegeben. Auf struktureller Ebene wird ersichtlich, dass die überwiegende Menge der Strukturelemente Aufgaben sind, während ein jeweils ähnlicher Anteil auf Kernwissen, Wiederholungsaufgaben und Musterbeispiele anfällt. Während die Aufgaben jeweils ähnliche Anteile über die Schulbücher aufweisen, liegen bei den Kernwissen, Wiederholungsaufgaben und Musterbeispielen deutliche Unterschiede zwischen den Büchern vor. Bezogen auf die Anteile der Strukturelemente mit Verweis auf digitale Medien lässt sich im Mittel mit rund 4% ein geringer Anteil feststellen. Unter den Schulbüchern gibt es bei dem Anteil digitaler Medien zudem starke Schwankungen. So ist der Anteil für den Lambacher Schweizer mit rund 6.7% mehr als doppelt so hoch wie bei drei der anderen untersuchten Bücher. Auch bezogen auf die einzelnen Strukturelemente lassen sich deutliche Unterschiede feststellen. Während die Anteile bei den Aufgaben nur leicht vom Gesamtdurchschnitt abweichen, kommen digitale Medien in Wiederholungsaufgaben gar nicht und im Kernwissen kaum vor (2 von 363 Elementen). Für Musterbeispiele liegen abhängig vom jeweiligen Buch deutliche Unterschiede vor.

Tabelle 1. Anteile der Strukturelemente mit digitalen Medien an allen Strukturelementen der jeweiligen Kategorie nach Herrmann & Dilling (erscheint)

Schulbücher	Aufgabe	Kernwissen	Lehrtext	Wiederholungsaufgabe	Musterbeispiel	Gesamt pro Buch
EM	28/766	0/87	2/20	0/40	0/127	30/1040
FM	32/947	1/84	4/53	0/99	3/73	40/1256
NW	26/635	1/72	0/7	0/94	1/59	28/867
SE	50/968	0/82	1/9	0/106	0/72	51/1237
LS	53/849	0/38	1/36	0/61	16/68	70/1052
Gesamt pro Element	189/4165	2/363	8/125	0/400	20/399	219/5452

Tabelle 2. Anzahlen der Verweise auf digitale Medien, aufgeschlüsselt für die jeweiligen Medien nach Herrmann & Dilling (erscheint). Es wurden weitere Medien unter Sonstige zusammengefasst.

Medium	Tabellenkalkulation	Dynamische Geometriesoftware	Taschenrechner	Recherche	Sonstige	Gesamt
Anzahl	79	63	50	19	9	220

In Tabelle 2 sind die Verweise auf digitale Medien nach der Art des digitalen Mediums aufgeschlüsselt. Es wird ersichtlich, dass vor allem Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware und der Taschenrechner im Vordergrund stehen. Aufgaben mit einer Internetrecherche, die Verwendungen eines Funktionenplotters oder Computer-Algebra-Systeme sind eher weniger stark vertreten. In der Tabelle wurden Elemente, welche mehrere digitale Medien enthalten für jedes digitale Medium gezählt. Die Gesamtzahl liegt daher leicht oberhalb der obigen.

### Methodik

Vor dem Hintergrund des gewählten Forschungsvorhabens erscheint eine qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) eine geeignete Methode zu sein. Das ausgewählte Material wurde bereits im Rahmen der Vorstudie ausgewählt. Das Kategoriensystem wurde deduktiv aus den Definitionen der prozessbezogenen Kompetenzen der KMK entwickelt. Die Kompetenz „mit Medien mathematisch arbeiten“ wurde nicht betrachtet, da alle ausgewählten Aufgaben dieser Kategorie hätten zugeordnet werden können. Ansonsten wurden die Definitionen der KMK als Kategorien übernommen, ebenso wie die jeweiligen Definitionen für die drei Anforderungsbereiche. Für jedes der Strukturelemente mit digitalen Medien wurde eine Zuordnung zu einer oder mehreren Kompetenzen und Anforderungsbereiche vorgenommen. Eine Zuordnung erfolgte

nicht, wenn die Aufgabe zwar eine prozessbezogene Kompetenz anspricht, diese aber nicht mit dem Einsatz des digitalen Mediums in Verbindung steht, die Aktivität also zum Beispiel in einer Teilaufgabe ohne Bezug zum Medium erfolgt. Zusätzlich wurde für alle Strukturelemente erhoben, welches digitale Medium jeweils verwendet wurde. Wurden hierbei für ein Strukturelement mehrere digitale Medien angesprochen, so wurde es für jedes der Medien gezählt.

### Ergebnisse

Im Folgenden stellen wir ausgewählte Zusammenhänge der untersuchten Daten vor. Es handelt sich hierbei um eine rein deskriptive Darstellung der Ergebnisse – mit der Erörterung möglicher Gründe für die Verteilung der Daten wird sich bewusst zurückgehalten, da dies meist nur mit einem hohen Grad an Spekulation erfolgen könnte.

In Abbildung 1 sind die Anzahlen der Strukturelemente je untersuchtem Schulbuch aufgeschlüsselt nach den prozessbezogenen Kompetenzen K1 bis K6 zu sehen. Als Referenz ist zusätzlich die Gesamtanzahl an Strukturelementen mit digitalen Medien für die einzelnen Schulbücher angegeben. Diese Gesamtanzahl, welche sich auch bereits in der rechten Spalte von Tabelle 1 aus der Vorstudie wiederfindet, unterscheidet sich stark in den einzelnen Schulbuchreihen. Entsprechend sind auch die absoluten Anzahlen an den von Strukturelementen ange-

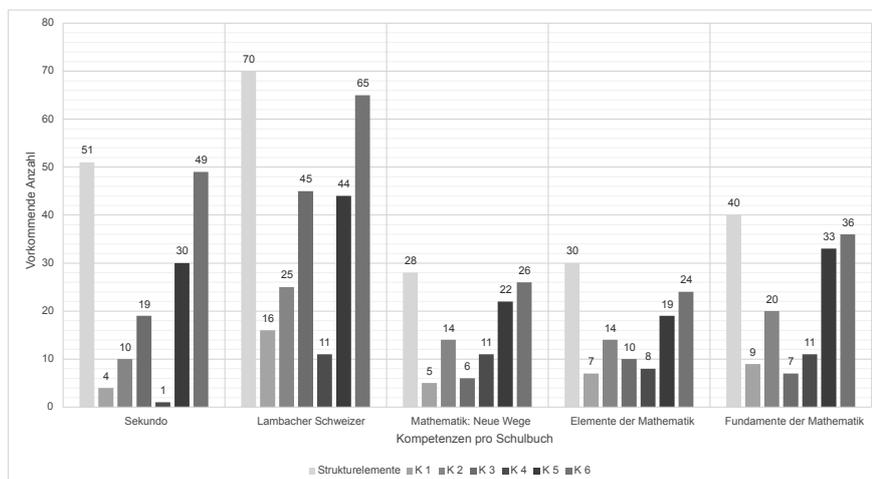


Abbildung 1. Anzahlen der Strukturelemente pro Schulbuch und Kompetenz

sprochenen prozessbezogenen Kompetenzen unterschiedlich. Betrachtet man nun die einzelnen Kompetenzen, so fällt auf, dass die Kompetenz K6 „Mit mathematischen Objekten umgehen“ in fast jedem der Strukturelemente angesprochen wird. Dies liegt daran, dass in der Definition der Kompetenz von einem „Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen sowie in der Geometrie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel“ (KMK, 2022, S. 13) gesprochen wird. Zu diesen Hilfsmitteln zählen auch digitale Mathematikwerkzeuge wie die in dieser Studie untersuchten digitalen Medien. Die Kompetenz K5 „Mathematisch darstellen“ wird ebenfalls in vielen Strukturelementen durch den Medieneinsatz angesprochen. Die Spanne reicht bei den einzelnen Schulbüchern von 59 % der Strukturelemente bei Sekundo bis zu 82 % in den Fundamenten. Die Bedeutung der übrigen Kompetenzen schwankt zum Teil stark in den einzelnen Schulbüchern. Während Kompetenz K3 „Probleme mathematisch lösen“ im Lambacher Schweizer bei 64 % der Strukturelemente auftritt und damit eine bedeutende Kompetenz zu sein scheint, ist sie in den anderen Schulbüchern mit 18 % bis 37 % deutlich geringer vertreten. Kompetenz K1 „Mathematisch argumentieren“ spielt in vier der Schulbücher mit 18 % bis 23 % eine etwa gleich wichtige Rolle, während sie im Schulbuch Sekundo nur bei 8 % der untersuchten Elemente und damit deutlich weniger häufig auftritt. Die Kompetenzen K2 „Mathematisch kommunizieren“ und K4 „Mathematisch modellieren“ treten in den Neuen Wegen, den Elementen und den Fundamenten mit 47 % bis 50 % bzw. 27 % bis 39 % deutlich häufiger auf als in den Schulbüchern Sekundo und Lambacher Schweizer mit 20 % und 36 % bzw. 2 % und 16 %.

Die Daten zu den Häufigkeiten der einzelnen prozessbezogenen Kompetenzen wurden auch aufgeschlüsselt nach den mathematischen Teilgebieten Algebra, Stochastik und Geometrie erhoben (siehe Abbildung 2). Die Grundgesamtheit der Strukturelemente mit digitalen Medien ist in allen Gebieten mit 69 sowie zweimal 75 Elementen vergleichbar groß. Die Kompetenz K6 „Mit mathematischen Objekten umgehen“ tritt in allen Gebieten am häufigsten auf mit Anteilen zwischen 84 % und 96 %. Ebenfalls häufig tritt die Kompetenz K5 „Mathematisch darstellen“ auf. K5 lässt sich allerdings im Bereich der Geometrie mit 91 % der Strukturelemente deutlich häufiger identifizieren als in der Algebra und der Stochastik mit 57 % und 56 %. Dies könnte daran liegen, dass dem Darstellen in der durch Anschaulichkeit charakterisierten Geometrie eine höhere Bedeutung zukommt. Kompetenz K3 „Probleme mathematisch lösen“ ist mit 41 % und

48 % in Algebra und Stochastik bedeutender als in der Geometrie mit einem Anteil von 29 % der Strukturelemente. Kompetenz K2 „Mathematisch kommunizieren“ tritt hingegen in der Stochastik und der Geometrie mit 43 % und 46 % häufiger auf als in der Algebra mit nur 25 %. Die Kompetenzen K1 „Mathematisch argumentieren“ und K4 „Mathematisch modellieren“ treten mit 13 % bis 23 % sowie 14 % bis 25 % ähnlich selten in den Strukturelementen der drei mathematischen Teilgebiete auf.

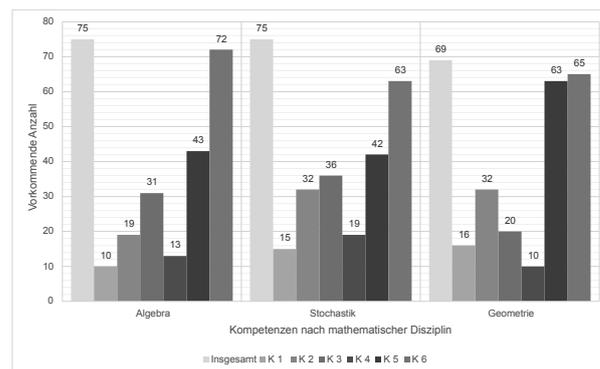


Abbildung 2. Anzahlen der Strukturelemente mit digitalen Medien nach mathematischen Disziplinen. Es wird jeweils nach den einzelnen Kompetenzen differenziert.

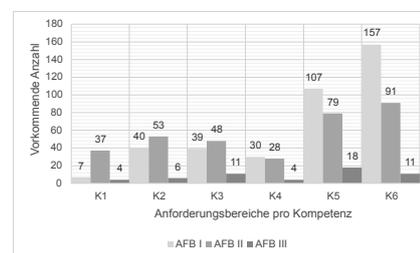


Abbildung 3. Anzahlen der Strukturelemente mit digitalen Medien differenziert nach Anforderungsbereichen und Kompetenzen

Neben den Verteilungen der Kompetenzen auf die Schulbücher und die mathematischen Teilgebiete wurde auch erhoben, in welchem Anforderungsbereich (I: Reproduktion, II: Zusammenhänge herstellen, III: Verallgemeinern und Reflektieren) die einzelnen Kompetenzen adressiert werden (siehe Abbildung 3). Bei den Kompetenzen K5 „Mathematisch darstellen“ und K6 „Mit mathematischen Objekten umgehen“, welche insgesamt am häufigsten durch Strukturelemente mit digitalen Medien angesprochen werden, fällt auf, dass der Anforderungsbereich I (108 und 158) häufiger auftritt als Anforderungsbereich II (80 und 92). Anforderungsbereich III wird hier in nur 18 und 11 Strukturelementen noch einmal deutlich seltener angesprochen. In den Kompetenzen K1 bis K3 (Mathe-

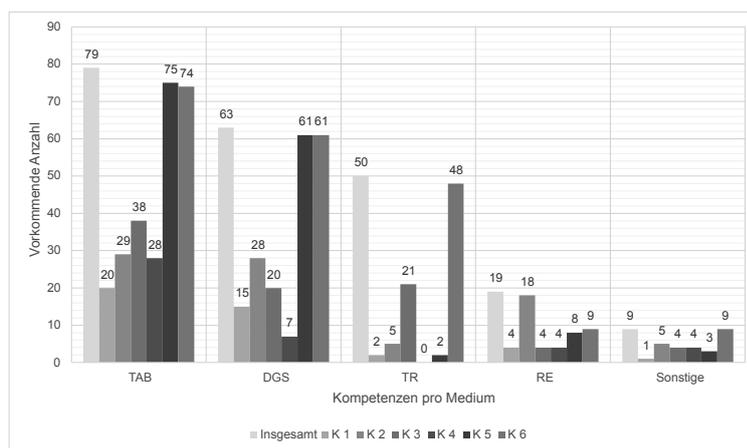


Abbildung 4. Anzahlen der Strukturelemente pro digitalem Medium differenziert nach Kompetenzen

matisch argumentieren, Mathematisch kommunizieren & Probleme mathematisch lösen) verhält es sich bei der Verteilung etwas anders. Hier wird der Anforderungsbereich II häufiger adressiert als der Anforderungsbereich I. Dieser Effekt ist am stärksten beim Kompetenzbereich des mathematischen Argumentierens zu beobachten, der nur siebenmal in Anforderungsbereich I, aber 37-mal in Anforderungsbereich II angesprochen wird. Diese Kompetenzen treten somit häufig bereits auf einem erhöhten Niveau auf, bei dem das Herstellen von Zusammenhängen gefragt ist und selten auf der Ebene der Reproduktion. Anforderungsbereich III wird bei K1 bis K3 nur in Einzelfällen adressiert (4, 6 und 11). In Kompetenz K4 „Mathematisch modellieren“ sind die Anforderungsbereiche I und II in etwa gleich oft vertreten (30 und 29), Anforderungsbereich III aber ebenfalls nur vereinzelt (4).

Die Anforderungsbereiche I und II werden durch die Strukturelemente mit digitalen Medien somit deutlich stärker angesprochen als der Anforderungsbereich III. Es sei an dieser Stelle aber angemerkt, dass eine ähnliche Verteilung der Anforderungsbereiche vermutlich auch in Strukturelementen ohne Bezug zu digitalen Medien auftritt.

Als letzter Zusammenhang sollen an dieser Stelle noch die Häufigkeiten der Kompetenzen aufgeschlüsselt nach den jeweils in den Strukturelementen vorkommenden digitalen Medien betrachtet werden (siehe Abbildung 4). Es lässt sich erkennen, dass die Kompetenz K6 „Mit mathematischen Objekten umgehen“, bei den wichtigsten Medien Tabellenkalkulation (TAB), Dynamische Geometriesoftware (DGS) und Taschenrechner (TR) mit einem sehr hohen Anteil zwischen 94 % und 97 % vertreten ist – lediglich bei der Internetrecherche (RE) ist der Anteil mit 47 % geringer. Der Unterschied könnte daran liegen, dass TAB, DGS und TR mathematikspezifische Werkzeuge sind, während die Internetrecherche ein allgemeines und fachunabhängiges

Medium darstellt. Die Kompetenz K5 „Mathematisch darstellen“ findet mit Anteilen von 95 % und 97 % verstärkt bei den digitalen Medien Tabellenkalkulation und Dynamische Geometriesoftware statt und wird beim Taschenrechner und der Internetrecherche mit 4 % und 42 % weniger häufig adressiert. Der besonders geringe Anteil beim Taschenrechner könnte darauf zurückzuführen sein, dass der in der Sekundarstufe I übliche wissenschaftliche Taschenrechner keine Grafikfunktion aufweist und daher nicht für grafische Darstellungen genutzt werden kann.

Die Kompetenz K4 „Mathematisch Modellieren“ tritt bei 35 % der Strukturelemente mit Tabellenkalkulation auf, bei 21 % der Internetrecherche-Strukturelemente, bei nur noch 11 % der Strukturelemente mit Dynamischer Geometriesoftware und schließlich bei keinen der Strukturelemente, welche auf einen Taschenrechner verweisen. Dies ist durchaus verwunderlich, da Taschenrechner ein sinnvolles digitales Hilfsmittel in Modellierungsaufgaben darstellen können, auf diese aber offenbar nicht explizit verwiesen wird. Die Kompetenz K3 „Probleme mathematisch lösen“ tritt ebenfalls mit einem hohen Anteil in den Strukturelementen mit Tabellenkalkulation (48 %) und Taschenrechnern (42 %) auf, gefolgt von Strukturelementen mit Dynamischer Geometriesoftware (32 %) und Internetrecherche (21 %).

Die Kompetenz K2 „Mathematisch kommunizieren“ ist wiederum bei 95 % der Internetrecherche-Strukturelemente zu finden, in 45 % und 37 % der Strukturelemente mit Dynamischer Geometriesoftware und Tabellenkalkulation sowie nur in 10 % der Strukturelemente mit Taschenrechner. Die Kompetenz K1 „Mathematisch argumentieren“ tritt bei Tabellenkalkulation, Dynamischer Geometriesoftware und Internetrecherche mit Anteilen zwischen 21 % und 25 % ähnlich häufig auf, allerdings nur mit einem Anteil von 4 % bei Aufgaben mit einem

Taschenrechner. Der Taschenrechner tritt somit im Schulbuch selten als ein Medium auf, welches die Grundlage für Kommunikations- und Argumentationsprozesse bildet.

### Fazit

In diesem Beitrag wurde untersucht, welche prozessbezogenen Kompetenzen durch digitale Medien in Mathematikschulbüchern der siebten Jahrgangsstufe adressiert werden. Hierbei handelt es sich um eine relevante Fragestellung, da die Förderung von prozessbezogenen Kompetenzen ein wesentliches in den Curricula verankertes Ziel des Mathematikunterrichts darstellt und daher auch von einem sinnvollen Einsatz digitaler Medien angesprochen werden sollte. Zur Beantwortung dieser Forschungsfrage wurden quantitative empirische Daten aus einer Vorstudie zu Strukturelementen und Verweisen auf digitale Medien in fünf Schulbüchern der 7. Jahrgangsstufe herangezogen und um Daten zum Auftreten der prozessbezogenen Kompetenzen aus den Bildungsstandards ergänzt. Auf dieser Basis konnten statistische Aussagen zu den einzelnen Kompetenzen in den Strukturelementen mit Bezug zu digitalen Medien getroffen werden.

Zusammenfassend fällt auf, dass die Kompetenzen K5 „Mathematisch darstellen“ und K6 „Mit mathematischen Objekten umgehen“ in den Strukturelementen mit digitalen Medien deutlich häufiger auftreten als die anderen prozessbezogenen Kompetenzen. In den verschiedenen Schulbüchern, den mathematischen Teilgebieten sowie bezogen auf die auftretenden digitalen Medien lassen sich unterschiedliche Verteilungen der prozessbezogenen Kompetenzen ausmachen, welche in der obigen Ergebnisdarstellung ausführlich beschrieben wurden. Bei der Betrachtung der Anforderungsbereiche wird deutlich, dass Niveau I und II deutlich häufiger adressiert werden als Niveau III. Zudem liegt der Fokus je nach Kompetenz eher auf Kompetenzbereich I oder II.

Inwieweit sich die Auftretenshäufigkeiten der Kompetenzen in den Strukturelementen mit digita-

len Medien von den Strukturelementen ohne Bezug auf digitale Medien unterscheiden, lässt sich auf der Grundlage der vorliegenden Daten nicht beschreiben. Hierfür wäre eine umfassende Analyse der Strukturelemente ohne digitale Medien notwendig gewesen, welche nicht vorgenommen wurde, da das Forschungsinteresse in dem hier dargestellten Vorhaben nicht auf einen Vergleich abzielt. Die Ergebnisse der dargestellten empirischen Studie werden zurzeit durch die Autoren auf andere Jahrgangsstufen erweitert, um ein möglichst umfassendes Bild von dem Zusammenhang zwischen dem bedeutenden analogen Medium Schulbuch und dem Einsatz digitaler Medien zu bekommen. Dabei werden neben prozessbezogenen Kompetenzen auch weitere Parameter in den Blick genommen.

### Literatur

- Rezat, S. (2009). *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers. Eine Studie zur Schulbuchnutzung in den Sekundarstufen*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Herrmann, M. & Dilling, F. (erscheint). Ist die Nutzung digitaler Medien themenspezifisch? – Ergebnisse einer Schulbuchuntersuchung. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022*. Münster: WTM.
- KMK (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4. 12. 2003. München: Wolters Kluwer.
- KMK (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik. Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA). Berlin, Bonn: KMK.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book – Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*. Dordrecht: Kluwer.

Frederik Dilling, Universität Siegen  
E-Mail: [frederik.dilling@uni-siegen.de](mailto:frederik.dilling@uni-siegen.de)

Marc Herrmann, Universität Siegen  
E-Mail: [marc.herrmann@student.uni-siegen.de](mailto:marc.herrmann@student.uni-siegen.de)

David Timm, Universität Siegen  
E-Mail: [david.timm@student.uni-siegen.de](mailto:david.timm@student.uni-siegen.de)

## Herausforderungen und Entwicklungsmöglichkeiten für die Mathematikdidaktik durch generative KI-Sprachmodelle

Nils Buchholtz, Lukas Baumanns, Judith Huget, Franziska Peters, Maximilian Pohl und Sebastian Schorcht

Am 30. November 2022 veröffentlichte das US-amerikanische Unternehmen OpenAI die Anwendung ChatGPT seines generativen KI-Sprachmodells GPT-3 (Generative Pre-Trained Performer) und ermöglichte somit der Allgemeinheit die kostenlose Nutzung der Anwendung (erreichbar unter der URL [chat.openai.com/chat](https://chat.openai.com/chat)). Bei ChatGPT handelt es sich um einen auf künstlicher Intelligenz basierenden Chatbot, der Inhalte menschlicher Sprache mit beeindruckender Genauigkeit versteht und auch erzeugt.

ChatGPT basiert auf einem neuronalen Netzwerk-Modell maschinellen Lernens, das in der Lage ist, menschliche Eingaben in Textform zu analysieren und darauf einzugehen – etwa im Sinne von Benutzeranfragen. Auf Basis großer Mengen von Trainingsdaten wurde es dahingehend entwickelt, Muster und Beziehungen in der Sprache zu erkennen und auf die Eingaben passende Antworten zu generieren, um damit menschenähnliche Konversation zu betreiben. Der Lernprozess der KI basiert auf einem Reinforcement-Learning-Algorithmus, der auf Belohnungen (durch zunächst menschliches Feedback) und stochastischen Vorhersagen über die Wahrscheinlichkeit der Maximierung von Belohnungen bei der Optimierung von Konversationshandlungen (passenden Antworten) beruht (Schulman et al., 2017). Die Größe der Trainingsdaten wurde

nicht veröffentlicht, allerdings wurde das neuronale Netzwerk des Vorgängers GPT-3 mit 175 Milliarden Parametern trainiert (Floridi & Chiriatti, 2020). Die Datenbanken von ChatGPT werden somit fortlaufend aktualisiert, um Antworten auf dem neuesten Stand zu halten (der Stand der Trainingsdaten ist 2021). Dabei merkt sich ChatGPT auch frühere Eingaben in einem Gespräch, um an Folgefragen anzuknüpfen oder darauf Bezug zu nehmen.

Die Dichte (und Güte) der Informationen, die ChatGPT auf unsere Eingangsfrage in Abb. 1 bereitstellt, sind für eine allgemeinverständliche Erklärung für Laiinnen und Laien durchaus befriedigend. Sie verbleiben jedoch weit unter der Ausführlichkeit eines gleichartigen Wikipedia-Artikels, der sich über eine einfache Google-Anfrage aufrufen lässt ([de.wikipedia.org/wiki/Mathematikdidaktik](https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematikdidaktik)). Dennoch besteht ein entscheidender Unterschied zwischen einer Anfrage bei ChatGPT und einer Google-Suche, den wir hier problematisieren wollen: Während ein Wikipedia-Artikel allgemein zugängliche Informationen bereitstellt, die der/die Anfragende selbstständig lesen und im Hinblick auf eine konkrete Fragestellung einordnen und in Bezug auf die Güte und Nützlichkeit bewerten muss, kann ChatGPT eine zu den präsentierten Informationen eingegebene Nachfrage verarbeiten und beantworten (vgl. Abb. 2).

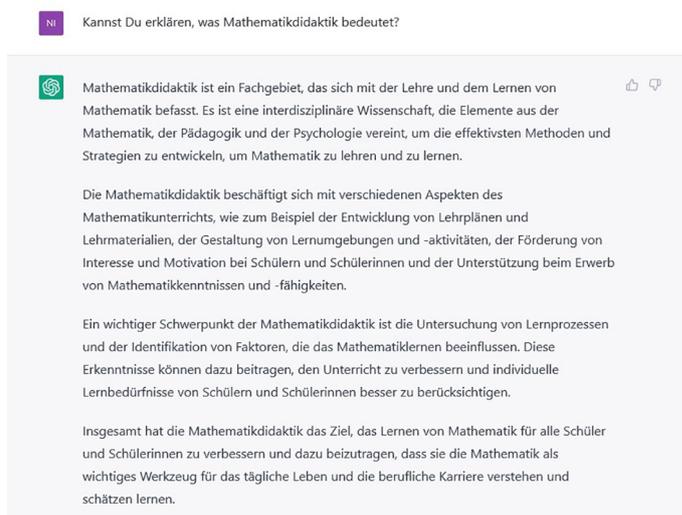


Abbildung 1. Beispiel einer ChatGPT-Antwort (Prompt von N. Buchholtz am 27. 12. 2022)

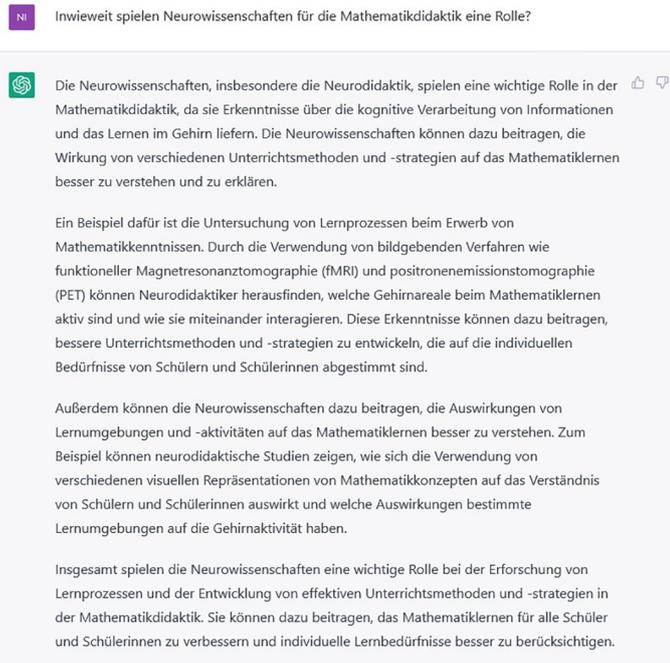


Abbildung 2. Beispiel einer ChatGPT-Antwort auf die Frage nach spezifischen Zusammenhängen von Neurowissenschaften und Mathematikdidaktik (Prompt von N. Buchholtz am 27. 12. 22)

Während diese Antwort ebenfalls plausibel klingt, ist ohne entsprechende Expertise jedoch nicht erkennbar, ob die präsentierten Informationen korrekt und vollständig sind. Hier liegt das Grundproblem generativer KI-Sprachmodelle: ChatGPT beruht auf der KI-basierten Zusammenstellung möglichst erfolversprechender Konversationshandlungen und ist damit vom Feedbackverhalten von Menschen und den zugrundeliegenden Trainingsdaten abhängig, sodass der Wahrheitsgehalt der KI-basierten Antwort nicht der entscheidende Parameter ist und damit nicht immer ge-

währleistet ist. Dies gilt zwar prinzipiell für nicht-wissenschaftliche Quellen wie z. B. einen Wikipedia-Eintrag; bei diesem besteht jedoch zumindest noch eine Qualitätsprüfung durch die Autorencommunity. Die als „Datenhalluzinationen“ bezeichneten generierten Antworten der KI können sogar so detailliert sein, dass bei gezielter Nachfrage nach wissenschaftlichen Publikationen auch konkrete real existierende Journals genannt werden (inklusive plausibler Nennung von Ausgabe und Seitenangaben, vgl. Abb. 3). Die Quellenangaben in Abb. 3 sind jedoch zum großen Teil inkorrekt bzw.

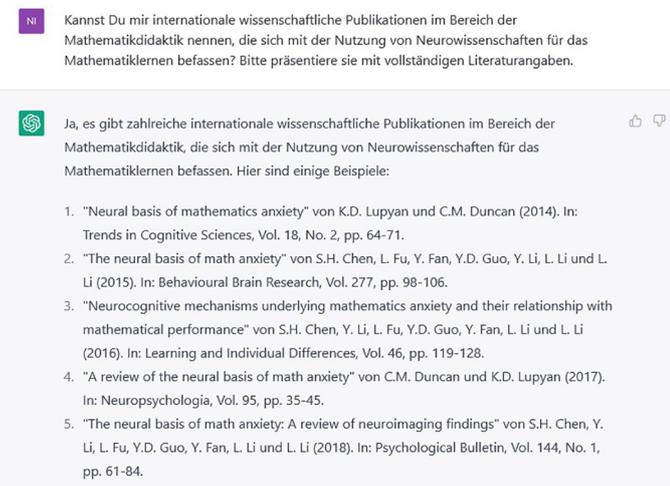


Abbildung 3. Beispiel einer spezifischeren ChatGPT-Antwort (Prompt von N. Buchholtz am 29. 12. 22)

existieren gar nicht. Es gibt in unserem Beispiel zwar die Fachzeitschrift *Trends in Cognitive Sciences*, der angegebene Artikel ist jedoch frei erfunden und erfüllt lediglich erfolgreich unsere Anfrage (vgl. Abb. 3).

Der Grad der Detailliertheit der bereitgestellten Antworten ist verblüffend. Angefangen von alltagsbasierten Anfragen (z. B. „Erzähle einen Witz“; „Schreibe ein Märchen über eine Maus und einen Hasen“) ist ChatGPT sogar in der Lage, ganze Essays oder publikationsreife Blogartikel zu verfassen (vgl. Lobo, 2022) oder komplexe Dialoge in unterschiedlichen Bereichen zu führen (z. B. über die Qualität von technischem Equipment).

Bereits jetzt werden die vermuteten weitreichenden Auswirkungen dieser und anderer generativer KI-Sprachmodelle auf die Arbeit von Forschenden und Lehrenden im Bildungsbereich diskutiert (Weßels, 2022). Durch die zunehmende Bekanntheit der Technologie und die mediale Aufmerksamkeit, die ChatGPT in der letzten Zeit zuteil wurde (Moorsstedt, 2022; Jahn, 2022; Lobo, 2022), ist anzunehmen, dass sich der Nutzen dieser oder ähnlicher Anwendungen in der Gesellschaft langfristig verbreiten wird, und Forschende wie Lehrende im Schul- und Hochschulbereich in zunehmendem Maße mit ganzen KI-generierten Texten konfrontiert sein werden. Es stellen sich aus unserer Sicht daher sowohl gleichermaßen Fragen der Herausforderungen für einen produktiven Umgang mit generativen KI-Sprachmodellen wie Fragen der Anwendungsmöglichkeiten, die eine solche Technologie für die universitäre Forschung und Lehre sowie schulische Kontexte bereithalten kann. In diesem Beitrag wollen wir daher auf mögliche Herausforderungen der Anwendung eines solchen Sprachmodells für die Mathematikdidaktik eingehen und in diesem Zusammenhang einen möglichen Umgang mit der Technologie in der Forschung diskutieren.

### **Anwendungen im Bereich der mathematikdidaktischen Forschung und Lehre**

In mathematikdidaktischen Forschungszusammenhängen lässt sich ChatGPT durchaus als Ideensammlung verwenden, indem beispielsweise Eingaben zu bestimmten Forschungsfragen oder Ideen zu Forschungsprojekten gesetzt werden. Der Nutzen kann hier darin bestehen, dass die KI aus ihren Trainingsdaten eine Antwort auf eine präzise Frage in natürlicher und verständlicher Sprache generiert. Damit unterscheidet sich ChatGPT von einer Literaturrecherche auf Google Scholar oder anderen Suchdatenbanken, bei der vorrangig Literatur im peripheren Umfeld der Frage präsentiert wird. Dies ist insbesondere dann hilfreich, wenn Forschungs-

fragen noch vage sind oder nach ganz bestimmten Zusammenhängen gefragt wird. Das „Halluzinieren“ der KI führt zum Beispiel zu kreativen Zusammenstellungen von Antworten, die als Denkanstoß dienen können.

Wir haben zunächst ChatGPT gefragt, wo es Anwendungsmöglichkeiten innerhalb der mathematikdidaktischen Forschung für sich selbst sieht. Im Wesentlichen nennt ChatGPT hierzu die eigenen Anwendungsmöglichkeiten im Bereich der Entwicklung und Evaluation individueller Lehr- und Lernmaterialien, der Diagnostik von Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern beim Mathematiklernen und der Analyse von Schülerantworten (vgl. Abb. 4).

#### *Verwendung von ChatGPT als Analysetool zur Evaluation*

Von Vorteil bei ChatGPT ist die direkte Nachfrage bezüglich weiterer Ideen oder die beliebige Vertiefung der Diskussion eines Inhalts. Beispielhaft möchten wir Aspekt 5 der obigen Liste vertiefen (vgl. Abb. 5). Mit den Möglichkeiten, generative KI für die Analyse von Schülerdaten einzusetzen, ergeben sich hier Ähnlichkeiten etwa zu Ansätzen des Educational Data Mining oder der Learning Analytics, deren Nutzen im Bildungsbereich allerdings aufgrund von verengten behavioristischen Annahmen über Lernprozesse umstritten ist (Knox et al., 2019). Kern dieser Ansätze ist das extensive Sammeln von großen Mengen von Daten über die Lernaktivitäten von Schülerinnen und Schülern, um aus automatisierten statistischen Analysen didaktische Entscheidungen abzuleiten (z. B. bei der Entwicklung adaptiver Lernsysteme oder der Identifizierung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen), den Lernerfolg vorherzusagen oder die Wirksamkeit von pädagogischen Maßnahmen zu beurteilen und zu optimieren (Shin & Shim, 2020). Dabei sind die Möglichkeiten individualisierter Unterstützungsmaßnahmen einerseits und die Gefahr der Reduktion der Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern auf „auswertbare“ Daten andererseits, stets abzuwägen.

Mit Bitte um Vertiefung scheint ChatGPT hierzu zwar genauere Angaben zu unterbreiten, bleibt aber in der Ausführung vage. So nennt die Anwendung konkrete Punkte, wie die Sammlung von Schülerantworten und -fragen oder die Simulation von Lehrmethoden, führt aber andererseits nicht aus, wie dies ganz konkret umgesetzt werden soll oder welche Lehrmethoden hier auf ihre Wirksamkeit hin überprüft werden. Auch die Visualisierung von Daten ist mit ChatGPT bislang nicht möglich, obwohl dies vom Modell selbst als Anwendungsfall beschrieben wird. Hier bleibt abzuwarten, ob zu-

 Erstelle eine Liste von Aspekten, wie ChatGPT in der mathematikdidaktischen Forschung eingesetzt werden kann.

 Einige Möglichkeiten, wie ChatGPT in der mathematikdidaktischen Forschung eingesetzt werden könnte, sind:

1. Unterstützung bei der Erstellung von Lehrmaterialien: ChatGPT könnte verwendet werden, um automatisch Lehrmaterialien zu generieren, die auf den Bedarf und die Fähigkeiten der Schüler abgestimmt sind.
2. Personalisierter Unterricht: ChatGPT könnte eingesetzt werden, um personalisierten Unterricht zu bieten, indem es Schülern individuelle Aufgaben und Anweisungen gibt, um ihre Fähigkeiten und Kenntnisse zu verbessern.
3. Diagnose von Lernproblemen: ChatGPT könnte verwendet werden, um Schülern zu helfen, Schwierigkeiten im Mathematikunterricht zu identifizieren und zu lösen, indem es sie auf bestimmte Probleme aufmerksam macht und ihnen Feedback gibt.
4. Unterstützung bei der Gestaltung von Lehrplänen: ChatGPT könnte verwendet werden, um Lehrern bei der Erstellung von Lehrplänen und Lernaktivitäten zu helfen, die den individuellen Bedürfnissen und Fähigkeiten ihrer Schüler entsprechen.
5. Unterstützung bei der Evaluation von Lehrmethoden: ChatGPT könnte verwendet werden, um die Effektivität verschiedener Lehrmethoden zu untersuchen, indem es beispielsweise Schülerfragen und -antworten sammelt und analysiert.
6. Erstellung von Lernspielen: ChatGPT könnte verwendet werden, um Lernspiele zu entwickeln, die Schülern dabei helfen, Mathematik spielerisch zu erlernen und zu üben.
7. Unterstützung bei der Durchführung von Experimenten: ChatGPT könnte verwendet werden, um die Durchführung von Experimenten in der Mathematikdidaktik zu unterstützen, indem es beispielsweise Fragen stellt und Daten sammelt.

Abbildung 4. Anwendungsmöglichkeiten von ChatGPT in der mathematikdidaktischen Forschung (Prompt von L. Baumanns am 29. 12. 22)

 Könntest du auf Aspekt 5 dieser Liste noch genauer eingehen?

 Gerne. Der Einsatz von ChatGPT in der Evaluierung von Lehrmethoden könnte folgendermaßen aussehen:

1. Sammlung von Schülerdaten: ChatGPT könnte eingesetzt werden, um Schülerfragen und -antworten während des Mathematikunterrichts zu sammeln. Diese Daten könnten dann analysiert werden, um herauszufinden, welche Lehrmethoden am effektivsten sind.
2. Simulation von Lehrmethoden: ChatGPT könnte verwendet werden, um Lehrmethoden zu simulieren und zu testen, indem es beispielsweise Schülern Aufgaben gibt und dann deren Leistung bewertet. Dies könnte helfen, die Stärken und Schwächen verschiedener Lehrmethoden aufzuzeigen.
3. Unterstützung bei der Analyse von Lehrmethoden: ChatGPT könnte verwendet werden, um Lehrern bei der Analyse von Lehrmethoden zu helfen, indem es beispielsweise Daten visualisiert oder Auswertungen erstellt. Dies könnte dazu beitragen, die Effektivität verschiedener Lehrmethoden zu vergleichen und die besten Ansätze zu identifizieren.

Es ist wichtig zu beachten, dass ChatGPT lediglich ein Werkzeug ist, das bei der Evaluierung von Lehrmethoden unterstützen kann, aber keine vollständige Lösung darstellt. Es ist wichtig, dass Lehrmethoden auf vielfältige Weise evaluiert werden, um ein umfassendes Bild von ihrer Effektivität zu erhalten.

Abbildung 5. Verwendung von ChatGPT als Datenanalysetool (Prompt von L. Baumanns am 29. 12. 22)

künftige Modelle diese Lücke füllen können. Aller Voraussicht nach werden KI-Modelle wie ChatGPT in der hier vertieften Anwendung aber den Expansionsdrang von Dateninfrastrukturen im Bildungsbereich weiter unterstützen (Hartong & Nikolai, 2021) und vermutlich große Mengen von Daten sammeln (worin auch ein unternehmerisches Ziel von OpenAI in der Lancierung einer kostenlos nutzbaren Anwendung liegen könnte).

#### *Verwendung von ChatGPT beim Verfassen von wissenschaftlichen Texten*

Einen zweiten (durchaus problematischeren) Anwendungsbereich besitzen generative KI-Sprachmodelle für das Schreiben von wissenschaftlichen Texten. Mit einer einfachen Eingabe lässt sich beispielsweise ein Text verfassen, der auf den ersten Blick den Kerngedanken zu verschiedenen Repräsentationsmodi in der Mathematikdidaktik zusammenfasst (vgl. Abb. 6).

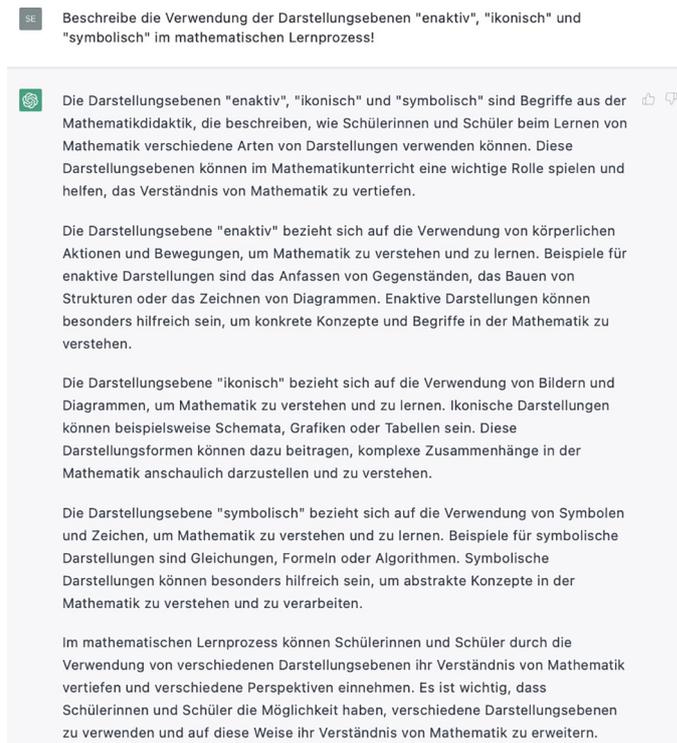


Abbildung 6. Eingabe zur Klärung einer fachlichen Frage (Prompt von S. Schorcht am 29. 12. 22)

Auch wenn die Antwort Nuancen eines tiefergehenden begrifflichen Verständnisses nicht richtig erfasst, entsprechen die Antworten von ChatGPT qualitativ durchaus schriftlicher Ausarbeitungen von Studierenden niedriger Semester. Mit einer entsprechenden Überarbeitung derartiger Texte durch Expertinnen und Experten, indem beispielsweise die fachliche Tiefe hinzugefügt wird, ließe sich in kurzer Zeit ein wissenschaftlicher und in bestimmten Fällen sicher auch publizierbarer Text erstellen. Allerdings wird die Antwort von ChatGPT, auch wenn sie auf den ersten Blick plausibel erscheint, generell durch den Algorithmus und daher nur durch eine Serie von Vermutungen erstellt. Sie ist aufgrund dessen immer mit einer gewissen Unsicherheit behaftet und genügt keinesfalls wissenschaftlichen Ansprüchen. Eine faktenbasierte Validität der von der KI präsentierten Informationen – etwa durch existierende Quellenangaben und wissenschaftliche Zitationen – wird nicht gewährleistet. Aktuell arbeitet OpenAI bereits an einem Prototypen für die Lösung dieses Problems. Die sich in Entwicklung befindliche Anwendung WebGPT ([openai.com/blog/webgpt](https://openai.com/blog/webgpt)) besitzt eine integrierte Internetsuchfunktion und unterstützt die ausgegebenen KI-generierten Texte mit auffindbaren Quellenangaben. Andere KI-basierte Anwendungen wie etwa Elicit ([elicit.org](https://elicit.org)), die ebenfalls auf GPT-3 basieren und zusätzlich bestehende wissenschaftliche Publikationsdatenbanken auf spezi-

fische Suchanfragen hin durchforsten um eine Auswahl von Studien zusammenstellen, haben dies bereits besser umgesetzt und erweisen sich damit für die eigene Literaturrecherche als erstaunlich nützlich. Dennoch bleibt selbst bei diesen Weiterentwicklungen das Problem der Voraussetzung der menschlichen Expertise bei der Beurteilung der dargestellten Informationen bestehen. Für Personen, die keine hinreichenden mathematikdidaktischen Vorkenntnisse besitzen, ist augenscheinlich nicht zu erkennen, ob die zusammengetragene Information in Abb. 6 korrekt ist oder nicht, was aber natürlich im Allgemeinen auch für nicht-KI-generierte Texte gilt. Ebenso wenig ist erkennbar, ob der Text überhaupt manuell oder automatisiert verfasst wurde.

Daraus ergeben sich aus unserer Sicht erhebliche Konsequenzen für wissenschaftliche Zeitschriften und deren Qualitätssicherungssysteme. Es ist möglicherweise mit einer Zunahme an Publikationen zu rechnen, die mit KI-Unterstützung geschrieben werden. Für entsprechende Begutachtungsprozesse bedeutet dies, dass es zukünftig noch wichtiger wird, Personen mit der entsprechenden Expertise als Begutachtende gewinnen zu können, die die Validität und Glaubwürdigkeit von dargestellten Informationen hinreichend einschätzen können – und zwar bis hin auf die Ebene von Quellenangaben. Forschende dürften aufgrund des drohenden Reputationsverlustes bei Publikationen im Allge-

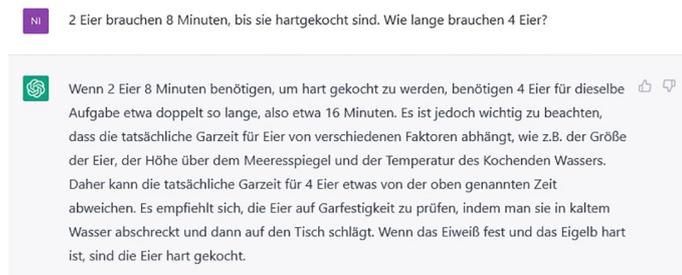


Abbildung 7. Fehlinterpretation einer mathematischen Fragestellung (Prompt von N. Buchholtz am 29. 12. 2022)

meinen wohl nicht auf non-existente Literaturquellen (Abb. 3) zurückgreifen. Allerdings kann die KI unter einer entsprechenden Eingabe leicht dazu aufgefordert werden, bestehende (eigene und fremde) Publikationen textlich so umzuschreiben, dass ein neuer Text kreiert wird und damit auch bestehende Plagiatssoftware umgangen werden kann. Hierzu müssten also zusätzlich Qualitätskriterien entwickelt werden, mit denen einwandfrei erkannt werden kann, inwieweit ein wissenschaftliches Manuskript KI-basiert erstellt worden ist – ein kaum zu lösendes Problem, bei dem allenfalls die Selbstauskunft von Autorinnen und Autoren abgefragt werden kann. Allenfalls kann eine weitere (Kontroll-) KI die Akzente eines KI-basierten Textes erkennen. Dies würde aber zu einem Szenario führen, in dem KIs letztendlich gegeneinander arbeiten und die menschliche Expertise nur noch im Hintergrund relevant ist.

#### *Verwendung von ChatGPT im Rahmen des kreativen mathematischen Arbeitens*

Ein dritter Anwendungsbereich für generative KI-Sprachmodelle liegt möglicherweise in der Generierung von mathematischen Aufgaben, Lösungswegen oder mathematischen Problemen für Anwendungsfälle. Die mathematischen Fähigkeiten von ChatGPT sind allerdings momentan noch überraschend gering ausgeprägt und ebenfalls fehleranfällig. So findet sich etwa bei Cherian et al. (2022) eine Studie mit 11 einfachen mathematischen Textaufgaben, bei der jede Aufgabe neuronalen Netzwerken (darunter ChatGPT) zehn mal unabhängig voneinander gestellt wurde, mit der Bitte nach einer Lösung und der Erklärung des Lösungswegs. ChatGPT konnte die Aufgaben nicht zuverlässig richtig lösen und die Lösungshäufigkeiten schwanken zwischen 0% und 90% pro Aufgabe. Die Anwendung ist bisher nicht zuverlässig in der Lage, spezifische Fallunterscheidungen zu treffen oder semantische Feinheiten mathematischer Begriffe situationsangemessen zu interpretieren. Da es die Antworten aus menschlich generierten Trainingsdaten und Feedback generiert, sind zwangsläufig auch

menschliche Fehlvorstellungen in den Antworten wiederzufinden (vgl. Abb. 7).

Auch die Fähigkeiten zum Problemlösen sind nur rudimentär ausgeprägt. So generiert ChatGPT bereits fehlerhafte Antworten bei einer einfachen Problemlöseaufgabe wie „Mein Vater ist 33 Jahre alt, ich bin 8 Jahre alt. Wann ist mein Vater doppelt so alt wie ich?“ (ChatGPT: „Dein Vater ist doppelt so alt wie du, wenn er 66 Jahre alt ist.“). Andererseits kann die Anwendung im Bereich der Informatik aber durchaus dazu verwendet werden, Programmcode zu schreiben oder Fehler in Programmcodes zu finden und zu reparieren – und dies unabhängig von der zugrundeliegenden Programmiersprache und mit einer gewissen Zuverlässigkeit.

#### *Verwendung von ChatGPT bei Prüfungen im Lehramtsstudium*

Weitreichende Auswirkungen eines verstärkten Nutzens von generativen KI-Sprachmodellen durch Studierende sehen wir auch für den Bereich der Lehramtsausbildung an Hochschulen. Die derzeitige Qualität der KI-generierten Texte entspricht teilweise auch der Qualität von Arbeiten von Studierenden, sodass wir die Integrität von semesterbegleitenden schriftlichen Ausarbeitungen, abschließenden Hausarbeiten oder anderen schriftlichen online-basierten Prüfungen gefährdet sehen (vgl. Susnjak, 2022). Niedrigschwellige Aufgaben, bei denen mathematikdidaktische Texte oder wissenschaftliche Publikationen zusammengefasst oder erstellt werden müssen, lassen sich bereits jetzt mit ausreichend hoher Präzision und Qualität durch entsprechende Eingaben in die generative KI und anschließender Überarbeitung lösen. Für Lehrende ist daher möglicherweise in Zukunft bei der Bewertung kaum mehr unterscheidbar, ob studentisch produzierte Texte manuell oder automatisch generiert wurden. Insofern Bewertungsmaßstäbe für Essays oder schriftliche Ausarbeitungen vorliegen, kann die KI sogar gebeten werden, diese bei der Texterstellung oder Bewertung zu berücksichtigen (Weßel, 2022). Die Einschränkungen durch nicht geprüfte Falschinformation wirken sich selbst-

verständlich auch in diesem Bereich aus, jedoch liegt die Prüflast hier bei den Lehrenden. Auch universitätseigene Plagiatssoftware ist in der Regel nicht darauf ausgelegt, KI-basierten Text zu erkennen. Insofern laufen KI-unterstützte Prüfungsleistungen hier unter dem Radar und lassen die Diskussion um Plagiatssoftware obsolet erscheinen.

Ein derartiger Gebrauch nicht zugelassener Hilfsmittel kann aus unserer Sicht als Problematik des „KI-Ghostwritings“ bezeichnet werden. Wir sehen hier Bedarf darin, langfristig über alternative Prüfungsformen nachzudenken und die Prüfungskultur im Lehramtsbereich den neuen Gegebenheiten anzupassen. Das bedeutet, dass sich Prüfungen ggf. stärker auf Mündlichkeit hin ausrichten müssen (z. B. durch Vorträge mit anschließendem Prüfungsgespräch) und der Schwerpunkt schriftlicher Prüfungen sich verlagern könnte hin zu stärker daten- oder situationsbasierten Prüfungsformaten, bei denen Studierende mathematikdidaktische Sachverhalte (z. B. aus gesehendem Unterricht oder anhand von Schülerlösungen) kompetenzorientiert theoretisch einordnen müssen. Hierzu könnten die in den letzten Jahren verstärkt vorangetriebenen Forschungen zu Video-Vignetten konkrete Impulse liefern (Geisen et al., 2022). Bei reinen Literaturarbeiten wird hingegen zukünftig möglicherweise nicht mehr ersichtlich sein, ob hier tatsächlich Wissen systematisch erworben wurde oder mittels KI-Unterstützung gearbeitet wurde (Weßels, 2022).

#### *Herausforderungen für den Mathematikunterricht?*

Es erscheint uns unter den beschriebenen Problemen der Nicht-Verlässlichkeit der durch generative KI-Sprachmodelle zur Verfügung gestellten Information fragwürdig, diese Modelle in schulischen Bildungszusammenhängen bewusst einzusetzen. Mathematische Fehler und schlechte Erklärungen finden sich allerdings auch in Medien, die „menschengemacht“ sind und dennoch auf breites Nutzungsverhalten im schulischen Mathematikunterricht treffen (z. B. Erklärvideos oder Blogbeiträge). Dies allein also als Ausschlusskriterium zu verwenden, würde das didaktische Potenzial, das generativen KI-Sprachmodellen innewohnt, daher vermutlich verkennen. Genauso wie die Tatsache, dass neue Technologien, die das Lernen augenscheinlich und auf verführerische Weise erleichtern, sich ohnehin nahezu von selbst unter Schülerinnen und Schülern verbreiten und die Mathematikdidaktik sich zu diesen neuen Technologien früher oder später verhalten muss. Klar ist, dass schulischer Unterricht und die Begleitung von Lernprozessen durch qualifizierte Lehrpersonen durch derartige Modelle nicht ersetzt werden können, auch wenn dies möglicherweise in der Entwicklung von automatisierten

Anwendungen in Zukunft so angelegt sein wird.

Derzeit sind die bereitgestellten Antworten von ChatGPT oft noch sehr fehlerbehaftet. Für eine Unterstützung bei mathematischen Berechnungen eignet sich die Anwendung wegen der Fehleranfälligkeit ebenfalls nicht; hierzu gäbe es aber ohnehin bereits zuverlässig arbeitende Anwendungen wie Photomath (deren Nutzen für den Unterricht aber umstritten ist). Nicht auszuschließen ist aber, dass weiterentwickelte Modelle diese Fehleranfälligkeit in der Zukunft reduzieren werden. Wir nehmen daher positiv an, dass weiterentwickelte generative KI-Sprachmodelle bei entsprechender Integration in Online-Lernumgebungen durchaus Hilfen zur Individualisierung von Lernprozessen für lernschwache Schülerinnen und Schüler bereitstellen können, zum Beispiel in der Reduzierung von Anforderungen durch einfache Sprache oder beim Verständnis von Aufgaben oder mathematischen Begriffen; hier steckt durchaus Forschungspotenzial.

Für eine reflektierte Nutzung dieser mächtigen Technologie erscheint uns zum derzeitigen Zeitpunkt eine kritische Einbindung in den Unterricht angemessen. Lernende (wie Lehrende) sollten dafür geschult werden, wie generative KI-Sprachmodelle zu benutzen sind und wie fehleranfällig sie sind, d. h. sie müssen in die Lage versetzt werden, zielführende Eingaben zu setzen und die Fehler und die Güte der bereitgestellten Information zu erkennen – auch in der Betrachtung des Falschen liegt eine Lernchance. Hier gliedern sich die dafür benötigten digitalen Kompetenzen in ganz natürlicher Weise an die Kompetenz „mit Medien mathematisch arbeiten“ der neu überarbeiteten Bildungsstandards (KMK, 2022) der Sekundarstufe an. Google wird als Recherchetool vermutlich weiterhin eine große Rolle für Lernende spielen. Dort, wo Google aber nur Informationen bereitstellen kann, und diese dann selbst bewertet werden müssen, könnten generative KI-Modelle Sachverhalte in Zukunft auch webbasiert erklären.

#### **Fazit**

Im Rahmen dieses Beitrags haben wir selbst viele Eingaben bei ChatGPT vorgenommen. Oft führte eine Eingabe zu enttäuschenden Resultaten, da viele der dargestellten Informationen falsch oder unvollständig sind. Diese Fehleranfälligkeit ist der Technologie durch den verwendeten Algorithmus inhärent. Daraus lässt sich die generelle Frage ableiten, ob generative KI-Sprachmodelle wie ChatGPT überhaupt in Forschung und Lehre verwendet werden sollten. Besieht man die Probleme, die das Imitieren täuschend echter menschlicher Konversation mit sich bringt, und Möglichkeiten, mit der diese Technologie missbraucht werden kann, sowie das

„disruptive“ Potenzial, das ihr in der medialen Aufmerksamkeit zugesprochen wird, so muss die Antwort „nein“ lauten. Generative KI-Sprachmodelle wie ChatGPT können nach dem derzeitigen Stand der Technologie zwar Text generieren, der wissenschaftlich durchaus korrekt sein kann, aber sie können dies nicht zuverlässig und sie können nicht die notwendige wissenschaftliche Analyse und die Originalforschung ersetzen, die beispielsweise beim Verfassen einer wissenschaftlichen Arbeit erforderlich sind. Wie bei anderer risikobehafteter Technologie aber auch kommt es aus unserer Sicht auf den vernünftigen Gebrauch der technischen Entwicklung an. Bedenkt man das rasante Tempo, mit dem sich in den letzten Jahren derartige KI-basierte Modelle weiterentwickelt haben, und die Fortschritte, die mit Sprachmodellen wie ChatGPT erreicht wurden, so sollte die Mathematikdidaktik aus unserer Sicht nicht die Chance verpassen, diese Technologie für Lernprozesse in Forschung und Lehre sinnvoll aufzugreifen und für das Lehren und Lernen von Mathematik reflektiert einzusetzen. Bis eine derartige Technologie in der mathematikdidaktischen Forschung und Lehre zuverlässig und fehlerfrei verwendbar ist, dürfte zwar noch etwas Zeit vergehen, aber Lösungsansätze für die offensichtlichen Probleme sind bereits in Sichtweite oder befinden sich bereits in der konkreten Entwicklung. Das Potenzial für den Einsatz generativer KI-Sprachmodelle ist groß. Die genauere Erforschung der Anwendungsmöglichkeiten und Grenzen der Technologie steht momentan noch aus. Die wenigen wissenschaftlichen Studien zu ChatGPT, die wir in der Kürze der Zeit recherchieren konnten, sind teilweise nur in Online-Archiven ohne Peer-Review zu finden. Wir hoffen dennoch, mit diesem Beitrag einen ersten Überblick über die aktuellen spannenden Entwicklungen geben zu können.

Anmerkung: Beim Verfassen dieses Beitrags Ende Dezember 2022 konnte die Anwendung für die Allgemeinheit kostenfrei verwendet werden. Bei Sichtung der Druckfahnen im Februar 2023 stand die Einführung von Bezahlmodellen bereits in Aussicht und die KI-Sprachmodelle erfuhren mittlerweile eine exorbitante mediale Aufmerksamkeit.

#### Literatur

- Cherian, A., Peng, K.-C., Lohit, S., Smith, K. & Tenenbaum, J. B. (2022). Are deep neural networks SMARTer than second graders? DOI:10.48550/arXiv.2212.09993
- Floridi, L. & Chiriatti, M. (2020). GPT-3: Its nature, scope, limits, and consequences. *Minds & Machines*, 30, 681–694.
- Geisen, M., Zender, J. & Buchholtz, N. (2022). MS4: Alternative Prüfungsformate – digital und kompetenzorientiert. Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.

- Hartong, S. & Nikolai, R. (2021). Warum es unabdingbar ist, Dateninfrastrukturen in der Bildungssteuerung stärker kritisch in den Blick zu nehmen. *Bildung unter (digitaler) Beobachtung – Analysen zur wachsenden Bedeutung von Dateninfrastrukturen in der Bildungssteuerung*. Thementeil in der Zeitschrift für Pädagogik, 67(3), 317–322.
- Jahn, T. (2022). Kultur und Wissenschaft – Mittels KI Examensarbeit schreiben? [www.deutschlandfunk.de/kultur-und-wissenschaft-mittels-ki-examensarbeit-schreiben-dlf-40a6641c-100.html](http://www.deutschlandfunk.de/kultur-und-wissenschaft-mittels-ki-examensarbeit-schreiben-dlf-40a6641c-100.html)
- Knox, J., Williamson, B. & Bayne, S. (2020). Machine behaviourism: Future visions of ‘learnification’ and ‘datafication’ across humans and digital technologies. *Learning, Media and Technology*, 45(1), 31–45.
- KMK (2022). Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz. KMK.
- Lobo, S. (2022, 7. Dezember). Das Ende der irrelevanten künstlichen Intelligenz. *Der Spiegel* (online). [www.spiegel.de/netzwelt/web/chatgpt-markiert-das-ende-der-irrelevanten-kuenstlichen-intelligenz-kolumne-a-b2afeb69-083d-4e69-8920-da5cad549d5f](http://www.spiegel.de/netzwelt/web/chatgpt-markiert-das-ende-der-irrelevanten-kuenstlichen-intelligenz-kolumne-a-b2afeb69-083d-4e69-8920-da5cad549d5f)
- Moorstedt, M. (2022, 4. Dezember). Künstliche Intelligenz Chat GPT beantwortet Fragen verblüffend klug. *sueddeutsche.de*. [www.sueddeutsche.de/kultur/chatgpt-kuenstliche-intelligenz-1.5708877](http://www.sueddeutsche.de/kultur/chatgpt-kuenstliche-intelligenz-1.5708877)
- Schulman, J., Wolski, F., Dhariwal, P., Radford, A. & Klimov, O. (2017). Proximal policy optimization algorithms. DOI:10.48550/arXiv.1707.06347
- Shin, D. & Shim, J. (2021). A systematic review on data mining for mathematics and science education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(4), 639–659.
- Susnjak, T. (2022). ChatGPT: The end of online exam integrity? DOI:10.48550/arXiv.2212.09292
- Weßels, D. (2022, 20. Dezember). ChatGPT – ein Meilenstein der KI-Entwicklung. *Forschung und Lehre*. [www.forschung-und-lehre.de/lehre/chatgpt-ein-meilenstein-der-ki-entwicklung-5271](http://www.forschung-und-lehre.de/lehre/chatgpt-ein-meilenstein-der-ki-entwicklung-5271)

Nils Buchholtz, Universität Hamburg  
E-Mail: [nils.buchholtz@uni-hamburg.de](mailto:nils.buchholtz@uni-hamburg.de)

Lukas Baumanns, Universität Köln  
E-Mail: [lukas.baumanns@uni-koeln.de](mailto:lukas.baumanns@uni-koeln.de)

Judith Huget, Universität Bielefeld  
E-Mail: [jhuget@math.uni-bielefeld.de](mailto:jhuget@math.uni-bielefeld.de)

Franziska Peters, Universität Gießen  
E-Mail: [franziska.peters@math.uni-giessen.de](mailto:franziska.peters@math.uni-giessen.de)

Maximilian Pohl, Universität Duisburg-Essen  
E-Mail: [mapo1988@gmail.com](mailto:mapo1988@gmail.com)

Sebastian Schorcht, TU Dresden  
E-Mail: [sebastian.schorcht@tu-dresden.de](mailto:sebastian.schorcht@tu-dresden.de)

## Diagnostizieren und individuell Fördern – ein „Win-Win-Projekt“ (nicht nur) für Lehramtsstudierende und Lernende

Natalie Hock

Das vorliegende Projekt „DiMaS@school“ (Diagnose und individuelle Förderung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I in der Schule) findet im Rahmen des Thüringer Landesaktionsprogrammes „Stärken-Unterstützen-Abholen“ statt, das im Zuge des „Aufholen nach Corona“-Programmes der Bundesregierung initiiert wurde. Im Artikel werden zunächst die Ausgangsbedingungen in der aktuellen Unterrichtspraxis sowie der Lehrerbildung dargestellt und auf Grundlage didaktischer Überlegungen die wissenschaftlichen Fragestellungen aufgezeigt. Ferner wird die Projektkonzeption beschrieben, indem der Ablauf exemplarisch veranschaulicht wird und ausgewählte Bestandteile, wie die Rahmenbedingungen, die Schulungsinhalte und die Testkonzeption, detaillierter vorgestellt werden. Der Artikel endet mit einem kurzen Erfahrungsbericht und einem Ausblick auf das weitere Vorgehen. Bereits zu Beginn sei angemerkt, dass dieses Projekt eine „Win-Win-Situation“ für alle Beteiligten (nicht nur Lehramtsstudierende und Lernende) darstellt.

### Ausgangsbedingungen ...

... in der aktuellen Unterrichtspraxis

Laut Schulgesetz der Bundesländer sind Schulen verpflichtet, Lernende individuell zu fördern. Exemplarisch sei an dieser Stelle auf das Thüringer Schulgesetz § 2 (2) verwiesen, weshalb jeder einzelne Lernende mit seinen individuellen Voraussetzungen maximal gefordert bzw. gefördert werden muss. Durch die Corona-Pandemie und die damit einhergehenden Maßnahmen wie Schulschließungen, Distanzunterricht oder hybrider Unterricht sind bei den Schülerinnen und Schülern neben sozialen und emotionalen Belastungen auch inhaltliche Lernrückstände entstanden. Die Bundesregierung reagierte auf diese Problematik mit dem Aktionsprogramm „Aufholen nach Corona“, in dessen Rahmen dieses Projekt stattfindet.

Vor allem in den Klassen 7 und 8 wurde über einen längeren Zeitraum hinweg kein Präsenzunterricht durchgeführt, weshalb eine Fokussierung auf die Lehrplaninhalte in diesen Klassenstufen im Projekt stattfindet. Aufgrund der Tragweite der Thematiken „Terme“ und „Prozentrechnung“ in höheren Klassenstufen, die nach Thüringer Lehrplan (TMBWK, 2011, S. 18 ff.) – neben anderen Themen-

bereichen – in diesen Klassenstufen unterrichtet werden, wird im Projekt das Ziel verfolgt, die mathematischen Fähigkeiten der Lernenden in diesen beiden Themengebieten zunächst zu diagnostizieren und bedarfsgerecht zu fördern.

... in der Lehrerbildung

Laut den Standards der Lehrerbildung der Bildungswissenschaften und im Fach Mathematik sollten angehende Lehrkräfte in der ersten und zweiten Phase der Lehrerbildung Kompetenzen erwerben, um einerseits Lernvoraussetzungen und -prozesse diagnostizieren und andererseits gezielte Maßnahmen zur entsprechenden Förderung einleiten zu können (Kultusministerkonferenz, 2004, S. 11; Ziegler et al., 2008, S. 10 f.). Ziel des vorliegenden Projektes ist aus Sicht der Lehrerbildung daher, die Kompetenzen zur Diagnose und individuellen Förderung – hier speziell in den Themengebieten Terme und Prozentrechnung – von Mathematik-Lehramtsstudierenden zu fördern.

### Didaktische Überlegungen ...

... zur aktuellen Unterrichtspraxis

Im alltäglichen Mathematikunterricht kommen lernprozessbegleitende sowie lernergebnisfokussierende Diagnosemethoden (u. a. Klassenarbeiten, Tests, Beobachtungen, diagnostische Gespräche, explizite Diagnoseaufgaben) zum Einsatz, wodurch sowohl eine Prozessdiagnostik als auch eine Statusdiagnostik im Unterricht erfolgt, die einen Einblick in den aktuellen Lernstand der Lernenden geben (Hock, 2021, S. 63; Ziegler et al., 2008, S. 10 f.; Aufschneider et al., 2015, S. 744 ff.). Unter Berücksichtigung der vergangenen pandemiebedingten Schulschließungen stellt sich die Frage, inwieweit die mathematischen Fähigkeiten in den Themengebieten Prozentrechnung und Terme bei den Lernenden der aktuellen Klassenstufen 8 bzw. 9 ausgebildet sind (Forschungsfrage 1), was durch eine Status- und Prozessdiagnostik ermittelt werden kann.

Die Diagnosen bilden die Grundlage, um einerseits über die Notwendigkeit einer individuellen Förderung eine Entscheidung zu treffen bzw. um andererseits im Fall von vorhandenen Lerndefiziten eine individuelle Förderung der Lernenden zu realisieren. Hasselhorn, Decristan und Klieme (2019,

S. 375) verstehen unter einer individuellen Förderung pädagogisches Handeln, dessen Ziel es ist, „(...) die Kompetenzentwicklung jedes einzelnen Lernenden unter konsequenter Berücksichtigung individueller Voraussetzungen zu unterstützen“. Doch inwieweit lassen sich die ggfs. vorhandenen Lücken in den mathematischen Fähigkeiten durch eine gezielte individuelle Förderung schließen (Forschungsfrage 2)?

#### ... zur Lehrerbildung

Die Kompetenzen von Mathematik-Lehramtsstudierenden zur Diagnose von Schülerfehlern und deren Ursachen lassen sich durch eine gezielte Intervention im Rahmen des Lehramtsstudiums fördern, wobei eine Verzahnung von Theorie und Praxis sinnvoll ist (Hock, 2021, S. 309 ff.). Neben diagnostischen Kompetenzen sind jedoch auch die Kompetenzen einer Lehrkraft für eine individuelle Förderung der Lernenden entscheidend, um beispielsweise auf Schülerfehler adäquat zu reagieren und passende Lerngelegenheiten unter Berücksichtigung von Aufgaben, geeigneter Lehr- und Lernmaterialien sowie angemessenen Unterrichtsmethoden zu konstruieren. Ziegler et al. (2008, S. 11) bezeichnen derartige Kompetenzen als mathematikunterrichtsbezogene Handlungskompetenzen.

Nun stellt sich die Frage, inwieweit auch die mathematikunterrichtsbezogenen Handlungskompetenzen der Lehramtsstudierenden, die für eine individuelle Förderung von Lernenden notwendig sind, durch eine Theorie-Praxis-Verzahnung gefördert werden können (Forschungsfrage 3).

### Projektkonzeption

Um die vorangegangenen Fragestellungen zu beantworten, wurde ein Projekt konzipiert, das in den folgenden Abschnitten detaillierter beschrieben wird. Zunächst werden die Rahmenbedingungen im Projekt erläutert und im Anschluss der Ablauf exemplarisch dargelegt. Ferner wird auf den Inhalt der Schulung eingegangen, welche die teilnehmenden Lehramtsstudierenden besuchen mussten, und überdies wird die Testkonzeption beschrieben.

#### Rahmenbedingungen

Die Laufzeit des Projektes ist von Februar 2022 bis Juli 2023 und entspricht damit genau drei Schulhalbjahren. Pro Schulhalbjahr wird das Projekt an zwei weiterführenden Schulen in Erfurt und Umgebung durchgeführt, wobei in einer Schule drei Lehramtsstudierende ausgewählte Lernende in Kleingruppen à fünf Lernenden fördern, wodurch insgesamt 15 Schülerinnen und Schüler pro Schule explizit und individuell gefördert werden können. Die Förderung findet einmal wöchentlich, für 90 Minuten meistens nach dem regulären Unterricht in den Schulen statt und ist für die Lernenden nicht verpflichtend, sondern auf freiwilliger Basis.

#### Exemplarischer Ablauf

In der Abbildung 1 wird der Ablauf eines Durchganges exemplarisch für das erste Schulhalbjahr 2022/2023 dargestellt. In den anderen Schulhalbjahren findet der Ablauf analog statt.

Bevor die Lehramtsstudierenden ausgewählte Schülerinnen und Schüler in einer Schule individuell fördern, nehmen sie an einer explizit entwickelten Schulung teil, auf die im nächsten Abschnitt detaillierter eingegangen wird. An den Schulen werden in den Jahrgängen 8 bzw. 9 zu Beginn des Durchganges Statusdiagnostiken in Form von Tests in den Themengebieten Terme und Prozentrechnung von den unterrichtenden Lehrkräften durchgeführt, wobei die Tests im Projekt entwickelt und evaluiert wurden. Eine inhaltliche Darstellung des Tests erfolgt ebenfalls in den nächsten Abschnitten. Diese Tests werden unter Anwendung eines Codiermanuals kontrolliert, was eine erste Leistungseinschätzung der Lernenden ermöglicht. Unter Berücksichtigung der erhobenen Leistungen und der Einschätzungen der Fachlehrkräfte bzgl. der Motivation der Lernenden zur Teilnahme an einer zusätzlichen individuellen Förderung werden konkrete Lernende ausgewählt und deren Erziehungsberechtigte über einen Elternbrief kontaktiert. Darin erhalten die Erziehungsberechtigten den Hinweis, dass eine Förderung ihres Kindes sinnvoll ist. Außerdem werden ihnen auch Informationen zum Projekt sowie die Ergebnisse der Tests mitgeteilt. Aufgrund der freiwilligen Teilnahme an der Förderung ist

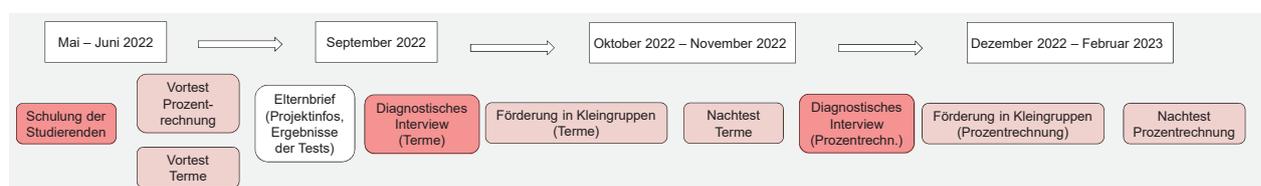


Abbildung 1. Ablauf im 1. Schulhalbjahr 2022/2023

eine Zustimmung der Erziehungsberechtigten erforderlich. Zudem besteht die Hoffnung, dass die Erziehungsberechtigten als Motivator und Erzieher die Förderung ihrer Kinder unterstützen.

Um das Schulhalbjahr effektiv für die Förderung zu nutzen, finden die Statusdiagnostiken, die Auswahl der Lernenden sowie die Kontaktaufnahme mit den Erziehungsberechtigten bereits im vorherigen Schulhalbjahr statt. Sind die Erziehungsberechtigten mit der Förderung einverstanden, wird mit den ausgewählten Schülerinnen und Schülern auf Grundlage der Testergebnisse eine Prozessdiagnostik mit Hilfe von eigens entwickelten und evaluierten diagnostischen Interviews, sogenannte FIMS (Borromeo Ferri et al., 2022; Hock et al., in Druck), durchgeführt, um das Verständnis sowie die Gedanken bei den expliziten Aufgabebearbeitungen zu diagnostizieren.

Im Anschluss beginnt die Förderung in den Kleingruppen, wobei die Reihenfolge der Themen in Absprache mit der Fachlehrkraft stattfindet. Die Förderung in beiden Thematiken umfasst jeweils ungefähr zwei Monate. Der Inhalt in den individuellen Förderungen wird von den Lehramtsstudierenden in Abhängigkeit vom Lernstand der Lernenden gestaltet. Sollten sich inhaltliche oder pädagogische Rückfragen ergeben, können sich die Studierenden mit den zwei Mitstudierenden austauschen, die ebenfalls an der Schule eine Kleingruppe fördern, oder jederzeit mit der Projektleiterin Kontakt aufnehmen. Ferner erhalten sie auch immer wieder von der Projektleitung passende, geeignete Materialien, die sie in der Förderung nutzen können. Nach der jeweiligen Förderung findet ein entsprechender Nachtest statt, der nicht identisch zum Vortest ist, aber diesem stark ähnelt.

### Schulung

Die Schulung der Studierenden umfasst insgesamt zehn Stunden und findet an zwei Tagen statt. Oberstes Ziel ist es hierbei die Kompetenzen zur Diagnose und individuellen Förderung speziell in den Themengebieten Prozentrechnung und Terme zu fördern. Die inhaltliche Gestaltung des ersten Schulungsteils basiert auf einer als lernwirksam evaluierten Intervention zur Förderung der Kompetenz zur

Diagnose von Schülerfehlern und deren Ursachen (Hock, 2021, S. 163 ff.). Daher setzen sich die Studierenden u. a. mit dem diagnostischen Interview als Instrument zur Realisierung einer Prozessdiagnostik auseinander und lernen häufige Schülerfehler und deren Ursachen in den Themengebieten Prozentrechnung und Terme unter Berücksichtigung des fallbasierten Lernens kennen. Außerdem wird der Zusammenhang zwischen Diagnostik und individueller Förderung herausgestellt und der Umgang mit Schülerfehlern thematisiert.

Die fachdidaktischen Inhalte in der Schulung, zur Realisierung einer Förderung in den forcierten Themengebieten, orientieren sich an den entsprechenden Lehrplaninhalten.

Demzufolge werden bezüglich der Prozentrechnung die unterschiedlichen Schreibweisen von Brüchen (Prozent, Bruch, Dezimalbruch), die Grundaufgaben zur Berechnung von Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert, Sachaufgaben, verminderter und vermehrter Grundwert sowie Diagramme thematisiert. Die Implementierung und Forcierung des EIS-Prinzips im Mathematikunterricht zeigt die Sinnhaftigkeit von Handlungen und Visualisierungen, damit Lernende ein Verständnis für mathematische Inhalte entwickeln (Dreher & Holzäpfel, 2021, S. 2; Heitzer & Weigand, 2020, S. 4; Lotz, 2020, S. 17). Hilfreich hierfür sind bei der Prozentrechnung beispielsweise das Prozentband, der Prozentschieber (siehe Abb. 2), der Prozentstreifen oder auch Rechennetze, mit denen sich die Studierenden in der Schulung auseinandersetzen (Klapp, 2014a; Klapp, 2014b; Pöhler et al., 2021; Schillig, 2014).

Bzgl. der Thematik „Terme“ sollten die SuS laut Thüringer Lehrplan in der Lage sein,

- Terme aufzustellen
- Termstrukturen zu beschreiben,
- Termwerte zu berechnen und
- Terme zu vereinfachen.

Um ein inhaltliches Verständnis für den Umgang mit Termen zu entwickeln, empfiehlt sich auch hier ein anschauliches und handlungsorientiertes Lernen. Beim Aufstellen von Termen können beispielsweise Holzwürfel zum Einsatz kommen, um Muster und Strukturen in den Würfelbauten enak-

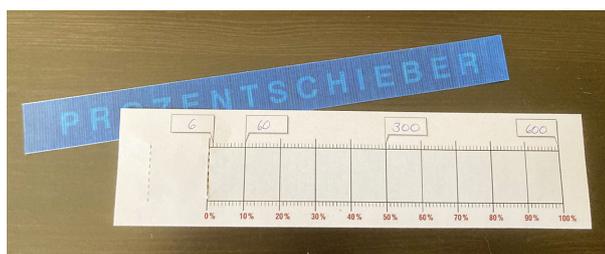


Abbildung 2. Prozentschieber (Klapp, 2014b)



Abbildung 3. Prozentband (Klapp, 2014a, S. 10)

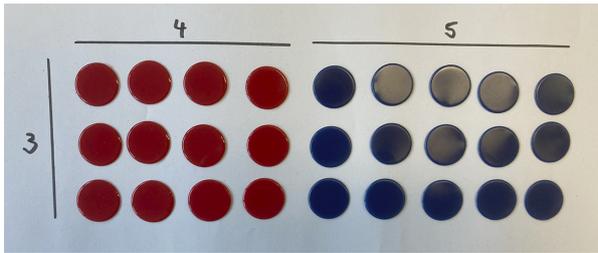


Abbildung 4. Veranschaulichung des Distributivgesetzes durch Plättchen am Beispiel  $3(4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$

tiv zu entdecken. Bei Termumformungen eignen sich farbige Plättchen, um die Gleichwertigkeit von Termen zu verdeutlichen (siehe Abb. 4) oder Rechenstäbe. Auch farbliche Hervorhebungen bieten sich an dieser Stelle an. Darüber hinaus werden in der Schulung weitere Ideen, wie zum Beispiel Spiele (Termbingo, Domino) und das Klammergebirge mit Variablen (siehe Abb. 5) aufgegriffen und analysiert (Krauth & Warmeling, 2018; Kortenkamp, 2006).

#### Testkonzeption

Die in den beiden Themengebieten eingesetzten Tests entstanden unter Berücksichtigung des Thüringer Lehrplans (TMBWK, 2011) und zum Teil auf Basis bereits in anderen Studien eingesetzter Aufgaben, etwa von Pöhler (2018). Ziel des Testesatzes ist es, diejenigen Lernenden zu identifizieren, die eher leistungsschwach in Mathematik sind und kaum oder lediglich teilweise Kompetenzen aufweisen, um grundlegende Begriffe und Verfahren in den bereits bekannten Thematiken Terme und Prozentrechnung direkt anzuwenden, und sie demzufolge noch gefördert werden sollten. Laut Bildungsstandards aus dem Jahr 2022 entsprechen die eingesetzten Aufgaben daher vorrangig dem Anforderungsbereich I (KMK, 2022, S. 9). Die Bearbeitungszeit beträgt 30 Minuten. Die Vor- und Nachtests sind weitestgehend identisch, im Nachtest werden lediglich einzelne Zahlen sowie die Reihenfolge der Aufgaben im Test variiert. Die Skalierung der Daten erfolgt auf Grundlage der klassischen Testtheorie und jedes Item wird mit 0 oder 1 codiert (Döring & Bortz, 2016, S. 430 ff.).

Beim Test „Terme“ sind keine Hilfsmittel zugelassen. Inhaltlich wird sowohl das Aufstellen und

Vereinfache die Terme  
so weit wie möglich.  
c)  $5x - j + 3e - Bx - 12j$

Abbildung 6. Aufgabe aus dem Vortest zur Thematik „Terme“

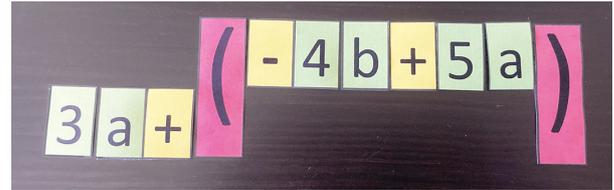


Abbildung 5. Klammergebirge mit Variablen

Vereinfachen von Termen als auch die Berechnung von Termwerten angesprochen.

Bei der Bearbeitung des Testes zur Prozentrechnung können die Lernenden einen wissenschaftlichen Taschenrechner verwenden. Neben den unterschiedlichen Schreibweisen für Prozente wird das inhaltliche Verständnis der Lernenden zum Prozentrechnen sowie die Bearbeitung von entsprechenden Grund- und Sachaufgaben beurteilt. Exemplarisch ist in den Abbildungen 6 und 7 jeweils eine explizite Aufgabe dargestellt.

#### Bisherige Erfahrungen

In diesem Kapitel möchte ich einen kleinen Einblick in die bisherigen Erfahrungen geben, denn in diversen Gesprächen zeigte sich, dass auch andere universitäre Standorte sowie Projekte ähnliche Erfahrungen machten.

Zunächst gestaltete es sich als schwierig, Schulen für die Umsetzung des Projektes zu gewinnen. Die Anwerbung von Schulen erhielt jedoch deutlichen An Schub durch persönliche Gespräche mit Schulleiterinnen und Schulleitern sowie Mathematikfachlehrkräften, durch Weiterempfehlungen und generell durch den wachsenden Bekanntheitsgrad des Projektes.

Außerdem stellt die freiwillige Teilnahme der Lernenden sowie die Förderung nach dem regulären Unterricht eine große Herausforderung dar. Obwohl die Förderungen anwendungsorientiert, kreativ, motivierend und oftmals auch spielerisch gestaltet werden, eine enge Zusammenarbeit mit den Fachlehrkräften bzw. Klassenlehrern und den Erziehungsberechtigten erfolgt, nehmen einige Lernende nicht kontinuierlich an der Förderung teil, wodurch

Ordne die Begriffe Grundwert (G), Prozentwert (P) und Prozentsatz (p %) jeweils passend zu. Welche Angaben sind gegeben, welche ist gesucht?

a) Unter 32 Kindern sind 12 Mädchen.

Abbildung 7. Aufgabe aus dem Vortest zur Thematik „Prozentrechnung“

auch die gewünschten Lernzuwächse nicht bei allen teilnehmenden Schülerinnen und Schülern erzielt werden können. Gleichwohl machen einige Lernende große Lernfortschritte, erleben Aha-Momente und nehmen motiviert und regelmäßig an der Förderung teil.

Die Lehramtsstudierenden berichten von einem großen Mehrwert, denn sie erhalten beispielsweise die Möglichkeit, erste praktische Erfahrungen zu sammeln und darüber hinaus die in universitären, fachdidaktischen Veranstaltungen erworbenen Kenntnisse in einem geschützten Rahmen praktisch anzuwenden. Auch die Schulen bewerten das Projekt und die damit einhergehende Kooperation mit der Universität Erfurt als positiv sowie gewinnbringend, gerade hinsichtlich der Möglichkeit gegebenenfalls gute, zukünftige Kolleginnen und Kollegen – in Form von Referendaren und Lehrkräften – zu gewinnen.

Schließlich ergeben sich auch für die Mathematikdidaktik der Universität Erfurt vielversprechende Nebeneffekte, indem zum Beispiel engere Kooperationen mit verschiedenen weiterführenden Erfurter Schulen angebahnt werden, auf die in weiteren Forschungsprojekten zurückgegriffen werden kann.

Somit stellt das vorliegende Projekt eine „Win-Win-Situation“ für alle Beteiligten dar.

#### Ausblick

Im weiteren Projektverlauf wird die Entwicklung der mathematischen Fähigkeiten der Lernenden in den Themengebieten Prozentrechnung und Terme empirisch untersucht und somit die Forschungsfrage 2 beantwortet werden. Darüber hinaus analysiert ein Studierender die Forschungsfrage 3 zur Förderung der mathematikunterrichtsbezogenen Handlungskompetenzen zur Realisierung einer individuellen Förderung im Rahmen einer Masterarbeit. Zudem stellt sich die Frage, wie die Lernenden neben dem regulären Mathematikunterricht gefördert werden können, wenn das „Aufholennach-Corona“-Programm ausgelaufen ist. Hierfür könnte die Kooperation zwischen der Universität Erfurt und den weiterführenden Schulen in Erfurt und Umgebung hilfreich sein. Mit Blick auf das Interview von Olaf Köller, dem Vorsitzenden der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz, mit der Zeitung „Welt“, in der er die prekäre Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler in Deutschland angesichts des IQB-Bildungstrends thematisiert und schließlich verdeutlicht, dass sowohl Angebote für leistungsstarke als auch leistungsschwache Lernende in Deutschland notwendig sind, wäre auch eine Verlängerung des Programmes wünschenswert (Menkens, 2022).

#### Literaturverzeichnis

- Aufschnaiter, C. v. et al. (2015). Diagnostische Kompetenz. Theoretische Überlegungen zu einem zentralen Konstrukt der Lehrerbildung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 5, 738–758.
- Borromeo Ferri, R., Hock, N., & Mehlfärber, T. (2022). *Fehlerdiagnostische Interviews für mathematische Inhalte der Sekundarstufen. Prozentrechnung*. Books on Demand GmbH.
- Bundesregierung Deutschland. Aktionsprogramm „Aufholen nach Corona“. Abgerufen am 20.11.2022, von [www.bundesregierung.de/breg-de/suche/programm-aufholen-nach-corona-1897750](http://www.bundesregierung.de/breg-de/suche/programm-aufholen-nach-corona-1897750)
- Döring, N., & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5. vollständig überarbeitete, aktualisierte und erweiterte Auflage). Springer-Verlag.
- Dreher, A., & Holzäpfel (2021). Mit Visualisierungen verstehen(d) lernen. *mathematik lehren*, (224), 2–8.
- Hasselhorn, M., Decristan, J., & Klieme, E. (2019). Individuelle Förderung. In O. Köller, M. Hasselhorn, F. W. Hesse, K. Maaz, J. Schrader, H. Solga et al. (Hrsg.), *Das Bildungswesen in Deutschland. Bestand und Potentiale* (S. 375–401). Bad Heilbrunn: UTB/Klinkhardt.
- Heitzer J., & Weigand, H.-G. (2020). Mathematikdidaktische Prinzipien. (Mit)teilbar und handlungsleitend. *mathematik lehren*, (223), 2–7.
- Hock, N. (2021). *Förderung von diagnostischen Kompetenzen. Eine empirische Untersuchung mit Mathematik-Lehramtsstudierenden*. Springer Fachmedien.
- Hock, N., Borromeo Ferri, R., & Mehlfärber, T. (in Druck). *Fehlerdiagnostische Interviews für mathematische Inhalte der Sekundarstufen. Terme und Lineare Gleichungen*. Books on Demand GmbH.
- Klapp, H. (2014a): Das Prozentband. Büche, Prozente und Dezimalzahlen am Streifen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 29 (4), 10–11.
- Klapp, H. (2014b). Der Prozentschieber. Eine dynamische Doppelskala. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 29 (4), 22–25.
- Kortenkamp, U. (2006). Terme erklimmen. Klammergebirge als Strukturierungshilfe. *mathematik lehren*, (136), 13.
- Kraut, B., & Warmeling, A. (2018). *Mathekoffer Algebra* (2. Auflage). Münster: MUED.
- Kultusministerkonferenz (2004). *Standards für die Lehrerbildung – Bildungswissenschaften – Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16. Dezember 2004*. Abgerufen am 23.8.2022, von [www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_12\\_16-Standards-Lehrerbildung.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf)
- Kultusministerkonferenz (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)*. Abgerufen am 29.11.2022, von [www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf)
- Lotz, J. (2020). enaktiv, ikonisch, symbolisch. Einsichten ins Symbolische anbahnen. *mathematik lehren*, (223), 17–21.
- Menkens (2022, 08. November). „Das holen die Kinder nie wieder auf“. *Welt*. Abgerufen am 27.11.2022, von

[www.welt.de/politik/deutschland/plus241930689/Bildungskrise-Das-holen-die-Kinder-nie-wieder-auf.html](http://www.welt.de/politik/deutschland/plus241930689/Bildungskrise-Das-holen-die-Kinder-nie-wieder-auf.html)

- Pöhler, B. (2018). *Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten. Eine Entwicklungsforschungsstudie*. Springer Spektrum.
- Pöhler, B., Thiede, B., & Holzäpfel, L. (2021): Prozentrechnen nachhaltig verstehen. *Lehren und Lernen mit dem Prozentstreifen*. *mathematik lehren*, (224), 17–21.
- Schillig, W. (2014): Ins Netz gegangen. Rechennetze – eine „produktive Übungsform“ zur Prozentrechnung. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 29 (4), 14–17.
- Thüringer Schulgesetz (ThürSchulG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 30. April 2003. Abgerufen am 17. 7. 2022, von [landesrecht.thueringen.de/bsth/document/jlr-SchulGTH2003rahmen](http://landesrecht.thueringen.de/bsth/document/jlr-SchulGTH2003rahmen)
- Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport. Landesaktionsprogramm „Stärken-Unterstützen-Abholen“ für Kinder und Jugendliche nach Co-

rona. Abgerufen am 20.11.2022, von [staerken-unterstuetzen-abholen.thueringen.de/](http://staerken-unterstuetzen-abholen.thueringen.de/)

Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (TMBWK) (2011). *Lehrplan für den Erwerb des Hauptschul- und des Realschulabschlusses Mathematik*. Abgerufen am 20.11.2022, von [www.schulportal-thueringen.de/tip/resources/medien/19979?dateiname=lp\\_rs\\_mathematik\\_endfassung\\_280812.pdf](http://www.schulportal-thueringen.de/tip/resources/medien/19979?dateiname=lp_rs_mathematik_endfassung_280812.pdf)

Ziegler, G. M., Weigand, H.-G., & Campo, A. a (2008). *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen der DMV, GDM, MNU*. Abgerufen am 3. 9. 2019, von [www.mnu.de/images/PDF/fachbereiche/mathematik/stellungnahme2008.pdf](http://www.mnu.de/images/PDF/fachbereiche/mathematik/stellungnahme2008.pdf)

Natalie Hock, Universität Erfurt  
E-Mail: [natalie.hock@uni-erfurt.de](mailto:natalie.hock@uni-erfurt.de)

## Förderung fachdidaktischer Analysekompetenzaspekte mit Vignetten – Ein Bericht aus dem EU-Projekt coReflect@maths

Sebastian Kuntze, Marita Friesen, Jens Krummenauer, Ceneida Fernández, Lulu Healy, Pere Ivars, Salvador Llinares, Libuše Samková, Karen Skilling, Melania Bernabeu und Felix Schwaderer

Vignetten, die Unterrichtssituationen darstellen, haben nicht selten ein großes Potential für fachdidaktisches Lernen (Buchbinder & Kuntze, 2018; Friesen et al., 2020; Kuntze et al., 2021). Dennoch besteht – auch international – ein großer Bedarf sowohl an Entwicklungen vignettenbasierter professionsbezogener Lernsettings wie auch an empirischer Forschung zu Wirkungen solcher Lerngelegenheiten. Das im Rahmenprogramm ERASMUS+ geförderte Projekt coReflect@maths (“Digital Support for Teachers’ Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations”, [www.coreflect.eu](http://www.coreflect.eu)) hat angesichts dieser Bedarfslage zum Ziel, den Einsatz von Vignetten in der Professionalisierung von Mathematiklehrkräften zu stärken, den Austausch zwischen Forschenden zum vignettenbasierten Lernen in der Mathematikdidaktik zu unterstützen, Forschung in diesem Bereich voranzutreiben und im Konsortium entwickelte vignettenbasierte Konzepte systematisch zu dokumentieren. Zudem wurde ein Moodle-basiertes digitales Tool zum Darstellen von Unterrichtssituationen entwickelt, das den Namen

*DIVER Create* („Designing and Investigating Vignettes in Teacher Education and Research“) trägt.

Projektpartner in coReflect@maths (Laufzeit 9/2019–8/2022) sind Sebastian Kuntze und Jens Krummenauer von der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg, Marita Friesen von der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (vormals PH Ludwigsburg und PH Freiburg), Ceneida Fernández, Pere Ivars und Salvador Llinares von der Universidad de Alicante, Karen Skilling von der University of Oxford, Lulu Healy vom King’s College London und Libuše Samková von der Südböhmischen Universität in Budweis (Jihočeská Univerzita v Českých Budějovicích). Im Laufe der Projektzeit sind weitere Forscher:innen dazugekommen, so Melania Bernabeu Martínez an der Universidad de Alicante, Ralf Erens und Alicia Knox an der PH Freiburg, sowie Felix Schwaderer und Yael Nurick an der PH Ludwigsburg.

Im Folgenden geben wir einen Kompaktüberblick über zentrale Bereiche der Projektarbeit und bereits vorliegende Projektergebnisse.

## Gelegenheiten für professionsbezogenes Lernen mit Vignetten

Ein zentraler Arbeitsbereich in coReflect@maths – zumal in einem internationalen Team – adressiert die Grundlagen vignettenbasierten Lernens: Hier stehen insbesondere das Repräsentieren von Unterrichtssituationen und die theoretische Fundierung zum professionsbezogenen Lernen mit Vignetten im Mittelpunkt. An dieser Stelle seien hierzu nur einige wenige Schlaglichter wiedergegeben: Fallbasiertes Lernen (Friesen & Kuntze, 2020a) mit Unterrichtssituationen hat das Potential, das fachdidaktische Noticing von (angehenden) Mathematiklehrkräften zu fördern (Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Fernández & Choy, 2020; Amador, Bragelman & Castro Superfine, 2021; Fernández et al., 2018; Fernández, im Druck). Das Verknüpfen professionellen Wissens mit Beobachtungen zu Unterrichtssituationen (vgl. Kersting et al., 2012) wird auch in Form des Begriffs der fachdidaktischen Analysekompetenz (Friesen & Kuntze, 2016, 2020b) aufgegriffen.

Unterrichtsvignetten, die derartiges fallbasiertes Lernen zur Förderung von fachdidaktischem Noticing ermöglichen können, sind Repräsentationen von Praxiskontexten („representations of practice“, Buchbinder & Kuntze, 2018). Sowohl Charakteristika und Gestaltungsmerkmale von Vignetten, als auch deren intendierte Passung zu theoretischen Konstrukten und fachdidaktischen Lernzielen sind ebenfalls nach wie vor im Fokus (Skilling & Stylianides, 2020; Friesen & Kuntze, 2018). Die Nutzung von Vignetten in Forschung, Lehramtsausbildung und in Weiterbildungsangeboten für Lehrkräfte war bereits Thema einer ICME-Discussion Group (Buchbinder & Kuntze, 2018), und wird nun in der länderübergreifenden Kooperation von coReflect@maths weitergedacht.

## DIVER Create – Ein digitales Tool zum Repräsentieren von Unterrichtssituationen

Das digitale Tool DIVER Create befindet sich zum Zeitpunkt der Einreichung dieses Beitrags noch in der Fertigstellung, einige Funktionalitäten haben in den Vor-Versionen des Tools jedoch bereits eine sichtbare Form angenommen. Die in Abb. 1 gezeigte Vor-Version von DIVER Create wurde am 27. Mai 2022 im „River Room“ des King's College London einem ersten Kreis an Teacher Educators vorgestellt. Mit dem Tool können Unterrichtssituationen im Cartoon-Format dargestellt werden. Ziel ist, dass das Repräsentieren von Unterrichtssituationen auf relativ niederschwellige Weise unterstützt wird, so dass die entstehenden Repräsentationen von Praxiskontexten („representations of practice“, Buchbinder & Kuntze, 2018) beispielsweise zum Gegenstand eines kriterienbasierten Reflektierens über Lerngelegenheiten im Unterricht gemacht werden können. Das Cartoon-Format hat sich in empirischen Studien im Vergleich zu Text- und Videovignetten bei den jeweils betrachteten Kompetenzaspekten als gleichwertig geeignet gezeigt (Friesen & Kuntze, 2016; 2018; Herbst, Aaron & Erickson, 2013; Herbst & Kosko, 2014). Hinzu kommen eine Reihe praktischer Vorteile: Videovignetten sind oft aufwändig zu erstellen und Datenschutzaspekte sind zu berücksichtigen, Texte sind oft vergleichsweise arm an Kontextinformation. Dies bedeutet, dass Cartoons in einer Art „Mittelstellung“ zwischen Video- und Textformaten ein großes Potential haben – insbesondere wenn ihre Erstellung durch ein digitales Tool unterstützt wird. DIVER soll ein möglichst einfaches Gestalten von Anlässen zum Reflektieren über Unterrichtssituationen und für damit zusammenhängendes professionsbezogenes Lernen unterstützen. Aufgegriffen werden einige Funktionalitäten, wie sie etwa in LessonSketch.org

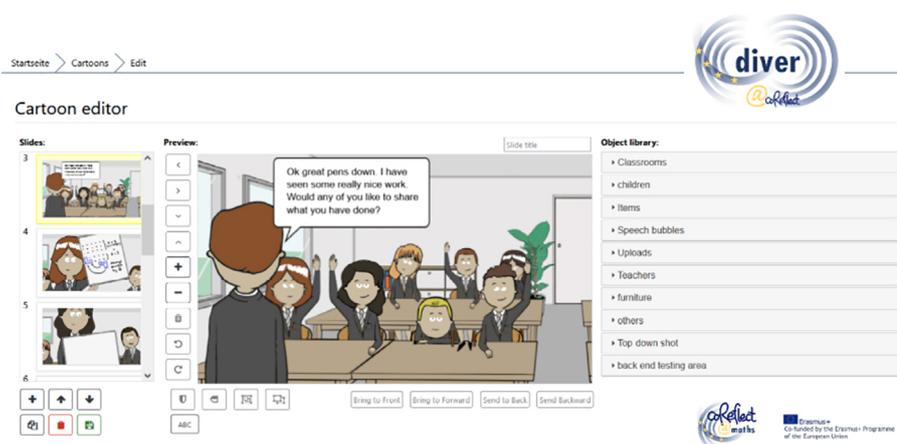


Abbildung 1. Screenshot aus einer Vor-Version des DIVER-Create-Tools, hier eine Vignette für eine englische Zielgruppe in der Entwicklung (grafische Elemente im Cartoon Editor von Michael Weninger und Felix Schwaderer)

zur Verfügung standen; in der Endversion soll DIVER Create auch darüber hinaus gehende Möglichkeiten, etwa für den Austausch und das kollaborative Lernen bieten.

In DIVER können Cartoon-Bilder durch Drag & Drop von Grafikelementen zusammengestellt werden, deren Eigenschaften weiter verändert werden können. Pre-Set Scenarios sollen ein schnelles Darstellen von Unterrichtssituationen ermöglichen, hier müssen nicht erst Einzelgrafiken zusammengesetzt werden. Wenn etwa von Studierenden aus Schulpraktika erinnerte Situationen in einem Begleitseminar zur Diskussion gestellt werden sollen, so können diese schnell zugänglichen Repräsentationsmöglichkeiten hilfreich sein. Lehrkräfte können mittels DIVER sogar regelrechte Tagebücher interessanter Unterrichtssituationen oder Schüleräußerungen im Cartoon-Format führen und diese z. B. in Fortbildungen einbringen oder sich mit Kolleg:innen besprechen. Niederschwellig gestaltete Vignetten, etwa eine abfotografierte Seite aus einem Schulheft mit einem Lösungsversuch und einer Äußerung in einer Sprechblase dazu, sind hier ebenso möglich wie Cartoon-Umsetzungen auf Grundlage eines Videomitschnitts, welcher aus Datenschutzgründen nicht geteilt werden darf.

DIVER wurde als Moodle Plug-in konzipiert und wird in Krummenauer et al. (2020) ausführlicher beschrieben und diskutiert. Eine Dokumentation zum Tool ist über [coreflect.eu](https://coreflect.eu) abrufbar.

### Vignettenbasierte Kurs-Konzepte für die universitäre Lehrkräfteausbildung

Ein weiterer Fokusbereich der Arbeit in [coReflect@maths](mailto:coReflect@maths) besteht in der Konzeption und Erprobung des Einsatzes von Vignetten in Professionalisierungsmaßnahmen, vor allem der Ausbildung von Lehrkräften an den Partnerhochschulen. In diesem Bereich konnten vom Projektteam umfangreiche Erfahrungen gesammelt werden, auch trotz der pandemiebedingten Einschränkungen. In einigen Fällen boten Vignetten sich jedoch sogar geradezu an, um Unterrichtssituationen in Distance-Learning-Szenarien in Lernaktivitäten einzubinden. Es sind dabei Beschreibungen von Kurskonzepten aus verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen und zu unterschiedlichen Kompetenzaspekten von Lehrkräften entstanden, die sich auf einzelne Vignetten oder Sets von Vignetten stützen. Eine der Erfahrungen der Projektarbeit besteht in der Beobachtung, dass sich – vergleichbar mit der Nutzung digitaler Tools im Mathematikunterricht – insbesondere in der Zukunft auch deutliche Rückwirkungen auf die Curricula der Lehramtsausbildung ergeben dürften. Die verstärkte Fallbasierung in professionsbezogenen Lernanlässen (Friesen & Kuntze, 2020a) führt

zu einer Konzentration auf Lehrinhalte, die fallübergreifend zur Analyse genutzt werden können, sowie zu einer verstärkten Kompetenzorientierung im Sinne des Verknüpfens von Theorie-Inhalten mit Beobachtungen in Unterrichtssituationen (Kuntze et al., 2022, im Druck).

Unter anderem folgende dokumentierte vignettenbasierte Kurskonzepte sind in den Sprachen aller Partnerinstitutionen (Spanisch, Tschechisch, Englisch, Deutsch) über die Projekthomepage [coreflect.eu](https://coreflect.eu) verfügbar (Auswahl):

- *Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to fractions:*  
In diesem Kurs soll vor allem das Noticing von angehenden Mathematiklehrkräften bezüglich des mathematischen Denkens der Lernenden im Inhaltsbereich Brüche sowie das Interpretieren ihres Verständnisses gefördert werden. Dabei steht Theoriewissen zu hypothetischen Lernpfaden im Mittelpunkt, welches das Treffen fachdidaktischer Entscheidungen unterstützen kann.
- *Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems:* Im Rahmen dieses Kurses soll das Analysieren von Lösungsansätzen von Schüler:innen beim Lösen von problemorientierten Textaufgaben gefördert werden sowie professionelles Wissen zu Merkmalen von Problemlöseaufgaben und zu deren curricularer Einbettung, zu heuristischen Strategien von Lernenden, zu möglichen Lernhürden und adaptiven Unterstützungsmöglichkeiten aufgebaut werden.
- *Enhancing noticing of geometry teaching in primary education:* Dieser Kurs verfolgt Förderziele beim Noticing im Geometrieunterricht, hierbei geht es insbesondere um das geometrische Denken der Schüler:innen, um die Analyse von Aufgabematerial und Schulbuchseiten, von Lehrkraft-Schüler:innen-Interaktionen und das Design von Aufgaben.
- *Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open:* In diesem Kurs steht das Ziel im Mittelpunkt, die Diskussion von Lehramtsstudierenden über zentrale unterrichtspraktische Themen anzuregen, insbesondere zu Lösungsprozessen und offenen Aufgabenstellungen.
- *Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – Understanding fractions:*  
Hier stehen Aspekte des Lösungsprozesses bei Aufgaben zu Bruchzahlen und zur Bruchrechnung sowie diesbezügliche Aufgabenmerkmale im Fokus. Die Aufgaben in den Vignetten sind offen und erlauben vielfältige Lösungswege. Gefördert werden soll PCK, nämlich Wissen über

Aufgaben (vielfältige Lösungswege), über Lernende (vielfältige Lösungsideen) und über Unterricht (Leistungsmessung).

- *Dealing with multiple representations in the mathematics classroom*: Ziel dieses Kurses ist Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte bei Lehramtsstudierenden, mit einem flexiblen Analysefokus, der die Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten, die Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum sowie die Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden einschließt. Überdies sollen relevantes professionelles Wissen, Sichtweisen und spezifische Awareness (Kuntze & Friesen, 2018) aufgebaut werden.
- *Dealing with heterogeneous learning prerequisites/diversity in the mathematics classroom*: In diesem Kurs werden Teilnehmende dabei unterstützt, Analysekompetenzen in den folgenden Bereichen aufzubauen: Analysieren des Denkens von Schüler:innen, deren Lernvoraussetzungen und Schwierigkeiten, Analyse von Aufgaben und Inhalten bezogen auf Möglichkeiten, Lerngelegenheiten und Lernunterstützung auf vielen Komplexitätsebenen zu konzipieren, sowie Analysieren adaptiver Anknüpfungsmöglichkeiten an Lernvoraussetzungen und -bedarfe. Außerdem sollen die Teilnehmenden dabei unterstützt werden, mit diesen Aspekten und Zielen verbundenes professionelles Wissen, Sichtweisen und kriterienbezogene Awareness aufzubauen.
- *Using mistakes as learning opportunities in the mathematics classroom*: Im Fokus des Interesses stehen Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von Lehramtsstudierenden bezogen auf: Fehler (mathematische Analyse), das Denken der Lernenden „hinter“ dem Fehler, das fehlerbezogene Lernpotential (für den Fehler machende:n Lernende:n individuell und für alle Schüler:innen im Klassenraum), Arten, wie mit dem Fehler im Klassenraum umgegangen wird und verschiedene Möglichkeiten der Reaktion/des Umgangs mit dem Fehler bezogen auf das Lernen der Schüler:innen. Auch in diesem Kurs wird der Aufbau von spezifischem professionellem Wissen, von Sichtweisen und von einschlägiger Awareness angestrebt.
- *Promoting argumentation in the mathematics classroom*: Dieses Kurskonzept hat den Aufbau und die Förderung der Analysekompetenz bezüglich der Analyse mathematischer Inhalte zum Identifizieren von Lerngelegenheiten zum Argumentieren, der Analyse von Argumentationen von Lernenden, der Analyse von Klassenraumsituationen bezüglich darin enthaltener Argumentationsanlässe sowie der Analyse, inwiefern ver-

schiedene Reaktionen von Lehrkräften geeignet sind, ein Argumentieren von Lernenden anzuregen, zum Ziel. Hierfür soll auch in diesem Kurs der Aufbau relevanten professionellen Wissens, von Sichtweisen und von spezifischer Awareness gefördert werden.

- *Developing pre-service teachers' mathematical content knowledge in an arithmetic course*: In diesem Kurs werden die Studierenden mit Hilfe von Concept Cartoons beispielsweise dazu herausgefordert, zu fehlerhaften Lösungen oder wenig begründeten Aussagen im Bereich der Teilbarkeit Stellung zu nehmen. Durch das Reagieren auf die Äußerungen fiktiver Kommiliton:innen in Form von Cartooncharakteren sollen die Teilnehmer:innen nicht nur ihr fachliches Wissen im Bereich Arithmetik, sondern auch ihre fachliche Argumentationsfähigkeit in diesem Bereich ausbauen.

Diese Kurskonzepte werden von ausführlich dargestellten Beispielvignetten begleitet. Die Vielfalt an möglichen Gestaltungscharakteristika von Vignetten (s. Friesen & Kuntze, 2018; Skilling & Stylianiades, 2020, Friesen et al., 2020), ihnen zugeordneten Fragestellungen sowie die vielen Einbettungsmöglichkeiten vignettenbasierter Arbeit in größere Lernkontexte wird an diesen Materialien aufgezeigt. Selbstverständlich kann durch die Materialien nicht jedes erdenkliche vignettenbasierte Lernsetting abgedeckt werden – hier verbleiben noch viele weitere Möglichkeiten für Entwicklung, vor allem aber auch für empirische Begleitforschung zu Wirkungen vignettenbasierter Lernanlässe.

Beispiele für vignettenbasierte Lernanlässe aus der Projektarbeit finden sich auch in einer (international ausgerichteten) Befragung von Expert:innen der Mathematikdidaktik, die unter dem Link in Abbildung 2 erreichbar ist. Sie sind herzlich eingeladen, sich an dieser Aktivität zu beteiligen.

### Evaluationsforschung zu vignettenbasierten Kursen und Lerngelegenheiten

Die Entwicklungsarbeit im Projekt coReflect@maths wird von empirischer Forschungsarbeit zum Lernen mit Vignetten begleitet. Mittlerweile sind eine ganze Reihe von Publikationen entstanden (z. B. Friesen et al., 2021; Healy et al., 2021; Krummner & Kuntze, 2021; Ivars, Fernandez & Llinares, 2021; Kuntze et al., 2020; Samková, 2020; Skilling et al., 2021); eine (weitaus umfangreichere) Liste der coReflect@maths-Publikationen findet sich auf [coreflect.eu](http://coreflect.eu).

Eine Beispiel-Studie, die im Sinne des Evaluierens eines vignettenbasierten Kurs-Konzepts Einblicke in Lernergebnisse der Teilnehmenden gibt, wurde in einem PME-Research Report vorgestellt (Kuntze et al., 2021). In den Blick genommen wurde das

**Class 8 exercise lesson: Setting up equations**

Could you come here, please? We've got a question.

So, what's the matter? Where is your difficulty?

It is in exercise no. 4:

There are 120 litres of water in a bathtub. When you pull out the plug, 15 litres of water flow out per minute. Set up the corresponding equation.

Is our equation correct? With  $m = 15$  and  $b = 120$ !

Yes, but that's what we wrote: 15 litres, just like in the task!

Let's look at this together with the help of a chart. On the y-axis we plot the 120 litres, on the x-axis the minutes.

Hm, you have to take a closer look at the slope: You have to subtract something from the 120 because you want to know how many litres of water flow out of the tub per minute.

Look: now you enter the values here and then you can see exactly what the function line looks like, ok?

**Activity**

**How do you see this classroom situation?**

We would like to invite you to analyse this vignette and to share your analysis with us in an anonymised online survey.

**Follow the link and take part in the activity!**

<http://www.coreflect.eu/activity.html>

**How appropriate is the teacher's response in order to help the students?**

Please evaluate regarding:

- the use of representations.
- the handling of mistakes.

**Can you give reasons for your answer?**

Abbildung 2. Beispielvignette und Aktivität (Friesen et al., 2021)

sogenannte *Multi-Criterion Noticing*, in Form der Fragestellung, inwiefern die teilnehmenden Lehramtsstudierenden bezüglich des Analysierens auf der Basis verschiedener, potentiell konkurrierender Analyse Kriterien Lernfortschritte zeigten. Zur Befragung verwendet wurde eine Vignette, in der gezielt vier verschiedene auf verschiedene theoretische Fundierungen bezogene Analysebedarfe implementiert worden waren. Die Ergebnisse (z. B.

Abb. 3) deuten auf Fortschritte bei den teilnehmenden Lehramtsstudierenden hin: Im Nachtest wurden tendenziell mehr verschiedene Analyse Kriterien erfolgreich genutzt. Dennoch zeigte sich aber auch der hohe erwartete Anforderungsgrad des *Multi-Criterion Noticing* darin, dass auch am Ende des Seminars nicht alle Teilnehmenden umfassende, auf mehrere Analyse Kriterien abzielende Analysen leisteten.

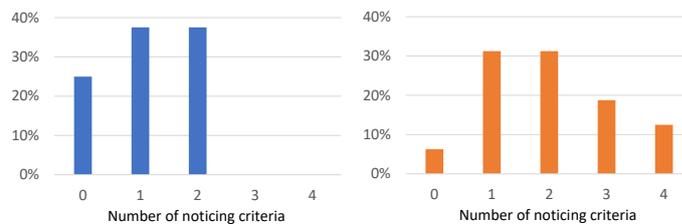


Abbildung 3. Vergleich der relativen Häufigkeiten erfolgreich genutzter verschiedener Analysekriterien zu Beginn (linkes Diagramm) und am Ende (rechtes Diagramm) des Seminars (Kuntze et al., 2021, S. 177)

Insgesamt konnte gezeigt werden, dass Multi-Criterion Noticing bereits von Lehramtsstudierenden auf der Basis entsprechender Lernangebote geleistet werden kann. Es sollten jedoch noch gezieltere Hilfen und Unterstützungsmaßnahmen die vignettenbasierte Arbeit so begleiten, dass möglichst alle Lehramtsstudierende angesichts des zu erwartenden hohen Cognitive Load bestmöglich beim Aufbau von Multi-Criterion Noticing gefördert werden können (Kuntze et al., 2021). Hier könnten beispielsweise metakognitiv orientierte Prompts in Richtung eines Herausforderns einer möglichst umfassenden Analyse hilfreich sein. Auch in weiterer Begleitforschung (z. B. Ivars et al., 2022; Friesen & Knox, 2022) zeichnete sich ab, dass vignettenbasierte Lernanlässe zu Unterrichtssituationen angesichts des anzunehmenden hohen Cognitive Load mit spezifischen Hilfen kombiniert werden sollten (Kuntze et al., im Druck). Als besonders wesentlich zeigte sich die Unterstützung der Lehramtsstudierenden beim Verbinden von Interpretationen einer Situation mit ganz konkreten Ereignissen in der vorgelegten Unterrichtsvignette (Friesen & Knox, 2022).

### Ausblick

Die Aktivitäten des Projekts coReflect@maths gehen über die vorgestellten Fokusbereiche hinaus, beispielsweise wurde im Rahmen der Projektarbeit ein Austausch mit einer internationalen Gruppe von Fachdidaktiker:innen initiiert, die sich für vignettenbasierte Professionalisierungsarbeit interessieren (Skilling et al., 2021). Aus dieser und anderen Initiativen sollen in der nächsten Zeit weitere Kooperationen erwachsen.

### Förderhinweis

Das Projekt coReflect@maths wird im Rahmen des Programms Erasmus+ von der Europäischen Union kofinanziert (2019-1-DE01-KA203-004947). Die Unterstützung der Europäischen Kommission für die Erstellung dieser Veröffentlichung stellt keine

Billigung des Inhalts dar, welcher nur die Ansichten der Verfasser wiedergibt, und die Kommission kann nicht für eine etwaige Verwendung der darin enthaltenen Informationen haftbar gemacht werden.

### Literatur

- Amador, J., Bragelman, J., & Castro Superfine, A. (2021). Prospective teachers' noticing. *Teaching and Teacher Education*, 99. DOI:10.1016/j.tate.2020.103256
- Buchbinder, O., & Kuntze, S. (2018). *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice. A Dynamically Evolving Field*. Cham, Switzerland: Springer.
- Fernández, C. (in press). Apoyando el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente del future profesorado de matemáticas: Práctica e Investigación. [Supporting prospective teachers' professional noticing development: Practice and research]. *Realidad y Reflexión*.
- Fernández, C., & Choy, B. H. (2020). Theoretical lenses to develop mathematics teacher noticing. In S. Llinares, & O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education (Second Edition) (Vol. 2, pp. 337–360)*. Boston, MA: Brill.
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization, development and contexts. *AIEM*, 13, 39–61.
- Friesen, M. & Knox, A. (2022). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoon vignettes. CERME12 Proceedings. fhal-03745715
- Friesen, M. E., Benz, J., Billion-Kramer, T., Heuer, C., Lohse-Bossenz, H., Resch, M., & Rutsch, J. (Eds.). (2020). *Vignettenbasiertes Lernen in der Lehrerbildung. Fachdidaktische und pädagogische Perspektiven*. Weinheim: Beltz.
- Friesen, M. & Kuntze, S. (2020a). Fallbasiertes Lernen im Unterricht und in der Lehrerbildung der MINT-Fächer: Möglichkeiten für die Gestaltung von Lerngelegenheiten. [Basisartikel im Themenheft „MINT-Lerngelegenheiten mit Concept Cartoons, Vignetten & Co.“]. *MNU-Journal*, 73(5), 356–363.
- Friesen, M., & Kuntze, S. (2020b). The role of content knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations.

- Research in Mathematics Education (RME)*, 22(2), 117–134.
- Friesen, M. & Kuntze, S. (2018). Competence assessment with representations of practice in text, comic and video format. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.), *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice. A Dynamically Evolving Field* (pp. 113–130). Cham, Switzerland: Springer.
- Friesen, M. & Kuntze, S. (2016). Teacher students analyse texts, comics and video-based classroom vignettes regarding the use of representations – Does format matter? In C. Csíkos, A. Rausch, & J. Sztányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 259–266). Szeged, Hungary: PME.
- Friesen, M., Kuntze, S., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L., & Healy, L. (2021). Enhancing teacher education with cartoon-based vignettes: The DIVER tool. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 203). Khon Kaen, Thailand: PME.
- Healy, L., Fernández, C., Friesen, M., Ivars, P., Krummenauer, J., Kuntze, S., Llinares, S., Samková, L., & Skilling, K. (2021). Vignettes as a means to feel different experiences of mathematics and its teaching. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1 (p. 207). Khon Kaen, Thailand: PME.
- Herbst, P., Aaron, W., & Erickson, A. (2013). How pre-service teachers respond to representations of practice: A comparison of animations and video. Paper presented at the 2013 Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco. [hdl.handle.net/2027.42/97424](https://hdl.handle.net/2027.42/97424).
- Herbst, P., & Kosko, K.W. (2014). Using representations of practice to elicit mathematics teachers' tacit knowledge of practice: A comparison of responses to animations and videos. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 515–537.
- Ivars, P., Fernandez, C., & Llinares, S. (2021). Vignettes as tools to enhance pre-service teachers' noticing. Paper presented at EARLI 2021.
- Ivars, P., Kuntze, S. & Krummenauer, J. (2022). Awareness of building up negative knowledge – A vignette-based study on pre-service teachers' reactions to mistakes. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, p. 362). Alicante: PME. PME 2022.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge. *American Education Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Krummenauer, J., & Kuntze, S. (2021). Teacher students' and in-service teachers' awareness of statistical variation and related learning potentials in different profession-related requirement contexts. In M. Inprasitha, N. Changsri & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 163–172). Khon Kaen, Thailand: PME.
- Krummenauer, J., Kuntze, S., Friesen, M., Fernández, C., Healy, L., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L., & Skilling, K. (2020). Developing a digital tool for vignette-based professional development of mathematics teachers – the potential of different vignette formats. In A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson, & H.-G. Weigand (Eds.), *Proceedings of the 10th Annual ERME topic conference (ETC10) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA)* (pp. 69–76). Linz, Austria. [hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document).
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.
- Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernandez Verdu, C., Ivars, P., Llinares, S., Healy, L., & Samková, L. (2020). Lernen und Reflektieren mit Unterrichtsvignetten – Impulse aus dem EU-Projekt coReflect@maths für das Gestalten von Lernanlässen im Unterricht der MINT-Fächer. *MNU-Journal*, 73(5), 418–425.
- Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L., & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In M. Inprasitha, N. Changsri, N., & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 173–183). Khon Kaen, Thailand: PME.
- Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L., & Healy, L. (2022). Support for mathematics teachers through representations of practice – Vignette-based approaches in the project coReflect@maths. In J. Morska & A. Rogerson (Eds.), *Building on the Past to Prepare for the Future. Proceedings of the 16th International Conference of The Mathematics Education for the Future Project, King's College, Cambridge, Aug 8–13, 2022.* (pp. 283–288). Münster: WTM. DOI:10.37626/GA9783959872188.0.052
- Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Schwaderer, F., Samková, L., Skilling, K., Healy, L., Fernández, C., Ivars, P., Bernabeu, M., & Llinares, S. (2022, im Druck). Adaptivitäts- und Progressionsaspekt von Lernunterstützung im fachdidaktischen Noticing von Lehramtsstudierenden. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022*. Münster: WTM.
- Samková, L. (2020). Im Unterricht mathematikbezogen diskutieren – Anregungen durch Concept Cartoons und wie man diese erstellen kann. *MNU Journal*, 73(5), 376–380.
- Sherin, M., Jacobs, V., & Philipp, R. (2011). *Mathematics Teacher Noticing. Seeing Through Teachers' Eyes*. New York: Routledge.
- Skilling, K., & Stylianides, G. J. (2020). Using vignettes in educational research: A framework for vignette con-

struction. *Int. Journal of Research & Method in Educ.*, 43(5), 541–556.

Skilling, K., Fernández, C., Friesen, M., Healy, L., Ivars, P., Kuntze, S., Llinares, S., & Samkova, L. (2021). Vignettes as representations of practice for mathematics teacher education and research [Working Group at PME44]. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 99–101). Khon Kaen, Thailand: PME.

Sebastian Kuntze, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg

E-Mail: [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)

Marita Friesen, Pädagogische Hochschule Heidelberg

E-Mail: [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)

Jens Krummenauer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg

E-Mail: [krummenauer@ph-ludwigsburg.de](mailto:krummenauer@ph-ludwigsburg.de)

Ceneida Fernández, University of Alicante

E-Mail: [ceneida.fernandez@gcloud.ua.es](mailto:ceneida.fernandez@gcloud.ua.es)

Lulu Healy, King's College London

E-Mail: [lulu.healy@kcl.ac.uk](mailto:lulu.healy@kcl.ac.uk)

Pere Ivars, University of Alicante

E-Mail: [pere.ivars@gcloud.ua.es](mailto:pere.ivars@gcloud.ua.es)

Salvador Llinares, University of Alicante

E-Mail: [sllinares@gcloud.ua.es](mailto:sllinares@gcloud.ua.es)

Libuše Samková, University of South Bohemia in České Budějovice

E-Mail: [lsamkova@pf.jcu.cz](mailto:lsamkova@pf.jcu.cz)

Karen Skilling, University of Oxford

E-Mail: [karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)

Melania Bernabeu, University of Alicante

E-Mail: [melania.bernabeu@gcloud.ua.es](mailto:melania.bernabeu@gcloud.ua.es)

Felix Schwaderer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg

E-Mail: [felix.schwaderer@ph-ludwigsburg.de](mailto:felix.schwaderer@ph-ludwigsburg.de)

## Anregung zum Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft

Jürgen Maaß

Viele Kolleginnen und Kollegen aus der Medizin haben es derzeit schwer: Militante Impfgegner glauben ihnen kein Wort, beschimpfen und bedrohen sie. Nicht selten wird Wert und Wirksamkeit der modernen, naturwissenschaftlich basierten Medizin generell in Zweifel gezogen. Im Vergleich dazu geht es der Mathematikdidaktik ziemlich gut. Ihr Wert und Nutzen wird derzeit nicht öffentlich angezweifelt, die Regierungen der deutschsprachigen Länder zahlen routinemäßig für unsere Stellen und Forschungsprojekte und kein Gericht verurteilt uns wegen mangelnder Mathematikkenntnisse von Lernenden und Erwachsenen, die nach von uns ausgearbeiteten Lehrplänen, Schulbüchern, Unterrichtskonzepten, Lehrmethoden etc. von Lehrkräften unterrichtet wurden, die wir ausgebildet haben. Wie aber könnten wir argumentieren,<sup>1</sup> wenn die Mathematikdidaktik sich öffentlich rechtfertigen müsste?

Auf das Ganze bezogene, philosophisch oder wissenschaftssoziologisch fundierte Überlegungen zu einer Wissenschaft sind eher selten. Im Alltagsbetrieb einer jeden Wissenschaft geht es um aktuelle Forschungsprojekte, Qualifikationsarbeiten, internationale Kooperationen und Kommunikation, Tagungen und Verpflichtungen am Arbeitsplatz und nicht zuletzt um die eigene Karriere – alles unter Zeitdruck und in Konkurrenz zu mehr oder weniger vielen anderen Kolleginnen und Kollegen. Da bleiben verständlicher Weise wenig Zeit und Motivation, sich vom alltäglichen Betrieb ein wenig zu distanzieren und über das Grundsätzliche nachzudenken. Zudem wird solches Nachdenken wenig honoriert – es führt, wenn Überlegungen veröffentlicht werden, sogar häufig zu Konflikten und negativen Konsequenzen.<sup>2</sup> Um auf einem aus Sicht der jeweiligen Fachwissenschaft akzeptablen Niveau nachzudenken und Gedanken zu veröffentlichen, braucht es zudem einen guten Kenntnisstand in Philosophie oder Soziologie und nicht zu-

letzt viele (nicht nur eigene) Erfahrungen aus der eigenen Wissenschaft – am besten einen gut aufgearbeiteten Forschungsstand zur Geschichte dieser Wissenschaft.

In anderen Wissenschaften war oft eine Krise – eine Erschütterung der Grundlagen – Ausgangspunkt für verstärktes Nachdenken und Diskutieren über Grundlagenfragen. Wer im Studium nicht nur Mathematik gelernt hat, sondern auch etwas über Mathematik als Wissenschaft und ihre Geschichte, erinnert sich sofort an die Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts, an Cantor, Russell, Hilbert, Brouwer, Frege, Gödel und viele andere, die dazu wichtige Beiträge geleistet haben. Wie wurde diese Grundlagenkrise gelöst? Durch Arbeitsteilung! Von Boubaki wurde eine tragfähige Grundlage für den alltäglichen Forschungsbetrieb geschaffen, in dem die übergroße Mehrheit ohne Sorgen um Grundlagenfragen arbeiten kann (Vgl.: Maaß 1988). Und einige wenige Institute für Logik und Grundlagenforschung (z. B. in Erlangen: P. Lorenzen) wurden gegründet.

In der Mathematikdidaktik gibt es m. W. keine Institute für Grundlagenforschung, Wissenschaftstheorie oder Wissenschaftssoziologie der Mathematikdidaktik. Ein Nachdenken über Grundlagen ist deshalb nicht Teil der Arbeit für ein mögliches Karriereziel, wie Leitung oder Mitarbeit in einem Institut für Grundlagenforschung in der Mathematikdidaktik mit darauf bezogenen Forschungsprojekten, Qualifikationsarbeiten, Publikationen in einer eigenen Zeitschrift etc. Ein solches Nachdenken ist demnach derzeit keine professionelle, mehr oder weniger ausschließliche berufliche Tätigkeit, sondern etwas Zusätzliches, nicht unbedingt Förderliches für eine Karriere in der Mathematikdidaktik.

Mir fällt dazu die Dissertation von H. Böltz „Kritik einer Fachdidaktik“<sup>3</sup> ein, die ihm offenbar nicht den Weg zu einer Mathematikdidaktik-Professur geebnet hat. Auch ein Kölner Kollege, der sich vor

<sup>1</sup> Während ich diese Zeilen schreibe, hat eine Ärztin in Seewalchen (OO) ihre Praxis aus Angst vor Morddrohungen von Impfgegnern aufgegeben. Falls uns einmal ähnlich militante Mathegegner bedrohen, helfen Argumente offenbar nicht: [www.nachrichten.at/oberoesterreich/ich-werde-dich-hinrichten-aerztin-muss-wegen-morddrohungen-ordination-schliessen;art4,3673132](http://www.nachrichten.at/oberoesterreich/ich-werde-dich-hinrichten-aerztin-muss-wegen-morddrohungen-ordination-schliessen;art4,3673132)

<sup>2</sup> Einige Beispiele dafür aus der Mathematikdidaktik siehe unten.

<sup>3</sup> [www.buecher.de/shop/buecher/kritik-einer-fachdidaktik-eine-ideologiekrit-analyse-der-gegenwaertigen-mathematikdidaktik-in-der-brd-beltz-forschungsberichte/boelts-hartmut/products\\_products/detail/prod\\_id/27171592/](http://www.buecher.de/shop/buecher/kritik-einer-fachdidaktik-eine-ideologiekrit-analyse-der-gegenwaertigen-mathematikdidaktik-in-der-brd-beltz-forschungsberichte/boelts-hartmut/products_products/detail/prod_id/27171592/)

vielen Jahren in einem Bericht über den Stand der bundesdeutschen Mathematikdidaktik an eine internationale Vereinigung recht kritisch (insbesondere, so erinnere ich mich, über mangelnde Wissenschaftlichkeit) äußerte, berichtete mir von massiver Kritik an ihm und seinem Bericht. Wesentlich folgenreicher für die Mathematikdidaktik war aber eine Kritik aus ganz anderer Richtung. Anträge zur Forschungsförderung, die etwa bei der DFG eingereicht wurden, wurden häufig mit der Begründung „unwissenschaftlich“ abgewiesen. Die GDM richtete eine Beratung für Antragstellerinnen und Antragsteller ein, die offenbar erfolgreich war, indem sie dabei half, Anträge aus der Sicht der in den Gremien der Geldgeber entscheidenden Personen (das waren z. B. Pädagoginnen oder Pädagogen) akzeptabler, förderungswürdiger, professioneller – kurz: wissenschaftlicher zu machen (meist im geistes- und sozialwissenschaftlichen Sinn).

Wenn das vorgeschlagene Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft mehr sein soll, als sich an Verschiedenes (im Gleichklang oder unterschiedlich) zu erinnern, bedarf das weitere Nachdenken einer wissenschaftlichen Grundlage. Mir scheint es passend, hier auf der Basis von N. Luhmanns wissenschaftssoziologischer Theorie über „Wissenschaft als Soziales System“<sup>4</sup> fortzufahren. Ich ermutige Sie aber gleichzeitig ausdrücklich dazu, Ihre Überlegungen auf anderen Theorien zu begründen und mitzuteilen.

### 1 Theoretischer Input: Mathematikdidaktik als Teil (Subsystem) des Wissenschaftssystems

N. Luhmann hat behauptet, dass sich eine Gesellschaft wie die unsere funktional differenziert, in Teilsysteme, die sich darauf spezialisieren, spezifische Aufgaben zu lösen (entsprechende Informationen zu verarbeiten), etwa Recht, Militär, Religion, Familie und nicht zuletzt: Wissenschaft. Solche spezialisierten Teilsysteme können effizienter und besser arbeiten, wenn sie eine Grenze etablieren, die klar definiert, was für sie wichtig/zu bearbeiten ist und was nicht. Innerhalb dieser Grenze, die jeweils relevante Informationen vorselektiert, können sich Subsysteme spezialisieren und „ihren“ Typ von Information wesentlich besser bearbeiten als andere. Soziale Systeme lassen sich durch drei Systemreferenzen charakterisieren: Ihre zentrale *Funktion*, ihre Aufgabe, ihr Arbeitsgebiet, ihre *Leistung* (das, was sie für andere Systeme tun) und die *Reflexion*, das Nachdenken über sich selbst im jeweiligen Teilsystem. Die Funktion des Wissenschaftssystems

ist nach Luhmann die Suche nach „Wahrheit“, die Leistung die Ausbildung und die Reflexion stützt sich auf Ergebnisse aus Philosophie, Soziologie, Geschichte und anderen Subsystemen des Wissenschaftssystems.

#### 1.1 Was ist „wahr“ in der Mathematikdidaktik?

Folgen wir der hier skizzierten systemtheoretischen Sicht auf Wissenschaft, wird unmittelbar einsichtig, weshalb ein Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft gleich zu Beginn auf eine sehr herausfordernde Frage trifft: Was ist „wahr“ in der Mathematikdidaktik? Wenn jede wissenschaftliche Teildisziplin im Wissenschaftssystem ein Subsystem im Sinne Luhmanns ist, wird sie durch ihr spezifisches Wahrheitsverständnis definiert, eine funktionale Differenzierung setzt eine für jedes Teilsystem spezifische Definition der Funktion, also des jeweiligen Wahrheitsverständnisses voraus. Erinnern wir uns zudem daran, dass Mathematikdidaktik als eine Wissenschaft gesehen wird, die auf der Integration und Weiterverarbeitung von Resultaten aus ihren Bezugswissenschaften (Mathematik, Pädagogik, Philosophie, Psychologie, Soziologie wurden ursprünglich genannt, Informatik wird heute oft dazu gezählt) basiert, zeigt sich die theoretische Herausforderung noch deutlicher. In den Bezugswissenschaften gelten sehr unterschiedliche Kriterien dafür, was als „wahr“ gilt oder wissenschaftlich anerkannt wird. Die formal-axiomatische Methode lässt sich ebenso wenig als Beweis für Aussagen zur Lernpsychologie oder Motivation durch realitätsnahe Unterrichtsthemen verwenden wie umgekehrt eine Umfrage unter Mathematikerinnen und Mathematikern als Beweis oder Widerlegung der Aussage „Es gibt unendlich viele Primzahlpaare“ gelten kann. Nehmen wir noch hinzu, dass es in den einzelnen Bezugswissenschaften sehr unterschiedliche Methoden oder Wege zur Formulierung zumindest vorläufig akzeptierter Theorien gibt, erweist sich die theoretische Konstruktion oder Entwicklung *einer einzigen* Definition für „Wahrheit“ in der Mathematikdidaktik samt einer dazugehörigen Methodologie, die von allen Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematikdidaktik und darüber hinaus akzeptierten wird, als kaum leistbare Herausforderung.

#### 1.2 Pragmatische Wege zur „wahren“ mathematikdidaktischen Aussagen

Nach meiner Erfahrung wurde und wird in der Mathematikdidaktik die Frage nach der Wahrheit bzw. Wissenschaftlichkeit ihrer Theorien in den verschiedenen Entwicklungs-Phasen und Arbeitsrichtung eher pragmatisch und zugleich sehr unterschiedlich

<sup>4</sup> [link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-322-96984-2\\_11](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-322-96984-2_11)

beantwortet. Wer dazu Eindrücke sammeln will, kann die Entwicklung und Veränderung unserer seit längerer Zeit erscheinenden Zeitschriften (insbesondere lehrreich ist hier das Journal, aber auch *mathematica didactica* und andere Zeitschriften) oder Buchreihen (wie die ISTRON Bände) daraufhin analysieren. Beiträge, die vor einigen Jahrzehnten gedruckt würden, kämen heute oft nicht über eine erste Rückmeldung des Herausgeberteams (ein mehr oder weniger freundlich formuliertes „So nicht!“) hinaus. Selbstverständlich liefern auch Vortragsthemen (und Vortragsinhalte) aus GDM Tagungen oder in mathematikdidaktischen Kolloquien wie dem Heinrich-Behnke-Seminar in Münster gute Anhaltspunkte.

## 2 Historischer Input: Zur Geschichte unserer Mathematikdidaktik

Meines Wissens gibt es derzeit keine offizielle Geschichte der Mathematikdidaktik im deutschsprachigen Raum. Deshalb kann ich hier nur an meine persönlichen Erinnerungen an Ereignisse oder Entwicklungen anknüpfen, um Anregungen zum vertieften Nachdenken über unsere Wissenschaftsdisziplin zu geben. Dabei scheint es mir zunächst wichtig, Phasen der Entwicklung zu kennzeichnen, weil in diesen Phasen Personen mit unterschiedlichen Biografien und wissenschaftlichen Qualifikationen wesentlichen Einfluss auf die Mathematikdidaktik hatten. Drei Phasen möchte ich unterscheiden: Die stark an Mathematik und Stoffdidaktik orientierte Startphase, zweitens den Aufbau einer eigenen Wissenschaft mit Lehrstühlen und Instituten für Didaktik der Mathematik, eigenen wissenschaftlichen Zeitschriften, einer Habilitation in Mathematikdidaktik etc. und die derzeitige Phase, die ich hier mit Begriffen wie Verwissenschaftlichung und Spezialisierung kennzeichnen möchte.

### 2.1 Phase 1: Ausgangspunkte

Am Anfang sind aus meiner Sicht didaktisch interessierte bzw. der Didaktik wohlwollend gegenüberstehende Mathematiker zu nennen, etwa Euklid<sup>5</sup>, oder in unseren Zeiten F. Klein und H. Behnke, deren Verdienste für Mathematikdidaktik unbestritten sind. In der Zeit nach dem zweiten Weltkrieg, als Lehrstühle und Institute für Didaktik der Mathe-

matik eingerichtet wurden, wurden häufig mathematisch hoch qualifizierte (habilitierte) Personen berufen. In einigen Fällen auch solche, die vorher in der zweiten Phase der Lehrerbildung tätig waren, also erfahrende Lehrerinnen und Lehrer mit zusätzlichen Qualifikationen (z. B. einer Promotion in Mathematik oder Pädagogik). In dieser Zeit war Stoffdidaktik das Hauptforschungsthema: Wie lassen sich Bruchrechnung, elementare Algebra, Funktionen, Analysis etc. so darstellen, besser/lerngerechter/verständlicher aufschreiben, dass mehr Schülerinnen und Schüler mehr Mathematik lernen und verstehen können?

Selbstverständlich lag es nahe, die zur Veröffentlichung vorgelegten Texte und Konzepte auf ihre mathematische Korrektheit zu überprüfen. Einige Kolleginnen und Kollegen, die einen Entwurf zu diesem Text gelesen haben, wiesen mich auf aktuelle Beispiele aus mathematikdidaktischen Theorien und Veröffentlichungen hin, die mathematisch nicht korrekt sind. Bei einigen davon kann darüber diskutiert werden, ob die didaktische Vereinfachung das Weglassen von eigentlich notwendigen mathematischen Voraussetzungen rechtfertigt, einige Beispiele aus der Sekundarstufe II sind schlicht falsch. Insbesondere bei Themen aus der Stochastik scheint es auch fachliche Unsicherheit zu geben. Ich möchte hier keine Beispiele nennen, aber anmerken, dass Fortschritte in einer Wissenschaft nicht immer und automatisch bedeuten, dass bisher Erreichtes erhalten bleibt. Manchmal sind Fortschritte auch Fort – Schritte, also Bewegungen von etwas weg, wie soliden Mathematik-Kenntnissen als Basis für mathematikdidaktische Arbeit, also Schulmathematik vom höheren Standpunkt, wie es F. Klein genannt hat.

Aber ich habe meine Frage oder Aufgabenstellung für „Stoffdidaktik“ bewusst so formuliert, dass schon die Folgefrage impliziert ist: mathematische Korrektheit ist ein notwendiges, aber kein hinreichendes Argument für den tatsächlich erzielbaren oder erzielten Lernerfolg oder kurz: die didaktische Qualität eines Vorschlages.

Für Argumente zum erzielbaren Lernerfolg wurden Theorien aus der (Lern-) Psychologie importiert, für eine Überprüfung des tatsächlich erzielten Lernerfolges musste der Einsatz in der Praxis versucht und evaluiert (empirisch erforscht) werden.<sup>6</sup>

<sup>5</sup> Was spricht dagegen, ihn als Mathematikdidaktiker zu bezeichnen? Wer möchte heute nicht ein Lehrbuch schreiben, das über mehr als 2500 Jahre für viele heranwachsende Mathematikerinnen und Mathematiker Lerngrundlage und Motivation wird?

<sup>6</sup> Ein vorsichtiger Rückblick auf die „moderne Mathematik“, die Mengenlehre ab dem ersten Schuljahr, zeigt aus meiner Sicht, dass dieser Reform eine sehr reine Form von Stoffdidaktik ohne Lernpsychologie oder Empirie als Fundierung zugrunde lag – provokant formuliert war es nur das (gut gemeinte!) Wunschdenken einiger sehr einflussreicher Mathematiker. Nach wie vor fehlt der Mathematikdidaktik eine gründliche historische Erforschung dieser Reformbewegung. Nachdem nun mehr als 50 Jahre vergangen sind, wäre das in Analogie zur Kirche, in der bekanntlich nach 50 Jahren Archive für die Forschung geöffnet werden, möglich und wünschenswert.

Infolge dessen wurden bei Reviews und Gutachten mehr und mehr Kriterien für Wissenschaftlichkeit aus den Bezugswissenschaften importiert und verwendet, etwa: Ist die Theorie von X (etwa Piaget oder Klafki oder Pestalozzi oder ...) richtig verstanden und in diesem Kontext angemessen verwendet worden? Ist das verwendete empirische Forschungsinstrument (z. B. Kenntnistests, Interviews oder Fragebögen) richtig konstruiert und eingesetzt worden? Wurde ein Bezug zum aktuellen internationalen Forschungsstand hergestellt?

Als die interpretative Unterrichtsforschung – soweit ich mich erinnere, zunächst die Arbeitsgruppe um H. Bauersfeld am IDM – im deutschen Sprachraum erste Forschungsergebnisse präsentierte, gab es einige prinzipielle Einwände gegen die Wissenschaftlichkeit dieser Forschungsrichtung. Oft wurde eine Frage gestellt, die aus dem Bereich der quantitativen empirischen Forschungsmethoden motiviert war: Kann denn dieses Ergebnis überhaupt „wahr“ (oder repräsentativ für alle) sein, wenn nur so wenige Fälle erforscht wurden? Argumente zum Thema Wissenschaftlichkeit von quantitativen und qualitativen empirischen Positionen aus der Pädagogik und Soziologie wurden in die Mathematikdidaktik importiert. Erinnern wir uns daran, dass in dieser Zeit noch viele Kolleginnen und Kollegen hauptsächlich mathematisch qualifiziert waren, so ist umso mehr zu würdigen, dass mit der Etablierung der interpretativen Unterrichtsforschung als in der Mathematikdidaktik zulässiger Forschungsmethode auch ein wichtiger Beitrag zur Erweiterung der wissenschaftlichen Grundlage der Mathematikdidaktik geleistet wurde.

### 2.2 Phase 2: *Institutionalisierung*

Mit der Einrichtung von Lehrstühlen und Instituten für Mathematikdidaktik wurden mathematikdidaktische Qualifikationsarbeiten möglich und im Laufe der Zeit wurden sie immer mehr Voraussetzung für die Berufung auf Lehrstühle. Wer diesen Aspekt der Entwicklung der Mathematikdidaktik durchdenken möchte, sollte berücksichtigen, dass an vielen Hochschulen genau ein Lehrstuhl für Mathematikdidaktik existierte (bzw. auch jetzt noch nur genau einer existiert). Das bedeutet, dass in allen wichtigen Kommissionen, in denen über Etats, Studienpläne, Habilitationen, Stellenbesetzungen etc. entschieden wurde, Kolleginnen und Kollegen aus anderen Wissenschaften (häufig aus der Mathematik, aber auch aus der Pädagogik – je nachdem, zu welchem Fachbereich die Mathematikdidaktik zugeordnet war bzw. ist) die entscheidenden Mehrheiten hatten bzw. haben. Diese Kolleginnen und

Kollegen standen und stehen zur Mathematikdidaktik und ihren Wünschen mehr oder weniger freundlich. Nur an wenigen Standorten war und ist die Mathematikdidaktik so gut institutionell verankert, dass sie zumindest weitgehend die wichtigen Entscheidungen über sich selbst trifft bzw. getroffen hat. Hier sind noch viele Fragen offen, deren Beantwortung das Nachdenken über Mathematikdidaktik als Wissenschaft beflügeln und bereichern könnte.

### 2.3 Phase 3: *Spezialisierung und Verwissenschaftlichung*

Nach Luhmann ist es für soziale Systeme typisch und notwendig, sich immer weiter zu spezialisieren. Je enger und genauer die Grenzen eines Teilsystems sind, desto besser kann es sich darauf spezialisieren, die relevanten Informationen zu erfassen und verarbeiten. Das lässt sich für die Mathematikdidaktik leicht mitvollziehen. Wer heute versucht, *alle* für die gesamte Mathematikdidaktik relevante Literatur zu lesen und zu verstehen, merkt schnell, dass das Volumen der Publikationen dafür viel zu groß ist und zudem mehr oder weniger viel aus den Bezugswissenschaften zu lesen ist, um die Texte und Aussagen wirklich zu verstehen. Wer sich auf eine Thematik, eine Altersstufe, eine Forschungsmethode etc. konzentriert, hat viel eher die Chance, für dieses eingeschränkte Gebiet ein vertieftes Verständnis zu erreichen und selbst etwas Wertvolles beizutragen. Wo eine sinnvolle Grenze der Spezialisierung und damit auch Ausdifferenzierung der Mathematikdidaktik liegt, lässt sich nicht von außen oder oben festlegen. Ein soziales System entwickelt sich – so Luhmann – nach einer inneren Dynamik. Plastisch formuliert: Aus heutiger Sicht scheint mir die Konzentration auf die Umformungen einer linearen Gleichung etwas zu eng, die gesamte Geometrie vielleicht schon zu weit. Ob solche Einschätzungen zutreffen oder nicht, zeigt sich insbesondere bei Berufungen – wobei dabei offenbar noch andere Kriterien wichtig sind. Luhmann lehnt eine Außensteuerung von Wissenschaft (also eine auch eine bewusste Lenkung der Spezialisierung) strikt ab. Selbstverständlich gibt es sie dennoch: Wissenschaft wird über Finanzierung von außen gesteuert, z. B. über EU-Programme mit bestimmten Themen, oder über eine andere Drittmittelfinanzierung.

Welche Dynamik eine immer weiter gehende Spezialisierung erreichen kann, zeigt sich in der Mathematik wie in den Naturwissenschaften oder der Informatik sehr gut. Gute und leicht nachvollziehbare Belege dafür sind die Entwicklung der Liste der mathematischen Teilgebiete<sup>7</sup> oder schlicht

<sup>7</sup> [de.wikipedia.org/wiki/Mathematics\\_Subject\\_Classification](https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematics_Subject_Classification)

die Anzahl und die Namen jener neuen Institute, die in den letzten Jahrzehnten an einer Universität oder Technischen Universität hinzugekommen sind.

In anderen Wissenschaften können wir auch sehr gut beobachten, welche typischen Folgen eine fortschreitende Spezialisierung hat: Die Kolleginnen und Kollegen aus den mehr oder weniger weit voneinander entfernten Teilgebieten verstehen einander immer schlechter oder gar nicht mehr. Dazu nur als Anekdote: Ein sehr berühmter Kollege aus der Linzer Numerik berichtete von einer DMV-Tagung, dass er zufällig einen Vortrag aus der Zahlentheorie besucht hat und weder die Problemstellung noch den vorgetragenen Beweis verstanden hat. Von D. Hilbert wird berichtet, er sei der letzte Mathematiker gewesen, der in allen seinerzeit zur Mathematik gehörenden Teilgebieten (sogar darüber hinaus in der Mechanik) wertvolle Beiträge geleistet hat.

In der Mathematikdidaktik ist mir eine vergleichbar umfassend aktive Persönlichkeit nicht bekannt. Vor einigen Jahren haben W. Schlöglmann und ich führende Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker aus verschiedenen Teildisziplinen der Mathematikdidaktik zu einer Tagung eingeladen (vgl. Maaß, Schlöglmann 2006). Das Ziel war, sich wechselseitig zu berichten, was in den Teildisziplinen gearbeitet wird und in welcher Richtung weitergearbeitet wird. Die Tagung war hochinteressant, aber folgenlos, also ohne Folgetagung oder andere organisierte Aktivitäten zum kontinuierlichen Informationsaustausch.

In der GDM, aber auch international bei der ICME lässt sich wachsende Spezialisierung gut mitvollziehen, wenn die Liste der Arbeitsgemeinschaften, thematisch orientierten Tagungssektionen etc. betrachtet wird. Auch hier kann vielleicht etwas von anderen Wissenschaften gelernt werden: Eine stabile Gruppen von Leuten, die zu einer speziellen Thematik forschen wie der GDM-Arbeitskreis für  $X$ , neigt – sinnvoller Weise! – dazu, gewisse gemeinsame Grundlagen als fix gegebene Voraussetzung anzunehmen, auf der weitere Forschung aufbauen kann. In der Zahlentheorie geht das problemlos: Einmal bewiesene Sätze können genutzt werden, um neue Sätze zu beweisen.

Wie aber ist das in der Mathematikdidaktik? Gibt es überhaupt irgendetwas, das wir mit unseren Forschungsmethoden über Lehren und Lernen von Mathematik fix bewiesen haben? Kann es so

etwas überhaupt geben? In der Mathematik glaubt man gemeinsam und mit guten Argumenten an die Peano-Axiome und kann sie dann (gemeinsam mit anderen Beweismitteln) in der Zahlentheorie verwenden, etwa um zu zeigen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Wer möchte, kann dann mit Cantor beweisen, dass es genauso viele natürliche, ganze oder rationale Zahlen wie Primzahlen gibt, nämlich abzählbar viele.

Luhmann weist darauf hin, dass in den Wissenschaften Gruppen mit Hilfe eines sozialen Konsenses etwas festschreiben, was als „Wahrheit“ gilt. So ein Konsens kann sehr nützlich sein, um schneller Fortschritte zu erzielen, aber auch so etwas wie einen blinden Fleck erzeugen oder eine problematische Hypothese als Teil der gemeinsamen Basis betonieren. T. S. Kuhn<sup>8</sup> hat beschrieben, wie schwer es einer Wissenschaft fallen kann, solche Grundannahmen, ein Geflecht von Paradigmen, zu ändern: Bisweilen ist eine Revolution notwendig!

Spezialisierung und Ausdifferenzierung in der Mathematikdidaktik nach der Eigengesetzlichkeit eines sozialen Systems kann ähnlich wie die berühmte „unsichtbare Hand des Marktes“ unterschiedlich bewertet werden. Es gibt aber keine Instanz dafür. Wenn eine neue Thematik angeboten wird, etwa in Form eines neuen GDM Arbeitskreises, entscheiden Gründe wie persönliches Interesse, Ansehen der beteiligten Personen und vieles mehr darüber, ob so ein Arbeitskreis über längere Zeit arbeitsfähig und produktiv wird. Ich habe über mehrere Jahre<sup>9</sup> vergeblich den Arbeitskreis zum Thema „Erwachsene und Mathematik“ angeboten. Ich bedauere dieses Scheitern noch heute.

Schön wäre es, wenn mehr Kooperation zwischen den verschiedenen Forschungsrichtungen stattfinden würde. Ich provoziere durch ein Beispiel: Über viele Jahrzehnte habe ich miterlebt, mit welcher Begeisterung technologische Fortschritte von Kolleginnen und Kollegen aufgenommen wurde. Hier eine kleine Auswahl von Äußerungen dazu: „Mit dem neuen Bildschirm, der statt der bisherigen Auflösung von 320 mal 200 640 mal 400 Pixel zeigt, erscheinen alle Geraden am Bildschirm endlich als Geraden und nicht als Treppen!“ „Der neue 68000er erlaubt endlich das Plotten von Funktionen in Echtzeit!“ „Mit dem Zugmodus im neuen dynamischen Geometrieprogramm werden alle Schülerinnen und Schüler leicht in der Lage sein, die klassische Geometrie wirklich zu verstehen!“ „Jetzt gibt es endlich Computer-Algebra-Systeme auch für Rechner in

<sup>8</sup> [www.getabstract.com/de/zusammenfassung/die-struktur-wissenschaftlicher-revolutionen/6952](http://www.getabstract.com/de/zusammenfassung/die-struktur-wissenschaftlicher-revolutionen/6952)

<sup>9</sup> In der Zeit war ich Sprecher der internationalen Vereinigung ALM (siehe <https://alm-online.net>).

der Schule. All die Lernprobleme mit elementarer Algebra, Formelumstellen, Gleichungen lösen etc. gehören damit der Vergangenheit an!“ Mir sind keine empirischen Forschungen bekannt, die all das belegen. Auf der anderen Seite habe ich bei manchem Bericht über eine abgeschlossene empirische Forschung den Eindruck, es wäre sinnvoll gewesen, zu Beginn der Forschung etwas genauer darüber nachzudenken, was mit welchem Ziel erforscht werden soll.

Noch eine Anregung zum Nachdenken: nach meiner Beobachtung achten die spezialisierten Gruppen recht genau darauf, ob Beiträge ihren Standards entsprechen – sie haben ja mehr spezialisiertes Wissen, um zu entscheiden, was in ihrer Thematik neu und akzeptabel ist. Was ist daran problematisch? Der Bezug zur Praxis, zum Alltag in Schulen wird theoretischer oder geringer. Wie? Wenn in einem Arbeitskreis mehrere Studien präsentiert wurden, nach denen eine bestimmte didaktische Methode gut funktioniert hat, kann es dazu kommen, dass negative Rückmeldungen von einzelnen Lehrkräften, die diese Methode in ihrem Unterricht eingesetzt haben, nicht zur Kenntnis genommen werden. Solche Rückmeldungen führen dann nicht zu Zweifeln an der Methode, Probleme werden eher auf mangelnde Fähigkeiten der betreffenden Lehrkräfte oder spezielle Situationen an der Schule zurückgeführt. Persönliche Erfahrungen zählen mit guten Gründen in der Wissenschaft eben deutlich weniger als wissenschaftliche Studien.<sup>10</sup> Vor nicht allzu langer Zeit ist ein Beitrag von mir abgelehnt worden, in dem ich als Argument für realitätsnahe Projekte im Mathematikunterricht mehr als 40 Jahre gute Erfahrungen von MUEDen Lehrkräften angeführt habe. So ein Argument – so sinngemäß die Begründung der Ablehnung – könne für eine wissenschaftliche Publikation nur akzeptiert werden, wenn ich den Regeln der Kunst entsprechende Auswertungen von Interviews oder Fragebögen dazu vorlege.

Das ist eine Argumentation, die im Zuge von Spezialisierung und Verwissenschaftlichung durchaus nachvollziehbar ist. Aber ich fürchte, damit verliert die Mathematikdidaktik ihre Bodenhaftung, den Kontakt zur Schulrealität. Vielleicht ist so ein Kontakt für uns gar nicht so wichtig? Vor einiger Zeit habe ich mit einem Unfallchirurgen über die Bedeutung von Fortbildung in Medizin und Mathematikdidaktik gesprochen. Er berichtete, dass er unbedingt an Fortbildungen teilnehmen muss, um

seine Diagnosen und Operationen stets auf dem aktuellen Stand der Wissenschaft durchführen zu können. Sonst droht schnell ein Gerichtsverfahren mit massiven Konsequenzen für den Arzt. Ich berichtete ihm, dass nach meinen Informationen aus der zuständigen Stelle in Oberösterreich nur etwa 15 bis 20 Prozent aller Mathematiklehrinnen und Mathematiklehrer für Sekundarstufe überhaupt an Fortbildungen teilnehmen und die Auswirkungen auf den Unterrichtsalltag sehr gering sind. Daraus schloss er, dass unser aktueller Forschungsstand offenbar von den Lehrkräften für wenig relevant gehalten wird. Ich habe noch nie davon gehört, dass Eltern vor Gericht ziehen, weil Lehrkräfte nicht nach dem aktuellen Stand der Mathematikdidaktik unterrichten – zum Glück!

### 3 Ausblick: Hat das Nachdenken einen Sinn? Nützt es uns?

Nur weil N. Luhmann die Reflexion für einen wichtigen Bestandteil eines jeden sozialen Systems hält, muss die Mathematikdidaktik nicht unbedingt Zeit und Energie darauf verwenden, oder? Für ein nicht-wissenschaftliches System könnte eine eher zurückhaltende Einstellung zur Systemreferenz Reflexion vielleicht eher mitvollziehbar sein als für eine Wissenschaft, deren mit einem berühmten Goethe-Zitat erklärtes Ziel ja ist, herauszufinden, *was die Welt im Innersten zusammenhält*. Was hält die Mathematikdidaktik im Innersten zusammen? Was macht sie aus und unterscheidet sie von anderen Wissenschaften? Nach Luhmann ergibt sich die Antwort daraus, was von dieser Wissenschaft als „wahr“ und wissenschaftlich anerkannt wird.

Mir scheint darüber hinaus abschließend noch wichtig auf einen anderen Punkt hinzuweisen, über den wir als Wissenschaftsdisziplin nachdenken sollten: Welchen Sinn hat unsere Arbeit? Der persönliche Nutzen ist für viele – trotz berechtigter Kritik an der schlechten sozialen Situation des wissenschaftlichen Nachwuchses – gut erkennbar. Was aber ist der gesellschaftliche Nutzen? Wer hat etwas davon? In den Anfangsjahren der Mathematikdidaktik wurde diese Frage ohne Zögern klar beantwortet: Schülerinnen und Schüler sollen mehr und besser Mathematik verstehen. Wer heute fragt, erhält bisweilen eine Antwort, wie wir sie aus der reinen Mathematik kennen: Wir forschen und sammeln Ergebnisse, die sich vielleicht später einmal für irgendjemanden als nützlich erweisen können.

<sup>10</sup> Ein Kollege aus der Physik erzählte mir, dass er montags immer doppelt so schwer aus dem Bett kommt wie an anderen Wochentagen. Seine auf jahrelanger Erfahrung beruhende Theorie, dass montags die Schwerkraft in seinem Schlafzimmer doppelt so hoch ist wie sonst, gelangte aber nicht zur Veröffentlichung.

### Literaturverzeichnis

- J. Maaß: *Mathematik als soziales System. Geschichte und Perspektiven der Mathematik aus systemtheoretischer Sicht*, Deutscher Studien Verlag, Weinheim 1988
- J. Maaß, W. Schlöglmann (Eds.): *New Mathematics Education Research and Practice*, Sense Publishers, Rotterdam/Taipei 2006

Jürgen Maaß, Lichtenberg bei Linz

## Multiplying Mathematical Teachers

Antonella Perucca

These reflections are meant to inspire, they can be used in full or in part, they should be adapted to circumstances. When you judge whether my proposals are good or not in your opinion, please remember that your judgement should not be a yes/no answer to these very proposals, but it should rather be a comparison with respect to the other alternatives facing the considerable lack of mathematical teachers.

### Delegate proctoring (school level)

Assume that there is a lack of mathematical teachers but no lack of teachers in other disciplines. Then one should delegate (as much as possible) tasks to teachers of other disciplines. For example, if during mathematical tests pupils do not interact with the mathematical teacher, then proctoring of mathematical tests should be delegated to nonmathematical teachers. If mathematical teachers wish a bit of mathematical interaction during tests, then with some creative schedule adjustments one could make parallel tests for 3 classes (if mathematical teachers cooperate well with one another, then they can also assist tests of classes which are not their own).

So, the first proposed option allows to spare for each class as many hours as the duration of the mathematical tests and the second option two thirds of those hours.

Each pool of mathematical teachers could make their own calculation of the hours spared in this way.

Example: One mathematical teacher from Luxembourg told me that delegating proctoring this school year for the few long mathematical tests would allow him to spare 12 hours for each class

with much mathematics and 6 hours for each class with little mathematics, thus 42 hours in total.

### Self-learning in class (school level)

Every teacher has a personal way of presenting a topic, but formulas are standard and easy examples are, in some sense, standard. So one could produce videos that explain the terms of a formula and make standard examples of applications.

The pupils could watch a 10-minutes video and then have 10–15 minutes of quiz (they can watch again part of the video and/or do a multiple choice test to check their understanding of the video). During this time, the pupils should be proctored by a nonmathematical teacher.

Example: A teacher with a 50 minutes lesson slot could divide this time into two parts and teach two classes within this time, because the actual presence in one class would only be one half of the full time.

Remark: This option could be considered as a long-term strategy (excellent videos will be available, it is only a matter of time) but it is also a possible solution for a short leave of a mathematical teacher. For the latter, one should ensure (possibly, in advance) that the two mathematical classes have simultaneous mathematical slots in their schedule.

Remark: Producing videos can be parallelised because a small pool of teachers can write scripts (this constitutes most of the work). Then a voice narrates all scripts. And a technical expert produces a teaching avatar and a readable blackboard (as done in the videos produced by Béatrice Bach, Master in Secondary Education Luxembourg, that have been approved of by the Luxembourg SCRIPT Director

in December 2022). Videos should be freely accessible and without advertisement. They can be easily translated in many languages. To produce them, one can start with the material for the lowest class so that this very class has year by year the videos it needs.

Remark: Self-learning in class is not necessarily “videos”. One could more generally have suitable Apps (in the style of the ANTON App) or “books”. By books I have in mind the current school texts but also more flexible digital editions, where for example one can open up blocks of text for further explanations only if needed. Moreover, books on paper have a linear order for their content, however this restriction is not necessary for digital books. Indeed, introducing some new “notion” (definition, formula, idea) could allow to access a selection of new topics or exercises at the same time. Notice that more flexibility in this respect would allow teachers to customise their lessons more easily.

### Team work (school level)

In a class with many mathematical hours, one hour per week could be devoted to exercises, for individual pupils or as team work. In a class with less mathematical hours, one hour every three weeks. Again, such sessions could be proctored entirely by non-mathematical teachers, or one mathematical teacher could alternate between two classes.

Example: The first option without assistance of a mathematical teacher would spare my sample Luxembourgish teacher 48 hours during this school year, and the option of covering two classes at the same time 24 hours.

### Teachers' mobility (ministry level)

Mathematical teachers may live for personal reasons in other countries, or may wish to work in other countries. If this is not made possible for them, they may exit the school system, which would be a great loss due to the world-wide lack of mathematical teachers. Each country should better have detailed and transparent information that are

made publicly available concerning state examinations and required qualifications and recruitment. Talented teachers already living in the new country deserve a custom plan aimed to entering the school system in the best possible way, possibly within 2 years (the time to finalise language competences and complete examinations).

Remark: Having the citizenship of a country is not the same as having language skills (for example, Germany requires level B1 for the citizenship, while the teaching profession should require C1 or at least B2).

Remark (for Germany): Introduce an overarching Deutschland-Staatsexamen, choosing for it the most difficult of the current Bundesland-Staatsexamen.

### Career options (ministry level)

Mathematicians who did a PhD and possibly other jobs afterwards should have a highway to enter the school system. Many of them already experienced teaching (at Bachelor level) and are good teachers. The same holds for mathematicians without a PhD who did other jobs (thus acquiring at least social skills). The same holds for physicists or other scientists/engineers/economists with a very good mathematical sense for proofs and abstract reasoning: these mathematical competences may better be proven with oral exams. Such a workforce could have a dedicated training to learn what they need to enter the school system.

Remark (for Germany): Providing access to quality childcare allows parents to work more years, so an early childcare (3 months onwards) would allow to spare many mathematical teachers' years country-wise.

Many thanks to my sample mathematical teacher in Luxembourg and to the Director of the GDM for valuable feedback.

Antonella Perucca, University of Luxembourg  
E-Mail: [antonella.perucca@uni.lu](mailto:antonella.perucca@uni.lu)

## Neues aus der GDM-Nachwuchsvertretung

Marco Böhm, Silke Neuhaus-Eckhardt, Sebastian Geisler und Gerrit Loth

Zu Beginn dieses Jahres wollen wir von der GDM-Nachwuchsvertretung auf 2022 zurückblicken und gleichzeitig einen Ausblick auf unsere diesjährigen Angebote für Nachwuchswissenschaftler/innen aus der Mathematikdidaktik geben. Auch organisatorisch hat sich einiges getan. Gerrit Loth ist seit August neuer Sprecher der Nachwuchsvertretung und löst damit Julia Joklitschke ab, für deren Engagement als Sprecherin wir uns herzlich bedanken. Zusammen mit Sebastian Geisler setzt Gerrit sich auch im GDM-Beirat für die Belange des Nachwuchses ein. Seit der Umstellung auf die neue GDM-Homepage gibt es zudem einen neuen Modus, um die E-Mail-Verteiler für Promovierende und PostDocs zu erreichen. Diese können nicht mehr direkt angeschrieben werden. Stellenangebote und andere Informationen, die über unsere Verteiler publik gemacht werden sollen, können per Mail an die Funktionsadresse ([nachwuchsvertretung@didaktik-der-mathematik.de](mailto:nachwuchsvertretung@didaktik-der-mathematik.de)) geschickt werden.

Wir freuen uns außerdem, dass Hedwig Gasteiger seit dem letzten Jahr als Vertrauensprofessorin für Promovierende in schwierigen Lagen ansprechbar ist. Sie löst Regina Bruder ab, der wir herzlich für ihr bisheriges Engagement danken! Rudolf Strässer bleibt uns als weiterer Vertrauensprofessor erhalten.

### Rückblick auf unsere Angebote 2022

Nachdem 2020 und 2021 aufgrund von Corona ausschließlich digitale Angebote stattgefunden haben,

– allen voran das sehr erfolgreiche und beliebte Net(t)-Working – konnten wir im vergangenen Jahr sowohl neue digitale als auch altbekannte Formate in Präsenz anbieten.

Bereits im Frühjahr haben wir neben dem Net(t)-Working für Promovierende erstmals neue digitale Angebote speziell für PostDocs und Juniorprofessor/innen angeboten. Darunter unter anderem Workshops zu Berufungsverfahren und zur Karriereplanung. Wir bedanken uns bei allen Expert/innen, die uns dabei unterstützt und das Angebot so ermöglicht haben. Auch in diesem Jahr werden wir ähnliche Angebote wieder digital anbieten (s. u.).

Wer beim digitalen Net(t)-Working dabei war, hatte auf der GDM-Tagung in Frankfurt die Möglichkeit bekannte Gesichter endlich persönlich zu treffen. Beim Nachwuchstag am Sonntag und Montag vor Tagungsbeginn, konnten 103 Teilnehmende ein vielfältiges Programm aus Workshops, Vorträgen, Diskussions- und Talkrunden nutzen, um sich zu vernetzen sowie hilfreiche Tipps für das eigene Forschungsvorhaben zu erhalten. Der Nachwuchstag war damit sehr gut besucht. Auch für PostDocs und fortgeschrittene Promovierende gab es während der GDM-Tagung erneut Workshops und Vernetzungsangebote, die ebenfalls eine hohe Anzahl an Teilnehmer/innen aufwiesen. Die Planungen für den nächsten Nachwuchstag 2024 in Essen laufen bereits an, sodass auch in Zukunft für einen regen Austausch des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM gesorgt wird.



Die Teilnehmer/innen des Nachwuchstages 2022 (Foto: Franziska Tilke)

## Unsere Angebote 2023

Bevor wir uns jedoch alle in Essen wiedersehen, bieten wir 2023 wieder einige digitale Angebote an:

Das Net(t)-Working startet in eine neue Runde. Bisher sind drei Angebote geplant, die einen Ein- und Überblick in die Mathematikdidaktik geben. Die Angebote richten sich vor allem an Promovierende zu Beginn der Promotionsphase, aber wie immer ist jede/r Interessierte herzlich willkommen. Thematisch wird es ein Austauschforum zum Promovieren mit mehreren Expert/innen geben. Maike Schindler wird einen Workshop zum Publizieren in wissenschaftlichen Journalen durchführen und Andreas Eichler wird einen Überblick über Forschungsmethoden in der Mathematikdidaktik geben. Nach den Angeboten, die etwa 90 min fassen, gibt es immer Möglichkeiten, sich untereinander zu vernetzen. Die bisher geplanten Termine sind der 17. 4. 2023, der 15. 5. 2023 und der 19. 6. 2023 jeweils von 16 Uhr bis 19 Uhr.

Auch für PostDocs und Juniorprofessor/innen bieten wir erneut digitale Angebote an. Bisher sind vier Angebote geplant, die jeweils am ersten Dienstag der Monate März bis Juni von 18 Uhr bis 20 Uhr stattfinden werden. Thematisch sind ein Überblick zu verschiedenen Möglichkeiten Drittmittel einzuwerben (Susanne Prediger) sowie ein Austauschforum zu Berufungsverfahren (Daniel Sommerhoff und Gilbert Greefrath) und zwei Angebote zum

Publizieren geplant, die gerade noch mit den Expert/innen finalisiert werden.

Weitere Informationen zu unseren digitalen Angeboten sind auf unserer Homepage ([didaktik-der-mathematik.de/nachwuchs/](http://didaktik-der-mathematik.de/nachwuchs/)) einsehbar.

Vom 18. bis 22. September findet außerdem die GDM-Nachwuchskonferenz in Duderstadt statt, die dieses Jahr von den Universitäten Hildesheim und Potsdam organisiert wird. Für Hauptvorträge konnten wir Gabriele Kaiser, Maike Vollstedt, Reinhard Oldenburg, Stanislaw Schukajlow sowie Nils Buchholtz gewinnen. Zudem werden Lisa Hefendehl-Hebecker und Sebastian Schorcht die gesamte Konferenz lang ein offenes Ohr für die Nachwuchswissenschaftler/innen haben und ihnen mit Rat und Tat zur Seite stehen. Die Anmeldung zur Nachwuchskonferenz wird voraussichtlich ab April möglich sein.

Marco Böhm, Universität Koblenz  
E-Mail: [mboehm@uni-koblenz.de](mailto:mboehm@uni-koblenz.de)

Silke Neuhaus-Eckhardt, Universität Würzburg  
E-Mail: [neuhaus@dmuw.de](mailto:neuhaus@dmuw.de)

Sebastian Geisler, Universität Potsdam  
E-Mail: [sebastian.geisler@uni-potsdam.de](mailto:sebastian.geisler@uni-potsdam.de)

Gerrit Loth, Universität Vechta  
E-Mail: [gerrit.loth@uni-vechta.de](mailto:gerrit.loth@uni-vechta.de)

## Jahresbericht 2022 GDM Schweiz

Esther Brunner

### Eine späte und besondere Jahrestagung in Präsenz

Der Jahresbericht der GDM Schweiz bezieht sich auf das Kalenderjahr 2022 und beschreibt ein weiteres außerordentliches Vereinsjahr, weil die üblicherweise für Januar angesetzte Jahrestagung infolge der Unsicherheiten im Zusammenhang mit der Covid-19 Pandemie und dem Wunsch, möglichst ein Präsenztreffen durchführen zu können, auf Anfang Mai verschoben wurde. Diese Entscheidung hat sich als sinnvoll und als richtig erwiesen, wurde doch die Jahrestagung vom 6. 5. 2022 an der PHTG in Kreuzlingen von einer sehr großen Zahl an Mitgliedern besucht. Die Tagung bot zwei interessante Fachvorträge an, die von Uta Häsel-Weide von

der Universität Paderborn zum Thema „Interaktionen im inklusiven Mathematikunterricht. Anregen – Analysieren – Reflektieren“ und von Christine Pauli von der Universität Fribourg zum Thema „Dialogische Unterrichtsgespräche als Lerngelegenheiten und Herausforderung für Lernende und Lehrpersonen“ gehalten wurden. Das erste Referat zeigte auf, wie bedeutsam es insbesondere auch für Lernende mit Lernschwierigkeiten ist, dass über und in Mathematik gesprochen wird, dass mündliche Erklärungen erfolgen und Problemlösungen und Vorgehensweisen gemeinsam diskutiert und begründet werden. Im zweiten Referat wurden Ergebnisse aus einer aktuellen Forschungsstudie vorgestellt, die zeigen, dass sich Klassengespräche im Mathematikunterricht der Sekundarstufe von Ge-

sprachen im Geschichtsunterricht unterscheiden. Die beiden Referate wurden jeweils anschließend von den anwesenden Teilnehmenden der Tagung anhand von Fragen vertiefend in Gruppen diskutiert, nicht zuletzt im Hinblick darauf, was diese Forschungsergebnisse für die Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrpersonen bedeuten. Und natürlich prägten auch andere Fragen – nach so langer Zeit des fehlenden Austauschs vor Ort und in Präsenz – die Gespräche. Gerahmt wurde die Veranstaltung von kurzen Sequenzen zum Thema „Von der Schönheit der Mathematik“. Die erste dieser Sequenzen zu Tagungsbeginn am Morgen wurde von Stephan Schönenberger (PHTG) gestaltet, die zweite am Nachmittag von Eugen Jost (Thun). Abgeschlossen wurde die interessante und gewinnbringende Tagung mit einem reichhaltigen Apéro.

Da die Anfänge der GDM Schweiz – damals noch nicht als Landesverband oder Arbeitskreis der GDM, sondern als losen Zusammenschluss interessierter Lehrerinnen- und Lehrerbildner zum Bereich Mathematik – bis in die frühen 1970er Jahre zurückgehen, stand ein mehrfaches Jubiläum im Zentrum, das bereits 2021 hätte gefeiert werden sollen. Gregor Wieland (Bern) und Kathleen Philipp, PH FHNW, blickten zurück auf die Geschichte der GDM CH. Gregor Wieland berichtete von den Anfängen und davon, dass vor 49 Jahren – 1973 – die erste Weiterbildung für amtierende Mathematikdidaktikpersonen an den Lehrerinnen- und Lehrerseminarien in der Schweiz stattfand, ohne dass es damals die Berufsbezeichnung „Mathematikdidaktiker:in“ schon gegeben hätte. Diese Weiterbildungsstagen wurden in der Folge regelmäßig jährlich als fachlicher Austausch weiter gepflegt und bilden heute die Jahrestagung der GDM Schweiz. Aus der damals noch kleinen Gruppe von Pionieren und wenigen Pionierinnen entstand dann vor 21 Jahren – 2001 – der „Arbeitskreis Schweiz-Liechtenstein“ der GDM. Dieser Arbeitskreis war organisatorisch Teil der GDM Deutschland und als solcher nicht unabhängig. 2014 wurde daraus ein eigener Landesverband der GDM – die GDM Schweiz – gegründet, der mit der GDM in Deutschland zusammenarbeitet und sich in der (deutschsprachigen) Schweiz mit den Anliegen der Mathematikdidaktik und der Mathematikdidaktikpersonen vor Ort befasst.

Integriert in die Jahrestagung war auch die Mitgliederversammlung, die wie gewohnt von der Präsidentin Esther Brunner geleitet wurde. Der Jahresbericht 2021 der Präsidentin wurde mit Applaus verdankt, die Rechnung 2021 angenommen und das Budget 2022 verabschiedet. Stephan Schönenberger – weiterhin ICMI Representative – wurde als Vorstandmitglied, Guido Beerli als Rechnungsrevisor verabschiedet. Beiden wurde mit einem Applaus und einem kleinen Präsent für ihren Einsatz ge-

dankt. Wiedergewählt wurde Kathleen Philipp (PH FHNW) und neu gewählt als Vorstandsmitglied Claudia Albertini, PHZH. Als neuer Rechnungsrevisor wurde Philippe Saldi (PH Bern) gewählt. Unter dem Traktandum Verschiedenes stellte Georg Bruckmaier (PH FHNW) den neuen Joint Degree Masterstudiengang Fachdidaktik Mathematik der Universität Basel und der PH FHNW vor. Barbara Drollinger-Vetter (PHZH) und Esther Brunner (PHTG) gaben einen Einblick in die im Rahmen des vom Bund geförderten Projekts durchgeführte Befragung bei den Mitgliedern der GDM Schweiz zum eigenen Weiterbildungsbedarf. An der Befragung hatten 83 Personen teilgenommen, die einen Bedarf an zusätzlichen Weiterbildungsmöglichkeiten, insbesondere für die Tätigkeit in der Lehre angaben. Diesbezüglich werden im Rahmen dieses Drittmittelprojekts mit Laufzeit bis Ende 2024 verschiedene Weiterbildungsformate entwickelt und erprobt.

### Vorstandssitzungen und Geschäfte

Der Vorstand traf sich auch in diesem Jahr zu insgesamt sechs Sitzungen. Mehrheitlich wurden die Sitzungen in Form von Videokonferenzen durchgeführt, was sich sowohl bezüglich Terminfindung wie auch zeitlichem Aufwand für den Vorstand bewährt. Eine Sitzung wurde in Präsenz durchgeführt und mit einem Nachessen der Vorstandsmitglieder und den kürzlich aus Ämtern verabschiedeten und den neuen KollegInnen und Kollegen abgeschlossen.

Die erste Sitzung Anfang Februar stand im Zeichen der Vorbereitungen für die Jahrestagung 2022. Weiter wurden Ideen und Informationen an die Mitglieder zum Pi-Tag vom 14. 3. diskutiert. Zudem wurde die Planung für die Jahrestagung 2023 aufgenommen. Diskutiert wurden auch die geplanten Weiterbildungsangebote für amtierende Mathematikdidaktikpersonen, die im Rahmen des PgB-Projekts („Projektgebundene Bundesmittel, PgB“ von swissuniversities) von Barbara Drollinger-Vetter, Roland Keller, Andreas Schulz (PHZH) und Esther Brunner (PHTG) entwickelt und in Zusammenarbeit mit der GDM organisiert werden. Anlässlich der dritten Vorstandssitzung im Juni erfolgte die Konstituierung des Vorstands (neu übernimmt Claudia Albertini das Protokoll, Bernhard Dittli ist zuständig für die Website) und ein Rückblick auf eine gelungene Jahrestagung 2022 in Präsenz. Zudem wurde die Sitzung für die detaillierte Planung der Jahrestagung 2023 genutzt. Insbesondere die Idee, die Tagung mit einem fakultativen Weiterbildungsanlass am Samstag zu ergänzen, wurde konkretisiert. Das Angebot von Priska Fischer Portmann und Kurt Hess, die nächste Jah-

restagung der GDM Schweiz an der PH Zug zu organisieren, wurde dankend angenommen. Die Jahrestagung 2023 war erneut zentrales Thema an der vierten Sitzung, die im September stattfand. Dieses Geschäft wurde auch an der Oktobersitzung erneut aufgegriffen und insbesondere bezüglich Detailfragen und Abstimmungen bearbeitet. Die sechste und letzte Vorstandssitzung Anfang Dezember diente dazu, die Arbeiten rund um die Jahrestagung 2023 abzuschließen.

### Weitere Anlässe und Sitzungen

Auf die Planung und Durchführung einer Fachdidaktischen Diskussion wurde 2022 verzichtet, zum einen, weil die Jahrestagung erst im Mai stattfand und zum anderen, weil der erste PgB-Weiterbildungsanlass für Ende Oktober geplant war und der Vorstand der Meinung war, dass die Anlässe nicht gegenseitig konkurrenziert werden sollten.

Der Beirat der GDM traf sich anlässlich der großen Bundestagung im Sommer in Frankfurt. Die Sitzung vom Frühling wurde via Videokonferenz

durchgeführt. An den Sitzungen nahm Esther Brunner (PHTG) teil.

Für die KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) fand im Kalenderjahr 2022 keine Sitzung statt.

### Dank

Einmal mehr bleibt, zahlreichen Kolleginnen und Kollegen zu danken, die sich auch in diesem Jahr aktiv für die GDM Schweiz eingesetzt haben, die regelmäßig an den Tagungen dabei sind, sich einbringen und mitdiskutieren und damit einen Beitrag zu einer lebendigen und aktiven Schweizer Community leisten. Ein besonderes Dankeschön geht an die Kolleginnen und Kollegen aus dem Vorstand, an die beiden Rechnungsrevisoren sowie an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe der SGL. Mit ihnen allen können wir auf eine langjährige, konstruktive Zusammenarbeit zurückblicken.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau  
E-Mail: [esther.brunner@phtg.ch](mailto:esther.brunner@phtg.ch)

## Protokoll der Mitgliederversammlung der GDM am 1. 9. 2022

---

Zeit: 16.00 Uhr bis 18.32 Uhr

Der erste Vorsitzende Reinhard Oldenburg begrüßt die Teilnehmenden zur Mitgliederversammlung.

Zunächst bittet Reinhard Oldenburg um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Kolleginnen und Kollegen:

Albert Altendorfer  
Martin Guggisberg  
Manfred Leppig  
Wolfgang Löding  
Roland Mechling  
Hans Schupp  
Roland Stowasser  
Peter Sorger  
Ilse Wiese  
Bernd Wurl

### TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Das in Heft 112 der *Mitteilungen der GDM* (S. 54–58) enthaltene Protokoll der digitalen Mitgliederversammlung vom 25.03.2021 wird ohne Änderungen bestätigt. Die im Heft 113 der *Mitteilungen der GDM* (S. 85) abgedruckte Fassung der Tagesordnung wird ohne Änderungen beschlossen.

### TOP 2: Bericht des Vorstands

#### 2.1 Aktuelles aus Vorstand und Beirat

Reinhard Oldenburg berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine:

- 2021/22 Monatliche digitale Sitzungen des Vorstands mit Geschäftsführung (Karoline Haier seit 1. 9. 21 – Umsetzung des Beschlusses der MV 2021)

- 2021/22 Regelmäßige Teilnahme am 2. Teil der DMV-Präsidiumssitzungen
- 20. 12. 2021 Digitale Mitgliederversammlung der GFD
- 18. 3. 2022 Digitale Sitzung von Beirat und Vorstand
- 30. 6. 2022 Mitgliederversammlung der GFD
- 28. 8. 2022 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat

Im Rahmen der gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat am 18. 3. 2022 wurden Nils Buchholtz, Lisa Hefendehl-Hebeker und Stefan Ufer als Mitglieder des wissenschaftlichen Beirats des JMD gewählt.

Im Zuge der gemeinsamen, digitalen Sitzung von Vorstand und Beirat am 28. 8. 2022 wurde Christiane Benz im Herausgebergremium des JMD bestätigt.

Reinhard Oldenburg weist auf zukünftige Tagungsorte und auf die bereits bekannten Tagungstermine hin:

2023 wird keine GDM-Jahrestagung stattfinden, dies ist aufgrund der immer noch angespannte Pandemielage sicherlich sinnvoll.

2024 findet die GDM-Jahrestagung in Essen statt, 2025 in Saarbrücken und 2026 in Wuppertal.

## 2.2 Forschungs- und Nachwuchsförderung

Stefan Ufer berichtet vom 5. DFG-Antragsworkshop der GDCP & GDM, der vom 24. bis zum 25. 6. 2022 an der LMU München stattfand. Organisiert wurde der Workshop von Inna Ekimova, Laura Gabler, Stefan Ufer (alle LMU München) sowie Anselm Strohmaier (TU München). 16 potenzielle Antragstellende haben an dem Workshop teilgenommen, davon zwei online. 14 Antragsskizzen (9 Didaktik der Mathematik, 4 Didaktik der Physik, 1 Didaktik der Chemie) wurden intensiv diskutiert. Zudem fand ein Erfahrungsaustausch mit den Expert\*innen und der Sprecherin des DFG-Fachkollegiums über die aktuelle Begutachtungssituation und Neuerungen statt. Der Anteil an mathematikdidaktischen Antragsskizzen war 2022 wieder höher als noch in den Jahren zuvor. Gleichwohl war die Qualität der Antragsskizzen sehr heterogen, sodass regelmäßige Informationsveranstaltungen während der Jahrestagungen prinzipiell als sinnvoll erachtet werden, um die Qualität der Antragsskizzen weiter zu erhöhen. Generelle Herausforderung für die Antragstellenden sind vor allem die präzise Projektplanung mit Abwägung von Antragsumfang und Erkenntnisgewinn, die nachvollziehbare Argumentationslinie vom Forschungsstand über die Fragen bis hin zum Arbeitsprogramm sowie der „Blick über den Tellerand“ bei der Darstellung des Forschungsstands.

Hieran anschließend berichtet Gerrit Loth stellvertretend für den GDM-Nachwuchs von den viel-

fältigen Aktivitäten des GDM-Nachwuchses. Das neue Format der Online-PostDoc-Angebote fand erstmals im März 2022 mit insgesamt vier Workshops sowie der intensiven Begleitung durch die GDM-Expert\*innen Dreher, Erath, Neumann, Rott und Schukajlow statt.

Die GDM-Nachwuchstagung im Rahmen der GDM-Tagung 2022 in Frankfurt am Main war sehr gut besucht. Die 100 Anmeldeplätze waren schnell vergeben. Es gab ein breites Rahmenprogramm mit verschiedenen thematischen Workshops (Wissenschaftliches Publizieren, Karriereforum, Halten einer fachdidaktischen Vorlesung, DFG-Anträge), Aktivitäten zum Networking, Talkrunden, PostDoc-Angeboten sowie Expert\*innen-Sprechstunden. Die GDM-Nachwuchskonferenz 2023 wird in Hildesheim stattfinden. Für die GDM-Nachwuchskonferenz 2024 wird noch ein Standort gesucht. Interessierte Standorte wenden sich bitte an die GDM-Nachwuchsvertretung.

Reinhard Oldenburg stellt das Programm der bald stattfindenden GDM-Nachwuchskonferenz vom 26. bis 30.09.2022 in Leipzig vor. 65 Teilnehmende von 29 Universitäten und Fachhochschulen bzw. Pädagogischen Hochschulen sind zu dieser Tagung angemeldet. Es wird fünf Hauptvorträge, 24 Workshops und eine Vielzahl von Einzelberatungsangeboten geben.

Sebastian Geißler präsentiert erste Informationen zur GDM-Nachwuchskonferenz 2023 in Hildesheim. Diese wird vom 18. bis zum 22. September 2023 in Duderstadt stattfinden. Eine Anmeldung wird im März und Juni 2023 erfolgen. Die entsprechenden Informationen werden per E-Mail, auf der GDM-Homepage sowie auf der Homepage des GDM-Nachwuchses rechtzeitig bekannt gegeben.

Der Call zur Einreichung ausgezeichneter Dissertationen, die für einen GDM-Förderpreis 2024 in Frage kommen würden, endet am 1. 7. 2023. Zu den Einreichungsunterlagen gehören eine gedruckte Belegkopie und eine elektronische Version (barrierefrei) der Dissertation sowie ein etwa zweiseitiges Begründungsschreiben. In der Regel erfolgen die Vorschläge für den GDM-Förderpreis durch Erstbetreuende der Dissertationen.

Anschließend berichtet Susanne Prediger über Neuerungen und aktuelle Diskussionsthemen der KMK, der DFG sowie des DZLM. So äußert die KMK zunehmend den Wunsch nach mehr Forschungsfundierung für die Bildungssteuerung und für spezifische Themen. Aus der DFG verweist Susanne Prediger darauf, dass DFG-Projekte als Nachweise hochrangiger Forschung wissenschaftsstrategisch wichtig sind und fordert die GDM-Mitglieder auf, über einen DFG-Antrag nachzudenken. Die

übliche Antragssummen liegen dabei zwischen 20 000 € und 400 000 €. Zu beachten sind die neuen Leitfäden zur Antragsstellung.

Aus dem DZLM berichtet Susanne Prediger, dass das DZLM seit 2021 am IPN verstetigt wurde. Zudem werden einige Hintergründe zum gemeinsamen DZLM- und KMK-Projekt *QuaMath* (Unterrichts- und Fortbildungs-Qualität in Mathematik entwickeln, Laufzeit 2023-2032) erläutert.

### 2.3 *Gemeinsame Kommission Übergang Schule–Hochschule*

Christina Drücke-Noe berichtet als stellvertretende Sprecherin von den Aktivitäten der gemeinsamen Kommission „Übergang Schule–Hochschule“. Im Jahr 2021 hat es insgesamt 22 Kommissionssitzungen und eine Fachtagung gegeben. Im November 2021 fand eine gemeinsame Tagung mit der COSH-Gruppe (hybrid) statt, bei der der Maßnahmenkatalog und Mindestanforderungskatalog 3.0 diskutiert wurden. Im Dezember 2021 wurde eine Stellungnahme zu den Entwürfen der Bildungsstandards (Primarstufe, Erster und Mittlerer Schulabschluss) an die KMK geschickt. Im Frühjahr 2022 wurde in einer Umfrage in allen Bundesländern die Umsetzung des Maßnahmenkatalogs bilanziert. Vom 16. bis zum 18. 5. 2022 fand die vierte Fachtagung zur „Gestaltung eines konstruktiven Übergangs von Schule zu Hochschule – Konkretisierung des Maßnahmenkatalogs“ in Münster statt. An dieser nahmen ca. 50 Teilnehmende aus Schulen, Hochschulen, Ministerien und Landesinstituten aller Bundesländer teil.

### 2.4 *Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung*

Katja Lengnink berichtet als ständiges beratendes Mitglied der Kommission Lehrkräftebildung über die Aktivitäten des letzten Jahres. Zum 1. 4. 2021 hat Florian Schacht (Universität Duisburg-Essen, GDM) den Vorsitz der Kommission übernommen. Zudem wurde die Kommission genderkonform umbenannt in „Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung“. Aktuell arbeitet die Kommission an einem Positionspapier zum Thema „Standards einhalten bei der Bekämpfung des Lehrkräftemangels“. Für 2023 ist ein Symposium zum Thema Lehrkräftemangel unter Beteiligung der drei Verbände der Kommission sowie entsprechender (bildungs-)politischer Akteure geplant.

### 2.5 *Bericht Schriftführung*

Daniela Götze berichtet über den Stand und die Entwicklung der Mitgliederzahlen. Zum 25. 8. 2022 kann der Verein 1269 Mitglieder verzeichnen. Aufgrund der Neugestaltung der GDM-Homepage und der damit verbundenen Integration der Mitgliederdatenbank in die neue Homepage erläutert Daniela

Götze, wie die Mitglieder die eigenen Mitgliederdaten aktuell halten können. Außerdem wird der Zugang zu den GDM-Zeitschriften über die Homepage gezeigt.

### TOP 3: Bericht des Kassensführers und der Kassensprüferin

Torsten Fritzlar verliest den Kassenbericht für das Geschäftsjahr 2021. Einnahmen in Höhe von 80.566 € standen Ausgaben in Höhe von 67.656 € gegenüber. Zum 31. 12. 2021 befanden sich 151.370,05€ auf dem Konto der GDM. Eine Abschmelzung des Vereinsguthabens hat damit immer noch nicht stattgefunden. Dem Vorstand der GDM ist durchaus bewusst, dass ein gemeinnütziger Verein nicht mittel- und langfristig Gewinne in diesem Umfang erwirtschaften und Rücklagen bilden darf. Für das Jahr 2022 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von etwa –25.900 € vorgesehen. Dabei sind größere Posten für die Geschäftsführung sowie für Neu-einrichtung der Homepage einkalkuliert. Rudolf Sträßer weist auf die Preisgelder für den Förderpreis hin, die noch einkalkuliert werden müssen. Aus der Mitgliederversammlung kommt die Bitte zu prüfen, inwiefern die Höhe des Mitgliedsbeitrags 2023 erneut reduziert werden kann. Zudem sollte nach kreativen Lösungen gesucht werden, das Vereinsvermögen zu verringern.

#### *Bericht der Kassensprüferin*

Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2021 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM) wurde von ihr am 26. 8. bis 28. 8. 2022 in Luzern geprüft. Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2021, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Einnahmen und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit, alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

#### Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege sind vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch und sehr übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Ein- und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

#### Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 5. 1. 2021 139.114,45 €
- Endbestand per 31. 12. 2021 151.370,05€

Unter Beachtung des Ergebnisses wird der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

#### TOP 4: Entlastung des Vorstands

Marita Friesen beantragt die Entlastung des Vorstandes. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

#### TOP 5: Wahlen: 1. Vorsitzende/r; Kassensführer/in; Beirat und Kassensprüfer/in

Folgende Positionen sind zu besetzen: 2. Vorsitzende/r, Schriftführer/in sowie Kassensprüfer/in.

##### 2. Vorsitz

Elisabeth Rathgeb-Schnierer schlägt Katja Lengnink zur Wiederwahl vor. Der Vorschlag wird durch ihr großes Engagement in und für die GDM sowie ihr sehr konstruktives Arbeitsverhalten begründet. Sie kann als erfahrene Person eingestuft werden, die somit den Vorstand weiter stärken kann. Katja Lengnink wird gewählt (141 Ja-Stimmen; 2 Nein-Stimmen; 4 Enthaltung). Katja Lengnink nimmt die Wahl dankend an.

##### Schriftführer/in

Stephanie Rach schlägt Daniela Götze zur Wiederwahl als Schriftführerin vor. In den letzten vier Jahren hat sie als GDM-Schriftführerin sehr gute Arbeit geleistet und dabei u. a. die *GDM-Mitteilungen* innovativ weiterentwickelt. Daniela Götze wird gewählt (141 Ja-Stimmen; 1 Nein-Stimme; 1 Enthaltung). Daniela Götze nimmt die Wahl dankend an.

##### Kassensprüferin

Reinhard Oldenburg schlägt Gabriela Schürch als Kassensprüferin vor (Wiederwahl). Frau Schürch wird mit einer Gegenstimme gewählt. Sie nimmt die Wahl dankend an.

##### Beirat

Folgende Beiratsmitglieder scheiden aus dem Beirat: Julia Joklitschke, Bärbel Barzel, Stefanie Rach sowie Guido Pinkernell. Zur Wahl stehen somit insgesamt vier Mitglieder.

Folgende Personen werden vorgeschlagen: Marita Friesen, Uta Häsel-Weide, Gerrit Loth, Susanne Schnell, Stefan Ufer sowie Carina Zindel.

Es wird wie folgt gewählt: Gerrit Loth (117 Stimmen), Stefan Ufer (97 Stimmen), Marita Friesen (83 Stimmen), Susanne Schnell (75 Stimmen) Carina Zindel (68 Stimmen) sowie Uta Häsel-Weide (62 Stimmen). Reinhard Oldenburg dankt Uta Häsel-Weide und Carina Zindel für die Bereitschaft, sich für den Beirat aufstellen zu lassen. Marita Friesen, Gerrit Loth, Susanne Schnell sowie Stefan Ufer nehmen die Wahl dankend an.

#### TOP 6: GDM-Jahrestagung 2024 in Essen

Bärbel Barzel stellt stellvertretend für das gesamte Team den GDM-Film anlässlich der GDM-Tagung vom 4. 3. bis zum 8. 3. 2024 in Essen vor. Es werden einige erste Informationen zum Rahmenprogramm gegeben.

#### TOP 7: Zeitschriften

##### 7.1 *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*

Hedwig Gasteiger berichtet stellvertretend für das gesamte JMD-Herausgeberteam über die Entwicklungen des JMD. Es werden detaillierte Einblicke in die Anzahl der eingereichten, akzeptierten, abgelehnten sowie zurückgezogenen Beiträge 2021 gegeben. Erfreulicherweise ist das Zitationsindex 2021 weiter gestiegen (1.9).

Im Jahr 2021 waren das Märzheft (03/21) und das Oktoberheft (10/21) mit je zehn Beiträgen sehr gut gefüllt. Das ist eine erfreulich komfortable Situation. 2022 wird das Themenschwerpunkt-Heft zum diagnostischen Denken und Handeln von Mathematiklehrkräften von Timo Leuders, Anna Praetorius und Daniel Sommerhoff mit insgesamt sieben Beiträgen und einem Editorial veröffentlicht. Für das Jahr 2024 ist ein Themenschwerpunkt-Heft zum Thema „Normen beim Lehren und Lernen von Mathematik“ geplant, welches von Michael Meyer und Ralph Schwarzkopf herausgegeben wird. Derzeit wird an den ersten Einreichungen gearbeitet.

Bezüglich der zukünftigen Entwicklung des JMD berichtet Hedwig Gasteiger, dass auch für 2026 ein Themenheft fest eingeplant ist. Eine Ausschreibung zur Ausrichtung dieses Themenheftes wird es im Herbst 2023 geben. Zudem beabsichtigt das Herausgeberteam die internationale Sichtbarkeit der Artikel durch englischsprachige Texte weiter zu erhöhen. Bezüglich der Sichtbarkeit empfiehlt Hedwig Gasteiger, dass die Autorinnen und Autoren prüfen sollen, inwiefern sie zur Open Access-Veröffentlichung im Rahmen der DEAL-Vereinbarung berechtigt sind.

Abschließend werden die Namen des aktuellen Herausgebenden-Teams sowie des JMD-Beirats genannt. Zudem dankt Hedwig Gasteiger allen Gutachtenden der letzten Jahre.

##### 7.2 *ZDM*

Gabriele Kaiser stellt die 2022 erschienene und für 2023 geplanten Themenhefte vor. 2021 verzeichnete das *ZDM* 497 724 Downloads. Der Impact Factor lag 2021 bei 1.616, aktuell liegt er sogar bei 2.481. Das ist der zweithöchste Impact Factor bei den mathematikdidaktischen Zeitschriften.

### 7.3 *Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*

Uta Häsel-Weide und Gilbert Greefrath berichten stellvertretend für das gesamte Herausgeber-Team über die Entwicklungen der *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*. Die Zeitschrift verfolgt das Ziel mathematikdidaktische Forschungsergebnisse für die Praxis aufzubereiten. Das Herausgeberteam sieht eine langsame, aber aktuell optimistisch stimmende Entwicklung der Zeitschrift. Aktuell sind drei Beiträge im Reviewprozess, weitere vier Beiträge werden im Herbst 2022 erwartet.

### 7.4 *mathematica didactica*

Benjamin Rott informiert darüber, dass die Zeitschrift *mathematica didactica* zu einem Open Access-Journal mit DOI umgestellt wurde. Die Zeitschrift hat eine neue Homepage ([uni-koeln.de/math-did](http://uni-koeln.de/math-did)), über die Artikel neuerdings auch eingereicht werden können.

In den Jahren 2020 bis 2023 ist je ein Themenheft fest eingeplant. Darüber hinaus gibt es weitere freie Beiträge, die außerhalb eines speziellen Themenheftes erscheinen.

### 7.5 *Der Mathematikunterricht*

Hans Humenberger berichtet, dass er zum neuen Geschäftsführer der Zeitschrift *Der Mathematikunterricht* gewählt wurde. Er löst damit Stefan Deschauer ab.

Die Zeitschrift verfolgt das Ziel einer Verknüpfung von Wissenschaft, Fachdidaktik und Unterricht. Damit bietet die Zeitschrift eine Plattform für die universitäre Fachdidaktik und wichtige Anregungen für jede Mathematiklehrkraft am Gymnasium, die ihre Unterrichtspraxis reflektieren und vom höheren Standpunkt aus betrachten will.

### TOP 8: Verschiedenes

Karoline Haier stellt den Aufbau der neuen Homepage vor. Neben bekannten Strukturen wurde eine neue Unterseite zur Information über Forschungs- und Praxisprojekte eingerichtet. Es können fortlaufend weitere Forschungsprojekte genannt und dort veröffentlicht werden. Bei möglichen Fragen, Problemen und Hinweisen wendet man sich bitte an die Geschäftsführerin per Mail.

Weiterhin informiert Karoline Haier über die anstehende Mitgliederbefragung. Ziel ist es, die Bedarfe innerhalb der GDM zu erfragen.

Reinhard Oldenburg schließt die Sitzung um 18.32 Uhr.

Protokoll: Daniela Götze

Daniela Götze (Schriftführerin der GDM)  
E-Mail: [daniela.goetze@tu-dortmund.de](mailto:daniela.goetze@tu-dortmund.de)

## Einladung zur digitalen Mitgliederversammlung

Freitag 12. 5. 2023

---

Beginn: 15.00 Uhr

### Tagesordnung

- Top 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
- Top 2. Bericht des Vorstands
- Top 3. Bericht des Kassenführers und der Kassenprüferin
- Top 4. Festsetzung der Mitgliedsbeiträge (Reduzierung der Mitgliedsbeiträge für 2023)
- Top 5. Wahlen: 1. Vorsitzende/r, Kassenführer/in, Kassenprüfer/in, Beirat
- Top 6. GDM Jahrestagung 2024 in Duisburg/Essen
- Top 7. Zeitschriften
- Top 8. Verschiedenes

Hinweis: Der Zugangs-Link wird mit einer Rundmail kurz vor der Mitgliederversammlung verschickt – bitte aktualisieren Sie ggf. Ihre E-Mail-Adresse in der Mitgliederdatenbank, falls Sie diese nicht bekommen.

Daniela Götze, Schriftführerin der GDM  
E-Mail: [daniela.goetze@tu-dortmund.de](mailto:daniela.goetze@tu-dortmund.de)

## Positionspapier der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik zum IQB-Bildungstrend 2021 für die Primarstufe

Dezember 2022

---

Mit dieser Stellungnahme nehmen wir Bezug auf die Ergebnisse des IQB-Bildungstrends 2021 für die Primarstufe zum Fach Mathematik, die am 17. Oktober 2022 in der KMK präsentiert worden sind. Die im Fach Mathematik festgestellten Rückgänge des Anteils an Schülerinnen und Schülern, die am Ende der Grundschulzeit den Regelstandard erreichen, und die zugleich festgestellten Zuwächse an Lernenden, die den Mindeststandard verfehlen, lassen sich unserer Ansicht nach nicht monokausal erklären. Es gibt vielmehr ein ganzes Bündel an Faktoren, die sich ungünstig auf die Entwicklungen der fachlichen Kompetenzen an sich und im Besonderen der mathematischen Kompetenzen von Grundschul:innen in den letzten Jahren ausgewirkt haben – im Folgenden seien Faktoren genannt, die aus unserer Sicht zentral sind:

- a. Quantität und Qualität der Beschulung während der Pandemiezeit: Die Unterrichtszeit in Präsenz war in den Schuljahren 2019/20 sowie 2020/21 für alle Kinder deutlich reduziert (Wechselunterricht, Quarantänezeiten ...), sodass viele Kinder nur noch eingeschränkt mathematisch bedeutsame Lernsituationen in der Schule erfahren konnten. Zugleich waren die Lehrkräfte mit der Herausforderung konfrontiert, häusliches Lernen zu organisieren und Eltern als mögliche Lernbegleitende einzubinden. Ohne eine qualifizierte Lernbegleitung konnte es im Fach Mathematik schnell passieren, dass der Fokus einseitig auf das Beherrschen von Rechenprozeduren gelegt wurde und weniger Gelegenheiten für das nachhaltige Verstehen von Mathematik zur Verfügung standen. Die verwendeten Lernmedien haben vermutlich wenig dazu beigetragen, relevante kognitive Prozesse zu initiieren.
- b. Unabhängig davon bzw. bereits vor dem Pandemiegeschehen wurden die Anforderungen an Lehrkräfte im und neben dem Unterricht insbesondere in der Grundschule vielfältiger: Lehrkräfte sind gegenwärtig mit einer zunehmenden Bandbreite an Aufgaben konfrontiert (z. B. Digitalisierung, umfassende und oftmals nicht fachspezifische Elternberatung, Umgang mit allgemeinen ungünstigen Lernvoraussetzungen einzelner Kinder, ...), die nicht allein ein hohes Maß an zusätzlicher Belastung bedeuten, son-

dern für die Lehrkräfte derzeit nur zum Teil ausgebildet sind. Dies hat nicht allein die Konsequenz, dass sich die Zeit für mathematisches Arbeiten der Lehrkraft mit den Lernenden und die Zeit für einen tragfähigen Erwerb von mathematischen Kompetenzen reduziert, sondern es kann auch zur Folge haben, dass ein fachlich unreflektiertes Verständnis von Individualisierung umgesetzt wird.

- c. Lehrkräftemangel insbesondere in der Grundschule: An vielen Grundschulen fehlen ausgebildete Lehrkräfte. In manchen Schulen ist es kaum möglich, die Stundentafel einzuhalten, da Fachkräfte fehlen. Hiermit verbunden ist die abnehmende Anzahl an fachlich für den Mathematikunterricht ausgebildeten Grundschullehrkräften. Da in den Grundschulen fachlich qualifiziertes Personal fehlt, wird gegenwärtig zunehmend auf Quereinsteigende und fachfremd unterrichtende Lehrkräfte zurückgegriffen. Das hat zur Konsequenz, dass die Vermittlung inhalts- und prozessbezogener mathematischer Kompetenzen und die Bedeutung fachdidaktischer Prinzipien für guten Mathematikunterricht zu kurz kommen.

Es ist auffällig, dass aus jedem der oben genannten Faktoren deutlich wird, dass sowohl weniger Zeit für das Unterrichten von Mathematik verfügbar ist, als auch die Güte des Unterrichts durch diese Vielzahl an Einflussfaktoren beeinträchtigt ist. Für die Qualität von Mathematikunterricht ist es bedeutsam, dass der Unterricht verstehensorientiert und kognitiv aktivierend gestaltet wird und durchgängig Gelegenheiten bietet, die in den Bildungsstandards des Faches Mathematik als zentral herausgestellten inhalts- und prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen zu erwerben (s. hierzu auch das Positionspapier der GDM zum Umgang mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen: [ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php?journal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=1042](https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php?journal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=1042)). Demnach ist es von besonderer Bedeutung, dass neben den Anregungen für das Training von mathematischen Prozeduren in besonderem Maße der Fokus auf das strukturelle Verständnis der mathematischen Gegenstände gerichtet wird, das sich im Wechselspiel

der mathematischen Prozesse des Kommunizierens, Darstellens, Argumentierens, Modellierens und Problemlösens entwickelt.

Aus dieser Problemlage ergeben sich konkrete Forderungen an die mathematische und mathematikdidaktische Professionalisierung im Lehramt, um die Unterrichtsqualität zu verbessern:

- (1) Die Ausbildung von Grundschullehrkräften im Fach Mathematik verbessern
- (2) Eine systematische Fort- und Weiterbildung von Grundschullehrkräften im Fach Mathematik weiter vorantreiben
- (3) Die Zusammenarbeit von Wissenschaft, Schule und Administration stärken
- (4) Herausforderungen am Übergang von Primar- zu Sekundarstufe in die Aus- und Fortbildung von Sekundarschullehrkräften einbinden

### **(1) Die Ausbildung von Grundschullehrkräften im Fach Mathematik verbessern**

*Fachliches und fachdidaktisches Professionswissen hat sich als wesentliche Voraussetzung für hochwertigen Fachunterricht und den Lernerfolg der Schüler:innen erwiesen. Die fachlich fundierte Konzeption, Vorbereitung und Begleitung von Fachunterricht müssen sichergestellt sein.*

- Die Ausbildung von Grundschullehrkräften muss alters- und schulformbezogen zielgerichtet für die Grundschule gestaltet werden. Dies erfordert einen eigenständigen, grundschulbezogenen Ausbildungsanteil im Kernfach Mathematik mit einem ausgeprägten Schwerpunkt auf Fachdidaktik und dem dazugehörigen elementarmathematischen fachlichen Hintergrund. Ggf. sind hierfür die Studienzeiten des Primarstufenlehramts in allen Bundesländern an das Sekundarstufenlehramt anzupassen.
- Es wird nicht möglich sein, alle Lehrkräfte für alle aktuellen und zukünftigen Herausforderungen, denen sich das Bildungssystem gegenüber sieht, ausreichend zu qualifizieren. Priorität muss eine Vorbereitung der Lehrkräfte auf die Gestaltung wirksamen Unterrichts in den Kernfächern haben. Die Verantwortung für die Bewältigung der oben genannten übergreifenden Herausforderungen kann ggf. an gezielt qualifizierte Expert:innenlehrkräfte übertragen werden. Diesen müssen dementsprechende Zeitkontingente für die Konzeption von an den jeweiligen Schulkontext angepassten Materialien und die Vor-Ort-Begleitung der im jeweiligen Bereich weniger intensiv ausgebildeten Kolleg:innen zur Verfügung stehen. Eine solche Profilierung könnte bereits im Studium erfolgen. Universitäre Masterstudiengänge mit Schwerpunkt Mathematikdi-

daktik, wie zum Beispiel ein Master für Multiplikator:innen, könnten diese Qualifikationen auch berufsbegleitend ermöglichen.

- Neben der Verbesserung der Qualität der Ausbildung muss auch deren Quantität gesteigert werden: Die Zahl der Studienplätze im grundständigen Studium muss bedarfsgerecht erhöht werden.

### **(2) Eine systematische Fort- und Weiterbildung von Grundschullehrkräften im Fach Mathematik weiter vorantreiben**

*Die Evidenzlage und die Forschung zu wirksamem Mathematikunterricht entwickelt sich kontinuierlich weiter. Es sind zeitliche und systemische Ressourcen für berufsbegleitende Fort- und Weiterbildung nötig, die eine kontinuierliche, lebenslange Professionalisierung von Lehrkräften auch im Fach ermöglichen.*

- Die Qualität des Mathematikunterrichts an Grundschulen muss mit Blick auf die Fachlichkeit kontinuierlich dahingehend gestärkt werden, dass Lehrkräfte gehaltvollen Mathematikunterricht gestalten können, der fachlich fundiert ist, ein solides und anschlussfähiges Verständnis der zentralen Inhalte ermöglicht und auch zum Aufbau gesicherter Fertigkeiten beiträgt. Kooperative und in regelmäßigen Fortbildungen fundierte Unterrichtsentwicklung ist ein wesentlicher Teil der professionellen Entwicklung von Lehrkräften, für die entsprechende zeitliche Ressourcen und Fortbildungsmöglichkeiten geschaffen werden müssen.
- Alle Lehrkräfte, besonders jedoch Quer-, Seiten- und Früheinsteiger:innen, müssen befähigt werden, die zentralen mathematischen Inhalte der Grundschulmathematik für die Grundschülerinnen und -schüler fachlich angemessen aufzubereiten und sicher zu vertreten sowie die mathematischen Verstehensprozesse der Lernenden effektiv und unterrichtsbegleitend zu diagnostizieren und fachlich substanziell zu fördern. Dies erfordert zusätzliche fachbezogene und langfristige Nachqualifizierungen insbesondere für Quer- und Seiteneinsteiger:innen.
- Es müssen neue Wege entwickelt werden, um die vielfältigen gegenwärtigen und zukünftigen Herausforderungen an die Gestaltung von Mathematikunterricht (s. oben) zu bewältigen. Regelmäßige Fortbildungsangebote für alle Lehrkräfte wären hier ein erster Schritt. Dieser muss jedoch von weiteren Maßnahmen flankiert werden, die eine Profilierung einzelner Lehrkräfte zu bestimmten Themen zulassen und die Möglichkeit eröffnen, diese Qualifikationen in die schulinterne Kooperation und Unterrichtsentwicklung einzubringen.

- Lehrkräfte, die ihre individuelle Professionalisierung durch Teilnahme an Fort- und Weiterbildungen sowie schulinterner Unterrichtsentwicklung vorantreiben, müssen spürbare Vorteile gegenüber Lehrkräften haben, die dies nicht oder nur eingeschränkt leisten.

### **(3) Die Zusammenarbeit von Wissenschaft, Schule und Administration stärken**

*Ohne wissenschaftliche Forschung wird es nicht gelingen, die aktuellen Herausforderungen effizient und nachhaltig zu bewältigen.*

- Um bestehende wissenschaftlich fundierte Initiativen und Ansätze für einen wirksamen Mathematikunterricht ins Feld zu bringen, sind qualifizierte Multiplikator:innen an der Schnittstelle zwischen Wissenschaft und Praxis erforderlich, die sowohl wissenschaftliche Erkenntnisse und Entwicklungen zielgerichtet in die Praxis tragen (Lehrkräfte, Seminarleitung, Fachleitung), als auch Fragen, Herausforderungen und Forschungsbedarfe ins Wissenschaftssystem einspeisen. Ähnliche Programme existieren in vielen Bundesländern, die Verknüpfung zur Wissenschaft ist jedoch noch nicht überall gewährleistet. Dies kann die einzelne Lehrkraft entlasten und schafft Transparenz zwischen Wissenschaft und Praxis.
- Stärkerer Einbezug der wissenschaftlichen mathematikdidaktischen Expertise ist notwendig bei der Lehrplanentwicklung, bei der Genehmigung bzw. Empfehlung von Lernmedien (Schulbücher, digitale Medien, etc.) und auch bei der konkreten Umsetzung im Unterricht, die durch hierfür weitergebildete Multiplikator:innen/Expert:innen geleistet werden kann.

### **(4) Herausforderungen am Übergang von Primar- zu Sekundarstufe in die Aus- und Fortbildung von Sekundarschullehrkräften einbinden**

*Gut entwickelte mathematische Basiskompetenzen sind Voraussetzung für erfolgreiches Weiterlernen in der Sekundarstufe. Besonders am Übergang ist es deshalb wichtig, fachliche Lerndefizite aus der Primarstufe zeitnah zu diagnostizieren und verständnisorientiert aufzuarbeiten. Auf diese Aufgabe müssen Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe in ihrer Aus- und Fortbildung gezielt vorbereitet werden.*

- Aufgrund der spiralcurricularen Anordnung mathematischer Inhalte und Leitideen wird das fachliche Weiterlernen in der Sekundarstufe maßgeblich behindert, wenn mathematische Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe nicht oder nur unzureichend vorhanden sind. Insbesondere

am Übergang ist es daher zentral, dass Lehrkräfte der Sekundarstufe Verfahren der Lernstandsdiagnose sowie Möglichkeiten der verständnisorientierten Aufarbeitung mathematischer Basiskompetenzen kennen und nutzen können. Um zukünftige und praktizierende Lehrkräfte auf diese Anforderungen aus der Praxis vorzubereiten, müssen das fachliche Lernen am Übergang, diagnostische Kompetenzen sowie der Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen feste Bestandteile der Aus- und Fortbildung von Sekundarstufenlehrkräften im Fach Mathematik sein.

Wir erkennen an, dass von vielen Bundesländern und auch der KMK bzgl. (2)–(4) sichtbare Anstrengungen unternommen werden, um die fachbezogenen Fortbildungsmöglichkeiten für Lehrkräfte, auch unter Beteiligung der Fachdidaktik Mathematik, voranzutreiben. Diese Anstrengungen sind ein wichtiger Schritt, der eine erste fachbezogene Weiterqualifizierung für einen gewissen Anteil der daran interessierten Lehrkräfte ermöglicht. Sie reichen dennoch nicht aus, um eine fachlich fundierte professionelle Entwicklung aller Lehrkräfte – mit oder ohne ausreichende Erstausbildung in Studium und Referendariat – entlang der ganzen Berufsbiographie zu unterstützen und zu einem selbstverständlichen Teil ihres Berufsbildes zu machen.

Diese Stellungnahme wurde von einer Arbeitsgruppe bestehend aus Mitgliedern des Beirats (Prof. Dr. Esther Brunner, Prof. Dr. Marita Friesen, Prof. Dr. Marcus Nührenböcker, Prof. Dr. Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Prof. Dr. Stefan Ufer), Vorstand (Prof. Dr. Daniela Götze, Prof. Dr. Reinhard Oldenburg) und Geschäftsführung (Karoline Haier) erarbeitet. Dank gilt ferner allen weiteren Kolleg:innen, die unterstützend mitgewirkt haben.

# Standards einhalten bei der Bekämpfung des akuten Lehrkräftemangels im Fach Mathematik

## Positionspapier von DMV, GDM und MNU, 23. 11. 2022

---

Der aktuelle Bildungsbericht (2022) sowie die jüngste Modellrechnung der KMK (2022) zum bundesweiten Lehrkräfteeinstellungsbedarf und -angebot in Deutschland in den Jahren 2021–2035 weisen übereinstimmend auf einen deutlichen Lehrkräftemangel im Fach Mathematik hin. Bei den Einstellungsbedarfen nach Fächern fehlen in allen Schulformen von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II und an Berufskollegs sowohl kurz- als auch langfristig (bis 2035) eine erhebliche Zahl von Mathematiklehrkräften.

Auch in der öffentlichen Diskussion ist der Lehrkräftemangel (gerade im Fach Mathematik) ein zentrales Thema. Öffentlich diskutierte Maßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels umfassen je nach Bundesland und Schultyp etwa die Rekrutierung zusätzlicher Studienanfänger\*innen, die Einrichtung zusätzlicher Studienplätze oder die Abschaffung von Zulassungsbeschränkungen für Lehramtsstudiengänge mit Fach Mathematik an den Hochschulen.

Veranlasst dadurch wurden und werden in den Bundesländern verschiedene Maßnahmen aufgelegt, mit denen zusätzliche Mathematiklehrkräfte gewonnen werden sollen. Die Bandbreite reicht von Nachqualifizierungen durch Zertifikatskurse, Seiteneinstiegsprogramme mit berufsbegleitendem Referendariat bis hin zu Professionalisierungsangeboten, die an Hochschul- oder Universitätsveranstaltungen angebundener sind. Die Fachgesellschaften erkennen die Bedarfe und die Bemühungen der Länder diesbezüglich an und möchten sich konstruktiv an deren Gestaltung beteiligen.

Die Sicherstellung von fachinhaltlichen und fachdidaktischen Kompetenzen ist hierbei von fundamentaler Bedeutung, was aber bei vielen der geplanten Maßnahmen kaum bis gar nicht erkennbar ist. Insbesondere fehlende fachinhaltliche und fachdidaktische Bildungsanteile verhindern eine fachlich fundierte Professionalisierung zukünftiger Mathematiklehrkräfte. In dem Zusammenhang ist zu beachten, dass professionelle Handlungskompetenz sich nur im Wechselspiel von Handlung und theoretisch fundierter Reflexion entwickelt – rein auf Praxiserfahrung ausgerichtete Maßnahmen sind einer Professionalisierung als Lehrkraft abträglich. Zu befürchten ist, dass durch zu kurz greifende Maßnahmen eigenverantwortlicher Unterricht von Personen durchgeführt wird, die kaum in der Lage

sind, einen Beitrag zum intendierten Kompetenzaufbau zu leisten. Ein fachlich und fachdidaktisch kompetenter Unterricht beinhaltet das Initiieren von Verstehensprozessen, das Diagnostizieren von Kompetenzen und die darauf aufbauenden Maßnahmen zur individuellen Förderung genauso wie ein angemessener Umgang mit Leistungsbewertung oder Lernschwierigkeiten. Diese Fähigkeiten sind für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht unverzichtbar. Unzureichende Maßnahmen stellen insofern ein erhebliches Risiko für die Bildung der Schülerinnen und Schüler dar.

Diese Erkenntnis spiegelt sich ebenfalls in einer Stellungnahme der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) wider, die bereits 2018 deutlich auf die Nichtverhandelbarkeit der Standards in der Lehrkräftebildung hingewiesen hat. In dem Zusammenhang wird fächerübergreifend vor allem die bedeutsame Rolle entsprechender fachinhaltlicher und fachdidaktischer Bildungsanteile in den unterschiedlichen Fort- und Weiterbildungsprogrammen hervorgehoben. Es ist daher wichtig, die Vielfalt der Angebote zur Weiter- oder Nachqualifizierung durch Standards und Maßnahmen der Qualitätssicherung im fachinhaltlichen und fachdidaktischen Bereich abzusichern. Aus Sicht der Fachgesellschaften erscheint es daher insbesondere notwendig, dass Personen, die über entsprechende Maßnahmen in den Schuldienst gelangen, in den ersten Berufsjahren verbindliche Fort- und Weiterbildungsprogramme durchlaufen.

### Konkrete Maßnahmen

Die drei Fachgesellschaften schlagen daher folgende Maßnahmen vor:

- Bundeseinheitliche fachinhaltliche und fachdidaktische Mindeststandards für verschiedene Maßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels müssen explizit und transparent formuliert und verbindlich festgehalten werden. Die Fachgesellschaften bringen ihre Expertise bei der Klärung der fachinhaltlichen und fachdidaktischen Bildungsinhalte gerne mit ein.
- Die jeweiligen institutionellen Verantwortlichkeiten (Schule, Universität, 2. Phase der Lehrkräftebildung) für die Vermittlung entsprechender fachinhaltlicher und fachdidaktischer Bildungsinhalte müssen geklärt sein.

- Sind für Maßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels nur kurze Zeiträume vorgesehen und werden für die jeweiligen Inhalte nur die nötigsten fachinhaltlichen und fachdidaktischen Bildungsinhalte abgedeckt, so muss sichergestellt sein, dass die fehlenden Bildungsinhalte im Rahmen berufsbegleitender Fort- und Weiterbildungsprogramme verpflichtend nachgeholt werden. Das rechtzeitige Einbeziehen von Institutionen, die derartige Programme durchführen können (Universitäten oder bspw. staatliche Weiterbildungsinstitutionen), ist hierbei essenziell.
- Fort- und Weiterbildungsprogramme (dritte Phase) müssen wissenschaftlich fundiert durchgeführt und begleitet werden, um die Qualität und die Nachhaltigkeit sicherzustellen. Positives Beispiel sind hier Anstrengungen der KMK im Zusammenhang von mathematischen Professionalisierungsangeboten (KMK, 2021).
- Die Hochschulen sowie die Institutionen der zweiten und dritten Phase der Lehrkräftebildung müssen mit den entsprechenden finanziellen und personellen Ressourcen ausgestattet sein, um den Belastungen der gesteigerten Ausbildungssituation fachlich angemessen und in dem erforderlichen Umfang zu begegnen.

Prof. Dr. Ilka Agricola, Präsidentin der DMV  
 Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, 1. Vorsitzender der GDM  
 Frank Herrmann, Vorsitzender des MNU

### Quellen

- Autor:innengruppe Bildungsberichterstattung (2022). Bildung in Deutschland 2022. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zum Bildungspersonal. Bielefeld: wbv Media, DOI:10.3278/600182ohw.
- GFD Positionspapier (2018). Ergänzende Wege der Professionalisierung von Lehrkräften; [www.fachdidaktik.org/wordpress/wp-content/uploads/2015/09/PP-20-Positionspapier-der-GFD-2018-Ergänzende-Wege-der-Professionalisierung-von-Lehrkräften.pdf](http://www.fachdidaktik.org/wordpress/wp-content/uploads/2015/09/PP-20-Positionspapier-der-GFD-2018-Ergänzende-Wege-der-Professionalisierung-von-Lehrkräften.pdf)
- KMK (2021). Kultusministerkonferenz und Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik vereinbaren Zehnjahres-Programm für den Mathematikunterricht. Pressemitteilung. [www.kmk.org/presse/pressearchiv/mitteilung/kultusministerkonferenz-und-deutsches-zentrum-fuer-lehrerbildung-mathematik-vereinbaren-zehnjahres-pr.html](http://www.kmk.org/presse/pressearchiv/mitteilung/kultusministerkonferenz-und-deutsches-zentrum-fuer-lehrerbildung-mathematik-vereinbaren-zehnjahres-pr.html)
- KMK (2022). Lehrkräfteeinstellungsbedarf und -angebot in der Bundesrepublik Deutschland 2021–2035; Beschluss der KMK vom 10. 3. 2022. [www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Dok\\_233\\_Bericht\\_LEB\\_LEA\\_2021.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Dok_233_Bericht_LEB_LEA_2021.pdf)

Dieses Positionspapier basiert auf einer Ausarbeitung der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung von DMV, GDM und MNU.

*Mitglieder der Kommission:* Stefan Burghardt (MNU), Prof. Dr. Oliver Ernst (GAMM), Prof. Dr. Christian Haase (DMV), Prof. Dr. Ina Kersten (KMathF), Holger Kleinfeld (MNU), Prof. Dr. Katja Lengnink (GDM), Henning Körner (MNU), Prof. Dr. Timo Leuders (GDM), Prof. Dr. Andrea Peter-Koop (DMV), Prof. Dr. Alexander Salle (GDM), Prof. Dr. Florian Schacht (GDM, Vorsitzender der Kommission), Prof. Dr. Christoph Selter (GDM), Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg (GDM), Prof. Dr. Markus Vogel (GDM).

Verabschiedet vom Präsidium der DMV (November 2022), vom Vorstand der GDM (November 2022) sowie vom Vorstand des MNU (November 2022).

## Arbeitskreis: Affekt, Motivation und Beliefs

Einladung zur Frühjahrstagung, 10.–11. 3. 2023

---

Sarah Beumann und Sebastian Geisler

Nach langer Pause wurde der Arbeitskreis Weltbilder im Zuge der GDM-Tagung 2022 wiederbelebt. Zur Gründungszeit des AK Weltbilder war die Beliefsforschung stark geprägt durch die Arbeiten von Grigutsch, Raatz und Törner und der dortigen Definition der mathematischen Weltbilder. Mittlerweile ist die Forschung jedoch weiter vorangeschritten, weitere Strömungen haben sich gebildet (auch unabhängig von der Mathematikdidaktik) und weitere affektive und motivationale Konstrukte sind in den Fokus mathematikdidaktischer Forschung geraten. Damit diese Breite auch Anklang in der AK-Arbeit findet, wurde der AK nach einer ersten Abstimmung mit Interessierten auf der GDM-Tagung in Frankfurt umbenannt in „Affekt, Motivation und Beliefs“. Zudem wurden Sarah Beumann und Sebastian Geisler als kommissarische Sprecher\*innen des AKs bestätigt.

Die Frühjahrstagung des neuen AK findet vom 10.–11. 3. 2023 an der Bergischen Universität Wuppertal statt. Diese erste Tagung soll unter anderem der weiteren Vernetzung dienen. Dazu laden wir alle Interessierten ein, sich mit Postern zu aktuellen Projekten zu beteiligen. Darüber hinaus wird es einige eingeladene Vorträge geben. Weitere Informationen zur Tagung sowie der Möglichkeit zur Anmeldung werden demnächst auf der Homepage der GDM zu finden sein.

Sarah Beumann, Bergische Universität Wuppertal  
E-Mail: [beumann@uni-wuppertal.de](mailto:beumann@uni-wuppertal.de)

Sebastian Geisler, Universität Potsdam  
E-Mail: [sebastian.geisler@uni-potsdam.de](mailto:sebastian.geisler@uni-potsdam.de)

## Arbeitskreis: Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik

Münster, Herbsttagung, 27.–28. 10. 2022

---

Jascha Quarder und Janina Krawitz

Die Herbsttagung des Arbeitskreises „Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik“ der Gesellschaft der Didaktik der Mathematik (GDM) fand vom 27. bis 28. Oktober 2022 unter der Leitung von Gabriele Kaiser (Universität Hamburg) und Timo Leuders (Pädagogische Hochschule Freiburg) auf Einladung von Gilbert Greefrath, Stanislaw Schukajlow, Janina Krawitz und Jascha Quarder (Universität Münster) im Münsteraner Tagungsinstitut Liudgerhaus statt. Die 26 Teilnehmenden diskutierten intensiv über Forschungsmethoden sowie Ergebnisse verschiedener Projekte, die in fünf Haupt- und vier Kurzvorträgen vorgestellt wurden.

**Donnerstag, 27. Oktober 2022**

In einem ersten Vortrag sprachen Katharina Kirsten und Gilbert Greefrath (beide Universität Münster) über die Leistungsentwicklung und die affektiven

Einflussfaktoren in einem universitären Vorkurs. Anhand einer quantitativen Studie untersuchten sie u. a. die Frage, inwieweit das Kursformat (Distanz versus Präsenzübung) einen Einfluss auf die Leistungszuwächse der am Vorkurs teilnehmenden Mathematiklehramtsstudierenden hat. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Mathematikleistung in beiden Gruppen signifikant gesteigert werden kann, wobei das Kursformat keinen Einfluss auf den Leistungszuwachs hat. Demnach sind synchrone Distanz- und Präsenzkurse im Rahmen eines Vorkurses ähnlich effektiv. Wird jedoch das Vorwissen der Studierenden kontrolliert, so zeigen sich relevante Einflüsse des Kursformats für Vorkursteilnehmende mit hohem Vorwissen. Diese Studierendengruppe verzeichnet demnach höhere Lernzuwächse in Präsenzübungen. Im Vortrag wurden außerdem affektive Einflussfaktoren sowie praktische Implikationen dieser Befunde für eine ge-

winnbringende Vorkursgestaltung diskutiert. Ein Schwerpunkt der anschließenden Diskussion bildete die Frage nach dem theoretischen Rahmen des Projekts einschließlich der Wahl der affektiven Einflussfaktoren. Außerdem wurde die Konzeption der beiden Kursformate genauer erläutert.

Der zweite Vortrag wurde von Gabriele Kaiser (Universität Hamburg) gehalten. Sie präsentierte Ergebnisse einer systematischen Literaturstudie zu dem viel diskutierten Konstrukt des *teacher noticing*. Dabei ging sie auf Konzeptualisierungen, Forschungsdesign und Studienbefunde der letzten zwei Jahrzehnte ein. In ihrem Vortrag machte Gabriele Kaiser deutlich, dass das Konstrukt *teacher noticing* zunehmend in verschiedenen theoretischen Facetten ausdifferenziert wird. Außerdem ergab die systematische Literaturrecherche, dass empirische Befunde zum *teacher noticing* vorwiegend auf qualitativen Studien basieren, bei denen videobasierte Methoden dominieren. Zusätzlich zeigte sich, dass die Probanden der Studien vorwiegend Lehramtsstudierende waren und standardisierte Messungen nur in einem kleinen Teil der analysierten Studien identifiziert werden konnten. Zudem lassen sich kaum Beziehungen zu anderen Komponenten wie dem Wissen von Lehrkräften oder prädiktiven Aspekten wie der Unterrichtsqualität finden. Dies unterstreicht die Notwendigkeit breit angelegter Studien und der Verwendung hochkarätiger Instrumente. In der Diskussion des Vortrags wurden Ursachen für die aufgezeigten Forschungslücken zum Konstrukt des *teacher noticing* erörtert und die Rolle der einbezogenen Begriffe bei systematischen Literaturstudien diskutiert.

Abgerundet wurde das offizielle Programm am Donnerstag durch vier Kurzvorträge von Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern. Als erste Vortragende präsentierte Lisa-Marie Wienecke (Universität Lüneburg) vorläufige Ergebnisse ihrer Studie zum Thema „Anfertigen von Notizen als Lernstrategie beim mathematischen Modellieren“. Der anschließende Vortrag von Alina Knabbe (Universität Lüneburg) thematisierte ebenfalls das mathematische Modellieren. In ihrem Vortrag ging sie der Frage nach, welche Rolle die soziale Herkunft und die Sprachkompetenz bei der Lösung von Modellierungsaufgaben spielen. Maurice Krause (Universität Münster) berichtete in seinem Kurzvortrag erste quantitative Forschungsergebnisse zu den Gelingensbedingungen beim Einsatz schülereigener Smartphones im Mathematikunterricht. Der letzte Kurzvortrag wurde von Gudula Volbers (Universität Münster) gehalten. Sie präsentierte ihr Forschungsvorhaben zum Thema „Effekte des Zeichnens einer Skizze bei der Lösung nicht-linearer Geometrie Probleme“.

## Freitag, 28. Oktober 2022

Der zweite Tag begann mit einem Vortrag von Valentin Böswald und Stanislaw Schukajlow (beide Universität Münster) über das Textverstehen beim mathematischen Modellieren. Im Vortrag wurden zwei Studien vorgestellt, in denen die Rolle der Position der Fragestellung beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben untersucht wurde. In beiden Studien wurde die Position der Fragestellung experimentell variiert, wobei der Einfluss dieser Variation in der ersten Studien mit Hilfe eines Tests und in der zweiten Studie mit Hilfe von Eye-Tracking Daten untersucht wurde. Ein zentrales Ergebnis der Studien war, dass die Position der Fragestellung keinen Effekt auf die Modellierungsleistung hat, wobei die Platzierung der Frage vor dem Aufgabentext die Bearbeitungsdauer beim Textverstehen und den Leseprozess beim Firstpass und Re-Reading positiv beeinflusst. In der Diskussion wurde die Kodierung der Eye-Tracking Daten und insbesondere die Interpretation der Leseprozesse als Firstpass und Re-Reading Prozesse geklärt. Außerdem wurde angeregt, in zukünftigen Studien die Position der Fragestellung nach einem kurzen Einleitungstext zu untersuchen.

Im zweiten Vortrag stellten Martin Abt und Timo Leuders (beide PH Freiburg) zwei Studien zum Vergleich von Datensätzen mit Boxplots vor. Ziel der ersten Studie war, Fehlvorstellungen bei der Interpretation von Boxplots empirisch zu validieren. Dafür wurde ein Test mit systematisch konstruierten Items eingesetzt, die kongruent bzw. inkongruent zu Fehlvorstellungen waren. Im zweiten Teil des Vortrags stellten die Vortragenden die Konzeption einer Interventionsstudie vor, in der die Wirksamkeit zweier Varianten einer digitalen Lernumgebung auf den Aufbau konzeptuellen Wissens über Boxplots untersucht werden soll. In der Diskussion wurde die inhaltliche Gestaltung der Lernumgebung besprochen und das Eye-Tracking als weiterführende Methode zur Untersuchung von Fehlvorstellungen bei der Verwendung von Boxplots vorgeschlagen.

Abschließend präsentierten Johanna Schönherr und Stanislaw Schukajlow (beide Universität Münster) eine Literaturstudie zum Thema Visualisierungen. Die Ergebnisse zeigten, dass die zu diesem Thema innerhalb der letzten fünf Jahre veröffentlichten Studien mehrheitlich qualitative Designs verwendeten, kleine Stichprobenzahlen aufweisen und mehrheitlich in der Sekundarstufe durchgeführt wurden. Ebenso fokussieren die ausgewerteten Studien häufiger Visualisierungsprozesse als Visualisierungsprodukte. Im Vortrag wurden außerdem Implikationen für die Forschung aufgezeigt, die sich aus dieser Forschungslücke ergeben. In der

anschließenden Diskussion wurde die Kodierung verschiedener Visualisierungstypen und insbesondere die Unterscheidung zwischen längen- und flächenbasierten Visualisierungen diskutiert.

Jascha Quarder, Westfälische Wilhelms-Universität  
Münster

E-Mail: [jascha.quarder@uni-muenster.de](mailto:jascha.quarder@uni-muenster.de)

Janina Krawitz, Westfälische Wilhelms-Universität  
Münster

E-Mail: [krawitz@uni-muenster.de](mailto:krawitz@uni-muenster.de)

## Arbeitskreis: Frauen und Mathematik

### Digitale Herbsttagung, 6.–7. 10. 2022

Renate Motzer

Am Donnerstag, den 6. 10. 2022 trafen sich die Teilnehmer:innen des diesjährigen Arbeitskreistreffens vor ihren Laptops zu dem von Renate Motzer (Uni Augsburg) vorbereiteten Zoom-Treffen, der 33. Herbsttagung des Arbeitskreises.

Im ersten Vortrag berichteten Eva Schlaak und Andrea Reichenberger von der Universität Siegen unter dem Titel „Doing Gender mit Stricken: Zwischen mathematischer Forschung und Unterrichtspraxis“ von einem Projekt, das Stricktechniken mathematisch untersucht.

In seinem Buch „What is Mathematics, Really?“ (1997) stellte Reuben Hersh die Mathematik als kulturelle Praxis vor. Ausgehend von diesem Verständnis von Mathematik will Eva Schlaak sich unter der Betreuung von Andrea Reichenberger mit der Mathematik des Strickens zwischen Forschung und Unterrichtspraxis befassen. Der Zusammenhang zwischen Mathematik und Stricken ist seit langem bekannt und bietet vielfältige Möglichkeiten der Betrachtung und Untersuchung. So können Stricktechniken genutzt werden, um mathematische Probleme zu lösen, und umgekehrt mathematische Methoden, um Stricktechniken weiterzuentwickeln. Die Erforschung des Zusammenhangs von Strickmuster und mechanischen Eigenschaften spielt heute beispielsweise zur Herstellung hochelastischer Materialien eine Rolle. Softwaretools wie FiberFEM können gewebte und geflochtene Textilien, Abstandsgewebe u. ä. hinsichtlich ihrer effektiven mechanischen Materialeigenschaften berechnen und optimieren. Neben Forschung und Anwendung kann die Mathematik des Strickens aber auch dazu dienen, den Unterricht lebendiger zu gestalten und beides, sowohl Problemlösungskompetenz als auch Genderkompetenz zu fördern. Neben einfachen Beispielen der Dreisatzrechnung können Strickmuster und ihre Maschen auch in höheren Schulstufen und an der Hochschule verwendet werden, um beispielsweise den Lernenden die

Knotentheorie näherzubringen. Gleichzeitig können diese Beispiele zur kritischen Reflexion über Geschlechterzuschreibungen und stereotype Denk- und Verhaltensweisen eingesetzt werden. In der anschließenden Diskussion kam die Frage auf, ob der Ausdruck „Doing Gender“ zumindest in Bezug auf das Thema Stricktechniken und Mathematik fraglich sei und besser nicht verwendet werden soll.

Im zweiten Vortrag stellte uns Renate Tobies aus Jena die Hilbert-Schülerin Klara Löbenstein, eine Lehrerin, und ihren Beitrag zum 16. Hilbert-Problem vor. Klara Löbenstein wurde 1883 in einer jüdischen Familie in Hildesheim geboren, als Tochter des Kaufmanns Lehmann Löbenstein. Im Rahmen von Forschungsprojekten hatte Renate Tobies die Promotionsakte dieser Hilbert-Schülerin analysiert sowie ihr Personalblatt als preußische Studienrätin (Mathematik/Physik/philosophische Propädeutik; 1910–1.1.1936) finden können. Ihr erstes Vorbereitungsjahr (Referendarin) absolvierte sie am Andreas-Realgymnasium in Hildesheim. Als Studienrätin an verschiedenen höheren Mädchenschulen (bis 1935) behielt sie Kontakt mit Hilbert, in dessen Nachlass sich Briefe von ihr befinden. Bei der Publikation eines kleinen Buches (York-Egbert König, Christina Prauss, Renate Tobies: *Margarete Kahn und Klara Löbenstein. Mathematikerinnen – Studienrätinnen – Freundinnen* (= Jüdische Miniaturen, Bd. 108). Hentrich & Hentrich, Berlin 2011; engl. 2014, translated by Jeanne M. L. Selker with assistance by Eric U. Selker), kannten die Autorinnen ihren erfolgreichen Weg in die Emigration nach Argentinien noch nicht. Der Vortrag präsentierte einen Überblick über den Weg dieser Jüdin und die Hürden, die beim Promotionsverfahren und im weiteren Leben zu überwinden waren.

Von den Studienbedingungen Anfang des 20. Jahrhunderts kamen wir nun im dritten Vortrag des Donnerstag-Nachmittags zu einem aktuellen

Projekt der Hochschuldidaktik. Christine Scharlach erläuterte uns wie der Themenkomplex „Gender und Diversity“ inzwischen in der Weiterbildung für Tutor:innen am Fachbereich Mathematik und Informatik an der FU Berlin integriert ist.

Vor Beginn jeder Vorlesungszeit wird vom Fachbereich Mathematik und Informatik eine Tutor:innen-Weiterbildung angeboten. Zielgruppe sind vor allem die neu eingestellten Tutor:innen der beiden Fächer. Durchgeführt wird die Weiterbildung von Max Willert (Informatik), Ulrike Bücking und Christine Scharlach (Mathematik). Zwei der zehn Lerneinheiten beschäftigen sich explizit mit dem „Umgang mit Vielfalt“ und „Gender und Diversity“. In dem Vortrag stellte Christine Scharlach das Konzept zu diesen zwei Lerneinheiten vor, welches die beteiligten Dozent:innen über mehrere Jahre entwickelt und überarbeitet haben. Diskutiert wurde insbesondere der Einstieg über das Thema Rassismus, um damit das Thema Gender und Diversity vorzubereiten. Verwendet wurde dazu die Aufzeichnung einer Veranstaltung „Vom Verstehen und Überwinden des Rassismus“ in der Sendung Lesart, zu finden bei Deutschlandfunk Kultur ([www.deutschlandfunkkultur.de/gesellschaft-im-wandel-vom-verstehen-und-ueberwinden-des-100.html](http://www.deutschlandfunkkultur.de/gesellschaft-im-wandel-vom-verstehen-und-ueberwinden-des-100.html)).

Den zweiten Teil der Tagung am Freitag, den 7. 10. eröffnete der Vortrag von Anja Fetzter (Universität Tübingen) mit dem Titel: Das Seminar „Genderperspektiven auf mathematisch-naturwissenschaftliche Fächer in der Schule“. Das Thema Gender in der Mathematik und den Naturwissenschaften ist seit mehreren Jahren im fachdidaktischen Diskurs, aber auch in den Medien aktuell und verliert angesichts des immer noch existierenden Gender Gaps, beispielsweise beim Anteil von Frauen in MINT-Berufen oder -Studiengängen, nicht an Bedeutung. Um den Gender Gap zu schließen und gleiche Chancen für alle Geschlechter zu schaffen, kann schon die Schule und der dortige Unterricht in den MINT-Fächern maßgeblich beitragen. Es zeigt sich jedoch immer wieder, dass Schüler:innen nicht gleichermaßen vom MINT-Unterricht profitieren. Um dem entgegenzuwirken wurden konkrete Konzepte, wie Genderkompetenz in die Lehramtsausbildung integriert werden kann, erarbeitet. Trotzdem scheint das Thema Genderkompetenz an vielen Standorten noch nicht in der Lehramtsausbildung verankert zu sein. Mit dem interdisziplinären Seminar „Genderperspektive auf mathematisch-naturwissenschaftliche Fächer in der Schule. Problemfelder und Chancen“, das im Wintersemester 21/22 seinen ersten Durchlauf hatte, wollen die beiden Dozentinnen an diesem Desiderat anknüpfen und einen ersten Schritt Richtung

Genderkompetenz in der Lehramtsausbildung an der Universität Tübingen gehen. Im Vortrag wurden das Seminar und seine Ziele vorgestellt sowie über die Rückmeldung der Studierenden berichtet.

Der zweite Beitrag des Vormittags kam von Nicola Oswald, die gerade eine Gender-Gastprofessur in Bielefeld innehat. Sie erläuterte, wie sie derzeit eine Podiumsdiskussion zu „Hochschuldidaktik, Mathematik und Gender“ an der Universität in Bielefeld plant. Die Podiumsdiskussion wird am 6. 12. 2022 von 12:00–14:00 digital oder hybrid stattfinden und kann auch von außerhalb besucht werden. Der Link zu der Veranstaltung wird per E-Mail über der AK-Verteiler bekannt gegeben werden.

Im letzten Beitrag von Anina Mischau und Kiyomet Orhan (ebenfalls FU Berlin) „Das Zauberdiplom – aktives Kennenlernen eines gendersensibel gestalteten digitalen Lernspiels für den Mathematikunterricht in der SEK I“ durften wir noch selbst aktiv werden und das Spiel ausprobieren, das die Studentin Tanja Richter im Rahmen ihrer Masterarbeit entwickelt und mit Scratch umgesetzt hat. Bei der Gestaltung des Spiels und der entsprechenden Lernumgebung wurden ausgewählte Kriterien einer gendersensiblen Gestaltung aufgenommen. Deutlich wurde dies z. B. bei den Personen, die die Spielenden durch das Spiel begleiten. Zunächst führt der Zaubermeister Merlin kurz in das Programm ein, übergibt dann das Geschehen aber an die Zaubermeisterin Merlina. Diese führt durch den ersten Teil des Programms. In diesem geht es inhaltlich darum, durch das Kennenlernen und Anwenden von „Zaubertricks“ den Zusammenhang zwischen den Lösungen einer quadratischen Gleichung in Normalform und den Koeffizienten  $p$  und  $q$  zu verstehen und so spielerisch die Zauberformel (den Satz von Vieta) herzuleiten. Der dritte Teil, die Anwendung und Übung des entdeckten Zusammenhangs, wird von einer geschlechtsneutralen „Person“ begleitet, die durch einen Zauberhut dargestellt ist. Nicht nur in Corona-Zeiten kann so ein Spiel, das digital einen neuen Unterrichtsinhalt erarbeitet, eine große Hilfe sein. Wenn möglich, sollte das Spiel in Zweier-Teams durchgespielt werden. Notfalls lässt es sich jedoch auch alleine „spielen“. Selbst in die Rolle der Lernenden schlüpfen zu können, hat den Tagungsteilnehmer:innen viel Spaß gemacht.

Den Abschluss des Treffens bildete die Sitzung des Arbeitskreises. Zunächst konnte positiv auf das von Renate Motzer organisierte AK-Treffen und das von Lara Gildehaus und Nicola Oswald geleitete Minisymposium zum Thema Genderspezifische Partizipation in der Mathematik bei der GDM-Tagung zurückgeblickt werden. Beide stießen auf reges Interesse innerhalb der Community.

Daran anschließend wurde im Arbeitskreis der Bedarf diskutiert weitere Netzwerkarbeit zu gestalten, um vereinzelt, aber häufig bereits sehr gut evaluierten Angeboten zu gender- und diversitätsorientierter Lehre im Bereich der Mathematik mehr Sichtbarkeit zu ermöglichen und gleichzeitig Erfahrungs- und Anknüpfungspunkte für ähnliche Projekte zu bewusst zu machen. Als erster Schritt wird dazu eine Bestandsanalyse angestrebt, die eine konkrete Übersicht zu bestehenden Projekten und Angeboten ermöglichen soll. Der entsprechende Aufruf an bestehende Projekte soll über die zugehörige GDM-Rundmail versandt werden.

Nächster Tagesordnungspunkt waren die Sprecher:innenwahlen des Arbeitskreises. Renate Motzer (Uni Augsburg) wurde als Sprecherin des AKs wiedergewählt, ebenso Christine Scharlach (FU Berlin) als 3. Sprecherin. Zur 2. Sprecherin wurde Lara Gildehaus (Uni Paderborn) neu gewählt. Der bisherigen 2. Sprecherin Andrea Blunck (Uni Hamburg) konnte für 16 Jahre Arbeit in diesem Amt gedankt werden.

Weiterhin wurde auf Veranstaltungen rund um den international begangenen 12. Mai als Women-in-Math-Day hingewiesen (siehe [may12.womeninmaths.org](http://may12.womeninmaths.org)), ebenso um diejenigen in der Reihe Women-in-Logic ([www.womeninlogic.org](http://www.womeninlogic.org)).

Abschließendes Thema der Sitzung war eine Diskussion über einen neuen Namen für den AK.

Zu Beginn des AKs hieß er „Frauen und Mathematikunterricht“, später wurde das Feld insofern breiter, dass nicht nur der Unterricht, sondern viele Aspekte der Mathematik betrachtet wurden. Um weiterhin die auch historisch gewachsene Perspektive auf Frauen in der Mathematik beizubehalten und gleichzeitig aktueller Diskurse und Forschungsarbeiten zu integrieren, einigten sich die anwesenden Mitglieder darauf eine Erweiterung des Titels zu diskutieren. Ein Vorschlag wurde per E-Mail an den ganzen AK weitergeleitet. Zunächst wurde die Diskussion im ganzen AK per E-Mail weitergeführt. Schließlich gab es am 3. 11. ein weiteres Treffen per Zoom, in dem alle per E-Mail vorgebrachten Argumente nochmal besprochen wurden. Das Ergebnis dieser Diskussion ist die Erweiterung des Titels auf „AK Frauen, Gender & Diversity und Mathematik“.

Es wurde vereinbart, dass die nächste Herbsttagung des umbenannten AKs wieder Anfang Oktober stattfinden soll (am 5. und 6. 10. 2023). Einige AK-Mitglieder versprachen, bei ihnen vor Ort zu prüfen, ob sie die Sitzung in Präsenz ausrichten können.

Renate Motzer, Universität Augsburg  
Email: [renate.motzer@math.uni-augsburg.de](mailto:renate.motzer@math.uni-augsburg.de)

## Arbeitskreis: Grundschule

### Herbsttagung, 11.–12. 11. 2022

---

Barbara Ott, Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Daniel Walter und Gerald Wittmann

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand in diesem Jahr nochmals online statt. Am 11. und 12. 11. 2022 trafen sich über 200 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehrkräfteaus- und -fortbildung online. Das Tagungsthema lautete *Mathematische Bildung heute und morgen: Herausforderungen und Perspektiven*.

Nach der Begrüßung eröffnete Günter Krauthausen am Freitagnachmittag die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag. Unter dem Vortragstitel *Zur Digitalisierungsdebatte im Mathematikunterricht der Grundschule* gab er einen weiten Überblick über die Entwicklung digitaler Medien im Mathematikunterricht der Grundschule, die jeweils auch zeitbezogen war und verschiedensten Einflüssen unterlag. Dabei wurden vier „Player“ mit unterschiedlichen Innovationsgeschwindigkeiten ausgemacht: die Technik-

entwicklung, die Bildungspolitik, die Schulentwicklung und die Fachdidaktik. Weiter zeigte Günter Krauthausen sowohl wünschenswerte Angebote als auch Ansätze auf, die in eine aus fachdidaktischer Sicht gute Richtung weisen und deshalb Perspektiven für die weitere Entwicklung geben.

Am Samstag betrachtete Rebecca Klose in ihrem Vortrag *Mehrsprachigkeit als Ressource beim Mathematiklernen*. Sie schilderte zunächst den Stand der Forschung zum Thema Mehrsprachigkeit mit Bezug zum Mathematikunterricht in der Grundschule. So stellt Mehrsprachigkeit auch eine Ressource dar, und bilingualer Mathematikunterricht ist eine Möglichkeit, diese Ressource zu nutzen. Allerdings bedarf die mathematische Begriffsbildung in einem bilingualen Kontext besonderer Beachtung. Am Beispiel der Erstellung von Podcasts zum Thema Sym-

metrie durch Schülerinnen und Schüler einer vierten Klasse wurde veranschaulicht, in welcher Weise die Lernenden am Ende der Grundschulzeit mathematische Fachsprache zur Darstellung geometrischer Begriffe in den Zielsprachen Deutsch und Englisch verwenden.

Birgit Werner stellte ihren Vortrag unter das Thema: *Warum ist das die 35? – ist das inklusive Mathematik?* Ausgehend von einer Unterrichtsszene in einer vierten Grundschulklasse arbeitete sie heraus, dass für die Teilhabe aller Kinder am Mathematikunterricht über die curricularen Anforderungen hinaus verschiedenste Förderbedarfe in den Blick genommen werden müssen. Dabei besteht ein Spannungsverhältnis zwischen Standardisierung und Heterogenität, oder anders formuliert, ein curriculares Dilemma innerhalb eines zeitgleich, aber ziel-different stattfindenden Unterrichts. Birgit Werner plädierte unter anderem für eine stärkere Nutzung der Bildungsstandards sowohl als Referenzrahmen als auch als Validitätskriterium für individuelle Bildungsangebote. Sie charakterisierte inklusiven Unterricht als transdisziplinären Unterricht, der eine Offenheit für verschiedenste Perspektiven erfordert.

An den beiden Tagen wurden zudem sieben Arbeitsgruppen angeboten, in denen in insgesamt zehn Sitzungen laufende Forschungsprojekte vorgestellt und aktuelle Entwicklungen und Perspektiven und diskutiert wurden:

- Arithmetik (Koordination: Charlotte Rechtsteiner)
- Frühe mathematische Bildung (Koordination: Julia Bruns, Meike Grüßing)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer, Simone Reinhold, Elisabeth Unterhauer)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Uta Häsel-Weide)
- Lehrkräftebildung (Koordination: Stephanie Schuler, Gerald Wittmann)

- PriMaMedien (Koordination: Roland Rink, Daniel Walter)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)

Weiter gab es für den wissenschaftlichen Nachwuchs erneut die Möglichkeit, den Rat von Expertinnen und Experten in Anspruch zu nehmen. Dieses Angebot nutzten 23 Doktorandinnen und Doktoranden, für die zehn erfahrene Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zu individuellen Gesprächen zur Verfügung standen.

Der Tagungsband enthält schriftliche Fassungen der drei Hauptvorträge und dokumentiert zudem die Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Er erscheint in der Reihe *Mathematikdidaktik Grundschule* der University of Bamberg Press und wird von Anna Susanne Steinweg herausgegeben. Es besteht freier Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes ([www.uni-bamberg.de/ubp/verlagsprogramm/reihen/mathematikdidaktik-grundschule/](http://www.uni-bamberg.de/ubp/verlagsprogramm/reihen/mathematikdidaktik-grundschule/)).

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule findet vom 17. bis 19. 11. 2023 an der Universität Bremen statt. Die Anmeldung ist möglich im Zeitraum von Mitte Mai bis Mitte Juli 2023. Näheres hierzu sowie aktuelle Informationen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule ([didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise/](http://didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise/)).

Barbara Ott, Pädagogische Hochschule St. Gallen  
E-Mail: [barbara.ott@phsg.ch](mailto:barbara.ott@phsg.ch)

Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Universität Kassel  
E-Mail: [rathgeb-schnierer@mathematik.uni-kassel.de](mailto:rathgeb-schnierer@mathematik.uni-kassel.de)

Daniel Walter, Universität Bremen  
E-Mail: [dwalter@uni-bremen.de](mailto:dwalter@uni-bremen.de)

Gerald Wittmann, Pädagogische Hochschule Freiburg  
E-Mail: [gerald.wittmann@ph-freiburg.de](mailto:gerald.wittmann@ph-freiburg.de)

## Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik Herbsttagung, Schloss Rauischholzhausen, 7./8. 10. 2022

Daniel Sommerhoff und Anke Lindmeier

Nach zwei Jahren, in denen die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik nur digital – im virtuellen Schloss Rauischholzhausen – stattfinden konnte, war es dieses Jahr wieder so weit: Obwohl die Pandemie noch nicht vorbei war

und sich auf diversen Tagungen und Konferenzen gezeigt hatte, was für Infekionsherde diese darstellen können, fand die Herbsttagung des AKs in Präsenz im Schloss Rauischholzhausen statt. Welche Auswirkungen das gerade auf die sozialen Aspekte

der Herbsttagung und auf die Stimmung der einzelnen Teilnehmenden hatte, zeigte sich bereits vor Start der Tagung beim netten Zusammensitzen der Ankömmlinge im Schlossgarten bei strahlendem Sonnenschein. Um es vorwegzunehmen, die Stimmung war toll und blieb auch über die gesamte Tagung so, obwohl vier Vorträge mit vertiefter Diskussion, eine akademische Abenddiskussion und informelle Unterhaltungen nach der langen Zeit der „Meetings vom Sofa aus“ durchaus anstrengend waren.

Dass sowohl die Tagung in Präsenz als auch insbesondere das Programm locken konnten, zeigte die hohe Anzahl an Teilnahmeinteressierten, für die zwischenzeitlich sogar eine Warteliste geführt werden musste. Aus Sicht der Sprecher:innen des AKs ein klares Zeichen dafür, dass der AK Psychologie und Mathematikdidaktik, welcher in Tradition der International Group for Psychology of Mathematics Education (IG PME; [www.igpme.org](http://www.igpme.org)) steht, sich positiv entwickelt und wir uns im deutschsprachigen Raum weiterhin über eine qualitativ hochwertige, psychologisch orientierte Strömung innerhalb der Didaktik der Mathematik freuen können, welche innerhalb der pluralen methodischen Ansätze der GDM ein eigenes Profil aufweist.

Am Freitagnachmittag präsentierte zunächst Timo Kosiol (LMU München) Arbeiten, die im Rahmen der Entwicklung eines Instruments zur Messung technologiebezogener Kompetenzen von Mathematiklehrkräften durchgeführt wurden. Neben der prinzipiellen Messbarkeit verschiedener (nicht-)technologiebezogener Professionswissensfacetten und deren empirischen Trennbarkeit, zeigte der Vortrag auch deutlich den Förderbedarf bei technologiebezogenem Professionswissen von Lehrkräften auf. Mit technisch ausgefeilten, simulationsbasierten Erhebungsmethoden für diagnostische Kompetenz von angehenden Lehrkräften knüpfte der anschließende Vortrag von Christian Schons (TU München) aus der Forschungsgruppe *cosima* inhaltlich direkt an den Fokus auf Lehrkräftebildung an. Es wurde dabei deutlich, dass es selbst bei prozessdatenintensiven Methoden, die eigentlich tiefe Einblicke liefern können, herausforderungsreich bleibt zu klären, wie diese Prozesse mit kompetentem Handeln von (angehenden) Lehrkräften in Verbindung gebracht werden können.

Das Thema für die „akademische Abenddiskussion“ brachte in diesem Jahr Stefanie Rach (OvGU Magdeburg) ein. Unter der Überschrift „Konstrukte: Konzeptualisierungen und Operationalisierungen – All different or all the same?“ skizzierte sie eine mögliche Herausforderung für die Entwicklung eines Forschungsfelds: Aus unterschiedlichen Theorien und Kontexten können Konstrukte vorgeschlagen werden, die scheinbar unterschiedlich

sind, aber dennoch eine hohe inhaltliche Ähnlichkeit aufweisen oder deren Operationalisierungen sich zumindest teilweise überlappen. Das kann z. B. für Konstrukte mit Bezug zu Enthusiasmus, Interesse oder Wertüberzeugungen beobachtet werden. Andererseits kann auch der gegenläufige Fall auftreten, dass für ähnlich bezeichnete Konstrukte aus unterschiedlichen Traditionen inhaltliche Diskrepanzen auftreten oder Operationalisierungen sich wesentlich unterscheiden (vgl. Marsh et al., 2019). Nicht nur für junge Wissenschaftler:innen besteht dann die Herausforderung darin, einen Überblick über die unterschiedlichen Konstrukte zu gewinnen – was bei unterschiedlichen Bezeichnungen hoch nicht-trivial ist – und das für das Forschungsziel passende Konstrukt auszuwählen. Im Forschungsprozess stellt sich dann die Frage, ab wann eine Integration wissenschaftlicher Erkenntnisse zu zwei verschiedenen Konstrukten legitim bzw. notwendig ist, um die bisherige Forschung akkurat widerzugeben und kumulativ weiterzuentwickeln.

Nach dem Input wurden in Kleingruppen Strategien entwickelt, wie mit diesen Herausforderungen konstruktiv umgegangen werden kann, und diese anschließend im Plenum diskutiert. Es wurde beispielsweise deutlich, dass hohe Transparenz im Publikationsprozess, zum Beispiel die Offenlegung der Theorien, auf die sich berufen wird oder die Veröffentlichung der Erhebungsinstrumente, wichtig ist, um entscheiden zu können, ob Erkenntnisse zu ähnlichen Konstrukten kombiniert werden können oder nicht. Die Probleme und Chancen, die bei der Offenlegung von Erhebungsinstrumenten wie Tests, die einen langen Entwicklungsprozess durchlaufen haben, entstehen, wurden dabei ebenfalls thematisiert. Ebenso wurde kritisch diskutiert, wann neue Konstrukte notwendig sind, um die Forschungslandschaft weiterzuentwickeln und wann sie ggfs. zu einem „Wildwuchs“ führen, der einen kumulativen Wissensaufbau eher verhindert. Die Reflektion der eigenen Arbeit erschien hier unverzichtbar. Da die Einführung neuer Konstrukte zur Zerfaserung des Forschungsfelds führen kann, sollte beispielsweise stärker thematisiert werden, welche Evidenzen für einen erkennbaren Mehrwert im Forschungsprozess vorliegen und wie sich Abgrenzungen zu ähnlichen Konstrukten fassen lassen.

Wie so oft, konnte das Thema der akademischen Abenddiskussion in der vorgesehenen Zeit nicht abschließend geklärt werden. Das Gespenst des Rauschholzhausener Schlosskellers könnte jedoch bezeugen, dass das Thema noch weit in den gemütlichen Ausklang des Abends hinein diskutiert wurde. Rouven Pankrath (FSU Jena) stellte zurückblickend auf seine Erstteilnahme am AK sicherlich auch mit Blick auf die akademische Abenddiskussi-

on fest „Es war für mich sehr interessant zu sehen, dass sich auch Professor:innen fachlich ganz schön streiten können – diese Diskussionskultur hat mir Freude bereitet.“

Am Samstag morgen führte Aylin Thomanek (Uni Bremen) zuerst in die Methode des Eye-Trackings ein und präsentierte dann darauf basierende Studienerkenntnisse zu Strategien beim Umgang mit Graphen mit Realweltbezug. Dabei konnte man deutlich erkennen, wie aus der Triangulation fachlicher Analysen sowie Eye-Tracking-Daten und Verbalisierungen der Vorgehensweisen in Stimulated-Recall-Interviews fachdidaktisch aufschlussreiches Wissen über unterschiedliche Bearbeitungsprozesse gewonnen werden kann. Auch Janina Krawitz und Stanislaw Schukajlow (WWU Münster) nahmen Lösungsprozesse von Lernenden bei Aufgaben mit Realitätsbezug in den Blick, wenn auch mit ganz anderen Methoden und im Kontext des mathematischen Modellierens. Der Überblick über mehrere Studien zu Effekten offener Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht zeigte sehr schön auf, wie systematische Arbeit an einem Thema Schritt für Schritt zum besseren Verständnis mathematikdidaktischer Phänomene beiträgt.

Insgesamt möchten wir uns bei den Vortragenden nochmals herzlich bedanken, die sich im Rahmen der Herbsttagung diesem intensiven Vortragsformat bzw. der akademischen Abenddiskussion gestellt haben. Gleichzeitig danken wir allen Teilnehmenden für Ihre Fragen, Kommentare und Anregungen! Erneut dürfen wie hier den Erstteilnehmer Rouven Pankrath zu Wort kommen lassen „Die kleinere Runde (im Gegensatz zur GDM) und die längere Vortragszeit hat zu wesentlich intensiveren Diskussionen geführt.“ Um auch Sie an den Vorträgen und Einblicken teilhaben zu lassen, haben wir die Vortragenden gebeten, die Kernpunkte ihres Vortrags sowie einen kurzen Rückblick auf die Diskussion festzuhalten.

### **Technologiebezogene fachdidaktische und fachliche Kompetenzen von Mathematik-Lehrkräften – Messung und Struktur**

*Timo Kosiol und Stefan Ufer (LMU München)*

Digitale Medien zur Gestaltung eines lernwirksamen Mathematikunterrichts einzusetzen, ist eine weit verbreitete Anforderung an Mathematik-Lehrkräfte. Auch ist bekannt, dass das fachbezogene Wissen von Lehrkräften ein wichtiger Einflussfaktor auf die Unterrichtsqualität ist (Baumert et al., 2010) und das insbesondere fachspezifische digitale Werkzeuge das Lernen positiv beeinflussen können (Hillmayr et al., 2020). Da objektive Messinstrumente für das technologie- und fachbe-

zogene Wissen von Mathematik-Lehrkräften bisher nicht vorliegen, ist nicht bekannt, ob für die Bewältigung von fachlich-technologiebezogenen Anforderungen dasselbe Wissen ausreichend ist, wie für die Bewältigung nicht-technologiebezogener Anforderungen (vgl. Kleickmann et al., 2017). Basierend auf dem TPACK-Modell von Koehler und Mishra (2009) wurde ein Testinstrument für die fachbezogenen Facetten inhaltliches Wissen (CK), fachdidaktisches Wissen (PCK), technologiebezogenes inhaltliches Wissen (TCK) und technologiebezogenes fachdidaktisches Wissen (TPCK) entwickelt und von ca. 400 angehenden und aktiven Lehrkräften bearbeitet. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die vier Facetten mit akzeptabler bis guter Reliabilität und Objektivität gemessen werden konnten. Zudem wurden die Inhalte und Vignetten von aktiven Lehrkräften als authentisch und relevant eingeschätzt. Ein Rasch-Modell mit den vier genannten Facetten als getrennte Dimensionen wies eine signifikant besseren Modellpassung auf als ein eindimensionales bzw. zwei verschiedene zweidimensionale Modelle, die entweder die (nicht-) technologiebezogenen Wissensfacetten gruppieren oder die inhaltlichen bzw. fachdidaktischen Wissensfacetten. Es scheint also spezifisches technologiebezogenes Wissen notwendig zu sein, um technologiebezogene Anforderungen im Mathematik-Unterricht zu bewältigen. Weitere Analysen zeigen, dass fragebogenbasierte Selbsteinschätzungsinstrumente das mit dem Testinstrument gemessene technologiebezogene Wissen von aktiven und angehenden Lehrkräften nur eingeschränkt wiedergeben können.

### *Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

Die Diskussion nach dem Vortrag lieferte insbesondere Anregungen zur Verortung des gemessenen Konstrukts bzw. der vorgenommenen Interpretationen auf dem Kontinuum zwischen Wissen als Disposition und individueller Performanz. Weiterhin trat die Frage auf, wie Inhalte für einen Test zur Technologienutzung im Unterricht ausgewählt werden können, wenn diese Nutzung bisher wenig standardisiert ist und im Feld doch sehr deutlich variieren kann. Als Desiderat wurde mitgenommen, aus mathematikdidaktischer Sicht zu beschreiben, über welche fach- und technologiebezogenen Kompetenzen Lehrkräfte derzeit verfügen, um eine normative Diskussion anzuregen, über welche Kompetenzen sie verfügen sollten. Das entwickelte Testinstrument soll zudem in Zukunft dazu genutzt werden, Zusammenhänge zur Unterrichtsqualität und zur Leistung von Lernenden zu untersuchen.



Gruppenfoto, entstanden auf der Herbsttagung des AK Psychologie und Mathematikdidaktik, Oktober 2022 (Foto: A. Lindmeier)

### ***Aufgabenbasierte Diagnose mathematischer Fehlvorstellungen aus mathematikdidaktischer und psychologischer Perspektive***

*Christian Schons und Andreas Obersteiner (TU München)*

Das Beurteilen individueller Lernergebnisse ist eine anspruchsvolle Aufgabe für Lehrkräfte. Die Förderung von Diagnosekompetenz ist deshalb ein wichtiges Ziel der Lehrkräfteaus- und -weiterbildung (Leuders et al., 2022). Dabei umfasst Diagnosekompetenz im Sinne von Heitzmann et al. (2019) individuelle Dispositionen (z. B. Professionswissen), situationsspezifische Diagnoseprozesse und Diagnosequalität. Studien deuten zwar darauf hin, dass eine Förderung des Professionswissens (z. B. Rieu et al., 2022) und instruktionale Unterstützungsmaßnahmen während des Diagnoseprozesses (z. B. Schons et al., 2022; Sommerhoff et al., 2022) zu besseren Diagnoseergebnissen führen können. Bislang sind aber a) die Diagnoseprozesse selbst und b) deren Zusammenhänge mit Professionswissen einerseits und Diagnosequalität andererseits kaum detailliert beschrieben.

In diesem Vortrag wurde zunächst eine digitale Simulation einer aufgabenbasierten Diagnose-situation vorgestellt. In der Simulation wählten die Teilnehmenden Mathematikaufgaben aus einem Portfolio, anhand deren authentischen Schülerlösungen mathematische Fehlvorstellungen diagnostiziert werden sollten.

Anschließend wurde eine Studie vorgestellt, welche die Diagnoseprozesse von  $N = 65$  Lehramtsstudierenden in der digitalen Simulation analysierte. Basierend auf Prozessdaten aus der digitalen Simulation wurden die Aufgabenauswahl (nach ihrem diagnostischen Potential) und die Diagnoseprozess-

se (nach einem Modell für Argumentationsprozesse; Fischer et al., 2014) während der Auswertung der Schülerlösungen kodiert. Es konnten drei unterschiedliche Muster von Aktivitäten identifiziert werden, die keine deutlichen Unterschiede im fachlichen und fachdidaktischen Vorwissen aufwiesen, sich aber in der Diagnosequalität unterschieden. Zum Abschluss der Präsentation wurde diskutiert, inwiefern digitale Simulationen Erkenntnisse zum Zusammenhang zwischen dem Wissen von angehenden Lehrkräften und deren Handeln in Praxis-situationen liefern können.

#### *Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

Die Diskussion fokussierte zunächst auf die Methodik der vorgestellten Studie und dabei insbesondere auf explorative Clusteranalysen, die zur Analyse der Diagnoseprozesse verwendet wurden. Sowohl die theoretische Fundierung der Prozessvariablen, welche eine inhaltliche Beschreibung der gefundenen Aktivitätsmuster erlaubte, als auch eine empirische Überprüfung der Aktivitätsmuster spielten in der Diskussion eine Rolle.

Darüber hinaus wurde diskutiert, inwiefern die Ergebnisse zu einer adaptiven Unterstützung des Diagnoseprozesses beitragen können. In der vorgestellten Auswertung wurden die diagnostischen Aktivitäten *Beschreiben*, *Hypothesen generieren* und *Schlussfolgerungen ziehen* manuell kodiert, sodass eine automatische Kodierung oder eine Reduktion der Prozessvariablen für die Implementierung adaptiver Prozessunterstützung notwendig wäre.

Angeregt wurde außerdem eine Analyse der Diagnoseprozesse auf der Ebene einzelner Diagnosen in der Simulation – zusätzlich zur Analyse auf Personenebene. Wünschenswert sind weitere Er-

kenntnisse zur Konsistenz verschiedener Aktivitätsmuster einer Person über mehrere Diagnosen hinweg.

Insgesamt konnte die Diskussion einige inhaltliche und methodische Denkanstöße geben, die im weiteren Projektverlauf berücksichtigt werden können.

### ***Blickbewegungen verstehen: Kognitive Prozesse und Vorgehensweisen bei der Interpretation kontextueller Graphen***

*Aylin Thomaneck, Maike Vollstedt (Universität Bremen) und Maike Schindler (Universität zu Köln)*

In dem Vortrag stand zunächst die Methode des Eye-Trackings mit anschließenden Stimulated-Recall-Interviews im Fokus, welche in einer methodologischen Studie genauer untersucht wurde. Ein Video, das die Blickbewegungen der untersuchten Schüler:innen zeigt, diente als Stimulus für nachträgliches Lautes Denken im Rahmen des Stimulated-Recall-Interviews (Lyle, 2003). Ein Inhaltsbereich, in dem die Untersuchung von Blickbewegungen besonders vielversprechend ist, sind Funktionen und funktionale Zusammenhänge. Vor allem in Form von Graphen sind diese, im Alltag wie auch in der Schule, allgegenwärtig und stellen Lernende vor die Herausforderung die dargestellten Daten zu entnehmen und verstehen (Friel et al., 2001; Leinhardt et al., 1990). Vor dem Hintergrund der bisherigen Forschung und der Daten wurde diskutiert, wie Blickbewegungen bei der Interpretation kontextueller Graphen, also Graphen, deren Daten aus realweltlichen Situationen stammen und die oftmals nicht durch einen Term beschrieben werden können, interpretiert werden können. Einerseits sind domänenspezifische Phänomene für die Interpretation von Blickbewegungen von Bedeutung, die durch Besonderheiten des Inhaltsbereiches Funktionen bzw. der Interpretation von Graphen bedingt sind. Andererseits spielen aber auch Aspekte eine Rolle, die davon unabhängig sind, also domänenübergreifend, und im Allgemeinen bei Eye-Tracking Studien zu beachten sind. Schließlich wurde als Ausblick eine empirische Studie vorgestellt, die sich diese Erkenntnisse zu Nutze macht und mithilfe von Eye-Tracking, Verbalprotokollen und Stimulated-Recall-Interviews untersucht, welche Vorgehensweisen Schüler:innen bei der Erfassung der Änderung kontextueller Graphen nutzen.

#### *Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

In Bezug auf die methodologische Studie lag der Fokus der Diskussion auf der Eye-Mind-Hypothese (Just & Carpenter, 1976) und ihrer Rolle für die vorgestellte Studie. Es wurde diskutiert, inwieweit

sich kognitive und affektive Prozesse in Blickbewegungen zeigen, wann welche Art von Prozessen bei der Interpretation von Graphen, aber auch darüber hinaus, auftritt und inwieweit die Eye-Mind-Hypothese jeweils gilt. Weiter wurde vorgeschlagen, den Fokus in Bezug auf diesen Aspekt zu verlagern und stärker in den Blick zu nehmen, wie Blickbewegungen bei der Interpretation von kontextuellen Graphen interpretiert werden können, wann sie eindeutig interpretiert werden können, wie Mehrdeutigkeit bei der Interpretation reduziert werden kann, und welche anderweitigen Herausforderungen sich bei der Interpretation auftun.

Im Rahmen der Diskussion der empirischen Studie wurde thematisiert, welchen Beitrag die verschiedenen Methoden (Eye-Tracking sowie zugehörige Visualisierungen in Form von Gaze Plots und Heat Maps, Verbalprotokolle und Stimulated-Recall-Interviews) für die Identifikation der gefundenen Vorgehensweisen bei der Interpretation der Änderung kontextueller Graphen leisten. Hier wurden verschiedene Ideen und Hypothesen entwickelt, inwieweit unterschiedliche Methoden die gleichen Ergebnisse liefern, ob einzelne Methoden mithilfe der in dieser Studie gewonnenen Erkenntnisse in Zukunft sogar weggelassen werden können und inwieweit eine Methodentriangulation in diesem Bereich essenziell ist, um die Mehrdeutigkeit bei der Interpretation von Eye-Tracking Daten zu reduzieren.

### ***Offene Modellierungsaufgaben in einem selbstständigkeitsorientierten Mathematikunterricht*** *Janina Krawitz, Stanislaw Schukajlow, Jonas Kanefke, Katharina Wiehe (WWU Münster) und Katrin Rakoczy (JLU Gießen)*

Die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben erfordert anspruchsvolle Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik. Der Schulunterricht sollte Lernenden ermöglichen, Modellierungskompetenz zu erwerben, so dass diese ihr mathematisches Wissen im Alltag und im Beruf einsetzen können. Eine wichtige Eigenschaft von Modellierungsaufgaben ist ihre Offenheit (Maaß, 2010). Vermutet werden kann, dass die Offenheit hohe Anforderungen an den Modellierungsprozess stellt (Cai, 1995). Theoretisch werden drei Anforderungen unterschieden, die durch die Offenheit entstehen: Erstens die Identifikation der Offenheit der Aufgabe, zweitens die Identifikation der lösungsrelevanten Größen, deren Wert nicht festgelegt ist, und drittens das Festlegen der numerischen Werte für die Größen. Bisher existieren allerdings kaum Studien, die die Schwierigkeiten beim Bearbeiten offener Modellierungsaufgaben gezielt untersuchen. An diesem Forschungsdesiderat setzt das Projekt

*OMoDA* (Offene Modellierungsaufgaben in einem selbstständigkeitsorientierten Mathematikunterricht) an. Vorstudien im Rahmen des Projekts zeigen, welche Schwierigkeiten Lernende bei der Bearbeitung offener Aufgaben haben (Krawitz et al., 2022), und deuten darauf hin, dass leistungsschwächere Lernende mehr Interesse an offenen Aufgaben zeigen (Schukajlow et al., 2022). In den Hauptstudien wird untersucht, (1) welche Effekte eine auf die oben aufgeführten Anforderungen der offenen Aufgaben zugeschnittene Instruktion hat (Instruktionsstudie) und (2) wie sich der Unterricht mit offenen Modellierungsaufgaben auf kognitive und motivationale Faktoren auswirkt (Unterrichtsstudie).

Im Vortrag wurden erste Ergebnisse des Projekts vorgestellt. Ein zentrales Ergebnis der Instruktionsstudie ist, dass Instruktionen, die auf das Identifizieren offener Größen und das Treffen passender Annahmen fokussieren, helfen, offene Aufgaben zu lösen. Die Wirksamkeit dieser Instruktionen bestätigt, die theoretisch angenommenen Anforderungen bei der Bearbeitung offener Modellierungsaufgaben. In der Unterrichtsstudie wurde experimentell die Wirkung von Unterricht mit offenen vs. geschlossenen Modellierungsaufgaben auf die Lösung offener und geschlossener Modellierungsaufgaben untersucht. Hypothesenkonform erwies sich die Unterrichtsbedingung zu offenen Modellierungsaufgaben als überlegen für die Förderung des Lösens offener Modellierungsaufgaben. Für die Förderung des Lösens geschlossener Aufgaben stellten sich beide Bedingungen als gleichwertig heraus.

#### *Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven*

Kernpunkte der Diskussion betrafen die Konzeptualisierung und die theoretisch angenommenen Unterschiede von Lösungsprozessen bei der Bearbeitung offener und geschlossener Aufgaben. Beispielsweise wurde diskutiert, ob sich Lösungsprozesse offener Aufgaben nach dem Treffen der zur Lösung der Aufgabe benötigten Annahmen von Lösungsprozessen geschlossener Aufgaben unterscheiden. Außerdem wurden hilfreiche Fragen zu den unterschiedlichen Zielsetzungen der Instruktions- und Unterrichtsstudie geklärt. Dies half uns, die Verknüpfung der beiden Studien zu präzisieren. Auf methodischer Ebene wurden Nachfragen zur Kodierung der Modellierungsleistung gestellt und dabei verschiedene Kodierschemata mit ihren Vor- und Nachteilen erörtert sowie weitere Ideen zur Kodierung angeregt. Die Klarheit des Rahmenmodells wurde von den Teilnehmer:innen positiv hervorgehoben. Vortrag und Diskussion haben geholfen, die theoretische Anbindung und empirische Auswertung der Studien zu schärfen. Wir bedanken uns bei der Leitung für die Möglichkeit, unsere Forschung im Arbeitskreis präsentieren zu können.

## Organisatorisches und Ausblick

Mit weiterhin optimistischem Blick auf die Entwicklung der Pandemie wurde beschlossen, auch die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik 2023 in Präsenz durchzuführen. Da die traditionelle Tagungsstätte des Arbeitskreises jedoch auf Grund von Renovierungsarbeiten längerfristig geschlossen ist, wird aktuell noch nach einem passenden Tagungsort in der Mitte Deutschlands gesucht. Avisierter Termin ist 13. und 14. Oktober 2023.

Haben Sie Lust bekommen, an unserer Tagung teilzunehmen und mitzudiskutieren? Eine kurze E-Mail an die Sprecherin Anke Lindmeier ([anke.lindmeier@uni-jena.de](mailto:anke.lindmeier@uni-jena.de)) oder den Sprecher Daniel Sommerhoff ([sommerhoff@leibniz-ipn.de](mailto:sommerhoff@leibniz-ipn.de)) genügt, wenn Sie in den Emailverteiler des Arbeitskreises aufgenommen werden möchten, der unser Hauptkommunikationsmittel ist. Aktuelle Informationen finden Sie auch immer auf unserer Internetpräsenz unter [akpsy.didaktik-der-mathematik.de](http://akpsy.didaktik-der-mathematik.de).

Wenn Sie vortragen möchten, melden Sie sich bitte ebenfalls per E-Mail. Die Teilnehmenden unserer Herbsttagung interessieren sich vornehmlich für Studien, bei denen die Bezugsdisziplin Psychologie eine Rolle spielt. Bis zu vier Arbeiten, die eher fortgeschritten oder kurz vor dem Abschluss sind, können vorgestellt werden, egal ob es ein Promotionsprojekt, Ausschnitt aus einer laufenden Studie oder eine Arbeit im Publikationsprozess ist. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines ausführlichen Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Unterjährig wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich keine weitere planmäßige Aktivität anbieten.

## Gemeinsames Literaturverzeichnis

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.
- Fischer, F., Kollar, I., Ufer, S., Sodian, B., Hussmann, H., Pekrun, R., et al. (2014). Scientific reasoning and argumentation: advancing an interdisciplinary research agenda in education. *Frontline Learning Research*, 2(3), 28-45. DOI:10.14786/flr.v2i2.96
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *J. Res. Math. Educ.*, 32(2), 124-158. DOI:10.2307/749671
- Heitzmann, N., Seidel, T., Hetmanek, A., Wecker, C., Fischer, M. R., Ufer, S., Schmidmaier, R., Neuhaus, B., Siebeck, M., Stürmer, K., Obersteiner, A., Reiss, K., Girwidz, R., Fischer, F., & Opitz, A. (2019). Facilitating diagnostic competences in simulations in higher

- education a framework and a research agenda. *Frontline Learning Research*, 1–24. DOI:10.14786/flr.v7i4.384
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, 103897.
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1976b). Eye fixations and cognitive processes. *Psychol. Rev.*, 87(4), 329–354. DOI:10.1016/0010-0285(76)90015-3
- Kleickmann, T., Tröbst, S., Heinze, A., Anschütz, A., Rink, R., & Kunter, M. (2017). Teacher knowledge experiment: Conditions of the development of pedagogical content knowledge. In D. Leutner, J. Fleischer, J. Grünkorn & E. Klieme (Hrsg.), *Competence Assessment in Education. Research, Models and Instruments* (S. 111–129). Springer.
- Koehler, M., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60–70.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Rev. Educ. Res.*, 60(1), 1–64. DOI:10.3102/00346543060001001
- Leuders, T., Loibl, K., Sommerhoff, D., Herppich, S., Praetorius, A.-K. (2022). Toward an overarching framework for systemizing research perspectives on diagnostic thinking and practice. *Journal für Mathematikdidaktik*, 43(1), 13–38. DOI:10.1007/s13138-022-00199-6
- Lyle, J. (2003). Stimulated recall: A report on its use in naturalistic research. *Br. Educ. Res. J.*, 29(6), 861–878. DOI:10.1080/0141192032000137349
- Marsh, H. W., Pekrun, R., Parker, P. D., Murayama, K., Guo, J., Dicke, T., & Arens, A. K. (2019). The murky distinction between self-concept and self-efficacy: Beware of lurking jingle-jangle fallacies. *Journal of educational psychology*, 111(2), 331. DOI:10.1037/edu0000281
- Rieu, A., Leuders, T., & Loibl, K. (2022). Teachers' diagnostic judgments on tasks as information processing – the role of pedagogical content knowledge for task diagnosis. *Teaching and Teacher Education*, 111, 103621. DOI:10.1016/j.tate.2021.103621
- Schons, C., Obersteiner, A., Reinhold, F., Fischer, F., & Reiss, K. (2022). Developing a simulation to foster prospective mathematics teachers' diagnostic competencies: The effects of scaffolding. *Journal für Mathematik-Didaktik*. DOI:10.1007/s13138-022-00210-0
- Sommerhoff, D., Codreanu, E., Nickl, M., Ufer, S., Seidel, T. (2022). Pre-service teachers' learning of diagnostic skills in a video-based simulation: Effects of conceptual vs. interconnecting prompts on judgment accuracy and the diagnostic process. *Learning and Instruction*. DOI:10.1016/j.learninstruc.2022.101689
- Daniel Sommerhoff, IPN Kiel  
E-Mail: [sommerhoff@leibniz-ipn.de](mailto:sommerhoff@leibniz-ipn.de)
- Anke Lindmeier, FSU Jena  
E-Mail: [anke.lindmeier@uni-jena.de](mailto:anke.lindmeier@uni-jena.de)

## Arbeitskreis: Semiotik, Zeichen und Sprache der Mathematikdidaktik Abtei Frauenwörth, 22.–24. 9. 2021

Gert Kadunz

In der Zeit vom 28. 9. bis zum 30. 9. 2022 wurde die diesjährige Herbsttagung des Arbeitskreises unter der Leitung von Barbara Ott und Christof Schreiber durchgeführt. Der Tradition folgend war die Abtei Frauenwörth im Chiemsee ([www.frauenwoerth.de](http://www.frauenwoerth.de)) der Veranstaltungsort. Diese Tagung zeichnete sich, wie schon die rund zwanzig Herbsttagungen davor, durch eine Vielfalt von präsentierten Inhalten aus, welche sich alle einem zeichentheoretischen Kontext zuordnen lassen. Zu solchen Inhalten zählen z. B. die Konzentration auf mathematisch orientier-

te Tätigkeiten mit dem Sichtbaren, das Verhältnis von Mathematik und gesprochener Sprache oder die Bedeutung von Gesten beim Lernen von Mathematik. Dazu wurden fünf Vorträge gehalten und ein Text diskutiert.

Die Vortragenden und ihre Themen in alphabetischer Reihenfolge:

- Flavio Angeloni: Gebärden über Variablen
- Lara Billion: Mathematical learning through actions on diagrams



Die Teilnehmenden der Herbsttagung auf dem Hauptsteg der Fraueninsel (Foto: Privat)

- Rainer Kaenders: Größen- und Proportionenlehre und Fragen an die Semiotik
- Rose Vogel: Bewegung deuten: mathematisch, diagrammatisch, als Zeichentätigkeit
- Annika M. Wille und Barbara Ott: Diagrammatische Tätigkeit und Kommunizieren darüber: Muster in der Eins-zu-Eins-Förderung zur Ablösung vom zählenden Rechnen.
- Als Text wurde der „Appendix: Saussure oder Peirce?“ aus Felix Lensings „Das Begreifen begreifen: Auf dem Weg zu einer funktionalistischen Mathematikdidaktik“ besprochen.

Die Herbsttagung 2023 ist für 27. bis 29. September in der Abtei Frauenwörth im Chiemsee geplant.

Gert Kadunz, Universität Klagenfurt  
E-Mail: [gert.kadunz@aau.at](mailto:gert.kadunz@aau.at)

# Jahrestagung der GDM 2024

## „Mathematikdidaktik – Gestern. Heute. Morgen.“

Essen, 4.–8. März 2024

Fabian Rösken



Die 57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) findet vom 4. 3.–8. 3. 2024 an der Universität Duisburg-Essen am Campus Essen statt.

Bereits am 3. 3. und 4. 3. wird der Nachwuchstag von der GDM-Nachwuchsvertretung organisiert. Wie im letzten Jahr ist dieser Tag vor allem an den Bedürfnissen von Forschenden im ersten Jahr ihrer Promotion ausgerichtet. Schon vor Tagungsbeginn haben Nachwuchswissenschaftler:innen somit die Gelegenheit, sich untereinander zu ihren Qualifikationsarbeiten auszutauschen sowie sich im Bereich des wissenschaftlichen Arbeitens und der mathematikdidaktischen Forschung weiterzubilden. Möglichkeiten zum Austausch und Workshops zur Weiterbildung werden für den fortgeschrittenen Nachwuchs auch während der Tagung angeboten.

Neben dem umfangreichen Tagungsprogramm freuen wir uns auf die Vorträge von Jürgen Roth (Universität Landau), Marcus Nührenbörger (Universität Münster), Sebastian Geisler (Universität Potsdam), Lulu Healy (King's College London) und Heike Roll (Universität Duisburg-Essen).

Auch im kommenden Jahr findet ein breit aufgestellter ErLe-Tag statt, der für den 5. 3. 2024 geplant

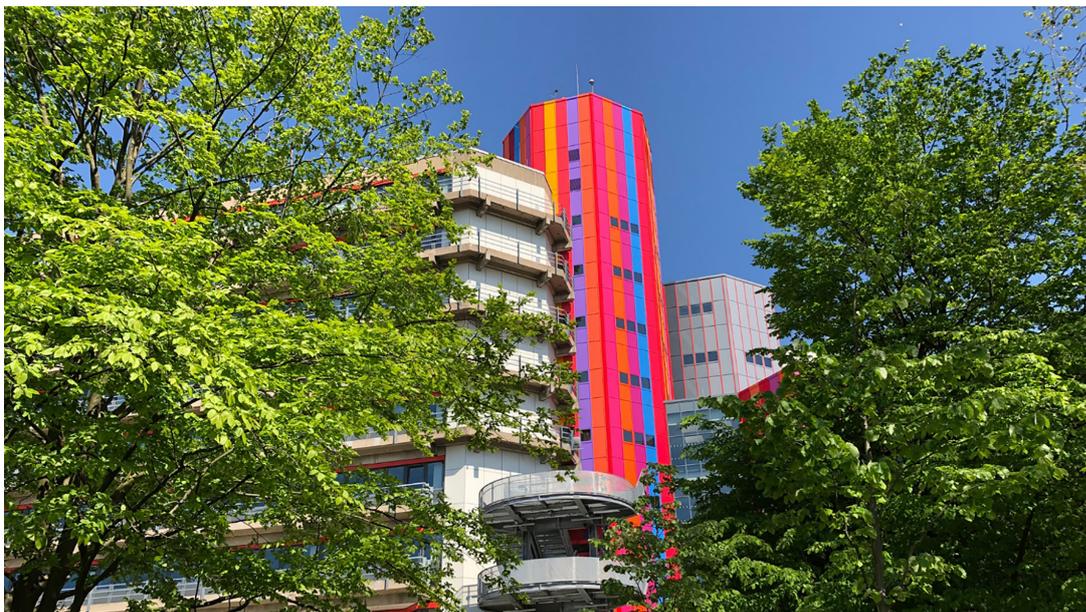
ist. In einem umfangreichen Workshop-Angebot haben Lehrer:innen und Erzieher:innen die Möglichkeit, an einem Dialog von Wissenschaft und Praxis teilzunehmen.

Neben Fokus- und Hauptvorträgen, dem ErLe-Tag und vielfältigen Nachwuchs-Angeboten möchten wir Wissenschaftler:innen und Praktiker:innen aus der Mathematikdidaktik einladen, auch selbst die Jahrestagung der GDM mitzugestalten. Bis zum 1. 9. 2023 können Minisymposien eingereicht und Arbeitskreise angemeldet werden. Ab dem 1. 10. 2023 öffnet die Tagungsanmeldung sowie die Einreichung von Beiträgen für die Minisymposien (bis 1. 12. 2023), von Kurz- und Einzelvorträgen sowie von Postern und Diskussionsforen (jeweils bis 10. 1. 2024).

Weitere Informationen zur Organisation und zum Ablauf der Tagung sowie zur Beitragseinreichung finden Sie auf der Tagungshomepage [2024.gdm-tagung.de](https://2024.gdm-tagung.de).

Wir freuen uns, Sie mitten im Ruhrgebiet in einer der grünen Hauptstädte Europas begrüßen zu dürfen!

Das lokale Organisations-Team der GDM 2024, Universität Duisburg-Essen  
E-Mail: [fabian.roesken@uni-due.de](mailto:fabian.roesken@uni-due.de)



Campus Essen der Universität Duisburg-Essen (Foto: UDE)

## Bericht zur Tagung Mathematische Bildung neu denken: Andreas Vohns erinnern und weiterdenken Siegen, 28.–30. 10. 2022

Tanja Hamann, Markus A. Helmerich, David Kollosche, Katja Lengnink und Stefan Pohlkamp

Als Reaktion auf den frühen Tod von Andreas Vohns (1975–2021) ist aus dem GDM-Arbeitskreis „Mathematik und Bildung“ die Initiative für eine Gedenktagung entstanden, die einerseits würdigt, wie das Werk von Andreas Vohns die mathematikdidaktische Diskussion bereichert hat, andererseits aber vor allem in den Blick nimmt, welche Impulse die mathematikdidaktische Community aufgreifen und weiterführen kann.

Die Tagung, die aufgrund ihres Anlasses bewusst in Präsenz geplant worden war, hat nun vom 28. bis 30. Oktober an der Universität Siegen stattgefunden, an der Andreas Vohns von 2000 bis 2007 als wissenschaftlicher Mitarbeiter gewirkt hat. Die zahlreichen Teilnehmer:innen, z. T. mit weiter Anreise aus Klagenfurt – Andreas Vohns' letzter akademischer Station –, belegen das Interesse für seine Schriften, das über die Diskussionen im Arbeitskreis „Mathematik und Bildung“ hinausgeht.

Dennoch stand die Tagung unter dem Eindruck einer bildungstheoretischen Perspektive, die sich aus den Arbeiten aufdrängt: So muss sich mathematische Bildung im Rahmen gesellschaftlicher und schulischer Transformationsprozesse stets weiterentwickeln. Dafür bedarf es einer ständigen Reflexion über Bildungsansprüche, Bildungsinhalte und Bildungsorganisation, die nicht innerhalb der Schule stehen bleiben kann, sondern auch den Blick auf die Wirkung von Mathematik in der Welt berücksichtigen muss.

Durch die Vorträge und die über die Vorträge hinweg geführte Diskussion haben sich insbesondere drei Schwerpunktthemen herausgebildet, die mitnichten trennscharf zueinander sind, sondern im Gegenteil zahlreiche Verbindungen untereinander aufweisen. Diese Schwerpunktbildung im Rahmen der Tagung ist sicher nicht abschließend und nur exemplarisch für Andreas Vohns' Diskussionsbeiträge zu verstehen, sie möge aber doch Hinweise darauf geben, welchen seiner Arbeitsgebiete aktuell die größte Relevanz und Dringlichkeit zugesprochen wird.

Als zentrale Begriffe aus dem Werk von Andreas Vohns wurden immer wieder die sogenannten fundamentalen oder grundlegenden Ideen genannt, geklärt und weitergehend reflektiert. Mehrere Beiträ-

ge beschäftigten sich mit mehr oder minder direkt daraus folgenden *Implikationen für das mathematische Curriculum*.

Reinhard Hochmuth und Jana Peters griffen aus diesem Werk die Begriffe der fundamentalen Ideen und Grundvorstellungen auf, um deren Bedeutung und Potenziale für das Lehren von Mathematik aufzuzeigen. Dabei wurden auch die Chancen und Grenzen von Grundvorstellungen als Ergänzung zu Kompetenzen bei der Unterrichtsplanung reflektiert. Gero Stoffels widmete sich der Frage, wie die Idee des Spiralcurriculums in der Praxis expliziert werden kann, und stellte hierzu ein Projekt mit Lehramtsstudierenden vor, in dem diese u. a. entsprechende Lernumgebungen entwickelten. Zudem formulierte er klare Forschungsdesiderate in diesem Bereich. Ganz konkret wurde die Bedeutung bildungstheoretischer Überlegungen für die Curriculumgestaltung in der historischen Analyse der nordrheinwestfälischen Lehrpläne von Henning Heske, dessen Vorschlag nach regelmäßiger Auswertung und Anpassung der Lehrpläne rege Diskussion hervorrief. Rudolf Sträßer gab in seinem Vortrag exemplarische, dennoch konkrete Denkanstöße zu möglichen, für eine zeitgemäße mathematische Bildung relevanten curricularen Inhalten und sprach sich dafür aus, gesellschaftliche Bedingungen in der Lehrplangestaltung zu berücksichtigen. Aus einer theoretischen Perspektive beleuchtete Lukas M. Günther den Übergang zur Hochschulmathematik, bei dem Differenzierungen mathematische Enkulturation ermöglichen. Deutlich wurde hierbei das Spannungsfeld zwischen der Notwendigkeit eines gewissen Bruchs zwischen schulischer und universitärer Mathematik auf der einen Seite sowie dem – unter anderem politisch bedingten – Wunsch nach einer Glättung des Übergangs. Ebenfalls dem Bereich curricularer Fragestellungen können diejenigen Beiträge zugeordnet werden, die vertieft den Kompetenzbegriff und die Prüfungskultur in den Blick nahmen. So untersuchten Eva Sattlberger und Stefan Götz die schulische Leistungsbewertung im Bereich der Mathematik. Neben einer umfangreichen Darstellung des Status Quo in Österreich präsentierten sie auch alternative Differenzierungsmöglichkeiten und verwie-

sen dabei auf eine Studie von Vohns et al., nach der sich im Allgemeinen kein Zusammenhang zwischen der Textlänge und Schwierigkeit einer mathematischen Aufgabe nachweisen lässt. Johanna Ruge adressierte hingegen die Prüfungskultur in der universitären Lehrer:innenbildung und prägte das Bonmot, dass, wenn Lehrkräfte Kompetenzerwerbsbegleiter:innen sind, sich Hochschullehrende von Lehrkräften als Kompetenzerwerbsbegleiter:innen verstehen sollten. Dabei stellte sie die Frage, welche Folgerungen sich aus dem Spannungsfeld von kritischer Lehrer:innenbildung einerseits und der Zunahme von Disziplinierungstechnologien bei Prüfungen andererseits ergeben.

In einem zweiten Diskussionsstrang stand die politische, öffentliche Dimension von Mathematik(unterricht) im Vordergrund. Dabei erwies sich das Spannungsdreieck Mathematik, Mensch und Gesellschaft als produktiv für eine Verortung dieses Teils des Werkes von Andreas Vohns. In einem entsprechenden Überblicksvortrag setzte Johanna Heitzer Verantwortung in die Mitte dieses Dreiecks und präsentierte konkrete unterrichtspraktische Ideen, um große Themen wie Bildung für nachhaltige Entwicklung anzugehen. Angesichts einer postnormalen Bildung wird Mathematik dabei fachlich, fachdidaktisch, aber auch gesellschaftlich mit ihrer Lehrbarkeit und Lehrwürdigkeit konfrontiert.

Innerhalb dieses Strangs spielten insbesondere Fragen der *normativen Modellierung* wiederholt eine wichtige Rolle. Lara Gildehaus zog im Kontext des CiviMatics-Projekts Verbindungen zwischen dem Mathematik- und dem Politikunterricht. Sie stellte dabei den Bedarf nach einer entsprechenden didaktischen Konzeption fest und präsentierte einen Vorschlag für einen erweiterten Modellierungskreislauf. Stefan Pohlkamp griff Andreas Vohns' mathematische Analysen zur Sozialpolitik auf, um in Thesen die Bedeutung von Mathematik, insbesondere von normativer Modellierung, in der Öffentlichkeit darzustellen. Ein Schwerpunkt war dabei die Sensibilisierung für Fälle, bei denen Mathematik zum Verbergen von oder zur vermeintlichen Objektivierung von subjektiven Interessen genutzt wird. Wolfram Meyerhöfer nutzte die Corona-Pandemie als Beispiel, um Adornos Konzept von Halbbildung auf die Verwendung von Mathematik im öffentlichen Diskurs anzuwenden. Deutlich wurde das intellektuelle und politische Potenzial der Frage, was wirklich mathematisch hinter bestimmten Phänomenen und Argumentationen steckt.

Etwas allgemeiner gefasst legten weitere Vorträge einen Schwerpunkt auf Fragen nach dem Potential von *Reflexionstätigkeiten* für mathematische Bildung. Katja Lengnink stellte die Frage, welches Wissen relevant ist, um (digitale) Entscheidungsprozesse sowie jenen zugrundeliegende Argumenta-

tionen nachvollziehen und reflektieren zu können. Am Beispiel eines österreichischen Arbeitsmarkt-Algorithmus stellte sie problematische mathematische und gesellschaftliche Aspekte der normativen Modellierung dar und sprach sich dafür aus, Wissen über algorithmische Entscheidungssysteme gemeinsam mit Argumentations- und Reflexionswissen zu vermitteln. Cornelia Plunger zeigte an einem Beispiel, in dem Schülerinnen beim modell- und kontextorientierten Reflektieren begleitet werden, wie diese mathematischen Reflexionen in der Praxis angeregt werden können. Dabei wurde deutlich, welchen Beitrag solche Auseinandersetzungen zu mathematischer Bildung leisten können. Kora Deweis-Weidlinger stellte die Auswirkungen vor, die eine von einer Lehrkräftefortbildung ausgehende Unterrichtsintervention zur Förderung von Critical Mathematics Education auf die Wahrnehmungen von Schüler:innen in Österreich gehabt hat. Critical Mathematics Education ist dabei ein Ansatz, um mithilfe von Mathematik gesellschaftliche Themen kritisch zu adressieren und dabei die Rolle der Mathematik selbst zu hinterfragen.

In *persönlich gehaltenen Erinnerungen* lobte Rainer Danckwerts zudem Tiefe und Schärfe der Vohns'schen stoffdidaktischen, hermeneutischen und bildungstheoretischen Analysen. Entsprechend regte Thomas Jahnke in seiner Eulogie eine digitale, frei zugängliche Bibliothek mit diesen Texten an.

In den folgenden persönlichen Statements formulierten einige Tagungsteilnehmer:innen Schlussfolgerungen hinsichtlich der Bedeutung des Werkes von Andreas Vohns und hinsichtlich des sich daraus ergebenden Auftrags für die mathematikdidaktische Community:

Eine inspirierende kleine Tagung, die gezeigt hat, wie ein scheinbar altes Thema („Bildung durch Mathematikunterricht“) ganz aktuelle Aspekte haben kann – auch wenn man entlang der Texte eines zu früh gestorbenen Kollegen wie Andreas Vohns darüber nachdenkt.

Für mich ist es wichtig, dass die mathematikdidaktische Community die Bildungsfragen, die Andreas Vohns in seinen Arbeiten prägnant adressiert hat, aufgreift und weiterdenkt. Sie haben nichts an ihrer Aktualität verloren – im Gegenteil, man denke nur an Digitalisierung, öffentliche Argumentationen mit Mathematik, Fake News u. v. m. – und sollten für Lehr-/ Lernprozesse und Curricula konkretisiert werden.

Die bildungstheoretische Grundlegung des Faches muss dringend weiterentwickelt oder neu konzipiert werden. Es reicht nicht aus, sich auf die drei Grunderfahrungen nach Winter zu berufen.

Die Beiträge der Tagung haben die Vielschichtigkeit und Tiefe von Andreas Vohns' Arbeiten sehr deutlich gezeigt. Sein Interesse an gesellschaftlichen Implikationen des Faches Mathematik ermutigt uns, die soziale Relevanz fachdidaktischer Einsichten weiterhin in Forschung und Lehre zu betonen.

„Mathematische Bildung neu denken“ ist besonders auch in Bezug auf mathematische Bildung im Grundschulbereich mitzudenken. Inwiefern sind normative Modellbildungen in der Grundschule von Interesse und können damit schon zu einem reflektierten Umgang mit Daten führen? Inwiefern kann BNE schon in der Grundschule sinnvoll mathematische Modellbildungsprozesse thematisieren und Schülerinnen und Schüler für die Interpretation von Daten anregen? Kann in der Grundschule auch ein Bewusstsein im Umgang mit digitalen Algorithmen angebahnt werden? Inwiefern sollten diese Themen schon Teil im Grundschulunterricht sein? Konzentriert sich der Grundschulunterricht nur auf die Ausbildung von Basisfertigkeiten oder ist er auch „allgemein“ bildend im oben genannten Sinn?

Mathematik kann als gesellschaftliche Praxis, die in unterschiedlichen Kulturkreisen unter-

schiedlich betrieben wird, gesehen werden. Mathematik-Lernen geht durchaus mit einer dunklen Seite einher („Mathematik zeigt dir, wie dumm du bist“). Liegt das an der Art und Weise, Mathematik zu lehren? Falls ja, wie könnte Lehrer\*innenbildung aussehen, um dem entgegenzuwirken?

Einen ersten Schritt zur Bündelung und Weiterarbeit wird der Tagungsband bieten, in dem die hier nur angerissenen Beiträge für ein über die Tagung selbst hinaus interessiertes Publikum das Werk von Andreas Vohns aus individuellen Perspektiven aufbereiten werden.

Tanja Hamann, Universität Hildesheim  
E-Mail: [hamann@imai.uni-hildesheim.de](mailto:hamann@imai.uni-hildesheim.de)

Markus A. Helmerich, Universität Siegen  
E-Mail: [helmerich@mathematik.uni-siegen.de](mailto:helmerich@mathematik.uni-siegen.de)

David Kollosche, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt  
E-Mail: [david.kollosche@aau.at](mailto:david.kollosche@aau.at)

Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen  
E-Mail: [katja.lengnink@math.uni-giessen.de](mailto:katja.lengnink@math.uni-giessen.de)

Stefan Pohlkamp, RWTH Aachen University  
E-Mail: [stefan.pohlkamp@matha.rwth-aachen.de](mailto:stefan.pohlkamp@matha.rwth-aachen.de)

## Das war die Jahrestagung der GDM 2022 „Mathematikdidaktiker\*innen im Dialog“

Das lokale Organisationsteam der GDM 2022

In der Woche vom 29. 8.–2. 9. 2022 fand die 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik unter dem Motto „Mathematikdidaktiker\*innen im Dialog“ an der Goethe-Universität Frankfurt statt. Nach zwei coronabedingten Online-Jahrestagungen kam die mathematikdidaktische Community wieder vor Ort in einen aktiven Austausch. Ursprünglich war die Tagung für März 2022 geplant. Zu dieser Zeit konnten noch keine Präsenztagungen an der Goethe-Universität stattfinden, sodass die Verlegung in den Sommer 2022 rückwirkend als gute Entscheidung bezeichnet werden kann. Die fast 850 Anmeldungen für die Tagung und den ErLe-Tag zeigen, wie groß der Wunsch nach dem persönlichen Austausch in den letzten zwei Jahren geworden ist. In 477 Beiträgen (siehe Tabelle 1) wurden aktuelle Themen der Mathematikdidaktik vorgestellt und diskutiert. Die

Tagung wurde traditionell mit weiteren Angeboten, wie Nachwuchsprogramm, Eröffnungs- und Gesellschaftsabend, Ausflügen, sowie einem Fortbildungstag für Erzieher\*innen und Lehrer\*innen (ErLe-Tag) bereichert.

Tabelle 1. Beiträge auf der 56. Jahrestagung der GDM

Vortrags- und Austauschformat	Anzahl
Haupt- und Fokusvorträge	6
Beiträge in Minisymposien	107
Einzelvorträge	226
Kurzvorträge	51
Poster	49
Diskussionsforen	3
Arbeitskreise	14
ErLe-Workshops	21



Teilnehmende des Nachwuchstages und Einblick in den Eröffnungsabend (Fotos: Uwe Dettmar/GDM)

### Nachwuchsprogramm

Auch der Nachwuchstag (28.–29. 8. 2022) war ein voller Erfolg. Die verfügbaren 100 Plätze waren schnell von den Nachwuchswissenschaftler\*innen im ersten oder zweiten Jahr ihrer Promotion ausgebucht. Das breitgefächerte Programm promotionsrelevanter Themen wie die Gestaltung wissenschaftlicher Poster, das Verfassen wissenschaftlicher Texte oder der Umgang mit wissenschaftlicher Literatur wurde gut angenommen. Besonders konstruktiv wurde das Angebot, den eigenen GDM-Vortrag zunächst im kleineren Setting zu halten und ggf. gemeinsam zu überarbeiten, wahrgenommen. In methodischen und thematischen Networkingrunden konnten darüber hinaus neue Kontakte – fachlich wie privat – geknüpft werden. Dieses Programm wurde am Montag fortgeführt und schloss mit einer Talkrunde zur Promotionszeit und der darauffolgenden Phase.

Auch das tagungsbegleitende Nachwuchsprogramm für fortgeschrittene Promovierende, Post-Docs und Junior-Profes wurde gut angenommen. Es thematisierte Antragsstellungen bei der DFG, Publizieren in wissenschaftlichen Zeitschriften sowie (alternative) Wege in der Unikarriere.

### Eröffnungs- und Gesellschaftsabend

Am Montag, 29. 8. 2022 wurde die 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik mit dem Eröffnungsabend im Casino Festsaal des Campus Westend feierlich eröffnet. Angemeldet waren 450 Tagungsteilnehmer\*innen, die von der Stadträtin Dr. Renate Sterzel begrüßt wurden. Die beiden Kernpunkte des Eröffnungsabends bildeten der GDM-Förderpreis, für herausragende Dissertationen an junge Mathematikdidaktiker\*innen, der an Dr. Cathleen Heil und Dr. Felix Lensing überreicht wurde, sowie die Ehrenmitgliedschaft für besondere Verdienste um die Mathematikdidaktik, über-

reicht an Prof. Dr. Lisa Hefendehl-Hebeker. Im Foyer klang der Abend bei Getränken und Snacks aus. Musikalisch umrahmt wurde die Eröffnung durch Beiträge von Lehramtsstudierenden der Goethe-Universität: Nina van Someren, Franz Schreiber und Adrian Thönges.

Den Höhepunkt des tagungsbegleitenden Rahmenprogramms bildete der Gesellschaftsabend am Donnerstag, 1. 9. 2022 im Casinogebäude des Campus Westend. Vor insgesamt 490 angemeldete Tagungsteilnehmende wurde der Posterpreis durch den Waxmann-Verlag übergeben und das Publikum danach von Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher zum Mitmachen beim Mathematischen Experimentieren eingeladen. Abgerundet wurde der Abend mit einem leckeren Dinner und der musikalischen Darbietung der Band Helium 6, die – bis spät in die Nacht hinein – zahlreiche Gäste auf die Tanzfläche lockte.

### ErLe-Tag 2022 – Fortbildungstag für Erzieher\*innen und Lehrer\*innen

Am Dienstag, 30. 8. 2022 waren Praktiker\*innen aus Kindertagesstätten und Schulen zu zahlreichen Workshops, Praxis-Transfer-Vorträgen und Diskursen eingeladen. Der traditionelle Fortbildungstag für Lehrer\*innen wurde aufgrund des Forschungsschwerpunkts der ausrichtenden Arbeitsgruppe Primarstufe des IDMI in Frankfurt erstmalig um ein Programm für Erzieher\*innen ergänzt. Mit 163 Anmeldungen wurden der Fortbildungstag insgesamt sehr gut angenommen. Angeboten wurden 21 Workshops, die speziell auf die Bedürfnisse von Erzieher\*innen und Lehrer\*innen zugeschnitten waren. Die inhaltliche Schwerpunktsetzung war breit aufgefächert und reichte von digitalen Medien über sprachsensiblen Unterricht bis hin zu Lernschwierigkeiten, sodass auf verschiedene Bedarfe eingegangen werden konnte. Flankiert wurde



GDM-Förderpreistragende Dr. Cathleen Heil und Dr. Felix Lensing und GDM-Ehrenmitglied Prof.in Dr. Lisa Hefendehl-Hebeker (Fotos: Uwe Dettmar/GDM)



das Workshop-Programm durch parallel stattfindende Kurz- und Einzelvorträge, die einen besonderen Praxisbezug aufwiesen und als Praxis-Transfer-Vorträge gekennzeichnet waren. Die Kerninhalte des Fortbildungstages bildeten die beiden Hauptvorträge des Dienstags. Bei einem Meet the Speaker wurde bei Kaffee und Keksen zum informellen Dialog und zur Vernetzung von Theorie und Praxis mit den Hauptvortragenden eingeladen. In der Evaluation des ErLe-Tags wurde die abwechslungsreiche Konzeption durch den Wechsel von Vorträgen und Workshops, ausreichend Pausen und die Möglichkeiten eines kollegialen Austauschs besonders hervorgehoben, ebenso wie die Kompetenz der Workshopleitenden.

An dieser Stelle möchten wir uns herzlich bei den zahlreichen Workshopleitenden für Ihren Einsatz danken! Wir hoffen, dass die Erweiterung des Fortbildungstages um ein Angebot für Erzieher\*innen auch bei zukünftigen GDM-Jahrestagungen aufgegriffen wird.

Das lokale Organisationsteam der GDM 2022  
in Frankfurt am Main  
E-Mail: [gdm2022@uni-frankfurt.de](mailto:gdm2022@uni-frankfurt.de)

## Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2022 in Leipzig

Felix Wlassak, Jennifer Rothe, Susanne Dögnitz, Silvia Schöneburg-Lehnert und Thomas Krohn

Die GDM-Nachwuchskonferenz 2022 wurde von der Abteilung Didaktik der Mathematik der Universität Leipzig ausgerichtet. Sie fand vom 26. bis 30. September 2022 im Euroville Jugend- und Sporthotel in Naumburg statt, wo sowohl Übernachtungs- und Verpflegungsmöglichkeiten als auch Tagungsräume und Freizeitangebote zur Verfügung standen.

Das Angebot zur inhaltlichen Weiterbildung und Vernetzung innerhalb der Community stieß auf reges Interesse von Promovierenden der deutschsprachigen Mathematikdidaktik (insbesondere gab

es auch je einen Teilnehmenden aus Österreich und der Schweiz). Alle interessierten Personen konnten an der Tagung teilnehmen, sodass insgesamt 61 Teilnehmende des wissenschaftlichen Nachwuchses anreisten. Zur inhaltlichen Ausgestaltung der Tagung konnten 22 Expertinnen und Experten gewonnen werden.

### Inhaltliche Angebote und Rahmenprogramm

Das akademische Programm der Tagung wurde durch Expertinnen und Experten aus der Mathe-



Teilnehmerinnen und Teilnehmer der GDM-Nachwuchskonferenz 2022 vor der Universität Leipzig (Foto: Jennifer Rothe)

matikdidaktik sowie das Academic Lab der Universität Leipzig realisiert, wobei letzteres allgemeine Informationen zum wissenschaftlichen Arbeiten anbot. Inhaltlich gliederte sich die Konferenz in fünf Hauptvorträge, 21 Workshops sowie Beratungsformate in Form von insgesamt 31 Runden Tischen und Einzelberatungen. Die Hauptvorträge fokussierten Forschungsmethoden und -schwerpunkte der Mathematikdidaktik sowie für Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler aufbereitete Handlungsempfehlungen. Diese wurden zum Beispiel im Hauptvortrag von Hans-Georg Weigand diskutiert, der sich mit Prinzipien für einen erfolgreichen Promotionsprozess auseinandersetzte. Anke Lindmeier analysierte anhand einer Vielzahl verschiedener Projekte Potentiale und Grenzen quantitativer Forschung. Im dritten Hauptvortrag rückte Benjamin Rott qualitative Methoden und insbesondere deren Abgrenzung von quantitativen Methoden in den Fokus. Birte Friedrich erläuterte anhand ihrer eigenen Dissertation die Zyklen des Design-Research-Ansatzes. Der letzte Hauptvortrag von Andreas Obersteiner veranschaulichte anhand eines eigenen Projekts, welche unterschiedlichen Erkenntnisebenen unter Nutzung verschiedener kognitionspsychologischer Methoden erreicht werden können sowie welche Chancen und Fallstricke interdisziplinäre Forschung aufweist.

Neben den Hauptvorträgen wurde ein breites Workshopangebot ermöglicht, wobei den Teilnehmenden in jedem der sechs Zeitslots drei bis vier verschiedene 90-minütige Workshops zur Auswahl

standen. Der Workshop *Fragebogen- und Testkonstruktion* von Stefanie Rach und Stefan Ufer wurde als zweiteiliger Workshop für 180 Minuten konzipiert. Die Teilnehmenden konnten über eine vor der Konferenz abgefragte Prioritätenliste ihr eigenes Programm aus allen Workshops zusammenstellen. In der Umsetzung konnten dann so gut wie alle Erstwünsche berücksichtigt werden. Eine Übersicht über das gesamte Workshopangebot findet sich in der Tabelle 1.

Ergänzend zum Informationsangebot konnten individuelle Beratungsformate in Anspruch genommen werden. Im Rahmen der Runden Tische konnten die Promovierenden ihr Projekt in einem kurzen Vortrag vorstellen und Feedback von anderen Teilnehmenden sowie einer ausgewiesenen Expertin bzw. einem ausgewiesenen Experten des jeweiligen Forschungsgebiets einholen. In Einzelberatungen bestand hingegen die Möglichkeit individuelle Fragen mit einer Expertin bzw. einem Experten informell zu diskutieren. Sowohl Runde Tische als auch Einzelberatungen wurden so stark nachgefragt, dass leider nicht allen Teilnehmenden das gewünschte Format angeboten werden konnte.

### Evaluation und Fazit

Basierend auf 53 eingereichten Rückmeldungen der Teilnehmenden wurde die diesjährige Nachwuchskonferenz insgesamt sehr positiv evaluiert.

Alle fünf Hauptvorträge würden von den Teilnehmenden auch für weitere Nachwuchskonferenzen

Tabelle 1. Workshopangebot der GDM-Nachwuchskonferenz 2022

Workshopslot I	Workshopslot II	Workshopslot III	Workshopslot IV	Workshopslot V	Workshopslot VI
Wissenschaftliches Schreiben <i>Academic Lab der Universität Leipzig</i>	Kategoriensysteme zur Aufgabenanalyse <i>C. Driike-Noe</i>	Wissenschaftlich Publizieren <i>R. Sträßler</i>	Interviewkonzeption und -durchführung <i>E. Rathgeb-Schnierer</i>	Grounded Theory <i>S. Rezat</i>	Objektive Hermeneutik <i>B. Brandt</i>
Fachwissenschaftliche Inhalte aus fachdidaktischer Perspektive <i>Y. Weiss</i>	Mixed Methods <i>B. Rott</i>	Regressionsbasierte Verfahren <i>S. Geisler</i>	Interpretative Unterrichtsforschung <i>U. Häsel-Weide</i>	Interaktionsanalyse <i>B. Brandt</i>	Qualitative Inhaltsanalyse <i>E. Brunner</i>
Beschreiben-Erklären-Vorhersagen: Passt mein Studiendesign zu meinem Erkenntnisinteresse <i>A. Lindmeier</i>	Beforschung digitaler Lernumgebungen <i>U. Kortenkamp</i>	Wissenschaftliche Vorträge halten <i>Academic Lab der Universität Leipzig</i>	Fragebogen- und Testkonstruktion – Teil 1 <i>S. Rach und S. Ufer</i>	Fragebogen- und Testkonstruktion – Teil 2 <i>S. Rach und S. Ufer</i>	Schreiben und Publizieren für die Promotion <i>A. Obersteiner</i>
–	Zeit- und Selbstmanagement <i>S. Schorcht</i>	Wissenschaftliches Recherchieren <i>Academic Lab der Universität Leipzig</i>	Rekonstruktion von Vorstellungen bei Schüler:innen und Studierenden <i>K. Lengnink</i>	–	Design Research im Großen und im Kleinen <i>B. Friedrich</i>

zen empfohlen werden ( $M = 4,5$  auf einer Skala von 1 – stimme nicht zu bis 5 – stimme voll zu, im Mittel über alle fünf Hauptvorträge). Am Workshopangebot schätzten die Promovierenden insbesondere die Verknüpfung von Theorie- und Praxiselementen sowie eine Diskussion dieser in Bezug auf das eigene Dissertationsprojekt. Aber auch die Möglichkeit, einen Blick über den sprichwörtlichen Tellerrand hinaus auf andere Forschungsmethoden zu werfen, wurde positiv hervorgehoben. Dies verdeutlichen die folgenden exemplarischen Rückmeldungen:

- Die Verzahnung von Theorie und Praxis mit R, Aufträgen und Videos war super. Insbesondere den Praxisteil hätte ich auch noch drei Stunden länger machen können. (Zu: Fragebogen- und Testkonstruktion, Stefanie Rach und Stefan Ufer)
- Frau Friedrich hatte sich auf alle unsere Fragen vorbereitet und hat diese mit uns diskutiert. Sie hat nur so viel Theorie vorgestellt, wie an dieser Stelle nötig war, sodass wir sehr viel Zeit hatten selber zu arbeiten. Aus dieser Arbeitsphase nehme ich neue Gedanken und mehr Klarheit zu meinem Projekt mit, die Vernetzung und Austausch mit anderen, und die persönliche Beratung von Frau Friedrich selbst, die in der Arbeitsphase für Fragen konkret zum eigenen Projekt verfügbar war. (Zu: Design Research im Großen und im Kleinen, Birte Friedrich)
- Ich werde vermutlich nicht selber mit Grounded Theory arbeiten, aber ich fand es sehr spannend

darüber zu lernen! Man hat gemerkt, dass das Thema Herrn Rezat am Herzen liegt und er hat uns mit seinem Enthusiasmus angesteckt. Er hat sehr viel zur Geschichte und Theorie von Grounded Theory erzählt, sodass man einen guten ersten Überblick bekommen hat, es gab aber auch Zeit praktisch zu arbeiten. (Zu: Grounded Theory, Sebastian Rezat)

Auch die Möglichkeit zur Vorstellung des eigenen Projekts im Rahmen der Runden Tische sowie der Einzelberatungen wurden von den Teilnehmenden als gewinnbringend eingeschätzt ( $M = 4,4$  für Runde Tische bzw.  $M = 5,0$  für Einzelberatungen auf einer Skala von 1 – stimme nicht zu bis 5 – stimme voll zu), wobei insbesondere die konstruktive Atmosphäre der Formate geschätzt wurde ( $M = 4,6$  für Runde Tische bzw.  $M = 5,0$  für Einzelberatungen auf einer Skala von 1 – stimme nicht zu bis 5 – stimme voll zu). Allerdings wurde der Wunsch geäußert, noch mehr Teilnehmenden die Vorstellung des eigenen Projektes im Rahmen eines Runden Tisches zu ermöglichen. Auf der diesjährigen Nachwuchskonferenz wurde im gewählten Format die maximale Anzahl Runder Tische im Hinblick auf die verfügbaren räumlichen und personellen Ressourcen ermöglicht. Für zukünftige Nachwuchskonferenzen empfiehlt es sich daher bei einer hohen Nachfrage nach Runden Tischen ggf. auf das Format der Nachwuchskonferenz von 2021 (Boomgaarden & Dreher, 2022) auszuweichen oder beide Formate zu kombinieren.



Hauptvortrag von Benjamin Rott und Besichtigung der Leipziger Modellsammlung des Mathematischen Instituts im Rahmen des Freizeitprogramms (Fotos: Jennifer Rothe)

Besonders positiv hervorgehoben von den Teilnehmenden wurde schließlich die Vernetzung untereinander, auch durch die Ermöglichung einer gemeinsamen Freizeit- und Abendgestaltung in den Räumlichkeiten der Konferenzstätte. Wir empfehlen diesen Austausch auch auf zukünftigen Nachwuchskonferenzen durch vom Organisationsteam bereitgestellte Angebote aktiv zu unterstützen.

Wir bedanken uns bei allen Expertinnen und Experten, die durch die Gestaltung von Hauptvorträgen und Workshops sowie Beratungen der Teilnehmenden maßgeblich zum erfolgreichen Gelingen der Nachwuchskonferenz 2022 beigetragen haben. Unser Dank gilt zudem der GDM sowie der Universitätsgesellschaft Leipzig, welche durch ihre Bezeichnung die Organisation einer kostengünstigen Konferenz für die teilnehmenden Provierenden ermöglicht haben.

Die nächste Nachwuchskonferenz findet vom 18. bis 22. September 2023 in Duderstadt statt. Organisation und Vorbereitung liegen beim Organisationsteam der Universität Hildesheim.

## Literatur

Boomgaarden, A., & Dreher, A. (2022). Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2021 in Freiburg. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 112, 50–52.

Felix Wlassak, Universität Leipzig  
E-Mail: [wlassak@math.uni-leipzig.de](mailto:wlassak@math.uni-leipzig.de)

Jennifer Rothe, Universität Leipzig  
E-Mail: [rothe@math.uni-leipzig.de](mailto:rothe@math.uni-leipzig.de)

Susanne Dögnitz, Universität Leipzig  
E-Mail: [doegnitz@math.uni-leipzig.de](mailto:doegnitz@math.uni-leipzig.de)

Silvia Schöneburg-Lehnert, Universität Leipzig  
E-Mail: [schoeneburg@math.uni-leipzig.de](mailto:schoeneburg@math.uni-leipzig.de)

Thomas Krohn, Universität Leipzig  
E-Mail: [krohn@math.uni-leipzig.de](mailto:krohn@math.uni-leipzig.de)

## Nachruf auf Ludwig Bauer

Fritz Haselbeck und Matthias Brandl



Professor em. Dr. Ludwig Bauer ist am 9. Juni 2022 im Alter von 76 Jahren in Wörth a. d. Donau verstorben. Er war von 1982 bis 2011 an der Universität Passau tätig.

Ludwig Bauers Ideen und Konzepte fanden in der Mathematikdidaktik nachhaltige Resonanz. Eine besondere Würdigung erfuhren seine Arbeiten

und Untersuchungen zum Interessensbegriff, zum Spannungsverhältnis zwischen Stoffstruktur und subjektiven Denkweisen, zur kognitiven Bedeutung mathematischer Verfahrensweisen, zu einer guten Aufgabekultur, zur Lernwerkstattarbeit im Sinne des Lernens mit Kopf, Herz und Hand, zu Methoden kreativer und spielerischer Lernformen, zu Dimensionen einer verantworteten Leistungsbewertung und in besonders ausgeprägter Weise zu didaktischen Themen der Unterstützung rechen-schwacher Kinder.

Ludwig Bauer hat mit seinen Gedankengängen überzeugt und angesteckt. Seine vorgelegten Konzepte einer souverän strukturierten Mathematiklehre, seine durchdachten Lernkonstrukte sowie seine aufhellenden Unterrichtsbeispiele zeugten von einer differenzierten, psychologisch vielseitig bedachten und versiert pragmatisierten Didaktik. In Anlehnung an Martin Wagenschein waren für Ludwig Bauers Didaktik-Verständnis Attribute wie „genetisch“, „sokratisch“ und „exemplarisch“ prägend. Angehende Lehrerinnen und Lehrer lernten bei Ludwig Bauer, diesen Dingen auf den Grund zu gehen, sie didaktisch, psychologisch und methodisch umsichtig zu betrachten und wertend zu erörtern.

Seine Leistungen als Fachdidaktiker und Persönlichkeit verdienen Respekt, Anerkennung und Wertschätzung.

Mit Ludwig Bauer verlässt eine Persönlichkeit die Mathematikdidaktik, die ein stabiles menschliches Wertefundament auszeichnete, das er genauso überzeugend wie vorbildlich konturiert gelebt hat. In angenehmer Weise präsentierte er eine offene entgegenkommende Art und ein Höchstmaß an respektvoller Haltung und Wertschätzung. Man spürte seinen intelligenten Blick für die Perspektive des Anderen; Toleranz, klar logisch entfaltetes, positiv gepoltes Denken und zielbestrebtes Handeln charakterisierten seine Alltagshaltung und Kommunikation mit seinen Mitmenschen. Diese Eigenschaften gaben Ludwig Bauer als Persönlichkeit und sozialer Partner charakterliche Substanz und Tiefe. Sein Name stand für Aufgeschlossenheit und Verantwortung, Gediegenheit und Solidarität, für reflektiertes Nachsinnen und geistige Tiefenschärfe ohne ablenkende Metaphorik.

In diesem Sinne hat er seine beruflichen Aufgaben im Dienst einer ernsthaften „didaktischen Maßgabe“ mit großem Engagement gestaltet, mit kreativen Ideen und mit einem überzeugenden persönlichen Standpunkt ausgestattet. Der Aspekt der disziplinvollen Selbstschulung in Zusammenhang mit vornehmer Höflichkeit äußerte zentrale Merkmale seiner Persönlichkeit. Prof. Ludwig Bauer hat für uns mit bleibender Wirkung wertvolle Maßstäbe gesetzt.

Fritz Haselbeck, ehemals Universität Passau  
E-Mail: [dr.haselbeck@web.de](mailto:dr.haselbeck@web.de)

Matthias Brandl, Universität Passau  
E-Mail: [matthias.brandl@uni-passau.de](mailto:matthias.brandl@uni-passau.de)

## Nachruf auf Heinrich Bauersfeld

Kerstin Gerlach (geb. Tiedemann)

Als Heinrich Bauersfeld 2012 in einem Interview gefragt wird, welche Wissenschaftler ihn in seiner Arbeit als Mathematikdidaktiker am stärksten beeinflusst hätten, ist seine Antwort klar: "I see, nearly all of them were 'travelers' among many departments (...)." (vgl. Karp und Roberts 2014, S. 52 f.). Bauersfelds Vorbilder waren Reisende zwischen Fakultäten, wissenschaftlichen Disziplinen und Communities. Sie haben Grenzen überschritten, neue und zunächst vielleicht fremdartige Ideen aufgegriffen und sie auf bereichernde Weise für das eigene Denken und Forschen genutzt. Als Beispiele für solche Reisenden nennt Bauersfeld Ernst von Glasersfeld, Niklas Luhmann und jenen Wissenschaftler, der ihn persönlich wie wissenschaftlich am meisten geprägt habe, Jerome Bruner.

Bauersfeld wird 1926 in Frankfurt am Main geboren, wo die Familie zunächst lebt, bevor sie in den frühen 1930er-Jahren nach Hannover zieht. Die Zeit des Nationalsozialismus erlebt Bauersfeld als Schüler. Er erlebt, wie seine Schule 1941 zum Militärkrankenhaus umfunktioniert wird und er selbst im Februar 1943 wie alle Jungen seines Jahrgangs als Flakhelfer eingesetzt wird. Bei den Angriffen auf Hannover im November 1943 wird die elterliche Wohnung komplett zerstört. Der 86-jährige Bauersfeld erinnert sich später, dass dabei nicht nur die umfangreiche Bibliothek seines Vaters, sondern auch seine eigenen Bücher vernichtet wurden (ebenda, S. 36).

Nach dem Krieg bleibt Bauersfeld in Hannover und studiert dort von 1946 bis 1951 das Lehramt für höhere Schulen mit den Fächern Mathematik, Physik und Chemie. 1954 wird er unter der Betreuung des Mathematikers Lothar Collatz mit einer Arbeit zum Thema „Zum Differenzenverfahren bei Anfangswertaufgaben partieller Differentialgleichungen 2. Ordnung in zwei abhängigen Veränderlichen“ an der Technischen Hochschule Hannover promoviert. Nach Stationen in Osnabrück und erneut Hannover folgt Bauersfeld 1966 einem Ruf an die Universität in seiner Geburtsstadt Frankfurt am Main.

In Frankfurt am Main erlebt er den Streit um die Mengenlehre an deutschen Grundschulen. Auf Grundlage eines Beschlusses der Kultusministerkonferenz aus dem Jahr 1968 wird sie als moderne Mathematik in den frühen 1970er-Jahren an Grundschulen eingeführt. Bauersfeld begleitet diese Re-

form von 1969 bis 1974 als Mitglied der Bildungskommission des Deutschen Bildungsrats und Vorsitzender des Ausschusses „Schulnahe Curriculumentwicklung“ ebenso wie als forschender und diskussionsfreudiger Professor. Im *Frankfurter Projekt* entwickelt er (anfänglich mit seinem Frankfurter Kollegen Weis) einen Lehrgang zur Mengenlehre samt Lehrwerk *alef* und erprobt beides vier Jahre lang in 40 hessischen Versuchsklassen. Als die Kritik an der modernen Mathematik lauter wird und der SPIEGEL 1974 auf seiner Titelseite provokant fragt, ob die Mengenlehre krank mache, meldet Bauersfeld sich in einem Interview zu Wort und wirbt dafür, der modernen Mathematik eine Chance zu geben: „Ein Rückfall in den alten Rechenunterricht wäre das Schlimmste, was uns passieren kann.“ (SPIEGEL vom 24. 3. 1974) Bauersfeld untermauert seine Position mit Ergebnissen aus dem Frankfurter Projekt, wonach die Rechenfertigkeit in den Versuchsklassen keinesfalls geringer sei als in den Klassen der Kontrollgruppe. Die Mengenlehre wird später trotzdem aus den Lehrplänen für die Grundschule gestrichen.

Mitten in der hitzigen Debatte um die Mengenlehre wechselt Bauersfeld 1974 an die Universität Bielefeld, wo er bis zu seiner Emeritierung 1993 bleiben wird. Er wird als einer der drei Gründungsdirektoren an das von der VW-Stiftung neu gegründete Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) berufen. Hier leitet er die Arbeitsgruppe „Kommunikation im Unterricht“ und widmet sich fortan ausschließlich der Forschung. Inhaltlich gerät nach dem individuellen Erwerb von Rechenfertigkeiten nun die soziale Dimension des Mathematikunterrichts in seinen Fokus. Die Bedeutungskonstruktion durch soziale Interaktion wird als eine von vier „hidden dimensions“ des Mathematikunterrichts zentraler Gegenstand seiner Arbeit (Bauersfeld 1980):

Instead, we saw as core problems the communication between teachers and students, with the failing of their mutual understanding and attributing of related consequences and reactions. (Karp und Roberts 2014, S. 46)

Bauersfeld fördert interaktionistische Ansätze und setzt die zentralen Impulse zur Entwicklung der noch heute lebendigen Interpretativen Forschung in der Mathematikdidaktik. Er kooperiert u. a. mit

Paul Cobb, einem Schüler von Glaserfelds, und beginnt, Interaktionsprozesse im Mathematikunterricht zu rekonstruieren: Wie konstruieren Lehrende und Lernende in alltäglicher Unterrichtsinteraktion gemeinsam und Schritt für Schritt mathematische Bedeutung?

Bauersfeld hat keine Schule gebildet und auch kein umfassendes Buch geschrieben. Er hat sich stattdessen in zahlreichen Vorträgen und Artikeln national und international zu Wort gemeldet und dabei nicht nur eine beeindruckende Bandbreite an Themen, sondern auch an Perspektiven geboten. Er war zeitlebens von der Funktionsweise unseres Gehirns begeistert, hat neurowissenschaftliche Forschungsergebnisse rezipiert, psychologische genauso wie soziologische Theorien zur Erforschung des Mathematikunterrichts genutzt:

Teaching and learning appeared as psychological *and* social events that come about in the subculture of a classroom. (ebenda)

Eine Integration psychologischer und soziologischer Sichtweisen hat Bauersfeld selbst nicht unternommen; er hat sich (und nachfolgende Forschende) nicht festgelegt. Er hat vielmehr das Feld für die noch junge Disziplin Mathematikdidaktik geöffnet. Und vielleicht liegt gerade darin die größte Leistung dieses Mathematikdidaktikers der ersten Stunde: Bauersfeld war offen für andere Disziplinen, Sichtweisen und Ideen. Er hat unterschiedliche Perspektiven aufgegriffen, aufeinander bezogen und nebeneinanderstehen lassen. Er hat Fragen gestellt und konnte es aushalten, nicht auf alles eine (einfache) Antwort zu haben. Er hat die Mathematikdidaktik zur Vielfalt ermuntert. Dieser Duktus macht die Lektüre von Bauersfelds wohlformulierten Texten noch heute vergnüglich und zu einer Bereicherung für alle, die in der Mathematikdidaktik forschen. Seine Texte sind eine Ermunterung, tradierte oder sich gerade erst bildende Grenzen immer wieder zu überschreiten: Was haben andere Disziplinen, Forschungsrichtungen und Forschungstraditionen beizutragen? Was können wir z. B. aus anderen Forschungsarbeiten lernen, wenn es darum geht, gelingende Unterrichtsgespräche zu gestalten? Was sind überhaupt gelingende Unterrichtsgespräche? Ob es um fragwürdige Interaktionsmuster im Unterricht (Bauersfeld 1978), um den unterrichtlichen Umgang mit Sachaufgaben (Bauersfeld 1991)

oder um Konsequenzen neurowissenschaftlicher Forschung für das Lehren und Lernen von Mathematik (Bauersfeld 2000) ging, Bauersfeld hat bei aktuellen mathematikdidaktischen Fragen jenseits von disziplinären Grenzen gelesen, geforscht und kommuniziert.

Spricht man heute mit ehemaligen Mitarbeitern und Studierenden von Bauersfeld, dann schimmert eine Besonderheit der Person früher oder später deutlich durch: Bauersfeld konnte begeistern. Er war ein brillanter Redner in Vorlesungen, persönlichen Gesprächen und wissenschaftlichen Vorträgen. Er war humorvoll und einnehmend. Er konnte Erforschtes, Gelesenes und Gedachtes auf charmante Weise zugänglich machen. Er las Zeitschriften aus aller Welt und nahm sich Zeit für ausführliche Diskussionen. Er war ein Formulierungskünstler und hatte ein fein ausgebildetes Gespür für theoretische Inkonsistenzen. Er ist als Wissenschaftler durch unterschiedliche Disziplinen, Gedankenwelten und Forschungsrichtungen gewandert.

Heinrich Bauersfeld war ein Reisender. Er starb am 1. Dezember 2022, seinem 96. Geburtstag.

## Literatur

- Bauersfeld, H. (2000). Neurowissenschaft und Mathematikdidaktik. In E. Begemann (Hrsg.), *Lernen verstehen – Verstehen lernen* (S. 147–168). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Bauersfeld, H. (1991). Sachaufgaben! Nichts als Ärger!? Gesprächsbrocken aus dem Lehrerzimmer oder Folgen des Eindeutigkeitsbestrebens. *Die Grundschulzeitschrift*, 42(5), 8–10.
- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 23–41.
- Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterverwartung. In H. Bauersfeld (Hrsg.), *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht* (S. 158–170). Hannover: Schroedel.
- Karp, A. & Roberts, D. L. (2014). *Leaders in Mathematics Education: Experience and Vision*. Rotterdam: Sense Publishers.

Kerstin Gerlach (geb. Tiedemann), Universität Bielefeld  
E-Mail: [kerstin.gerlach@uni-bielefeld.de](mailto:kerstin.gerlach@uni-bielefeld.de)

## Nachruf auf Walther L. Fischer

Thomas Weth



Am 27. 5. 2022 verstarb Herr Prof. Dr. Fischer im Alter von 91 Jahren. Herr Fischer studierte in den Nachkriegsjahren (von 1948 bis 1953) u. a. bei Nöbeling die Fächer Mathematik und Physik in Erlangen. Nach dem Referendariat und achtjährigem Gymnasialdienst wechselte er als Studienrat im Hochschul-

dienst ans Mathematische Institut der Universität Erlangen/Nürnberg, wo er 1968 zum Dr. rer. nat. mit einer Arbeit zu „CECHschen Cohomologien der Nachbarschaftsräume und ihrer Kompaktifizierungen“ promoviert und zum Akademischen Direktor ernannt wurde.

1972 wurde Fischer auf den neu geschaffenen Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik berufen, den er in der Folgezeit bis zu seiner Emeritierung 1998 aufbaute und zu einem festen Bestandteil der nordbayerischen Lehrerbildung etablierte.

Darüber hinaus hat er sich in großem Umfang am Aufbau der seinerzeitigen Erziehungswissenschaftlichen Fakultät beteiligt und an der Integration dieser gerade erst begründeten Fakultät in die Universität. Dazu zählten wenig geschätzte organisatorische Funktionen innerhalb der Fakultät wie etwa seine langjährige Tätigkeit als Liegenschaftsbeauftragter, wie aber auch die langjährige und hochwichtige Vertretung der Fakultät im Haushaltsausschuss der Universität. Auch die etwa um 1980 beginnende Einrichtung des Rechenzentrums der Fakultät und dessen unablässiger Ausbau lagen bis 1998 in den Händen von Professor Fischer. Sein wissenschaftliches Forschungsfeld war weit ange-

legt. Neben seinen didaktischen Themen widmete er sich beständig auch intensiv seinen mathematisch orientierten Forschungs- und Interessenschwerpunkten wie zum Beispiel „Geometrien mit Nachbarschaftselementen“, der „Theorie der Toleranzräume“ oder der „Mathematischen Sprachtheorie“.

Internationale Reputation erwarb sich Prof. Dr. Fischer insbesondere auf Grund seiner zahlreichen Veröffentlichungen und Tagungsbeiträge im In- und Ausland; so bereiste er zum Beispiel mehrfach im Rahmen von Vortragsreisen China, Japan und die Vereinigten Staaten. Seine vielfältigen Interessen werden u. a. deutlich in den zahlreichen Beirats- und Vorstandsmitgliedschaften bei zahlreichen wissenschaftlichen Vereinigungen, wie zum Beispiel der „Gesellschaft für Didaktik der Mathematik“, der „Internationalen Gesellschaft für Biometrik“, der „Japanese Society of Mathematical Education“ oder auch im „Centro Superiore di Logica e Scienze Compare“. Von 1991 bis 1998 war Prof. Dr. Fischer Mitglied des Instituts für anthropologisch-historische Bildungsforschung, wo er u. a. zu Themen der Kulturethologie wesentliche Beiträge publizierte. Besonders verbunden war er den Matreier Gesprächen, eine vom Konrad-Lorenz-Schüler Otto Koenig eingerichtete interdisziplinäre Forschungsgruppe.

Prof. Dr. Fischer erhielt 1991 das Bundesverdienstkreuz am Bande für „seine besonderen Verdienste und seinem weit überdurchschnittlichen und unablässigen Engagement in der universitären Selbstverwaltung, in der Wissenschaftsorganisation und in seinem erfolgreichen Bemühen um die Sicherung eines interdisziplinären Forschungsansatzes“.

Thomas Weth, Universität Erlangen-Nürnberg  
E-Mail: [thomas.weth@fau.de](mailto:thomas.weth@fau.de)

## Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

- *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, Universität Augsburg, Universitätsstraße 14, 86159 Augsburg. Tel.: 0821.598-2494 [reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de](mailto:reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de)
- *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641.99-32221, [katja.lengnink@math.uni-giessen.de](mailto:katja.lengnink@math.uni-giessen.de)
- *Kassenführer:* Prof. Dr. Torsten Fritzlar, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Philosophische Fakultät III – Erziehungswissenschaften, Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik, Franckeplatz 1, Haus 31, 06110 Halle (Saale). Tel. 0345.5523-880, [torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de](mailto:torsten.fritzlar@paedagogik.uni-halle.de)
- *Schriftführerin:* Prof. Dr. Daniela Götze, Technische Universität Dortmund, Fakultät für Mathematik, Lehrstuhl IEEM, Vogelpothsweg 87, 44227 Dortmund. Tel. 0231.755-7835 [daniela.goetze@math.tu-dortmund.de](mailto:daniela.goetze@math.tu-dortmund.de)
- *Geschäftsführung:* Karoline Haier, Tel. 0176.52758906, [geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de](mailto:geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de)
- *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
- *Homepage der GDM:* [www.didaktik-der-mathematik.de](http://www.didaktik-der-mathematik.de)

## Impressum

- Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Prof. Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Umschlagentwurf: Prof. Dr. Daniela Götze
  - Grafische Gestaltung: Christoph Eyrych, Berlin ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
- Der Bezugspreis der *GDM-Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

## Hinweise für Autor\*innen

---

### Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 30. 5. und der 15. 11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit der Herausgeberin bzw. dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

### Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgefordert, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten.

### Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte für freie Beiträge (Rubriken: Magazin, Diskussion) zunächst mit der Herausgeber\*in abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. Eine reine

Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2500 Anschläge (inklusive Leerzeichen). Für die anderen Rubriken gelten zum Teil andere Längenempfehlungen, die auf der Internetseite der Zeitschrift detaillierter angegeben sind (s. <https://tinyurl.com/mgdm-beitraege>). Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder  $\LaTeX$ -Files eingereicht werden, Abbildungen sind immer auch als separate Dateien einzureichen. Auf der Internetseite stehen für  $\LaTeX$  und WORD auch Manuskriptvorlagen zur Verfügung, die Sie bei der Längenabschätzung und den zu verwendenden Formatierungen unterstützen. Alle Beiträge werden von uns unabhängig vom Einreichungsformat anschließend professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als  $\LaTeX$ -File.

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die institutionelle Zugehörigkeit der Autor\*in (inkl. E-Mailadresse) ab – *bitte geben Sie am Ende des Manuskripts selbst unbedingt Ihren Namen, Ihre Institution und Ihre E-Mailadresse an.*

### Einreichung/Kontakt

Bitte reichen Sie Ihre Manuskripte bevorzugt online unter

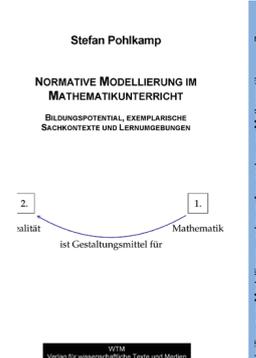
[ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/author/submit](https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/author/submit)

ein (einmalige Registrierung erforderlich) oder senden Sie alternativ Manuskripte an die Herausgeberin ([schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de](mailto:schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de)).





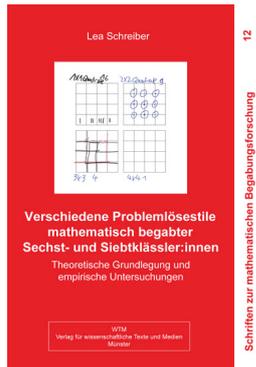
**A. Musan-Berning:** *Rechnen lernen mit der Kraft der kleinen Zahl. Zahlbegriffserwerb und Förderung von Kindern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung.* Band 5 der Reihe Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lernprozesse. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 330 Seiten, 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-239-3  
 Print: 54,90 €  
 ISBN 978-3-95987-240-9  
 E-Book: 49,90 €



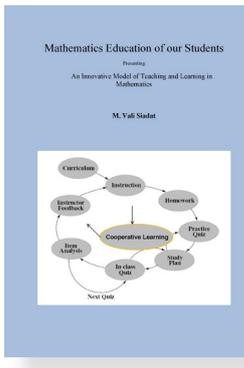
**S. Pohlkamp:** *Normative Modellierung im Mathematikunterricht. Bildungspotential, exemplarische Sachkontexte und Lernumgebungen.* Band 7 der Reihe Schriften zum Modellieren und Anwenden von Mathematik. Münster: WTM-Verlag 2022, ca. 340 S., 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-187-7  
 Print: 49,90 €.  
 (Kein E-Book lieferbar)



**A. Schlotterer:** *Vernetzung von schulischer und universitärer Mathematik in der Lehramtsausbildung für die Sekundarstufe I. Eine qualitative Studie zu schulbezogenem Fachwissen anhand der Konzepte „Äquivalenz“ und „Iteration“.* Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 360 Seiten, mit vielen farbigen Abbildungen, DIN A4.  
 ISBN 978-3-95987-215-7  
 Print: 94,90 €  
 ISBN 978-3-95987-216-4  
 E-Book: 85,90 €



**L. Schreiber:** *Verschiedene Problemlösestile mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler:innen. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen.* Band 12 der Reihe Schriften zur mathematischen Begabungsforschung. Münster 2022. Ca. 520 S., DIN A5. Erscheint Dezember 2022.  
 ISBN 978-3-95987-245-4,  
 Print: 59,90 €  
 ISBN 978-3-95987-246-1  
 E-Book: 54,90 €



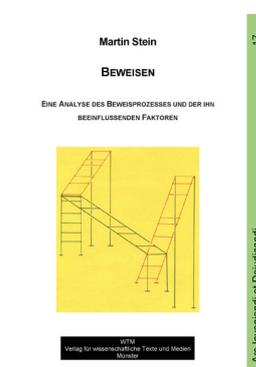
**M. Vali Siadat:** *Mathematics Education of our Students. Presenting An Innovative Model of Teaching and Learning in Mathematics.* Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 150 Seiten, DIN A5  
 ISBN 978-3-95987-231-7  
 Print: 29,90 €  
 ISBN 978-3-95987-232-4  
 E-Book: 27,90 €



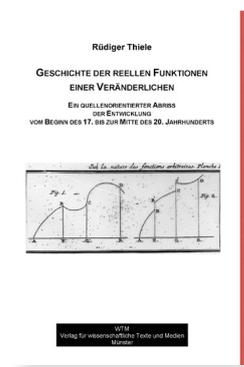
**M. Stein:** *Mathematik?? Wofür brauche ich das? Kopiervorlagen. Mathematische Anwendungsaufgaben mit Lösungshinweisen aus Ausbildung und Prüfung für die Berufe Industriemechaniker/-in, Konstruktionsmechaniker/-in, Maschinen- und Anlagenführer/-in, Metallbauer/-in, Techn. Produktdesigner/-in, Werkzeugmechaniker/-in, Zerspanungsmechaniker/-in.* Band 1 der Reihe Mathematik und Beruf. Münster 2022, 96 S. DIN A4.  
 Erscheint Dezember 2022



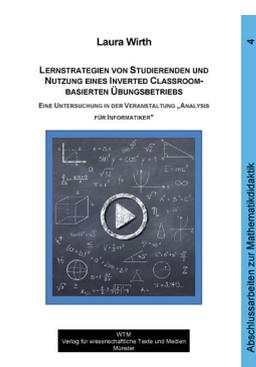
**M. Stein:** *Mathematik?? Wofür brauche ich das? – Lösungsband Mathematische Anwendungsaufgaben aus Ausbildung und Prüfung für die Berufe Industriemechaniker/-in, Konstruktionsmechaniker/-in, Maschinen- und Anlagenführer/-in, Metallbauer/-in, Techn. Produktdesigner/-in, Werkzeugmechaniker/-in, Zerspanungsmechaniker/-in.* Band 2 der Reihe Mathematik und Beruf. Münster 2022, 98 S. DIN A5. Erscheint Dezember 2022.  
 ISBN 978-3-95987-299-7,  
 Print: 17,90 €. Kein E-Book lieferbar



**M. Stein:** *Beweisen. Eine Analyse des Beweisprozesses und der ihn beeinflussenden Faktoren.* Band 17 der Reihe Ars Inveniendi et Dejudicandi. Münster: WTM-Verlag 2022. Ca. 380 S., 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-213-3  
 Print: 57,90 €  
 ISBN 978-3-95987-214-0  
 E-Book: 52,90 €



**R. Thiele:** *Geschichte der reellen Funktionen einer Veränderlichen. Abriss der Entwicklung vom Beginn des 17. bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts.* Band 10 der Reihe Geschichte der Mathematik und ihrer Didaktik. Münster: WTM-Verlag 2022. Erscheint Dezember 2022. Ca. 530 Seiten, 17 cm x 24 cm.  
 ISBN 978-3-95987-209-6  
 Print: 74,90 €  
 ISBN 978-3-95987-210-2  
 E-Book: 67,90 €



**L. Wirth:** *Lernstrategien von Studierenden und Nutzung eines Inverted Classroom-basierten Übungsbetriebs. Eine Untersuchung der Veranstaltung „Analysis für Informatiker“.* Band 4 der Reihe Abschlussarbeiten zur Mathematikdidaktik. Münster 2022, ca. 90 S.  
 ISBN 978-3-95987-244-7,  
 E-Book: 9,90 €.  
 Keine gedruckte Ausgabe