

MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



3.14159265358979323846
2643383279502884197169
3993751058209749445923
0781640628620899862803
4825342117067982148086
5132823066470938446095
5058223172535940812848
1117450284102701938521
1055596446229489549303
8196442881097566593344
6128475648233786783165
2712019091456485669234
6034861045432664821339
3607260249141273724587
0066063155881748815209
2096282925409171536436
7892590360011330530548
8204665213841469519415
1160943305727036575959
1953092186117381932611
7931051185480744623799
6274956735188575272489
1227938183011949129833
6733624406566430860213
9494639522473719070217
9860943702770539217176
2931767523846748184676
6940513200056812714526
3560827785771342757789



116

Februar 2024

Editorial: Vorweihnachtlicher Streifzug durch die Schule

Zum Zeitpunkt der Entstehung des Ihnen vorliegenden Heftes befanden wir uns in der Vorweihnachtszeit. Unser Ältester ist mittlerweile in Klasse 7 angekommen und die Mathematiklehrkraft hatte die Klasse bei „Mathe im Advent“ angemeldet. Leider hatten sich in der Klasse 7a lediglich elf Schülerinnen und Schüler für das Spiel angemeldet. Die Bereitschaft, sich freiwillig mit Mathematikaufgaben zu beschäftigen, schien nicht einmal bei der Hälfte der Klasse zu bestehen.

Die Aufgabe vom 9. 12. löste unter diesen elf Schülerinnen und Schülern allerdings eine großartige Diskussion aus. In der Aufgabe ging es um 100 verpackte Kartons, aber in nur einem Karton war ein Geschenk. Die anderen waren leer. Ein Weihnachtswichtel durfte sich einen Karton aussuchen und entschied sich für den Karton mit der Nummer 39. Somit blieben 99 weitere Kartons übrig. Anschließend wurden 98 sicher leere Kartons aussortiert und nur der Karton mit der Nummer 67 blieb übrig. Die Frage an die Schülerinnen und Schüler war, ob (a) der Wichtel nun tauschen oder (b) bei seinem gewählten Geschenk bleiben solle oder (c) ob der Wechsel eigentlich egal sei oder (d) ob nun klar ist, dass das Geschenk in keinem der beiden Kartons sein kann.

Sie merken direkt, dass es sich hierbei um eine Variante des „Ziegenproblems“ handelt. Für Kinder der siebten Klasse durchaus herausfordernd, wenn ich bedenke, wie meine Studierenden reagieren, wenn ich dieses Problem in der Vorlesung behandle. Häufig sind mehr als die Hälfte der Studierenden im Hörsaal der Meinung, es sei egal, ob man wechsle oder nicht. Unser Ältester war derselben Meinung. Schließlich läge die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen bei 50 %. Es war für mich daher ein großer Spaß, ihn an einen online verfügbaren Ziegenproblemsimulator zu setzen. Die anfängliche Verwunderung schlug nach einiger Zeit erst in Irritation („Hä?“) und dann in Überzeugung um: „Natürlich liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % das Geschenk im Karton 67.“ Mit diesem Wissen hat er anschließend seine Klassenkameraden im Rahmen einer Videokonferenz davon überzeugen wollen, dass die richtige Antwort in einem Wechsel des Kartons liegt. Zwischen den Kindern entstand eine hitzige Diskussion, denn nur unser Sohn war der Meinung, dass der Wichtel wechseln müsse. Alle anderen waren überzeugt, dass es egal sei. Das gemeinsame Betrachten der Ziegenproblemsimulation gepaart mit der Erklärung, dass die Wahrscheinlichkeit für ein Geschenk im Karton Nummer 67 nun bei 99 % liege, hat zumindest sechs Schülerinnen und Schüler schlussendlich überzeugt. Wunderbar, wie Mathe im Advent dazu ermuntert, mathematisch tätig zu werden, zu diskutieren und Lösungswege argumentativ zu vertreten.

Mein vorweihnachtlicher mathematischer Streifzug setzte sich in der darauffolgenden Woche allerdings etwas anders fort. Ich hatte ein Elterngespräch in der Grundschule, da unser Jüngster zum kommenden Schuljahr von der Grundschule an die weiterführende Schule wechselt. Als ich im Flur auf den Start meines Gesprächs wartete, fielen meine Blicke auf Bilder, die an Escher-Parkettierungen erinnerten. Als ich näher heranging, sah ich, dass es sich bei den erstellten Werken anscheinend wirklich um Escher-Parkettierungen handeln sollte. Die Betonung lag aber eher auf „sollte“. Zwar wurde die gleiche Grundform, die dem Kopf einer Katze ähnelte, immer wieder lückenlos aneinandergesetzt, anschließend hatten die Kinder aber jede Grundform in einer anderen Farbe angemalt oder mit Streifen und weiteren Verzierungen versehen. Die Idee der Parkettierung war also zerstört, stattdessen stand ich vor einer Wand mit bunten Katzenbildern. Ich fragte mich, was die Kinder dieser Kunstwerke auf die Frage, was sie typischerweise im Geometrieunterricht machen und lernen, geantwortet hätten. Erfahrungen zur Symmetrie haben sie in der Erstellung dieser Katzenbilder allerdings nicht gemacht. Ich erinnerte mich an mein Erlebnis, welches ich mit Ihnen im letzten Heft der *GDM-Mitteilungen* geteilt habe. Im Rahmen einer Hospitation bin ich dem „bunten Hund“ begegnet. Diesmal hatte ich eine Begegnung mit einer Wand voller „bunter Katzen“.

Von weiteren Erlebnissen dieser Art kann ich im Rahmen des Editorials zukünftig nicht mehr berichten. Dieses ist nun mein letztes Heft. Ich werde im Rahmen der kommenden Mitgliederversammlung die Schriftführung nach sechs Jahren abgeben (müssen). Ich durfte in dieser Zeit viele tolle Menschen kennenlernen und mit ihnen z. B. im Rahmen der Beitrags-einreichungen der *GDM-Mitteilungen*, im Beirat und im Vorstand zusammenarbeiten. Dafür möchte ich allen an dieser Stelle sehr danken! Es waren insgesamt 421 Artikel, die ich moderiert habe. Nicht alle sind in den *GDM-Mitteilungen* erschienen, aber ein Großteil. Ferner konnte ich Ihnen in diesem Editorial von persönlichen Erlebnissen berichten. Erinnern Sie sich noch an den Twentyfour-Adventskalender, die Homeschooling-Erfahrungen mit meinen Kindern, die mathematischen Witze, den Spaziergang mit dem bunten Hund, das Ziegenproblem bei Mathe im Advent ... Für das Zuhören und für die ein oder andere persönliche Rückmeldung danke ich Ihnen sehr!

Daniela Götze (Schriftführerin der GDM)

Inhalt

- 1 Editorial: Vorweihnachtlicher Streifzug durch die Schule
 4 Grußwort des 1. Vorsitzenden
- Digitales Lehren und Lernen**
- 6 *Nadine Böhme*
 Neue Wege kognitive Aktivierung zu lehren und zu lernen – Das Projekt KOSI
- 14 *Frederik Dilling, Kathrin Holten, Felicitas Pielsticker und Ingo Witzke*
 Aushandlungs- und Argumentationsprozesse fördern durch den Einsatz generativer KI-Sprachmodelle beim schulischen Mathematiklernen? Erste Einsichten und Perspektiven aus der Empirie
- 22 *Sebastian Schorcht, Lukas Baumanns, Nils Buchholtz, Judith Huget, Franziska Peters und Maximilian Pohl*
 Lernt die KI nun Sehen und Zeichnen? Chancen und Herausforderungen der Bildgenerierung und Bildinterpretation mit ChatGPT für die mathematikdidaktische Forschung
- Magazin**
- 30 *Lara Gildehaus, Anja Fetzer und Nicola Oswald*
 Mathematik und Gender & Diversity als Teil universitärer Lehrveranstaltungen – Überblick bestehender Angebote und Vernetzung
- 37 *Cathleen Heil und Silke Ruwisch*
 Einblicke in das Projekt RDopen – Open Educational Resources (OER) zur Vermittlung fachdidaktischer Kompetenzen zum räumlichen Denken in der Lehramtsausbildung
- 43 *Johannes Klaas, Frederik Dilling, Gero Stoffels und Ingo Witzke*
 Authentic Optimizing: School Co-Creation for STEM – Oder was der Supermarkt der Zukunft mit Mathematik zu tun hat
- 49 *Susanne Prediger, Christoph Selter, Daniela Götze, Svea Hallemann, Lars Holzäpfel, Annett Kreuziger, Hans Anand Pant und Bettina Rösken-Winter*
 QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln: Konzept des Zehnjahres-Programms von DZLM und KMK
- 61 *Stellungnahme von DMV, GDM und MNU*
 Lehrkräftemangel im Fach Mathematik – Ein Beitrag zu den Maßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels in den Bundesländern
- Diskussion**
- 72 *Antonella Perucca*
 Advertisement for mathematical competitions
- Aktivitäten**
- 73 *Malina Abraham, Ömer Arslan, Lisa Birk, Marco Böhm, Norbert Noster und Franziska Tilke*
 Neues aus der GDM-Nachwuchsvertretung
- 74 *Esther Brunner*
 Jahresbericht 2023 GDM Schweiz
- 76 Protokoll der Mitgliederversammlung der GDM am 10. 5. 2023
 80 Einladung zur Mitgliederversammlung im Rahmen der GDM-Tagung 2024

Arbeitskreise

- 81 *Leander Kempen und Michael Meyer*
Arbeitskreis: Argumentieren, Begründen und Beweisen – Der Startschuss
- 81 *Renate Motzer*
Arbeitskreis: Frauen, Gender & Diversity und Mathematik
- 84 *Kathrin Akinwunmi, Marei Fetzer, Daniel Walter und Gerald Wittmann*
Arbeitskreis: Grundschule
- 85 *Christine Bescherer, Stefanie Rach und Angela Schmitz*
Arbeitskreis: Hochschulmathematikdidaktik
- 86 *Franziska Strübbe, Tim Lutz und Katja Lengnink*
Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore
- 89 *Gabriella Ambrus, Benjamin Rott und Johann Sjuts*
Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn und Arbeitskreis: Problemlösen
- 93 *Tanja Hamann und Stefan Pohlkamp*
Arbeitskreis: Mathematik und Bildung
- 94 *Silke Neuhaus-Eckhardt und Daniel Sommerhoff*
Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Tagungsberichte

- 100 *Sebastian Geisler, Tanja Hamann, Thekla Kober und Karyna Umgelter*
Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2023

Personalia

- 102 *Thomas Rottmann*
Friedhelm Padberg
- 103 *Jens Holger Lorenz*
Nachruf auf Willi Schipper
- 104 Die GDM/Impressum

Grußwort des 1. Vorsitzenden

Was fällt Ihnen ein, dieses Vorwort zu lesen? Sind Sie überhaupt intellektuell in der Lage, meinen Ausführungen zu folgen?

Gut, dass war jetzt eine sehr plumpe Anmoderation meines heutigen Themas: Es soll um Höflichkeit gehen, um den kollegial-freundliche Umgang mit Kritik – und die Rolle von Selbstkritik. Wie gehen wir aktiv und passiv (!) mit Kritik um? Zum Glück ist das eigentlich kein großes Thema, die allermeisten von uns fühlen sich einem inklusiven, wertschätzenden Umgang verbunden. Aber leider gibt es dennoch Vorkommnisse, die mit diesen Werten nicht vereinbar sind. Deswegen möchte ich einige Beobachtungen hier thematisieren. Und dabei fange ich, etwas unhöflich, damit an, mit dem Finger auf Andere außerhalb unserer Gesellschaft zu zeigen: Es gibt Menschen, die in Blogs und Videokanälen kein gutes Haar an der Didaktik lassen. Wobei das noch milde gesagt ist: Teilweise wird gefordert, die Mathematikdidaktik abzuschaffen und die Didaktiker*innen für ihre Vergehen zu bestrafen. Wir als GDM sollten mit solcher Kritik angemessen umgehen. Auch Kritiker, die selbst jede Form von Anstand vermissen lassen, indem sie Kolleg*innen wegen (teilweise kleiner) Fehler ins Lächerliche ziehen, können in einzelnen Punkten interessante Anregungen geben und wir können daraus lernen. Gleichwohl sollten wir uns mit Kolleg*innen, die solchen Anfeindungen ausgesetzt sind, solidarisieren. Fehler passieren, auf sie hingewiesen zu werden ist wichtig. Meinungsverschiedenheiten können existieren und sollten zu einem Dialog führen, zu dem beide Seiten bereit sein müssen.

Unhöflichkeit gibt es aber nicht nur im Internet. Auch auf Tagungen kommt es – zum Glück sehr selten – vor, dass der Ton polemisch und aggressiv wird. Bei solchen Situationen sollten wir alle versuchen, mäßigend einzugreifen. Problematisch ist das insbesondere dann, wenn zwischen den Kontrahenten eines Disputs ein Machtgefälle herrscht. Unfaire Kritik an einer Nachwuchswissenschaftler:in auf einer befristeten Stelle kann mehr schaden als an einer etablierten Lehrstuhlinhaber:in. Sätze wie „Was sie machen, ist keine Wissenschaft.“ gehören nicht in das Vokabular verantwortungsvoller Didaktiker:innen – es sei denn, sie resultieren aus einer sehr gründlichen Auseinandersetzung mit dem kritisierten Ansatz.

Die Grenzen von Unhöflichkeit und unwissenschaftlicher Haltung können fließend sein, wie das

folgende Beispiel zeigt: In einer Publikation werden Ergebnisse berichtet, die mit einem Testinstrument erhalten wurden, das – so die Publikation – auf Nachfrage Kolleg:innen zur Verfügung gestellt wird. Wenn dann auf eine entsprechende Anfrage die Herausgabe verweigert wird mit dem Argument, das Anfragende sei eh nicht in der Lage, das Testinstrument sinnvoll zu verwenden, dann ist das von sparsamer Höflichkeit. Analoges gilt für Nachfragen zu Inhalten von Publikationen: Es gehört sich nicht, Diskussion zu verweigern mit dem Argument der/die andere müsse erst mal die Grundlagen des Fachs lernen.

Kritik kann gut sei! Ich bin jedenfalls allen, die mich fair und konstruktiv kritisiert haben, ausgesprochen dankbar. Umgekehrt habe ich auch Vieles kritisiert. Schlimmer noch, ich will es gleich wieder tun – und hoffe auf höfliche Kritik an der Kritik. Vieles vom Folgenden habe ich schon an anderen Stellen gesagt, es ist also nicht neu, aber trotzdem: Die Steuererklärung zwingt einen, das finanzielle Jahr nochmal zu durchleben, und so ähnlich veranstalte ich jetzt eine kollektive mathematikdidaktische Jahrzehntselbstkritikerklärung.

Die Kompetenzorientierung ist eine gute Idee, wer wollte daran zweifeln, aber haben wir sie auch umfassend gut umgesetzt? Ich denke nicht. Im Mühlwerk von Ministerien, Schulbuchautoren und Zwängen der Realität ist die gute Schreibtischidee ziemlich gerupft worden: Statt Argumentationen zu intensivieren werden sie trivialisiert oder gar unmöglich gemacht, weil die Begriffe so unscharf sind, dass man das Richtige nur fühlen kann. Der spezifische Charakter der Mathematik als beweisende Wissenschaft kommt so viel zu oft unter die Räder. Ähnlich ist es mit der Kompetenz des Modellierens: Viele Schulbuchmodellierungen sind so weit von jeder Realität entfernt, dass sie bestenfalls als Karikatur durchgehen. Aber die besser werdenden Noten bei breiterer Beteiligung an anspruchsvolleren Schulformen beweisen, dass die Lernenden damit umgehen können, sie können z. B. lernen, dass man im Abitur aus der Änderungsrate von $K\acute{\alpha}\tau\iota$ den Bestand an $K\acute{\alpha}\tau\iota$ durch Integration bestimmt. Aber sie nehmen nicht den Eindruck mit, dass Mathematik und mathemathikhaltige Fächer ein gewinnbringender und nützlicher intellektueller Genuss sind – sonst müssten die Studierendenzahlen in den Fächern andere sein. Bei einer Befragung von Erstsemesterstudierenden der Wirtschaftswissenschaften, ob sie denken, dass verschiedene Themen der

Schulmathematik für den von ihnen angestrebten Beruf relevant seien, hat alleine die Prozentrechnung halbwegs gut abgeschnitten. Dass Gleichungen, Standardabweichungen oder Integrale in den Wirtschaftswissenschaften relevant sein könnten, erscheint Studierenden auf Basis ihrer Erfahrung in der Schule aber nahezu ausgeschlossen.

Computer in der Mathematik – ein wunderbares Thema. Aber im Unterricht? Haben wir uns nicht viel zu sehr darauf konzentriert, Computer zu nutzen, um etwas einfacher zu machen, um Denken zu reduzieren, statt sie als Reflexionsanlass zu nehmen, um über Mathematik nachzudenken? Das fängt beim Taschenrechner an, der in den Naturwissenschaften selbstverständlich intensiv genutzt werden sollte, um Auswertungen zu machen, und der auch an vielen Stellen im MU sinnvoll eingesetzt werden kann, etwa dann, wenn tatsächlich authentisch modelliert wird, ansonsten aber eher ablenkt. Die Kritik trifft umso mehr den Einsatz von Computeralgebra. Damit Sie mich nicht falsch verstehen: Ich liebe Computeralgebra, seit ich vor 40 Jahren das Buch *Lisp* von Winston & Horn entdeckt habe. Aber die Anwendung von CAS in Schulen ist oft ernüchternd. Es kann ja nicht das Ziel sein, dass wir lehren, mit welchen Befehlen und Tastendrücken man sich das Denken erspart.

Bildung für nachhaltige Entwicklung wird von der Politik gefordert – und in der Tat kann die Mathematik dazu Spezifisches beitragen, nämlich methodisch eine kritische Diskussionskultur und inhaltlich Werkzeuge wie Optimierung, Regression und Faltungsintegrale – die allesamt im Lehrplan nicht oder in unbrauchbarer Form vorkommen. Wenn sich die Anwendung der Mathematik bei solchen wichtigen Themen aber auf Dreisatz beschränkt, braucht es einen nicht wundern, dass die Wirtschaftsstudierenden vor allem die Prozentrechnung schätzen.

Evidenzbasiert soll alles sein, und das ist wichtig, weil das Bauchgefühl doch auch oft trägt. Aber ist immer evident, was evident ist? Ich habe häufiger den Eindruck, dass die Generalisierbarkeit überschätzt wird, weil die Gebundenheit der Ergebnisse an nicht kontrollierte Einflüsse unterschätzt wird. Wir haben kaum aus der Replikationskrise der Psychologie gelernt. Empirische Forschungsrituale drängen manchmal in die falsche Richtung, etwa wenn man mit viel Mühe die Items eines Tests so optimiert werden, dass ein eigentlich unpassendes Modell verwendet werden kann. Langfristig hoch problematische Lehrmethoden wie die Fruchtalgebra werden von empirischen Ergebnissen gestützt: Was kurzfristig hilft, muss das langfristig noch lange nicht tun!

Es wäre naiv zu glauben, dass die Mathematikdidaktik ihre Ziele nur aus ihrem innerwissen-

schaftlichen Diskurs generiert. Die Bedeutung lokaler und globale Institutionen mit Interesse an Bildungsprozessen ist unübersehbar. Wichtig ist, dass die Mathematikdidaktik in Zusammenarbeit mit solchen Institutionen ihre eigenen Wertmaßstäbe, Güte, Kriterien und Ziele klar vor Augen hat. Die OECD etwa verfolgt eine Agenda, die nicht notwendig unsere sein muss. Im 2020 vorgestellten Bildungskompass 2030 etwa skizziert sie eine Zukunft des Lernens, in dem Wissen weniger wichtig wird. An vielen Stellen wird die Bedeutung von künstlicher Intelligenz hervorgehoben, und es wird betont, dass diese bei all ihren Entwicklungen nicht in der Lage sei, kreative Produkte hervorzubringen. Spätestens seit der Popularisierung generativer KI durch OpenAI und andere Firmen dürfte allgemein klar sein, dass dies eine naive Haltung war. Sie war auch schon zum Zeitpunkt der Veröffentlichung naiv, denn es lässt sich leicht beweisen, dass selbst mittelmäßige Didaktiker schon vor über zehn Jahren sich Gedanken gemacht haben, wie man das kreative Potenzial von Sprachmodellen Lernenden in der Schule so vermitteln kann, dass diese die Arbeitsweise solcher Systeme und die Bedeutung der Mathematik darin verstehen und Sprachmodelle selbst programmieren können. Noch problematischer ist aber, wenn aus empirischen Befunden kurzschlüssige Folgerungen gezogen werden, die dem didaktischen Konsens widersprechen. So kann man etwa lesen: „Wenn Mathematiklehrkräfte 15-jährige Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Lösungswege bei der Aufgabenbearbeitung wählen lassen oder Aufgaben in verschiedenen Zusammenhängen stellen, dann profitieren sozioökonomisch privilegierte Kinder und Jugendliche mehr von diesen Ansätzen als benachteiligte Lernende – mehr noch: Auf die Leistung dieser Schülerinnen und Schüler kann sich das sogar nachteilig auswirken.“

Wenn Sie diese Zeilen lesen, sind die mir heute noch unbekanntes PISA-Ergebnisse vermutlich schon wieder aus den Schlagzeilen der Medien verschwunden. Wir sollen die Studie und ihre Ergebnisse auf verschiedenen Ebenen gründlich und (selbst)kritisch reflektieren.

Die bevorstehende Jahrestagung in Essen wird Gelegenheit geben, all das zu diskutieren – höflich, selbstverständlich!

Reinhard Oldenburg
(1. Vorsitzender der GDM)

Neue Wege kognitive Aktivierung zu lehren und zu lernen – Das Projekt KOSI

Nadine Böhme

Einleitung

Das Anregen von Denkprozessen ist nicht nur ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts, sondern des Schulunterrichts im Allgemeinen. Schüler:innen sollen durch den Unterricht gepackt werden, sie sollen gedanklich abgeholt und herausgefordert werden (Barzel & Ebers, 2020). Basierend auf einem konstruktivistischen Lernkonzept ist für einen verständnisbasierten Mathematikunterricht die Förderung aktiver Konstruktionsleistungen der Lernenden zentral (Pauli et al., 2008). „Je aktiver und selbstmotivierter, je problemlösender und dialogischer, aber auch je bewusster und reflexiver Wissen erworben resp. (ko-)konstruiert wird, desto besser wird es verstanden und behalten (Transparenz, Stabilität), desto beweglicher kann es beim Denken und Handeln genutzt werden (Transfer, Mobilität) und desto bedeutsamer werden die mit dessen Erwerb verbundenen Lernerträge erfahren (Motivationsgewinn, Zugewinn an Lernstrategien, Selbstwirksamkeit)“ (Reusser, 2006, S. 159).

Um diese aktiven Konstruktionsleistungen bei den Lernenden zu erreichen, bedarf es eines geeigneten Aufgabenmaterials und einer Unterrichtsgestaltung, die Schüler:innen zu einer mentalen Auseinandersetzung einlädt (Fauth & Leuders, 2018). Ein so gestalteter Unterricht kann als kognitiv aktivierend bezeichnet werden. Gerade Aufgaben können Schüler:innen kognitiv aktivieren, wenn deren Bearbeitung von zielführenden Impulsen und Fragestellungen der Lehrperson begleitet werden. Unterrichtsgespräche bilden eine wichtige Facette des Berufs einer Lehrkraft, weswegen die Ausbildung von Kompetenzen zur Gesprächsführung angehenden Lehrpersonen gerade auch in der zweiten Phase der Lehrkräftebildung einen wichtigen Inhalt bildet (Friedrich, 2002).

Lehrpersonen benötigen methodische Fähigkeiten und professionelles Wissen, um diskursive Gespräche im Mathematikunterricht kompetent zu führen (Hahn et al., 2021). Diese Kompetenzen müssen in komplexen und dynamischen Situationen angewendet werden, wobei eine rein theoretische passive Auseinandersetzung nicht zielführend ist (Gerteis, 2009). Um neue Verhaltensweisen aktiv zu trainieren, gelten Rollenspiele als Standardmethode der verhaltenstherapeutischen Intervention (Fliegel et al., 1998). Rollenspiele sind eine spezielle Form einer simulationsbasierten Lernumgebung (Gartmei-

er et al., 2015). Im medizinischen Bereich sind diese bereits gängige Praxis in der Ausbildung (u. a. Lane et al., 2008; Stegmann et al., 2012), aber auch im Bereich der universitären Lehrkräftebildung wird sich ein Mehrwert von ihnen versprochen (Grossman et al., 2009). In einem Rollenspiel können Studierende verschiedene Rollen (z. B. Lehrperson, Schüler:innen, Beobachter:innen) einnehmen, wodurch unterschiedliche Lernerfahrungen ermöglicht werden. Nach Stürmer et al. (2021) kann die Rollenübernahme die Ausbildung von Handlungsrouinen auf Grundlage vorher erworbenen deklarativen Wissens befördern (Stürmer et al., 2021). Trotz ihrer Vorzüge sind Kommunikationstrainings in Form von Rollenspielen oftmals ressourcenintensiv und ermöglichen nicht ohne weiteres die Ausbildung einer großen Zahl von Studierenden (u. a. Gartmeier et al., 2015).

Im Folgenden wird mit *KOSI – Kognitiv aktivierende Gespräche im Mathematikunterricht digital simulieren* ein Projekt vorgestellt, dass durch digitale Selbstlerneinheiten Grundschullehrstuderende auf eine kognitiv aktivierende Gesprächsführung vorbereiten möchte. Kern der Selbstlerneinheiten bilden Dialogsimulationen, die als interaktive Übung ein echtes Gespräch mit einem Kind nachahmen. Im Folgenden werden ausgehend von Herausforderungen einer kognitiv aktivierenden Gesprächsführung im Unterricht das Projekt und der erwartete Mehrwert vorgestellt. Das Projekt wird im Rahmen des Programms „Fellowship für Innovationen in der digitalen Hochschullehre“ durch den Stifterverband und das Thüringer Wissenschaftsministerium gefördert.

Kognitive Aktivierung

Das Wirkmodell der Basisdimensionen von Unterrichtsqualität (Klieme et al., 2001; 2009) geht von der Annahme aus, dass die drei Basisdimensionen *emotional-konstruktive Unterstützung*, *kognitive Aktivierung* und *Klassenmanagement* für die Verarbeitungstiefe von Unterrichtsinhalten entscheidend sind. National und international konnte empirisch nachgewiesen werden, dass die drei Basisdimensionen sowohl mit der Leistung als auch der Motivation von Schülerinnen und Schülern zusammenhängen (u. a. Dietrich et al., 2015). Als kognitiv aktivierend kann ein Unterricht bezeichnet werden, „wenn er Lernende zum vertieften Nachden-

ken und zu einer elaborierten Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand anregt“ (Lipowsky, 2020, S. 93). Während die zwei Basisdimensionen emotional-konstruktive Unterstützung und Klassenmanagement eher als fachunabhängig angesehen werden können (Barzel & Ebers, 2020), kann die kognitive Aktivierung nicht unabhängig vom Fach betrachtet werden (Fauth & Leuders, 2018).

Zu beachten ist, dass eine Anregung zur kognitiven Aktivierung im Unterricht nicht zwangsläufig bedeutet, dass Schüler:innen auch tatsächlich kognitiv aktiviert werden. Nach dem Angebots-Nutzungs-Modell nach Helmke (2012) lassen sich Lernprozesse von außen nur bedingt steuern. Die Nutzung des Angebots ist u. a. auf der Seite der Lernenden von der Motivation, den Interessen und auch dem Vorwissen abhängig (Fauth & Leuders, 2018). Lernangebote können in Abhängigkeit von verschiedenen Faktoren unterschiedlich genutzt werden, jedoch können Lehrpersonen durch ihre Unterrichtsgestaltung die Wahrscheinlichkeit erhöhen, dass Lernprozesse angeregt werden. Aus dieser Perspektive spricht man oft nicht von „kognitiver Aktivierung“, sondern von Unterricht mit hohem „Potenzial zur kognitiven Aktivierung“ (Fauth & Leuders, 2018, S. 6). Die Frage ist nun, wie Lehrpersonen das Potenzial zur kognitiven Aktivierung ihres Unterrichts erhöhen können.

Kognitive Aktivierung ist keine klar definierte Methode per se (Fauth & Leuders, 2018). Es gibt vielmehr ein breites Repertoire an Möglichkeiten, kognitive Aktivitäten anzuregen, wobei einige im Folgenden vorgestellt werden (u. a. Barzel & Ebers, 2018; Fauth & Leuders, 2018; Lipowsky & Hess, 2019):

(1) Durch die *Wahl geeigneter Aufgaben* kann man das Potenzial zur kognitiven Aktivierung des eigenen Unterrichts erhöhen (Kleinknecht, 2010). Insbesondere *Aufgaben, die sich auf verschiedenen Wegen bearbeiten lassen*, werden als geeignet eingeschätzt, da auf diese Weise alle Lernenden auf ihrem persönlichen Niveau angemessen herausgefordert werden können (Lipowsky & Hess, 2019). Zudem sollten Aufgaben über die *Anwendung bloßer Routinen hinausgehen*. Die Lernenden sollten dabei angeregt werden, *Analysen unter Zuhilfenahme von Vorwissen durchzuführen, Wissensbausteine neu zu vernetzen sowie Entscheidungen zu treffen und Einschätzungen vorzunehmen*, wodurch der Bezug zu den Anforderungsbereichen II und III nach den Bildungsstandards deutlich wird (KMK, 2022). Zudem sollten Aufgaben nach Lipowsky und Hess (2019) *Widersprüche bewusstmachen und kognitive Konflikte* herbeiführen. Fauth und Leuders (2018) heben als Merkmale kognitiv aktivierender Aufgaben zusätzlich hervor, dass Aufgaben mehrere richtige Lösungen oder Lösungswege haben sollten und Bekanntes

auf neue Situationen angewendet werden sollte. Die Lehrperson kann durch *das systematische Variieren von Aufgaben(teilen)* und indem sie zur *Entdeckung von Regelmäßigkeiten* anregt zum kognitiven aktivierenden Potenzial ihres Unterrichts beitragen (Lipowsky & Hess, 2018). Im Mathematikunterricht sind hier die Entdeckerpäckchen ein typisches Beispiel, da hier Beziehungen und Muster entdeckt werden können (Anders, 2022; Wittmann & Müller, 2004).

Nach Barzel und Ebers (2020) muss nicht jede Aufgabe alle Bereiche abdecken oder stets die höchsten Anforderungen an die Kinder stellen, sondern es sollte das Niveau der Kinder erkannt und gezielt passende Denkprozesse angeregt werden. Mit der Wahl passender Aufgaben wird eine wichtige Voraussetzung für einen kognitiv aktivierenden Unterricht geschaffen; zugleich bedürfen sie der geeigneten Bearbeitung im Unterricht. Die Wichtigkeit der richtigen Einbettung von Lernangeboten wird beispielsweise durch die Ergebnisse der Frankfurter IGEL-Studie gestützt. Im Rahmen der Studie haben 54 Lehrkräfte gleiche Materialien (u. a. Aufgaben) zum Sachunterricht erhalten. Es zeigte sich, dass Kinder, die einen eher kognitiv aktivierenden Unterricht erfahren hatten, bessere Leistungen zeigten und motivierter waren (Fauth et al., 2014).

(2) Das *Unterrichtsgespräch* kann ebenfalls zur kognitiven Aktivierung beitragen. Das *Insistieren auf Erklärungen und Begründungen* (Lipowsky & Hess, 2018) wird oftmals als Merkmal kognitiver Aktivierung angegeben (u. a. Lotz, 2016). Im Unterrichtsgespräch sollte die Lehrperson die Lernenden zu Begründungen ihrer Aussagen und Vermutungen sowie Erläuterungen ihrer Antworten auffordern. Die Lernenden sollen angeregt werden, ihre Lösungen und Antworten kritisch zu reflektieren und allenfalls auch zu revidieren (Lotz, 2016). Es zeigen sich hier nach Hahn et al. (2020) Anknüpfungspunkte zur allgemeinen mathematischen Kompetenz des Argumentierens. Laut den Bildungsstandards für die Primarstufe sollen Schüler:innen zum Hinterfragen mathematischer Aussagen, dem Prüfen auf Korrektheit, dem Aufstellen von Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen und dem Formulieren von Begründungen und Nachvollziehen von Begründungen anderer angeregt werden (KMK, 2022). Im Unterrichtsgespräch spielen *auch kognitiv anregende Fragen* eine zentrale Rolle (Lipowsky & Hess, 2018). Fragen gelten als das häufigste unterrichtliche Element des Handelns von Lehrpersonen (Aschersleben, 1999). Fragen von Lehrpersonen, die über eine reine Wissensabfrage hinausgehen und zum Anwenden, Analysieren, Vergleichen, Verknüpfen und Bewerten auffordern, können Lernende kognitiv aktivieren (Lipowsky & Hess, 2018). Das kognitive Niveau der Frage beeinflusst da-

bei die Tiefe der Informationsverarbeitung (Levin, 2005). Auch indem die Lehrperson im Unterrichtsgespräch *Bezüge zwischen den Konzepten und Positionen der Lernenden herstellt*, kann sie zur kognitiven Aktivierung beitragen. Dies kann erfolgen, wenn Lernende aufgefordert werden, ihre Sichtweisen argumentativ zu vertreten und Positionen anderer Lernender zu vergleichen (Lipowsky & Hess, 2018). Auch indem die Lehrperson die *Lernenden anregt, sich selbst Fragen zu stellen*, können sie zur Überwachung des eigenen Denkens angeregt werden.

Herausforderungen in der kognitiven Aktivierung unter besonderer Berücksichtigung der Gesprächsführung

Aufgaben sollen kognitive Aktivitäten beim Lernen auslösen (Fauth & Leuders, 2018). 80 Prozent der Zeit im Mathematikunterricht verbringen Schüler:innen mit der Bearbeitung von Aufgaben (Pauli & Reusser, 2006). Die Qualität von Aufgaben im deutschen Unterricht wurde bisher eher punktuell untersucht (Fauth & Leuders, 2018). Jordan et al. (2008) zeigten anhand der Analyse von Aufgaben, die Lehrpersonen für die an den PISA-Erhebungen 2003 und 2004 beteiligten Schulklassen auswählten, dass der Anteil kognitiv aktivierender Aufgaben im Mathematikunterricht eher gering ist. Kommen Aufgaben mit Potenzial zur kognitiven Aktivierung zum Einsatz, werden sie oft reduziert eingesetzt, indem sie hinsichtlich ihrer Problemhaltigkeit verringert werden (Hiebert et al., 2003).

Gespräche geben dem Unterricht einen kommunikativen Rahmen (Haag, 2009). Nach Meyer (2011, S. 290) ist das Gespräch im Unterricht „die mit Abstand schwierigste und anspruchsvollste Unterrichtsmethode überhaupt“.

Wenn man das gegenwärtige Unterrichtsgespräch an Schulen betrachtet, zeigen sich verschiedene Problempunkte:

1. Eine Problematik ist das *Verhältnis des Redenanteils der Lehrperson zu dem Redeanteil der Schüler:innen*. Verschiedene Studien zeigen, dass Lehrpersonen zwei Drittel der Redebeiträge im Unterricht beanspruchen (u. a. Flanders, 1970; Lüders, 2003). Kognitiv aktivierende Unterrichtsgespräche setzen einen höheren Redebeitrag der Schüler:innen voraus, da sie beispielsweise Erkenntnisse beschreiben und begründen müssen (Fauth & Leuders, 2018).
2. Die *Dominanz des fragend-entwickelnden Unterrichts*, womit ein durch Fragen und Impulse der Lehrkraft oftmals sehr kleinschrittig geleitetes Unterrichtsgespräch gemeint ist (Haag, 2009), wurde auch als ein Grund für das mittelmäßige Abschneiden deutscher Schüler:innen in TIMSS

und dem ersten Durchlauf von PISA diskutiert (u. a. Klieme et al., 2001).

3. Die *Art der Fragen der Lehrpersonen* ist ein weiteres Problem des Unterrichtsgesprächs, da Analysen zeigen, dass nur 20 Prozent der Fragen von Lehrpersonen *Denkfragen* sind (Dubs, 2009). Es treten nach Hahn et al. (2021) bei Lehrpersonen oft Probleme auf, kognitiv aktivierende Fragen oder Impulse im Unterricht zu formulieren. Denkfragen regen zum eigenständigen Denken an, geben Problemstellungen vor und stellen die Schüler:innen vor neuartige Situationen. Bei PISA und TIMSS zeigten sich vor allem Defizite deutscher Schüler:innen bei der Bearbeitung von Aufgaben zum *Verstehen mathematischer Zusammenhänge* (u. a. Deutsches PISA-Konsortium, 2001; Prenzel & Allolio-Näcke, 2006). Diese Fähigkeit kann durch Denkfragen der Lehrkraft angeregt werden.

Diese genannten Probleme in der Gesprächsführung hängen eng miteinander zusammen, da ein fragend-entwickelnder Unterricht in Kombination mit wenig komplexen Fragen wie Wissensfragen (z. B. Was ergibt $5 + 3$?) oftmals auch anteilig geringe Redeanteile – sog. Ein-Wort-Antworten (Brauner & Prediger, 2018) – der Kinder erzeugt.

Trainings zur kognitiven Aktivierung

Tiefgründigere Auseinandersetzungen mit Aufgaben finden im Mathematikunterricht noch zu selten statt (Hahn et al., 2021). Eine Ursache hierfür liegt in Schwierigkeiten in der Gesprächsführung durch die Lehrkräfte (Steinweg, 2020). Um diskursive Gespräche im Mathematikunterricht kompetent zu führen, müssen (angehenden) Lehrpersonen Kompetenzen zur Gesprächsführung vermittelt werden (Hahn et al., 2021). Es gibt verschiedene Lernsettings, wie (angehenden) Lehrkräften Techniken der Gesprächsführung vermittelt werden (u. a. Quittenbaum, 2016; Weil et al., 2020). Man findet u. a. folgende Ansätze:

- Studierende werden aufgefordert, Unterricht mit spezifischen Gesprächstechniken zu *planen*, am Lernort Schule *durchzuführen* und die Umsetzung im Anschluss zu *reflektieren* (u. a. Quittenbaum, 2016).
- Es kommen *Videovignetten* für die Vermittlung von Gesprächstechniken zum Einsatz (u. a. Weil et al., 2020). Die Analyse von Videos kann eine wirksame Methode sein, da sie „a vivid second-hand experience“ (Gartmeier et al., 2015, S. 447) ermöglicht. Videos sollten in Verbindung mit Aufgaben eingesetzt werden, die zu einer tiefgreifenden Analyse des präsentierten Materials anregen (Berkhof et al., 2011; Seidel et al., 2013).

- *Rollenspiele* sind nach Metaanalysen ein effektives Mittel für die Ausbildung professioneller Kommunikationskompetenzen (u. a. Lane & Rolnick, 2007). Bei Rollenspielen absolvieren zwei oder mehr Personen ein vorher definiertes Szenarium in festgelegten Rollen, während sie von anderen Personen beobachtet werden. Anschließend wird die Szene basierend auf den Erfahrungen und den Rückmeldungen durch die Beobachtenden und die Ausbildenden reflektiert (Gartmeier et al., 2015).

Auch das Teilprojekt *Methodentraining für effektives Unterrichten* (Hahn et al., 2021; Kaufhold et al., 2019) verfolgt das Ziel, ein Training in Präsenz zu entwickeln, mit dem Lehramtsstudierende professionelles Lehrpersonenhandeln zur Gesprächsführung für Phasen eines kognitiv aktivierenden Mathematikunterrichts einüben können. Hierfür kommen textbasierte Fallvignetten zum Einsatz. Zusätzlich wird ein Handlungstraining in Form von Rollenspielen entwickelt, indem im Sinne des Peer-Teachings Studierende in Kleingruppen genau definierte Rollen mit vorbereiteten Antworten einnehmen. Die Rollenspiele haben eine gestufte Schwierigkeit. Innerhalb der Trainingseinheiten wird sich an den Lehrtätigkeiten nach Thiele (1981) als Techniken kognitiv aktivierender Gesprächsführung orientiert. Das Teilprojekt wurde im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung von 2016–2023 gefördert (Gesamtprojekt: QUALITEACH).

Lehrtätigkeiten zur Gesprächsführung

Thiele (1981) hat eine Reihe hilfreicher Lehrtätigkeiten zur Gesprächsführung herausgearbeitet. Der Begriff „Lehrtätigkeit zur Gesprächsführung“ wird von Achtenhagen (1973) definiert als „geplante oder spontan vollzogene kurzfristige Einwirkung auf den Schüler, die dessen Aktivitäten bei der Lösung von Aufgaben in Gang setzen, antreiben und steuern sollen“ (S. 171). Lehrtätigkeiten sind als „Element“ der Gesprächsführung zu deuten, aus denen Impulse oder Fragen für das Unterrichtsgespräch abgeleitet werden können.

Im Folgenden soll als Ausgangspunkt eine Aufgabe zu Entdeckerpäckchen genutzt werden. Entdeckerpäckchen, schöne Päckchen oder Päckchen mit „Pfiif“ sind ab der ersten Klasse in besonderer Weise geeignet, Zahlbeziehungen und operative Veränderungen zu erarbeiten und Rechengesetze ins Bewusstsein zu rücken (Anders, 2022; Wittmann & Müller, 2004). Bei dem Entdeckerpäckchen der Beispielaufgabe (vgl. Abb. 1) können die Kinder das gleichsinnige Verändern bei der Subtraktion erkennen. Wenn man sowohl den Minuenden als auch den Subtrahenden um die gleiche Zahl vergrößert oder verkleinert, bleibt die Differenz gleich.

Rechne aus! Was fällt dir auf? Erkläre!

$$8 - 5 =$$

$$7 - 4 =$$

$$6 - 3 =$$

$$5 - 2 =$$

$$4 - 1 =$$

Abbildung 1. Entdeckerpäckchen (eigene Darstellung)

Im Folgenden werden beispielhaft die Lehrtätigkeiten nach Thiele (1981) *Nachhaken*, *Akzentuieren*, *Problematisieren* und *Erklären/Begründen lassen* kurz darstellt und mit Bezug auf die gewählte Aufgabe zu Entdeckerpäckchen konkretisiert (vgl. Abb. 1).

Problematisieren meint nach Thiele (1981) alle Äußerungen, bei denen die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern eine bestehende Wissenslücke, die durch eine schwierige Frage, eine ungelöste Aufgabe, eine Unstimmigkeit, einen Widerspruch, eine Unsicherheit oder eine Meinungsverschiedenheit ausgelöst wurde, aufzeigt und einen möglichst selbstbestimmten Lösungsprozess unterstützt. Problematisieren lässt sich besonders durch den Einsatz problemauslösender Impulse umsetzen. Bezogen auf die Ausgangsaufgabe kann eine Frage zum Problematisieren Folgendes bedeuten: Das Kind äußert als Auffälligkeit, dass die Differenz immer gleich ist. Die Lehrperson könnte darauf antworten: „Aber das sind doch alles unterschiedliche Aufgaben, wie kann das dann sein?“ Durch diesen scheinbaren Widerspruch, es sind alles unterschiedliche Aufgaben, sie haben aber die gleiche Differenz, soll das Kind zum Nachdenken über die Aufgabenveränderung angeregt werden.

Nachhaken meint, dass die Lehrperson die Schülerinnen und Schülern unmittelbar nach der Antwortgebung „zu weiteren Äußerungen, mehr Informationen, durchdachteren Antworten im Zusammenhang mit dem ersten Beitrag“ (Thiele, 1981, S. 94) auffordert. Mit dem Nachhaken wird die allgemeine Absicht verfolgt, die Lernenden bei der sprachlichen wie auch sachlichen Präzisierung eines an sich richtig gefassten Gedankenganges zu unterstützen. Bezogen auf das Ausgangsbeispiel könnte das Kind sagen, dass sich die Aufgaben immer um 1 unterscheiden. Das Kind hat damit eine Auffälligkeit benannt, die aber noch nicht genug konkretisiert wurde. Die Lehrperson könnte dann zum Nachhaken fragen: „Wie meinst du das, dass sie sich um 1 unterscheiden? Kannst du das am Aufgabenbeispiel verdeutlichen, um mir zu erklären, was du meinst?“

Akzentuieren meint alle Lehrtätigkeiten, „durch die der Lehrer zum Ausdruck bringt, daß bestimmte Gesprächsbeiträge, Teilaspekte von Gesprächsbei-

trägen oder bestimmte Informationen eine besondere Bedeutung für den Fortgang des Gespräches und die Weiterentwicklung eines Gedankenganges haben“ (Thiele, 1981, S. 97). Durch die gezielte Lenkung der allgemeinen Denkrichtung macht die Lehrperson die Lernenden auf wichtige Informationen aufmerksam. Nachdem zum Beispiel bereits ein Kind geäußert hat, dass sich die Aufgaben um 1 unterscheiden, aber die nächsten Antworten der Kinder sich wieder auf die gleiche Differenz der einzelnen Subtraktionsaufgaben fokussieren, könnte die Lehrperson zum Akzentuieren sagen: „Vorhin hat Tim schon auf eine Auffälligkeit bei den Aufgaben bezüglich des Minuenden (der ersten Zahl) und Subtrahenden (der zweiten Zahl) hingewiesen. Wie verändern sich diese Zahlen von Zeile zu Zeile?“ Durch diese Anmerkung der Lehrperson können die Schüler:innen wieder auf einen wichtigen Aspekt hingewiesen werden, der die gleichen Differenzen begründet.

Erklären und Begründen lassen meint nach Thiele (1981) Denkvorgänge, bei denen „die Ursache eines Ereignisses oder eines Zustandes (kausaler Zusammenhang), das Motiv einer Handlung, die Bedingungen für Verallgemeinerungen, Interpretationen, Folgerungen (konditionaler Zusammenhang) und die Beziehung zwischen Fakten, Ereignissen, Handlungen, Zuständen oder Folgerungen erkannt oder begründet, bewiesen, mit Daten belegt werden“ (S. 102). Bezogen auf die Aufgabe könnte ein Kind sagen, dass sich die Aufgaben immer zeilenweise um 1 verändern. Eine Äußerung der Lehrperson, die dem Erklären und Begründen lassen zu zuordnen wäre, ist: „Warum entsteht trotzdem das gleiche Ergebnis, obwohl sich die Zahlen in den Aufgaben verändern?“

Zielsetzung des Projekts KOSI

Ausgehend von der dargestellten Bedeutung der kognitiven Aktivierung für den Unterricht (u. a. Fauth & Leuders, 2018) und den hohen Anforderungen einer kognitiv aktivierenden Gesprächsführung an die Lehrkräfte (u. a. Haag, 2009) sollen im Rahmen des Projekts *KOSI – Kognitiv aktivierende Gespräche im Mathematikunterricht digital Simulieren* digitale Selbstlerneinheiten entwickelt werden, die Studierende auf kognitiv aktivierende Gespräche mit Kindern u. a. durch Dialogsimulationen vorbereiten. Die Dialogsimulation stellt dabei eine interaktive Übung dar, die ein echtes Gespräch mit einem Kind imitiert und als verzweigtes Szenario konzipiert wird. Jede Entscheidung i. S. der Auswahl einer weiteren Frage, einer Reaktion oder eines Impulses des Studierenden hat dabei Konsequenzen für den weiteren Gesprächsverlauf. Basis der Dialogsimulation bilden vorbereitete Antworten von Schü-

lerinnen und Schülern, auf die Studierende eine passende Reaktion der Lehrkraft auswählen müssen, zu dieser Auswahl ein Feedback erhalten und daran anschließend wieder eine zu ihrer Auswahl passende Reaktion der Schülerin oder des Schülers bekommen.

Aufbau der Selbstlerneinheiten

Die digitalen Selbstlerneinheiten mit Dialogsimulationen sollen dabei im Lernmanagementsystem Moodle folgendermaßen aufgebaut sein:

1. Im Sinne des Constructive Alignment werden den Studierenden zu Beginn die *Kompetenzziele* für das Selbstlernmodul transparent gemacht (Wunderlich, 2016).
2. Wie bereits Fauth und Leuders (2018) dargestellt haben, sind sowohl die Aufgaben als auch die Unterrichtsführung i. S. einer Einbettung der Aufgaben für einen kognitiv anregenden Unterricht zentral. Daher schließt sich an die Kompetenzziele ein *theoretischer Input* zu den Grundlagen zur kognitiven Aktivierung und einer entsprechenden Gesprächsführung sowie zur gewählten Mathematikaufgabe an.
3. In einem *Anwendungsbereich* müssen die Studierenden selbst durch entsprechende Übungen das kognitive Potenzial der fokussierten Mathematikaufgabe durchdringen. Hierzu werden verschiedene Formate von H5P genutzt, um das Lernmaterial interaktiv und ansprechend zu gestalten. Die Studierenden müssen das kognitiv aktivierende Potenzial der Aufgabe zunächst selbst verstehen, damit sie im Anschluss in der Gesprächssimulation gezielt Impulse/Fragen auswählen können.
4. Im Anschluss absolvieren die Studierenden die *Unterrichtsgesprächssimulationen*. Hierzu wird zur vorher thematisierten Aufgabe ein Unterrichtsgespräch mit einem Kind simuliert. Es wird zuerst eine Zielstellung des Gesprächs definiert, wobei den Studierenden mitgeteilt wird, welche Erkenntnis das Gespräch bei dem Kind erreichen soll. Das Gespräch beginnt mit einer Frage der Lehrperson, auf die anschließend die Antwort des Kindes eingeblendet wird. Dann erhalten die Studierenden mehrere vorbereitete Impulse/Fragen, von denen sie eine auswählen müssen, um möglichst im Sinne der vorher erarbeiteten kognitiv aktivierenden Gesprächsführung auf die Aussage des Kindes zu reagieren. Im Anschluss wird ein kurzes Feedback zur ausgewählten Reaktion eingeblendet, im Sinne, ob diese Reaktion hinsichtlich der kognitiven Aktivierung geeignet war oder nicht. Die Entscheidung, die innerhalb des Gesprächsszenari-

os getroffen wird, bestimmt dabei darüber, welche Schüler:innenantwort als Nächstes angezeigt wird. Je nach ausgewählter Antwort der Studierenden wird eine andere, dazu passende Reaktion des Kindes eingeblendet. Die Dialogsimulationen werden mittels des H5P-Typs Branching Szenario in Moodle umgesetzt.

5. Am Ende der Selbstlerneinheit wird es noch einen *Abschlusstest* geben, damit die Studierenden prüfen können, ob sie die zuvor definierten Kompetenzziele erreicht haben.

Erwarteter Mehrwert

Vorteile der Lehrinnovation im Allgemeinen und der enthaltenen Dialogsimulation im Besonderen sind:

1. Erfahrungen im eigenen Unterrichten wie beispielsweise in Schulpraktika werden von Studierenden als sehr komplex und herausfordernd beschrieben (Grossman et al., 2009). Gerade in frühen Phasen der Professionalisierung benötigen Studierende Unterstützung, um die Komplexität der beruflichen Anforderungssituation auf relevante Aspekte zu reduzieren und mit einzelnen professionellen Wissensbeständen verknüpfen zu können. Im Rahmen der Selbstlerneinheiten von KOSI werden die realen Praxisanforderungen in ihrer Komplexität reduziert, indem sie sich auf ausgewählte Aspekte des Anforderungsspektrums einer Lehrperson im Unterricht beziehen und diese repräsentieren (hier: kognitiv aktivierende Gespräche). In der Dialogsimulation wird durch das Feedback zur gewählten Lehrpersonenäußerung immer wieder ein Bezug zur Theorie hergestellt.
2. Simulationsbasierte Lernumgebungen sind eine besondere Form der Annäherung an die Praxis („Approximations of practice“; Grossman et al., 2009). Insbesondere in der Lehrkräfteausbildung werden sie empfohlen, um die Kompetenzen der angehenden Lehrkräfte zu fördern (Kron et al., 2022).
3. Es gibt bei der Förderung kommunikativer Kompetenzen von (angehenden) Lehrkräften verschiedene Ansätze und Trainings (u. a. Hahn et al., 2021). Digitale Dialogsimulationen, die eine Entscheidung zwischen verschiedenen Optionen verlangen und jeweils darauf abgestimmte Antworten sowie Feedback anbieten, wurden zur Vorbereitung von Lehramtsstudierenden auf Unterrichtsgespräche bisher basierend auf einer umfangreichen Recherche noch nicht genutzt. Durch eine begleitende Evaluation soll aufgrund des neuartigen Ansatzes die Akzeptanz und Wirksamkeit der Dialogsimulationen überprüft werden.
4. Im Vergleich zu der Analyse von text- oder videobasierten Fallvignetten hat die Dialogsimulation als Teil der digitalen Selbstlerneinheit den Vorteil, dass die Studierenden auf die Äußerungen des Kindes reagieren müssen. Trotz hoher Standardisierung sind die Studierenden aktiv in die Situationen involviert und das weitere Geschehen hängt von ihren Reaktionen ab (Heitzmann et al., 2019). Das Wissen aus Rollenspielen entspricht nach Havers (1998) besser dem professionellen Wissen von Lehrpersonen als die bloße Rezeption und Reflexion von Fällen. Die Dialogsimulation wird als Form eines digitalen Rollenspiels angesehen. Selbstverständlich kann die Simulation eine Praxiserfahrung nicht ersetzen, sie entlastet die Studierenden jedoch vom unmittelbaren Handlungsdruck, dem sie im realen Unterricht ausgesetzt sind. Havers (1998) fasst drei Vorteile von Rollenspielen zusammen, die auch auf die Dialogsimulationen als Teil der Selbstlerneinheit übertragbar sind. *Erstens* lassen sich Rollenspiele so vorbereiten und strukturieren, dass wichtige Aspekte des Verhaltens von Schülerinnen und Schülern sowie Lehrpersonen sichtbar werden. Durch die digitale Gestaltung kann man verschiedene Gesprächspfade vorstrukturieren. Man kann eine ideale Folge von Antworten definieren oder auch einen Gesprächsabbruch, was meint, dass die Auswahl der Studierenden unpassend war und das Gespräch danach nicht mehr kognitiv aktivierend ist. Dies kann beispielsweise passieren, wenn die fokussierte Erkenntnis des Gesprächs von der Lehrperson vorweggenommen wurde. Des Weiteren können auch verschiedene Gesprächsschleifen integriert werden. Eine Schleife kann entstehen, wenn nicht die ideale, aber eine passende, vielleicht noch unvollständige Reaktion der Lehrperson gewählt wurde, die noch weitere Fragen an das Kind notwendig macht, um es zur gewünschten Erkenntnis zu bringen. *Zweitens* sind Rollenspiele meist kurz, sodass der Fokus auf spezifische Inhalte gelegt werden kann (Havers, 1998). Es wird keine ganze Unterrichtsstunde simuliert, sondern nur die Phase des Gesprächs, die zu einer spezifischen Erkenntnis führen soll. *Drittens* können die Studierenden nach Havers (1998) bei Rollenspielen Fehler machen, ohne dass sich daraus Nachteile auf Seite der Schüler:innen oder Lehrpersonen ergeben. Wenn eine Lehrperson im realen Unterrichtsgespräch auf eine Antwort nicht entsprechend reagiert, dann ist oftmals eine Chance vertan, die Schüler:innen kognitiv zu aktivieren. In der Dialogsimulation erhalten die Studierenden eine entsprechende Rückmeldung und können den Dialog noch einmal beginnen und sich anders

entscheiden, was in der Realität nicht möglich ist.

5. Simulierte onlinebasierte Rollenspiele sind aufgrund ihrer vergleichsweise ökonomischen Realisierbarkeit für die hochschulische Lehrkräftebildung eine wichtige, ökologisch valide Lernressource für den Aufbau professioneller Kompetenzen (Stürmer et al., 2021). Empirische Befunde zu ihrer effektiven Gestaltung und ihrer Wirksamkeit sind jedoch rar (Seidel et al., 2013), wodurch sich ein Entwicklungs- und Forschungsbedarf ergibt.
6. Es wird in der Dialogsimulation eine reale Unterrichtskommunikation nachgezeichnet, aber die Studierenden haben Zeit die passende Reaktion begründet in Bezug auf die theoretisch vermittelten Inhalte auszuwählen. Diese Möglichkeit gibt es in echten Unterrichtssituationen nicht, da die Studierenden dann sofort reagieren müssen.
7. Wenn die Studierenden eine Auswahl getroffen haben, bekommen sie ein kurzes Feedback zu ihrer Wahl einer Lehrpersonenreaktion. Das Feedback an die Studierenden bzgl. ihrer Auswahl mit Rückbezug auf die theoretischen Inhalte ermöglicht ein vertieftes Verständnis basierend auf der „realen“ Erfahrung in der Dialogsimulation.

Ausblick

Im Rahmen des Projekts sollen mindestens zwei Selbstlerneinheiten entwickelt und mindestens eine evaluiert werden. Zielstellung der Evaluation ist es herauszufinden, wie die Studierenden die Materialien hinsichtlich ihrer Nützlichkeit bewerten. Zusätzlich soll der Lernerfolg mittels einer Erhebung im Prä-Post-Test-Design untersucht werden.

Falls sich positive Effekte sowohl bezogen auf die Akzeptanz als auch den Lernerfolg zeigen, wäre ein Transfer des Konzepts der digitalen Selbstlerneinheiten mit Dialogsimulationen einerseits auf andere Unterrichtsfächer als Vorbereitung der Studierenden auf die fachspezifische Gesprächsführung möglich. Andererseits könnten Erfahrungen des Projekts KOSI auch auf andere Gesprächssituationen übertragen werden. Es gibt in der Medizin Ansätze, kommunikative Kompetenzen onlinebasiert mittels Videos auszubilden. Beispielsweise werden im Projekt *voLeA* virtuelle, videobasierte Module in Moodle zum Training kommunikativer Kompetenzen in Gesprächen mit Patientinnen und Patienten entwickelt, die in die Ausbildung von Medizinstudierenden integriert werden sollen (Schick et al., 2020). Digitale Dialogsimulationen könnten die in Entwicklung befindlichen Angebote ergänzen.

Literatur

- Achtenhagen, F. (1973). *Wörterbuch der Schulpädagogik*. Herder.
- Anders, K. (2022). Entdeckerpäckchen. Mit Entdeckerwerkzeugen Entdeckerpäckchen untersuchen und erfinden. *Grundschule Mathematik*, 72, 20–23.
- Aschersleben, Karl (1999): *Frontalunterricht – klassisch und modern. Eine Einführung*. Luchterhand.
- Barzel, B. & Ebers, P. (2020). Kognitiv aktivieren. Eine wichtige Dimension für fachliches Lernen. *Mathematik Lehren*, 223, S. 27–31.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180.
- Berkhof, M., van Rijssen, J., Schellart, A., Anema, J., & van der Beek, A. (2011). Effective training strategies for teaching communication skills to physicians: An overview of systematic reviews. *Patient Education and Counseling*, 84(2), 152–162.
- Brauner, U., & Prediger, S. (2018). Alltagsintegrierte Sprachbildung im Fachunterricht – Fordern und Unterstützen fachbezogener diskursiver Aktivitäten. In C. Titz, S. Geyer, A. Ropeter, H. Wagner, S. Weber & M. Hasselhorn (Hrsg.). *Konzepte zur Sprach- und Schriftsprachförderung entwickeln* (S. 228–248). Kohlhammer.
- Deutsches PISA-Konsortium (2001). *PISA 2000, Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*, Leske + Budrich.
- Dietrich, J., Dicke, A. L., Kracke, B., & Noack, P. (2015). Teacher support and its influence on students' intrinsic value and effort: Dimensional comparison effects across subjects. *Learning and Instruction*, 39, 45–54.
- Dubs, R. (2009). *Lehrerverhalten. Ein Beitrag zur Interaktion von Lehrenden und Lernenden im Unterricht*. Franz Steiner Verlag
- Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E., & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: Dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and Instruction*, 29, 1–9.
- Fauth, B., & Leuders, T. (2018). *Kognitive Aktivierung im Unterricht*. Landesinstitut für Schulentwicklung Stuttgart (LS).
- Flanders, N. A. (1970). *Analyzing Teaching Behavior*. Addison-Wesley.
- Fliegel, S., Groeger, W. M., Künzel, R., Schulte, D., & Sorgatz, H. (1998). *Verhaltenstherapeutische Standardmethoden* (4. Aufl.). Beltz/PVU.
- Friedrich, G. (2002). Gesprächsführung - Ausbildungsziel der Lehrqualifikation. In G. Brünner, R. Fiehler, & W. Kindt (Hrsg.), *Angewandte Diskursforschung* (S. 126–147). Verlag für Gesprächsforschung.
- Gartmeier, M., Bauer, J., Fischer, M. R., Hoppe-Seyler, T., Karsten, G., Kiessling, C., Möller, G. E., Wiesbeck, A., & Prenzel, M. (2015). Fostering professional communication skills of future physicians and teachers: Effects of e-learning with video cases and role-play. *Instructional Science*, 43, 443–462.

- Gerteis, M. (2009). Welche Rolle spielen Rollenspiele? – Überlegungen zu Stellenwert, Inhalt und Methodik der Kommunikationsausbildung in der tertiarierten Lehrerinnen- und Lehrerbildung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 27(3), 438–450.
- Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. (2009). Teaching Practice: A Cross Professional Perspective. *The Teachers College Record*, 111(9), 2055–2100.
- Haag, L. (2009). Entwickelnde Formen. In E. Kiel, B. Herzig, U. Maier & U. Sandfuchs (Hrsg.), *Handbuch Unterrichten an allgemeinbildenden Schulen* (S. 184–192). Klinkhardt/utb.
- Hahn, H., Baum, S., & Fabig, T. (2021). Begleit- und Trainingskurse für Lehramtsstudierende in der Masterphase Einblicke in zwei interdisziplinäre Projekte im Rahmen von QUALITEACH II an der Universität Erfurt. *GDM-Mitteilungen*, 111, 38–44.
- Havers, N. (1998). Disziplinschwierigkeiten im Unterricht. Ein Trainingsseminar im Lehrerstudium. *Die Deutsche Schule*, 90, 189–198.
- Heitzmann, N., Seidel, T., Opitz, A., Hetmanek, A., Wecker, C., Fischer, M., Ufer, S., Schmidmaier, R., Neuhäus, B., Siebeck, M., Stürmer, K., Obersteiner, A., Reiss, K., Girwidz, R., & Fischer, F. (2019). *Facilitating Diagnostic Competences in Simulations: A Conceptual Framework and a Research Agenda for Medical and Teacher Education*. *Frontline Learning Research*, 7(4), 1–24.
- Helmke, A. (2012). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität*. Klett Kallmeyer.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study (NCES 2003-013)*. U.S. Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Kaufhold, J., Robel, Ch., Lüders, M., Mannhaupt, G., Plath, M., & Weidner, V. (2019). Kommunikative Strategien zur Erreichung anspruchsvoller Lernziele – Entwicklung eines Trainings für Lehramtsstudierende. In C. Celestine, J. Hofmann, K. Schick & A. Rohde (Hrsg.), *Sprache im Unterricht. Ansätze, Konzepte und Methoden* (S. 31–48). WVT.
- Kleinknecht, M. (2010). *Aufgabenkultur im Unterricht: eine empirisch-didaktische Video- und Interviewstudie an Hauptschulen*. Schneider-Verlag Hohengehren.
- Klieme, E., Schümer, G., & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: „Aufgabenkultur“ und Unterrichtsgestaltung. In E. Klieme, & J. Baumert (Hrsg.), *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht* (S. 43–57). Bundesministerium für Bildung und Forschung.
- Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras Study: Investigating effects of teaching and learning in Swiss and German mathematics classroom. In T. Janik, & T. Seidel (Hrsg.), *The Power of Video Studies in Investigating Teaching and Learning in the Classroom* (S. 137–160). Waxmann.
- KMK (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i. d. F. vom 23.6.2022) www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf
- Kron, S., Sommerhoff, D., Ahtner, M., Stürmer, K., Wecker, C., Siebeck, M., & Ufer, S. (2022). Simulation-based learning environments: Do they affect learners' relevant interests? In C. Fernández, S. Llinares, Á. Gutiérrez, & N. Planas (Hrsg.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 67–74.
- Lane, C., Hood, K., & Rollnick, S. (2008). Teaching motivational interviewing: Using role play is as effective as using simulated patients. *Medical Education*, 42(6), 637–644.
- Lane, C., & Rollnick, S. (2007). The use of simulated patients and role-play in communication skills training: A review of the literature to August 2005. *Patient Education and Counseling*, 67(1), 13–20.
- Levin, A. (2005). *Lernen durch Fragen. Wirkung von strukturierenden Hilfen auf das Generieren von Studierendenfragen als begleitende Lernstrategie*. Waxmann.
- Lipowsky, F. (2020). Unterricht. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (3. Aufl., S. 69–118). Springer VS.
- Lipowsky, F. & Hess, M. (2019). Warum es manchmal hilfreich sein kann, das Lernen schwerer zu machen – Kognitive Aktivierung und die Kraft des Vergleichens. In K. Schöppe & F. Schulz (Hrsg.), *Kreativität & Bildung – Nachhaltiges Lernen* (S. 77–132). Kopaed.
- Lotz, M. (2016). *Kognitive Aktivierung im Leseunterricht der Grundschule: Eine Videostudie zur Gestaltung und Qualität von Leseübungen im ersten Schuljahr*. Springer VS.
- Lüders, M. (2003). *Unterricht als Sprachspiel. Eine systematische und empirische Studie zum Unterrichtsbegriff und zur Unterrichtssprache*. Verlag Julius Klinkhardt.
- Meyer, H. (2011). *Unterrichtsmethoden II. Praxisband* (16. Aufl.). Scriptor Verlag.
- Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Hugener, I., & Lipowsky, F. (2008). Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*, 22(2), 127–133.
- Pauli, C., & Reusser, K. (2006). Von international vergleichenden Video Surveys zur videobasierten Unterrichtsforschung und-entwicklung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(6), 774–798.
- Prenzel, M., & Allolio-Näcke, L. (2006). *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms*. Waxmann.
- Quittenbaum, N. (2016). *Training für direkte Instruktion. Die Entwicklung und Erprobung eines Kommunikationstrainings für den Unterricht mit direkter Instruktion*. Verlag Julius Klinkhardt.
- Reusser, K. (2006). Konstruktivismus–vom epistemologischen Leitbegriff zur Erneuerung der didaktischen Kultur. *Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung*, 1, 151–168.
- Reusser, K., & Pauli, C. (2013). Verständnisorientierung in Mathematikstunden erfassen. Ergebnisse eines methodenintegrativen Ansatzes. *Zeitschrift für Pädagogik*, 59(3), 308–335.

- Schick, K., Reiser, S., Mosene, K., Schacht, L., Jansen, L., Thomm, E., Dinkel, A., Fleischmann, A., Berberat, P. O., Bauer, J., & Gartmeier, M. (2020) How can communicative competence instruction in medical studies be improved through digitalization?. *GMS Journal for Medical Education*, 37(6).
- Seidel, T., Blomberg, G., & Renkl, A. (2013). Instructional strategies for using video in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 34, 56–65.
- Stegmann, K., Pilz, F., Siebeck, M., & Fischer, F. (2012). Vicarious learning during simulations: is it more effective than hands-on training? *Medical Education*, 46(10), 1001–1008.
- Steinweg, A. S. (2020). Muster und Strukturen: Anschlussfähige Mathematik von Anfang an. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörlner (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020*. 54. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (S. 39–46). WTM-Verlag.
- Stürmer, K., Marczyński, B., Wecker, C., Siebeck, M., & Ufer, S. (2021). Praxisnahe Lerngelegenheiten in der Lehrerbildung – Validierung der simulationsbasierten Lernumgebung DiMaL zur Förderung diagnostischer Kompetenz von angehenden Mathematiklehrpersonen. In N. Beck, T. Bohl, & S. Meissner (Hrsg.), *Vielfältig herausgefordert. Forschungs- und Entwicklungsfelder der Lehrerbildung auf dem Prüfstand* (S. 57–72). Tübingen: Tübingen University Press.
- Thiele, H. (1981). *Lehren und Lernen im Gespräch. Gesprächsführung im Unterricht*. Verlag Julius Klinkhardt.
- Weil, M., Gröschner, A., Schindler, A.-K., Böheim, R., Hauk, D., & Seidel, T. (2020). *Dialogische Gesprächsführung im Unterricht. Interventionsansatz, Instrumente und Videokodierungen*. Waxmann.
- Wunderlich, A. (2016). Constructive Alignment: Lehren und Prüfen aufeinander abstimmen. www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/profil/lehre/steckbrief_constructive_alignment.pdf
- Wittmann, E. C., & Müller, G. N. (2004). *Das Zahlenbuch, Lehrerband 1. Schuljahr*. Klett.
- Nadine Böhme, Universität Erfurt
E-Mail: nadine.boehme@uni-erfurt.de

Aushandlungs- und Argumentationsprozesse fördern durch den Einsatz generativer KI-Sprachmodelle beim schulischen Mathematiklernen? Erste Einsichten und Perspektiven aus der Empirie

Frederik Dilling, Kathrin Holten, Felicitas Pielsticker und Ingo Witzke

Im Sinne eines konstruktivistischen Lernmodells, welches sich mit Fragen nach der Voraussetzung für Erkenntnis und der Entwicklung von Wissen befasst, spielt die Beschreibung von Lehr-Lern-Prozessen eine wichtige Rolle. Arbeiten von Heinrich Bauersfeld, Götz Krummheuer und Jörg Voigt haben für die Mathematikdidaktik eine weithin akzeptierte konstruktivistische Auffassung grundgelegt. Dabei kann herausgestellt werden, dass entsprechend dieser Arbeiten vor allem soziale Interaktionen der im Unterricht beteiligten Personen die Wissensentwicklungsprozesse bestimmen. Dabei bilden „kulturelle und soziale Aspekte keine Randbedingungen des Mathematiklernens [...], sondern wesentliche Eigenschaften“ (Voigt, 1994, S. 79–80). Die wichtigste Funktion für eine Bedeutungskonstruktion der Lernenden im Mathematikunterricht hat damit die Kommunikation zwischen den am Unterricht beteiligten Personen. Dabei wird der Kommunikationsbegriff sehr weit gefasst und ver-

standen als jede Form der gegenseitigen Wahrnehmung und Interpretation (Bauersfeld, 2000). Entsprechend eines konstruktivistischen Lernmodells weisen die (mathematischen) Objekte des Unterrichtsgesprächs, die in den subjektiven Erfahrungswelten der Beteiligten entwickelt wurden, individuell verschiedene Bedeutungen auf. Eine solche Mehrdeutigkeit der Objekte bleibt im Unterrichtsgespräch durchaus eine längere Zeit bestehen und kann auch dann vorliegen, wenn dieselben Worte benutzt werden (Krummheuer, 1983). Diese Mehrdeutigkeit der Objekte bildet die Grundlage für eine sogenannte „negotiation of meaning“ (Cobb & Bauersfeld, 1995, S. 295), einen Bedeutungsaushandlungsprozess, in dem die Individuen miteinander kommunizieren und eine als geteilt geltende Bedeutung (in intersubjektiver Übereinstimmung) entwickeln. Damit wird eine mathematische Bedeutung von den handelnden Individuen in der Interaktion gebildet bzw. weiter ausgebildet.

Kommen in einen auf diese Weise aufgefassten Mathematikunterricht (digitale) Medien und insbesondere Kommunikationsmedien wie generative KI-Sprachmodelle hinein, scheinen Lehrpersonen und Lernende vor neuen Herausforderungen zu stehen. So hält Hölzl (1994) fest:

[...] didaktisches Gleichgewicht: Mächtigere medientechnische Möglichkeiten auf der einen Seite verlangen mehr didaktische, gar ethische Anstrengungen auf der Lehrerseite. [...] Das vordringlichste Problem scheint [...], wie man zwischen intuitiver Schülervorstellung und mathematischer Perspektive vermitteln kann, und zwar so, dass anstelle des Scheingesprächs Aufklärung tritt. [...] Vielleicht lässt sich ja beides verbinden: Mathematiklernen mit dem Computer und ein Unterrichtsdiskurs, der eine konstruktivistische Grundlage besitzt (ebd., S. 224).

Damit stellt sich unweigerlich die Frage, welche Auswirkungen, welche Hausforderungen und Chancen bieten sogenannte Chatbots für ein didaktisches Gleichgewicht im Mathematikunterricht?

In den *GDM-Mitteilungen* 115 stellt unter Bezugnahme auf aktuelle Entwicklungen und den damit verbundenen „Hype“ auf generative KI-Sprachmodelle wie ChatGPT auch Hischer (2023) die Fragen nach zukünftigen didaktischen Herausforderungen für den Mathematikunterricht. Im Beitrag wird entlang eines beschriebenen Déjà-vu-Erlebnisses auf die Anfänge der 1990er Jahre verwiesen und auf die diskutierte Frage nach einer „Trivialisierung“ mathematischer Gebiete durch Software und Hardware aufmerksam gemacht. Was wird sich durch den Einsatz von generativen KI-Sprachmodellen ändern, was kann und wird bleiben und „wie ist dann damit sinnvollerweise in Schule und Hochschule umzugehen?“ (Hischer, 2023, S. 11). Vor diesen Fragen stehen laut Hischer (2023) auch die an heutigen mathematischen Lehr-Lern-Prozessen beteiligten Personen. Buchholtz et al. (2023) fokussieren in ihrem Beitrag vornehmlich auf problematische Aspekte für die Anwendung von generativen KI-Sprachmodelle am Beispiel des Chatbots ChatGPT-3.5 für die Mathematikdidaktik. Kritisch wird zum Beispiel die Verwendung von ChatGPT als Analysetool zur Evaluation von Schüler:innendaten bewertet. Das liegt vor allem daran, dass die durch den Chatbot genannten Punkte nicht ausführlich behandelt werden und auch auf Nachfrage lückenhaft bleiben. Als Chance und Herausforderung zugleich wird dagegen der Einsatz von Chatbots für wissenschaftliches Schreiben gesehen. Von den Autor:innen Buchholtz et al. (2023) wird darauf aufmerksam gemacht, dass man im Hinterkopf behalten sollte, dass Texte durch einen

Algorithmus erstellt werden und daher, mögen sie auch noch so plausibel erscheinen, auf Grundlage einer „Serie von Vermutungen erstellt“ (ebd., S. 23) werden. Die damit verbundene Unsicherheit genügt, so die Autor:innen, keinen wissenschaftlichen Ansprüchen, wobei dies für Personen ohne mathematikdidaktische Vorkenntnisse schwer ersichtlich sei. Konsequenzen ergeben sich im Sinne von Buchholtz et al. (2023) für die Qualitätssicherung von Zeitschriften. Es wird gefolgert, dass zukünftig wohl eher mehr Expertise bei der Begutachtung von wissenschaftlichen Texten benötigt wird als weniger, damit die Qualität dargestellter Informationen adäquat eingeschätzt werden kann. Kritisch wird zudem die Verwendung von ChatGPT im Rahmen des kreativen mathematischen Arbeitens gesehen. Zum einen, weil die Nutzung von Chatbots bisher (Stand: Verfassen des Artikels im Dezember 2022) sehr fehleranfällig sei, und zum anderen, weil Fähigkeiten zum (mathematischen) Problemlösen nur rudimentär ausgeprägt erscheinen. Deutliche Konsequenzen bei einer Verwendung von generativen KI-Sprachmodellen sehen die Autor:innen Buchholtz et al. (2023) bei Prüfungsformaten im Bereich der Didaktik an Universitäten. Langfristig wird über alternative Prüfungsformen nachzudenken sein. „Das bedeutet, dass sich Prüfungen ggf. stärker auf Mündlichkeit hin ausrichten müssen (z. B. durch Vorträge mit anschließendem Prüfungsgespräch) und der Schwerpunkt schriftlicher Prüfungen sich verlagern könnte hin zu stärker daten- oder situationsbasierten Prüfungsformaten, bei denen Studierende mathematikdidaktische Sachverhalte (z. B. aus gesehenem Unterricht oder anhand von Schüler:innenlösungen) kompetenzorientiert theoretisch einordnen müssen“ (S. 25). Buchholtz et al. (2023) sehen die Verwendung generativer KI-Sprachmodelle für schulische Bildungszusammenhänge bisher als fragwürdig an, was mit einer fehlenden Verlässlichkeit begründet wird. Dennoch geben die Autor:innen zu bedenken, dass dieses Medium Verbreitung bei Lehrenden und Lernenden finden wird und sich die Mathematikdidaktik dazu früher oder später verhalten muss. Eine Konsequenz daraus ist, dass es einen reflektierten Umgang mit dieser mächtigen Technologie geben sollte, was qualifiziertes Lehrpersonal nach sich zieht im Sinne der Kompetenz „mit Medien mathematisch arbeiten“ (KMK, 2022).

An obige mathematikdidaktische Diskussion soll dieser Artikel anknüpfen und einen Beitrag leisten zur Beschreibung von Anwendungsmöglichkeiten und Grenzen von generativen KI-Sprachmodellen in schulischen Bildungszusammenhängen. Als Fallbeispiel wird dazu der Einsatz des Chatbots ChatGPT-3.5 im Mathematikunterricht ei-

ner 7. Klasse in NRW diskutiert (vgl. Abschnitt *Kann ChatGPT Mathe? – Unterrichtsversuch zur Innenwinkelsumme im Dreieck*).

Hintergrund: Kommunikations- und Aushandlungsprozesse mit generativen KI Sprachmodellen

Bereits in den ersten zwei Monaten nach Veröffentlichung Ende November 2022 hatte der von OpenAI entwickelte Chatbot ChatGPT mehr als 100 Millionen Nutzende (Milmo, 2023). Der auf KI basierende Chatbot kann verschiedene Arten von Texten erstellen, bearbeiten und bewerten. Dabei sind die von ChatGPT generierten Antworten meist sehr nahe an denen, die von Menschen erstellt werden (Schulministerium NRW, 2023). Die Nutzung von ChatGPT ist nur mit einem Benutzerkonto unter anderem über die Internetseite chat.openai.com möglich (Hughes, 2023), wobei die Nutzenden mindestens 18 Jahre alt oder mit der Zustimmung der Eltern 13 Jahre alt sein müssen (OpenAI, 2023d). Nach der Anmeldung kann ChatGPT direkt genutzt werden (für ChatGPT-4.0 gibt es derzeit – Stand: 30. 11. 2023 – eine Warteliste). Auch wenn die Internetseite von ChatGPT vollständig englischsprachig ist, kann der Chatbot in verschiedenen Sprachen und aus verschiedenen Ländern verwendet werden (Santhosh et al.), darunter auch Deutschland (OpenAI, 2023b). Durch die Eingaben in den Chat, welche auch ‚Prompts‘ genannt werden, generiert ChatGPT umfangreiche Antworten. Dabei können die Antworten nicht nur ausformulierte Texte, sondern z. B. auch mathematische Gleichungen enthalten. Da die Antworten bei jedem Prompt neu generiert werden und auf Wahrscheinlichkeitsmodellen basieren, variieren sie selbst bei gleichbleibendem Prompt (Schulministerium NRW, 2023). Dabei ist es ChatGPT möglich, die „Zusammenhänge zwischen aufeinanderfolgenden Texteingaben zu berücksichtigen, sodass der Eindruck einer Unterhaltung entsteht“ (Schulministerium NRW, 2023, S. 4). Somit ‚erinnert‘ sich ChatGPT auch daran, was zu einem früheren Zeitpunkt im Chat geschrieben wurde.

Die kostenlose Version von ChatGPT basiert auf der Software GPT-3.5. Dabei steht ‚GPT‘ für ‚Generative Pre-trained Transformer‘ (auf Deutsch: generativer vortrainierter Transformer). Im Jahr 2018 veröffentlichte OpenAI die erste Version namens GPT. Seitdem wurde die Software immer wieder aktualisiert, wobei im März 2023 GPT-4 erschien. Auf GPT-4 basiert die Pro Version von ChatGPT, die monatlich USD \$20 (exklusive Steuer, Stand November 2023) kostet (Wu et al., 2023). Auf ChatGPT kann sowohl über die Internetseite als auch über die entsprechende App für iOS und Android zugegriffen werden (OpenAI, 2023a).

Nach unserer Einschätzung kann ChatGPT bei richtigem Einsatz trotz der oben angeführten Risiken und Herausforderungen ein Potential entfalten. Dafür muss der Chatbot aber „im Sinne der fachlichen und überfachlichen Kompetenzen“ (Schulministerium NRW, 2023, S. 7) eingesetzt werden. Lehrpersonen können unter anderem Aufgaben, Unterrichtsaktivitäten oder ganze Unterrichtsstunden erstellen lassen (Kasneci et al., 2023). Dabei können bei entsprechendem Prompt nicht nur die Inhalte der Aufgabenstellung, sondern auch pädagogische Konzepte oder formale Bedingungen wie die Länge der Unterrichtseinheit angegeben werden, um die erstellten Inhalte den Bedürfnissen der Schüler:innen individuell anzupassen (Kantereit, 2023). Von solch einer Personalisierung können die Schüler:innen auch bei ihrem individuellen Lernprozess profitieren. KI-Systeme wie ChatGPT können für sie zu einem „persönlichen Lernbegleiter und damit zu einem individualisierten Lern-Bot“ (Weßels, 2022) werden. ChatGPT könnte somit nicht nur Lernmaterialien für die Schüler:innen generieren, sondern diese auch individuell an den Lernstand der Schüler:innen anpassen, sie durch Feedback während des Lernprozesses unterstützen oder Lernpläne erstellen (Kantereit, 2023). Aber auch bei diesem Einsatz von textgenerierenden KI-Systemen wie ChatGPT gilt, dass die Schüler:innen die Inhalte nicht unreflektiert übernehmen dürfen und stattdessen die generierten Materialien auch auf Fehlinformationen oder Lücken überprüfen müssen (Schulministerium NRW, 2023). Zusätzlich muss trotz einer solchen Personalisierung des Lernprozesses beachtet werden, dass keine personenbezogenen Daten der Schüler:innen übertragen werden (OpenAI, 2023c).

Speziell für den Mathematikunterricht können wir zusätzlich berücksichtigen, dass die Antworten von ChatGPT trotz der möglichen Fehlinformationen im Mathematikunterricht sinnstiftend genutzt werden können, denn „auch in der Betrachtung des Falschen liegt eine Lernchance“ (Buchholtz et al., 2023, S. 25). Wenn die Schüler:innen die generierten Antworten kritisch hinterfragen, können sie das im Unterricht erworbene Wissen belastbar anwenden. So können sie auch die Fehler, die in den Antworten von ChatGPT möglicherweise enthalten sind, argumentativ aufzeigen und diese Fähigkeiten zur Argumentation weiter vertiefen (Lutz-Westphal, 2023). Sie werden dadurch „dafür sensibilisiert, dass eine intensive, detaillierte und kritische Auseinandersetzung mit den von künstlichen Intelligenzen gegebenen Antworten erforderlich ist“ (Brüggemann, 2023, S. 47). So können auch konzeptuelle Fähigkeiten wie logisches Denken oder das Verstehen mathematischer Zusammenhänge gefördert werden, da die generierten Lösungen bei passenden Prompts sehr

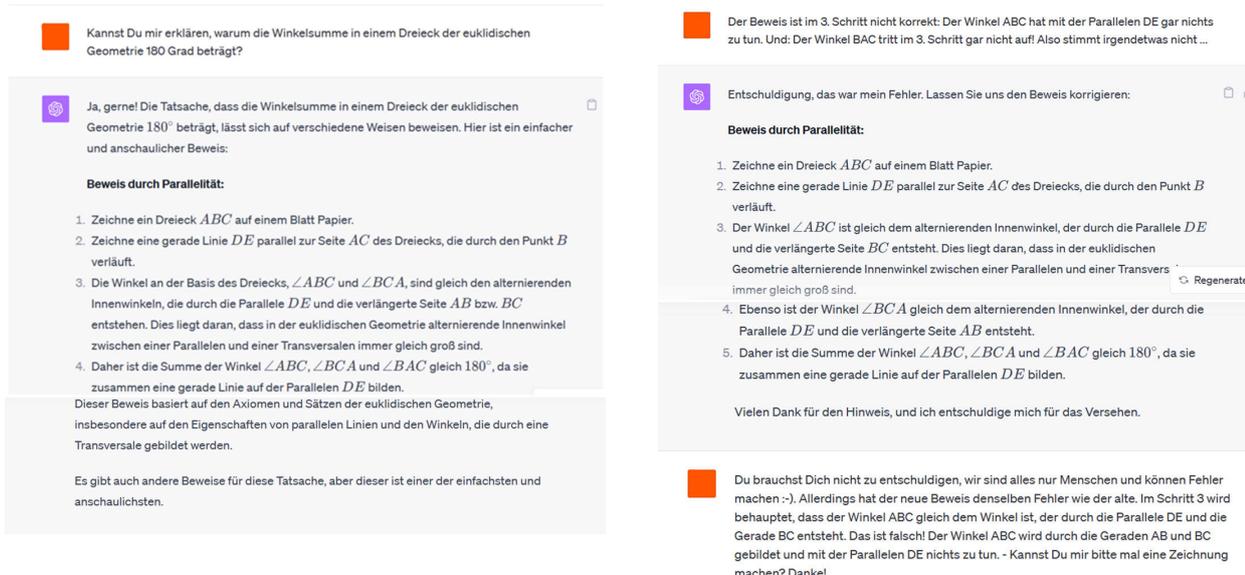


Abbildung 1. Chatverlauf Mathematiker und ChatGPT zur Winkelsumme im Dreieck

ausführlich erläutert werden (Brüggemann, 2023) und „weniger kalkülorientiert“ (Brüggemann, 2023, S. 47) sind. Auch das mathematische Kommunizieren ist hier durch das Verstehen, Reflektieren und Bewerten der generierten Lösungen von Bedeutung (Brüggemann, 2023).

Durch die Anwendung von Sprachmodellen werden tatsächlich Kommunikation, Aushandlung und Argumentation über mathematische Objekte in den Fokus gerückt. Als ein Beispiel lässt sich eine Szene aus einem Aushandlungsprozess zwischen einem Mathematiker und ChatGPT-4.0 zum Satz über die Winkelsumme im Dreieck betrachten (Abb. 1). Dabei wird deutlich, wie mit dem Chatbot die Kommunikation über mathematische Begriffe in den Vordergrund gerückt wird. Der argumentative Prozess hinsichtlich des Fehlers von ChatGPT-4.0 kann bei gesicherter Wissensbasis auch für Lernende von Vorteil sein. Die gemachten Fehler können als Lernchance gesehen werden, um über eine mathematische Begründung zu reflektieren und die gegebenen Argumente vor dem Hintergrund des eigenen mathematischen Wissens kritisch zu prüfen.

Kann ChatGPT Mathe? – Unterrichtsversuch zur Innenwinkelsumme im Dreieck

In G9-Gymnasien in Nordrhein-Westfalen wird die Innenwinkelsumme in Dreiecken in der 7. Klasse behandelt. Sie kann dabei als Einstieg in das Thema der Winkelsummen von Vielecken genutzt werden. Für die Einführung kann das Wissen über Winkel bei sich schneidenden Geraden, genutzt werden, da dies meist unmittelbar vor den Winkelsummen behandelt wird (Baum et al., 2020).

Nachfolgend stellen wir einige Beobachtungen aus einem Unterrichtsversuch in einer 7. Klasse eines Gymnasiums in NRW zur Winkelsumme im Dreieck mit einer Verwendung des Chatbots ChatGPT-3,5 dar.

Vorgehen

Im Unterrichtsgespräch wurden mit den Schüler:innen der 7. Jahrgangsstufe zwei Begründungen für die Winkelsumme im Dreieck erarbeitet.

1. Der Innenwinkelsummensatz besagt, dass die Innenwinkelsumme eines Dreiecks in der euklidischen Geometrie immer 180° beträgt (Helmerich & Lengnink, 2015). Durch das Zeichnen einer Parallelen p durch den Punkt C eines Dreiecks ABC können die Wechselwinkel α^* und β^* am Punkt C der Winkel α und β an den Punkten A und B ebenfalls eingezeichnet werden. Gemeinsam mit dem Winkel γ ergeben diese drei Nebenwinkel an p einen Winkel von 180° . Aufgrund der Gleichheit der Wechselwinkel α^* und β^* mit α und β beträgt auch die Summe der Innenwinkel α, β und γ eines Dreiecks ABC 180° (Richter & Schmitz, 2014).

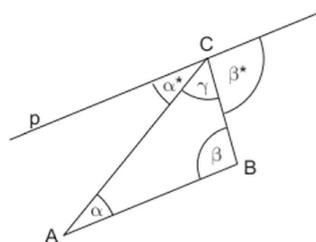


Abbildung 2. Orientierungsfigur zum Beweis zur Innenwinkelsumme in Dreiecken (Richter & Schmitz, 2014, S. 11)

2. Zudem wurde in der betrachteten 7. Klasse als Einstieg in diese Thematik auch eine „Zerreißprobe“ genutzt. Dabei zeichnen die Schüler:innen ein Dreieck, schneiden dieses aus und malen jede der drei Ecken in einer anderen Farbe an. Zwei der drei Ecken werden dann von dem Dreieck abgerissen und können von den Schüler:innen an die dritte Ecke gelegt werden, sodass die drei Winkel sich augenscheinlich zu einem gestreckten Winkel von 180° ergänzen.

Aufgabe 1:
Zeichnet ein beliebiges Dreieck auf ein DIN A4 Blatt. Markiert die Winkel farbige und schneidet das Dreieck aus. Zerreißt nun das Dreieck nach folgendem Schema:

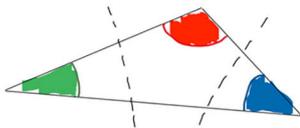


Abbildung 3. Aufgabenstellung und Abbildung zur Zerreißprobe

Um die Interaktion mit ChatGPT im Mathematikunterricht der 7. Klasse zu untersuchen, teilte sich der Unterrichtsversuch in drei Phasen: Eine Einführung, eine Gruppenarbeitsphase und ein Abschlussgespräch im Plenum. Es wurden sowohl das gesamte Unterrichtsgeschehen wie auch die Arbeit in Schüler:innenteams, als auch das Verhalten der Lehrperson gefilmt. Für diesen Beitrag wurde zum einen eine Situation eines Zweierteam aus der Gruppenarbeitsphase ausgewählt und zum anderen eine Situation aus der Abschlussdiskussion, da sich hier das mathematische Kommunizieren der Lernenden mit ChatGPT besonders gut nachvollziehen lässt. Die Beobachtungen erheben dabei in keiner Weise den Anspruch einer Repräsentativität, sondern gelten der explikativen Hypothesengewinnung.

In der Gruppenarbeitsphase hatten die Teams folgenden Arbeitsauftrag: „Lasst euch von ChatGPT einen anschaulichen Beweis zur Innenwinkelsumme

me im Dreieck ausgeben und erklären. Gebt dafür bitte folgenden Prompt ein: „Erkläre mir die Innenwinkelsumme im Dreieck anschaulich!“ Ihr dürft auch mehrere „Versuche“ unternemen und diese jeweils per Handy abfotografieren“. Die von den Schüler:innen abfotografierten Ergebnisse wurden durch die Lehrperson gesammelt und für die Abschlussdiskussion genutzt.

Fallbeispiel – 1. Situation aus der Abschlussdiskussion
Nachdem eine Zweigruppe ChatGPT um einen anschaulichen Beweis und um eine Erklärung zur Innenwinkelsumme im Dreieck gebeten hat, gibt ChatGPT-3.5 folgenden Verlauf aus (Abb. 4). Dazu entsteht ein Gespräch im Plenum zwischen den Schüler:innen und der begleitenden Lehrperson in dem insbesondere auf den ersten Teil der Ausgabe, „Man zeichnet eine Gerade durch einen Eckpunkt des Dreiecks, die parallel zur gegenüberliegenden Seite verläuft. Dadurch wird das Dreieck in zwei Teil-Dreiecke unterteilt, von denen jedes eine Gerade als Seite hat.“

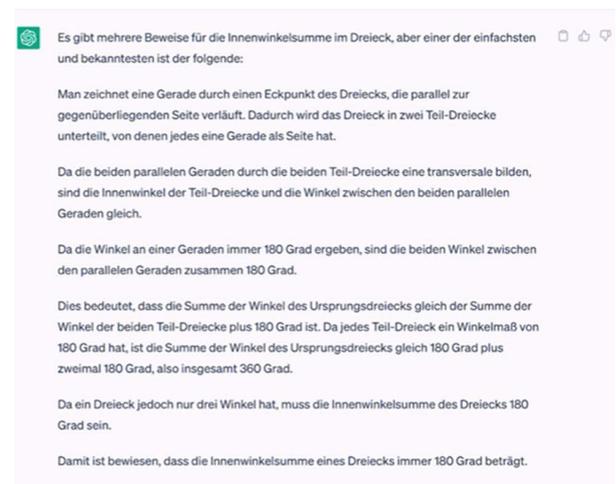


Abbildung 4. Ausgabe von ChatGPT zum anschaulichen Beweis

In dem zugehörigen Transkriptausschnitt wird deutlich, wie der Schüler (S1) einen inhaltlichen Fehler von ChatGPT bemerkt. Auch S2 diskutiert

Tabelle 1

Zeit	Person	Text
45:01	S1	Das würde sich doch nicht in zwei Teildreiecke teilen. Also, das äh verstehe ich jetzt nicht so ganz. Wenn das so ein Dreieck ist und man dann eine Parallele zeichnet, würde sich das doch nicht in zwei Teildreiecke teilen.
46:03	L	Ich glaube die meinen das. (Zeigt auf eine Abbildung die ähnlich zu Abb. 2 dieses Beitrags ist). S1 hat völlig Recht. Das mit den zwei Teildreiecken sehe ich dann jetzt nicht so ganz.
46:10	S2	Ja, die meinen halt, dass wenn man an einem Eckpunkt ist und die Gerade bis an die gegenüberliegende Dreieckseite zieht, hat man halt die zwei Teildreiecke.
46:41	L	Achso.
46:45	S1	Und wo ist die Parallele? Das ist doch zu nichts parallel.
47:02	L	Das heißt, wir haben dann die Parallelität nicht. Dumm.

MA Daraus kann man also schließen, dass alle geometrischen Formen mit drei Ecken 180° als Innenwinkelsumme haben.

GA Ja, das ist korrekt. Der Innenwinkelsatz besagt, dass die Summe der Innenwinkel eines jeden Dreiecks immer 180 Grad beträgt, unabhängig von der Größe oder Form des Dreiecks. Daraus folgt, dass alle geometrischen Formen mit drei Ecken, die als Dreiecke bezeichnet werden, immer eine Innenwinkelsumme von 180 Grad haben müssen.

Es ist jedoch wichtig zu beachten, dass dies nur für die euklidische Geometrie gilt. In anderen Arten von Geometrien, wie der nicht-euklidischen Geometrie, können sich die Winkelsummen von Dreiecken von 180 Grad unterscheiden.

MA Kannst du uns mehr zu der nicht-euklidischen Geometrie erzählen und uns auch über dessen Unterschiede zur euklidischen Geometrie nennen?

GA Ja, gerne! Die euklidische Geometrie ist die klassische Geometrie, die auf den Axiomen von Euclid basiert und sich mit den Eigenschaften und Beziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen in einem dreidimensionalen Raum befasst. In der euklidischen Geometrie gilt der Innenwinkelsatz, der besagt, dass die Summe der Innenwinkel eines jeden Dreiecks immer 180 Grad beträgt.

Die nicht-euklidische Geometrie hingegen bezieht sich auf Geometrien, die nicht auf den Axiomen von Euclid basieren und in denen bestimmte Axiome, die in der euklidischen Geometrie als selbstverständlich angesehen werden, nicht gelten. Es gibt mehrere Arten von nicht-euklidischer Geometrie, von denen die bekanntesten die sphärische und die hyperbolische Geometrie sind.

In der sphärischen Geometrie betrachtet man geometrische Objekte auf einer sphärischen Oberfläche wie einer Kugel. Hier sind die Geraden nicht mehr geradlinig, sondern gekrümmt und es gibt keine Parallelen. Ein Dreieck auf einer Kugel hat immer eine Innenwinkelsumme von mehr als 180 Grad.

In der hyperbolischen Geometrie betrachtet man geometrische Objekte auf einer hyperbolischen Ebene, die durch Biegen und Strecken eines Kreises auf einer Ebene erzeugt wird. Hier gibt es unendlich viele Parallelen durch einen Punkt, und die Winkelsumme eines Dreiecks ist immer weniger als 180 Grad.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die nicht-euklidische Geometrie bestimmte Axiome der euklidischen Geometrie in Frage stellt und alternative Geometrien entwickelt, die sich von der euklidischen Geometrie unterscheiden. Die bekanntesten Arten der nicht-euklidischen Geometrie sind die sphärische und hyperbolische Geometrie, in denen die Summe der Innenwinkel von Dreiecken anders als 180 Grad sein kann.

MA Was gibt es sonst noch für nicht-euklidische Geometrien?

GA Es gibt noch weitere Arten von nicht-euklidischer Geometrie, neben der sphärischen und hyperbolischen Geometrie, die ich bereits erwähnt habe. Hier sind einige Beispiele:

1. Die elliptische Geometrie: Die elliptische Geometrie ist eine Art der nicht-euklidischen Geometrie, die auf der Geometrie der elliptischen Kurven und elliptischen Funktionen basiert. Sie hat Eigenschaften, die zwischen der euklidischen Geometrie und der sphärischen Geometrie liegen, und es gibt keine Geraden oder Parallelen, die durch einen Punkt gehen.
2. Die projektive Geometrie: Die projektive Geometrie untersucht die Eigenschaften von Objekten, die durch Projektion auf eine Ebene erzeugt werden. Hier gibt es keine Parallelen und Geraden, die sich schneiden, haben immer einen gemeinsamen Schnittpunkt. Die projektive Geometrie hat Anwendungen in der Computergrafik, Bildverarbeitung und anderen Bereichen.
3. Die fraktale Geometrie: Die fraktale Geometrie untersucht die Eigenschaften von fraktalen Objekten, die unendlich oft selbstähnlich sind. Sie hat Anwendungen in der Physik, Biologie und anderen Bereichen.

Diese Arten der nicht-euklidischen Geometrie haben unterschiedliche Eigenschaften und Anwendungen. Sie sind jedoch alle von grundlegender Bedeutung für das Verständnis der Geometrie und haben wichtige Anwendungen in verschiedenen Bereichen der Mathematik, Physik, Informatik und anderen Wissenschaften.

Abbildung 5. Ausgabe von ChatGPT zu nicht-euklidischen Geometrien

mit und versucht zu erklären, was ChatGPT ausgegeben hat. Die Schüler:innen argumentieren mithilfe ihres zuvor erworbenen Wissens über die Ausgabe von ChatGPT. Dabei bewerten sie den mathematischen Gehalt und stellen einen Fehler fest. Auf diese Weise liegt an dieser Stelle in der falschen Aussage von ChatGPT im Begründungsprozess über die Winkelsumme im Dreieck eine Lernchance für die Klasse.

Die Lehrperson kann den Fehler und auch weitere Unschärfen von ChatGPT bewusst nutzen, um die Argumentationsfähigkeit der Schüler:innen ausgehend von der aufgebauten Wissensbasis herauszufordern und Erkenntnisse auf diese Weise zu vertiefen. Vor dem Hintergrund eines sozialen Aspektes und einem positiven Klassenklima ist es dabei insbesondere ein gewinnbringender Argumentationspunkt, dass die inhaltlich falsche Lösung von einem Computer und nicht von einem Lernenden stammt.

Fallbeispiel – 2. Situation aus der Gruppenarbeitsphase
In dieser 2. Situation gehen zwei Schülerinnen dem gestellten Arbeitsauftrag nach und machen dabei ei-

ne für sie interessante Entdeckung. Im Chatverlauf der beiden Schülerinnen ist zu sehen, wie ChatGPT eine Antwort gibt, in der darauf aufmerksam gemacht wird, dass die Innenwinkelsumme von 180° nicht in „anderen Arten von Geometrien, wie der nicht-euklidischen Geometrie“ gilt (Abb. 5).

Dieser Idee, welche durch ChatGPT eingebracht wurde, gehen die beiden Schülerinnen weiter nach. Im Gespräch (Transkript in Tabelle 2) und auch im Chatverlauf (Abb. 5) ist zu beobachten, wie die beiden Schülerinnen aus Eigenmotivation heraus ChatGPT nutzen, um mehr über nicht-euklidische Geometrien erfahren zu können. Auch wenn die beiden am Ende feststellen, dass diese Thematik weder in der Klassenarbeit vorkommt noch direkt zur ursprünglichen Aufgabenstellung gehört, bewerten sie ihre Entdeckung außerordentlich positiv als „krass“ (Tab. 2, 22:40).

Die beiden Schülerinnen erzielen in dieser Situation einen bemerkenswerten „Aushandlungsgewinn“. Sie können selbstständig und interessengeleitet ihren Fragen über das eigentlich (intendierte) Unterrichtsgeschehen heraus nachgehen. Dabei nutzen Sie ChatGPT als einen Aushandlungs- und

Tabelle 2

Zeit	Person	Text
21:02	S1	Ah, das ist gut.
21:10	S2	In anderen Arten von Geometrie, ... ähh. Kannst Du das bitte abfotografieren? (Tippt wieder in ChatGPT ein)
22:05	L	(Ruft in die Klasse) Bitte fotografiert, ob ihr etwas Spannendes habt.
22:14	S1	Wir haben hier etwas Spannendes über nicht-euklidische Geometrien.
22:21	L	Uha [...]
22:23	S2	Okay, wir lesen uns das jetzt durch und verstehen es. (Liest laut)
22:30	S1	Das ist kompliziert. Meinst Du wir brauchen das in der Klassenarbeit?
22:40	S2	Nein wir brauchen das nicht in der Klassenarbeit, aber das ist echt krass! Voll cool und das macht sogar Sinn (liest weiter und tippt dann wieder)
23:15	S1	Ich will ja nichts sagen, aber ich glaube wir sind leicht vom Thema abgekommen.
23:40	S2	Egal, dafür wissen wir nun etwas über nicht-euklidische Geometrien.

Kommunikationspartner. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine Thematisierung von nicht intendierten Einsichten, wie hier zu den nicht-euklidischen Geometrien, die Lehrperson vor Herausforderungen stellt, und es bleibt zu fragen, wie damit für den weiteren Unterrichtsverlauf gewinnbringend umgegangen werden soll.

Diskussion und Fazit

ChatGPT kann, wie das thematisierte Beispiel zeigt, (ungeplante) mathematische Inhalte in den Unterricht einbringen, die von Schüler:innen aufgegriffen werden können. Diese Vieldeutigkeit, welche durch den künstlichen Aushandlungspartner ChatGPT erzeugt wird, macht neue Formen des Unterrichtens möglich und nötig und zeigt wie wichtig es ist, die Schüler:innen als Wissenskonstruierende, die eigenständig mathematische Problemstellungen lösen und interessensteuert mathematischen Fragestellungen nachgehen können, adäquat zu begleiten. Dabei sollte nach unserer Auffassung die Lehrperson die Rolle eines Lernbegleiters übernehmen (können). Natürlich braucht es dafür einen reflektiert kritischen Umgang mit diesem neuen weiter zu untersuchenden digita-

len Werkzeug. Dabei sollten auch problematische Aspekte, wie bspw. Urheberrecht und Datenschutz zur Sprache kommen. Auch sollte die Funktionsweise von ChatGPT aufgegriffen werden. Eine gute Möglichkeit dazu bietet z. B. „Machine Learning for kids“ (machinelearningforkids.co.uk). Hier kann man selbst niederschwellig ein neuronales Netz trainieren und die Wirkungsweisen untersuchen. Dabei wird klar, dass generative KI-Sprachmodelle auf Basis der zu Grunde liegenden Wahrscheinlichkeitsmodelle einerseits zu fast jeder Frage eine Antwort geben können, diese andererseits aber immer nur im Sinne einer Näherung als korrekt einzuschätzen sind.

Schauen wir auf die bisherige rasante Entwicklung von generativen KI-Sprachmodellen wird schnell klar, dass es vermutlich nur eine Frage der Zeit ist, bis ChatGPT auch zuverlässigere Ergebnisse im Bereich der Mathematik liefert. Ein Schlüssel dazu scheint nach unseren Erprobungen die Kombination von Sprachmodellen mit CAS zu sein, so wie sie ChatGPT-4 mit dem „Wolfram Plugin“ liefert: Damit fokussiert das Sprachmodell auf das, für was es programmiert wurde, nämlich Sprachverständnis und übergibt die mathematischen Rechenschritte und logischen Folgerungen an ein zu-

Tabelle 3

	Bereits existierende Konzepte und Materialien	Neu entwickelte Konzepte und Materialien
Lehrpersonen	Existierende Materialien werden mithilfe von generativen KI-Sprachmodellen überarbeitet und erweitert, z. B. um individuelle und differenzierende Zugänge zu mathematischen Sachverhalten zu schaffen.	Neue Materialien und Konzepte werden entwickelt, indem generative KI-Sprachmodelle erste Ideen in konkrete Konzepte umsetzen und damit neue Ideen und Herangehensweisen generieren.
Lernende	Generative KI-Sprachmodelle werden als Assistententool genutzt, um das Arbeiten mit den bestehenden Materialien des Mathematikunterrichts zu unterstützen.	Generative KI-Sprachmodelle werden an zentraler Stelle in die Erarbeitung neuer mathematischer Begriffe und Verfahrensweisen eingebunden, beispielsweise als Impulsgeber.

verlässiges CAS. So erhalten Nutzer:innen durch die niederschwellige Texteingabe die Möglichkeit ein mächtiges Tool wie Wolfram zu nutzen. Damit war ChatGPT in unseren Erprobungen zum Beispiel auch in der Lage, Abiturklausuren zuverlässig überwiegend korrekt zu lösen.

Aus unseren bisherigen Untersuchungen wollen wir zusätzlich für die perspektivische Verwendung von generativen KI-Sprachmodellen im Mathematikunterricht folgende Nutzungsszenarien (Tabelle 3) für Lehrpersonen und Lernende festhalten.

Es sollte konstruktiv überlegt werden, ob trotz der oben geschilderten Herausforderungen perspektivisch die Chancen überwiegen könnten, solange Chatbots reflektiert eingesetzt werden. Dabei sollten wir nicht vergessen, dass Chatbots nun „in der Welt sind“ und wir uns sowieso dazu „stellen“ werden müssen. Vielleicht sollte die Mathematikdidaktik die Chance nutzen, dass einige der Systeme aktuell noch im „Betamodus“ sind und wir so an Verstehens- und Entwicklungsprozessen beteiligt sein können – allzu bald wird KI als Black-Box in vielen alltäglichen Anwendungen integriert sein. Oder wie Hischer (2023) es ausdrückt: „Chatbots werden wohl allgegenwärtig sein und „man“ muss lernen, damit souverän umzugehen“ (S. 8).

Kommen wir mit Hölzl (1994) noch einmal auf den Beginn unseres Beitrags zurück:

Der Einsatz des Computers und geeigneter Software erweitert die Chancen der Lernenden, das Umfeld einer gestellten Aufgabe spielerisch zu explorieren. Das [...] „Degoaling“ wird dann bewusst in Kauf genommen, positiv gesehen und in konstruktivistischer Perspektive als Chance begriffen, die im Unterricht ohnehin nötigen Aushandlungsprozesse für mathematische (Be)Deutungen durch den Einsatz von Computern zu unterstützen. [...] Vielleicht läßt sich ja beides verbinden: Mathematiklernen mit dem Computer und ein Unterrichtsdiskurs, der eine konstruktivistische Grundlage besitzt‘. (S. 238)

Klar ist, dass es dafür mehr Lehrer:innen als kompetente Lernbegleiter in Aushandlungs- und Kommunikationsprozessen für generative KI-Sprachmodelle braucht. Mit Blick in die Zukunft bleibt damit trotzdem weiterhin die spannende Frage: Was können generative KI-Sprachmodelle potentiell im Mathematikunterricht, wie könnte die Modelle diesen verändern?

Literatur

- Bauersfeld, H. (2000). Radikaler Konstruktivismus, Interaktionismus und Mathematikunterricht. In E. Bege mann (Verf.), *Lernen verstehen – Verstehen lernen. Zeitgemäße Einsichten für Lehrer und Eltern. Mit Beiträgen von Heinrich Bauersfeld* (S. 117–145). Peter Lang.
- Baum, M., Bellstedt, M., Boor, B., Brandt, D., Braun, A., Buck, H., Demuth, G., Dornieden, D., Drücke-Noe, C., Dürr, R., Eisfeld, H., Freudigmann, H., Giersemehl, I., Greulich, D., Harborth, H., Haug, F., Herd, E., Hußmann, S., Jörgens, T., ... Zimmermann, P. (2020). *Lambacher Schweizer – Mathematik für Gymnasien – G9, Nordrhein-Westfalen*. Ernst Klett Verlag.
- Brüggemann, J. (2023). ChatGPT kann Textaufgaben? Zeitspannen berechnen und Lösungswege überprüfen. *mathematik lehren*, (237), 46–47.
- Buchholtz, N., Baumanns, L., Huget, J., Peters, F., Pohl, M. & Schorcht, S. (2023). Herausforderungen und Entwicklungsmöglichkeiten für die Mathematikdidaktik durch generative KI-Sprachmodelle. *Mitteilungen der GDM*, (114), 19–24.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (1995, Hrsg.). *The Emergence of Mathematical Meaning. Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Helmerich, M. & Lengnink, K. (2015). *Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie*. Springer.
- Hischer, H. (2023). ChatGPT und Mathematikunterricht – eine didaktische Herausforderung? *Mitteilungen der GDM*, (115), 6–11.
- Hölzl, R. (1994). *Im Zugmodus der Cabri-Geometrie: Interaktionsstudien und Analysen zum Mathematiklernen mit dem Computer*. Dt. Studien-Verlag.
- Hughes, A. (2023, 30. Juni). ChatGPT: Everything you need to know about OpenAI's GPT-4 tool. www.sciencefocus.com/future-technology/gpt-3 (30. 11. 2023).
- Kantereit, T. (2023). Leichter unterrichten mit KI? Wie ChatGPT Lehrer:innen (und Lernenden) helfen kann. *bildung+ schule digital*, 1/2023, 34–35.
- Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J., Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., ... Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. Learning and Individual Differences. Vorab-Onlinepublikation. DOI:10.1016/j.lindif.2023.102274
- Krummheuer, G. (1983b). Das Arbeitsinterim im Mathematikunterricht. In H. Bauersfeld, H. Busmann, G. Krummheuer, J. H. Lorenz & J. Voigt (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln II* (S. 57–106). Aulis.
- Lutz-Westphal, B. (2023, 21. Februar). ChatGPT und der „Faktor Mensch“ im schulischen Mathematikunterricht. Zuletzt geprüft am 11. 8. 2023. www.linkedin.com/pulse/chatgpt-und-der-faktor-mensch-im-schulischen-brigitte-lutz-westphal
- Milmo, D. (2023, 2. Februar). ChatGPT reaches 100 million users two months after launch. The Guardian. www.theguardian.com/technology/2023/feb/02/chatgpt-100-million-users-open-ai-fastest-growing-app
- OpenAI. (2023a). ChatGPT. Zuletzt geprüft am 20. 8. 2023. openai.com/chatgpt
- OpenAI. (2023b). ChatGPT Supported Countries. Zuletzt geprüft am 6. 8. 2023. help.openai.com/en/articles/7947663-chatgpt-supported-countries

- OpenAI. (2023c). Educator considerations for ChatGPT. Zuletzt geprüft am 9. 8. 2023. platform.openai.com/docs/chatgpt-education
- OpenAI. (2023d). Our approach to AI safety. Zuletzt geprüft am 6. 8. 2023. openai.com/blog/our-approach-to-ai-safety
- Richter, C. & Schmitz, M. (2014). Übersicht zur Geometrie in der Schule – Sekundarstufe I. www.mi-didaktik.uni-jena.de/fmididaktikmedia/dateien-ressourcen/jenaer-schriften/richter-und-schmitz-2014-uebersicht-zur-geometrie-in-der-schule-sekundarstufe-i.pdf
- Santhosh, R., Abinaya, M., Anusuya, V. & Gowthami, D. (2023). ChatGPT: Opportunities, Features and Future Prospects. In *7th International Conference on Trends 35 in Electronics and Informatics (ICOEI)* (S. 1614–1622).
- Schulministerium NRW (2023). *Umgang mit textgenerierenden KI-Systemen: Ein Handlungsleitfaden*. MSB NRW. www.schulministerium.nrw/system/files/media/document/file/handlungsleitfaden_ki_msb_nrw_230223.pdf
- Voigt, J. (1994). Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In H. Maier, & J. Voigt (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung: Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung* (S. 77–111). Aulis.
- Weßels, D. (2022, 20. Dezember). ChatGPT – ein Meilenstein der KI-Entwicklung. www.forschung-und-lehre.de/lehre/chatgpt-ein-meilenstein-der-ki-entwicklung-5271 (9. 8. 2023).
- Wu, T., He, S., Liu, J., Sun, S., Liu, K., Han, Q.-L. & Tang, Y. (2023). A Brief Overview of ChatGPT: The History, Status Quo and Potential Future Development. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 10(5), 1122–1136.
- Frederik Dilling, Universität Siegen
E-Mail: dilling@mathematik.uni-siegen.de
- Kathrin Holten, Pädagogischen Hochschule Kärnten
E-Mail: kathrin.holten@ph-kaernten.ac.at
- Felicitas Pielsticker, Universität Siegen
E-Mail: pielsticker@mathematik.uni-siegen.de
- Ingo Witzke, Universität Siegen
E-Mail: witzke@mathematik.uni-siegen.de

Lernt die KI nun Sehen und Zeichnen? Chancen und Herausforderungen der Bildgenerierung und Bildinterpretation mit ChatGPT für die mathematikdidaktische Forschung

Sebastian Schorcht, Lukas Baumanns, Nils Buchholtz, Judith Huget, Franziska Peters und Maximilian Pohl

Zusammenfassung. Der vorliegende Beitrag führt die Diskussion über Herausforderungen der KI-Integration im Mathematikunterricht weiter und diskutiert aktuelle Einsatzmöglichkeiten von ChatGPT im Licht der jüngsten technischen Weiterentwicklungen. Insbesondere wird das Text-zu-Bild Modell DALL·E 3 und das Plugin Wolfram beleuchtet, welche das Large Language Modell GPT-4 befähigen, Bilder auf Basis eines Textinputs (Prompt) zu generieren. Seit September 2023 ist GPT-4 zudem in der Lage, visuelle Inhalte zu analysieren und zu deuten. In diesem Zusammenhang können Bilddateien in ChatGPT als Input dienen und mittels eines Prompts interpretiert werden. Welche Bedeutung diese neuen Funktionen hinsichtlich der Verwendung in der mathematikdidaktischen Forschung haben können, wollen wir im Anschluss diskutieren.

Einleitung

Erhebliche Fortschritte im Bereich der Künstlichen Intelligenz konnte OpenAI durch das generative KI-Sprachmodell GPT-4 schon im Sommer 2023 verzeichnen, wie wir in unserem letzten Beitrag in den *Mitteilungen der GDM 115* darlegen konnten (Schorcht et al., 2023). Die Diskussion um Künstliche Intelligenz im Bildungskontext und im Speziellen im Mathematikunterricht ist seitdem spürbar intensiver geworden (Kasneci et al., 2023; Lutz-Westphal, 2023; Schleiß et al., 2023; Spannagel, 2023). Es existieren beispielsweise erste empirische Untersuchungen zum Umgang mit und der Einstellung zu Large Language Modellen im Bildungssektor (von Garrel et al., 2023; Chan & Hu, 2023; Preiß et al., 2023; Smolansky et al., 2023). Ein Jahr nach der Veröffentlichung von GPT präsentiert sich das

Large Language Modell von OpenAI kontinuierlich mit neuen Funktionen wie beispielsweise der Einführung von Plugins wie Wolfram (Alpha) oder der Möglichkeit der Programmierung von individuell maßgeschneiderten GPTs (wie etwa der Generator für Kopfübungen von Brüggemann, 2023). Erst Anfang November brachte OpenAI das Modell GPT-4 zudem in die Lage, aus integrierten Technologien wie der bildgenerierenden KI DALL·E 3, der Datenanalyse Advanced Data Analysis, dem Browser Bing und weiteren Plugins für die Erfüllung eines Prompts eines dieser Werkzeuge selbstständig auszuwählen. Zusätzlich ist insbesondere durch die Integration des Large Language Modells in die Microsoft Office Umgebung durch M365 Copilot, welcher auf den GPT-Modellen basiert, in der Bezahlversion von Office die KI-Umgebung seit November 2023 für einen noch größeren Teil der Bevölkerung unmittelbar zugänglich und beginnt seine Integration in die Arbeitswelt. Die neuen Möglichkeiten der Bildgenerierung und Bildinterpretation erweitern daher die Nutzungsmöglichkeiten der KI auch für das mathematische Lehren und Lernen in der beruflichen Praxis von Lehrkräften und auch die Möglichkeiten der Nutzung in der Lehrkräfteausbildung noch einmal deutlich weiter. Wir stellen in diesem Beitrag daher erneut Chancen und Herausforderungen in diesem speziellen Bereich vor.

Unterschiedliche Algorithmen der Bildgenerierung

Um zu verstehen, wie die Text-zu-Bild-Modelle funktionieren, bedarf es einiger technologischer Details. Die Generierung von Bildern mit Algorithmen beruht auf der Übersetzung einer sprachlichen Eingabe in eine grafische Darstellung. Im Wesentlichen werden dabei verschiedene Algorithmen verwendet. Die bekanntesten Algorithmen sind Generative Adversarial Networks (GAN), Autoencoder und Diffusionsmodelle (Linde, 2023). Bei Generative Adversarial Networks (GAN) – erstmals beschrieben bei Goodfellow et al. (2014) – stehen zwei neuronale Netzwerke (Generator und Diskriminator) in einem Wettbewerb zueinander. Während der Generator Bilder aus zufälligem Rauschen generiert, beurteilt der Diskriminator die erzeugten Bilder hinsichtlich ihres authentischen Aussehens. In diesem iterativen Prozess verbessert der Generator kontinuierlich seine Fähigkeit, realitätsnahe Bilder zu generieren, während der Diskriminator gleichzeitig seine Kompetenz im Identifizieren von gefälschten Bildern verfeinert. Autoencoder sind generative Modelle, die aus einem Encoder zur Umwandlung von Eingaben (z. B. Bildern) in einen kompakten Vektor und einem Decoder zur Rekonstruktion oder Neuerstellung von Bildern bestehen. Im Trainingsprozess ler-

nen Autoencoder, wichtige Merkmale aus den Bildern effizient zu extrahieren (z. B. zur Bildrauschen-Reduktion), und daher können sie auch zur Generierung neuer Bilder eingesetzt werden. Diffusionsmodelle sind neuere generative Modelle, die auf stochastischen Prozessen beruhen (Linde, 2023). Sie transformieren Bilder schrittweise in Rauschen und lernen, diesen Vorgang umzukehren, um realistische Bilder zu erzeugen. In der Umkehrung wird, ausgehend von einem Bild, das ausschließlich Zufallsrauschen enthält, ein ursprüngliches Bild hineininterpretiert, das typischerweise noch sehr grob und verschwommen ist. Diese erste Version wird dann erneut mit Rauschen überlagert, woraus eine zweite Version berechnet wird. Dieser Prozess wird mehrfach wiederholt, wobei das künstlich hinzugefügte Rauschen bei jedem Durchgang schwächer wird. Auf diese Weise können schrittweise immer mehr Details aus der anfänglichen Grobskizze herausgearbeitet werden. Diese Methode kann in einigen Fällen bessere Ergebnisse als GANs oder Autoencoder erzielen und wird in bildgenerierenden KI-Modellen wie z. B. DALL·E 3 eingesetzt. Für eine Text-zu-Bild Generierung, wie sie in DALL·E 3 Verwendung findet, sind dann drei wesentliche Schritte notwendig: Im ersten Schritt wird die Spracheingabe in einen Vektor überführt, der die Bedeutung des Textes repräsentiert – das sogenannte Embedding. Anschließend wird dieses Text-Embedding in ein Grafik-Embedding transformiert, das den Inhalt und Stil eines Bildes kodiert, ohne jedoch bereits alle Details festzulegen. Im dritten Schritt konvertiert ein Diffusionsmodell das Grafik-Embedding in ein tatsächliches Bild (Linde, 2023). Ein gemeinsames Merkmal all dieser Algorithmen ist, dass sie aufgrund einer gewissen Unschärfe arbeiten müssen. Dies führt dazu, dass die direkte Umwandlung von Text in Bild nicht immer perfekt gelingt, da Texte üblicherweise weniger Informationen als Bilder enthalten.

Bildgenerierung in GPT-4 mit DALL·E 3

Die neueste Variante des diffusionsbasierten Text-zu-Bild-Modells DALL·E 3 arbeitet zusätzlich mit einem sog. „Image Captioner“, der jedem Bild im ursprünglichen Trainingsdatensatz eine neue Beschreibung zuordnet und somit Text-zu-Bild-Passung im Prozess des Embedding verbessert (Bettler et al., 2023). Je präziser die Prompt-Eingabe also ist, desto besser kann das KI-Modell die Bildausgabe an den Prompt anpassen. Dennoch ist das System von den notwendigen Diffusionsmodellen abhängig, weswegen die Ausgabe immer mit kreativen Elementen einhergeht – d. h. auch hier „halluziniert“ die KI. Wir haben exemplarisch Bilder zu Standardsituationen im Arithmetikunterricht in



Abbildung 1. Mit DALL·E 3 unter GPT-4 erstellte Abbildung zum Prompt Rechenrahmen (links) und Plättchen (rechts)

der Grundschule generieren lassen (Abb. 1). Hierzu haben wir in ChatGPT mit der Integration von DALL·E 3 folgende Prompts eingegeben:

Generiere mir eine Abbildung aus dem Mathematikunterricht: Zwei Kinder sitzen vor einem Rechenrahmen mit 100 Kugeln. In jeder Reihe sind 10 Kugeln. In jeder Reihe sind erst fünf Kugeln weiß, dann fünf Kugeln rot. Nach fünf Reihen wechselt die Farbe und es sind erst fünf Kugeln rot, dann fünf Kugeln weiß in jeder Reihe. Die Kinder auf dem Bild berechnen die Aufgabe $13 - 4$.

und

Generiere mir ein Bild mit einem Kind, das fünf rote und drei blaue runde Plättchen vor sich liegen hat. Daneben liegt ein Blatt Papier auf dem steht $3 + 5 = 8$.

Das linke Bild in Abbildung 1 zeigt zwei Kinder vor einem „Rechenrahmen“, der dem im Prompt beschriebenen Rechenrahmen nur teilweise genügt. Es finden sich weiße und rote Kugeln auf den Stangen, die jedoch keine erkennbare Struktur aufweisen. Die Anzahl der Kugeln pro Reihe ist nicht einheitlich und meistens nicht zehn. Statt zehn sind neun Reihen zu erkennen. Auch die Aufgabe „ $13 - 4$ “ ist nicht erkennbar. Das System halluziniert also andere Elemente in das Bild hinein, die zu einer mathematikdidaktisch unüblichen Ausgabe führen. Insgesamt erfüllt die Ausgabe also höchstens teilweise die Eingabe. Bestimmte Elemente der Ausgabe sind enthalten, weil sie im Prompt nicht explizit negiert wurden. In unseren Versuchen hat sich allerdings gezeigt, dass selbst eine Negierung vom Modell nicht immer erkannt wird. Die geforderte

Aufgabe ist zudem nicht sichtbar. Wir haben daher mit Anführungszeichen im zweiten Prompt versucht die Aufgabe sichtbar in der Darstellung zu erhalten (Abb. 1, rechts). Das zweite Bild zeigt ein Kind, das rote und blaue Plättchen vor sich liegen hat. Drei blaue Plättchen entsprechen der Eingabe, die Anzahl der roten Plättchen (fünf) wurde vom Modell ignoriert. Dieses Phänomen ist tatsächlich als „Prompt following“ bekannt, ein Problem, bei dem diffusionsbasierte Text-zu-Bild-Modelle Eingaben ignorieren oder im Verlauf des Prozesses nicht mehr korrekt verarbeiten (Rassin, Ravfogel & Goldberg, 2022; Betker et al., 2023). Die Plättchen sind allerdings entsprechend der Vorgabe rund. Zudem hat das Modell korrekt ein Blatt Papier generiert und die Aufgabe „ $3 + 5 = 8$ “ in einer Sprechblase so angeordnet, dass sie dem Blatt zugeordnet werden könnte. Interessant sind die Farbvarianten in den blauen Plättchen, die vom Modell halluziniert wurden. Der mathematikdidaktische Nutzen der auf diese Weise generierten Bilder ist allerdings noch weit von konkreten praktischen Anwendungen entfernt. Inwiefern genauere Eingaben mit Techniken des Prompt-Engineering zu besseren Ausgaben führen, bleibt noch offen. Der Abgleich der generierten Bilder mit im Internet vorhandenen Abbildungen, um beispielsweise die Darstellung des Rechenrahmens anzupassen, ist bisher noch nicht möglich. Lehrende können allerdings die Bildgenerierung schon aktuell in der Bezahlversion von ChatGPT nutzen, um gewünschte visuelle Darstellungen zu generieren. Inwiefern diese Bildgenerierung allerdings auch gewissen mathematischen und mathematikdidaktischen Qualitätsstandards entspricht, die für Visualisierungen wünschenswert sind, ist wohl individuell im Einzelfall zu entscheiden. Detaildarstellungen mit mathematischen Inhalt

ten konnten wir in unseren Versuchen bisher nicht zufriedenstellend generieren. Für eine allgemeine Darstellung einer Gruppenarbeit oder des Spiels auf dem Pausenhof kann DALL·E 3 aber schon passable Abbildungen erstellen.

Eine sich anschließende Frage, die sich durch die Verwendung des KI-Modells stellt, bezieht sich auf die Bildrechte an den generierten Bildern. OpenAI (2023) schreibt hierzu in seinen Terms of Use unter Punkt 3(a) folgendes:

(a) **Your Content.** You may provide input to the Services (“Input”), and receive output generated and returned by the Services based on the Input (“Output”). Input and Output are collectively “Content.” As between the parties and to the extent permitted by applicable law, you own all Input. Subject to your compliance with these Terms, OpenAI hereby assigns to you all its right, title and interest in and to Output. This means you can use Content for any purpose, including commercial purposes such as sale or publication, if you comply with these Terms. OpenAI may use Content to provide and maintain the Services, comply with applicable law, and enforce our policies. You are responsible for Content, including for ensuring that it does not violate any applicable law or these Terms.

Alle durch OpenAI generierten Outputs sind also frei verfügbar und selbst für kommerzielle Zwecke verwendbar.

Bildgenerierung in GPT-4 mit Plugin Wolfram

Eine Bildgenerierung, die zu mathematischen Zwecken eingesetzt werden kann, ist unter anderem auch mit dem Plugin Wolfram verfügbar. Das Plugin basiert auf dem Zugang Wolfram Alpha und der Systemsprache Wolfram Language (Wolfram, 2023). Durch die Auswahl des Plugins unter GPT-4 kann direkt auf die Webversion Wolfram Alpha zugegriffen werden. ChatGPT übersetzt dafür den Prompt in Wolfram Language und stellt eine Anfrage. Wolfram kalkuliert die benötigte Ausgabe und sendet es in Form einer URL an ChatGPT zurück. Das KI-Modell stellt die Ausgabe dann im Chat dar. Die Übersetzung kann über den Button „Wolfram benutzt“ eingesehen werden (Spannagel, 2023). Wir haben mit einigen Prompts versucht, Bilder zu erstellen, die für den Mathematikunterricht gewinnbringend genutzt werden könnten. Das Plugin Wolfram liefert uns deutlich bessere Ergebnisse als DALL·E 3, die in vielen Fällen schon den Bedürfnissen der genauen Ausgabe des mathematischen Kerns entsprechen. In Abbildung 2 sind zwei solche unterschiedlichen Ausgaben erkennbar. Im linken

Teil der Abbildung 2 soll ein Funktionsgraph zur gebrochen-rationalen Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-1}$ (mit stetig hebbarer Definitionslücke bei $x = 1$) geplottet werden. Der Aufforderung kommt ChatGPT mit Wolfram zwar nach, es lässt sich hier aber kritisieren, dass der sprachliche Rahmen des Bild-Outputs nicht ganz angemessen mit der Definitionslücke umgeht, denn es wird einerseits nicht korrekt auf das Verhalten der Funktion an der Definitionslücke verwiesen, andererseits wird die Definitionslücke im abgebildeten Graphen bereits stetig behoben, ohne dass eine stetige Fortsetzung angegeben wird (ein ähnliches Ergebnis erhält man aber übrigens auch mit GeoGebra). Im rechten Teil der Abbildung 2 wird eine quadratische Pyramide mit farbigen Flächen und Kanten perspektivisch dargestellt, die gut brauchbar für das Arbeiten mit Visualisierungen geometrischer Körper im Unterricht erscheint.

Das Plugin Wolfram stellt aus unserer Sicht eine bessere Möglichkeit als DALL·E 3 zur Generierung von Visualisierungen und Darstellungen für den Mathematikunterricht dar – aber die Nützlichkeit lässt sich natürlich immer nur im Einzelfall und vor dem Hintergrund des Zwecks der Erstellung von Abbildungen entscheiden. Die Halluzinationen im Wolfram Plugin erscheinen weniger gravierend, möglicherweise auch, weil das Modell anhand großer naturwissenschaftlicher Daten trainiert wurde und auf einen anderen bildgenerierenden Algorithmus zurückgreift. Deutlich wird aus unseren Versuchen aber, dass selbst hier eine kritische Prüfung des KI-Outputs nicht unterbleiben kann.

Bildinterpretation mit GPT-4

Als zweite wichtige Anwendung der neuen Funktionen im mathematikdidaktischen Forschungszusammenhang thematisieren wir das Interpretieren von Abbildungen. Für eine Bildinterpretation können nun Bilder und PDF-Dokumente in ChatGPT hochgeladen werden. ChatGPT ist mit Bilderkennungs- und Verarbeitungsalgorithmen ausgestattet, die eine Interpretation der hochgeladenen Dateien ermöglichen. Das Sprachmodell kann die erkannten Informationen mit dem Kontext der vorherigen Konversationen verbinden, um kontextbezogene Antworten zu generieren. Diese Möglichkeit erweitert damit die Bandbreite der Interaktionen mit der KI deutlich. Angeregt durch diese Neuerungen haben wir dem Modell diagnostische Aufgaben gestellt, indem wir Lösungen von Lernenden bereitstellten und es zur Interpretation aufforderten. Dazu nutzten wir einmal eine Termumformungsaufgabe mit einem algebraischen Fehler (Abb. 3, links) und eine Lösung einer Femi-Aufgabe, in der die Höhe einer menschlichen Pyramide, bestehend

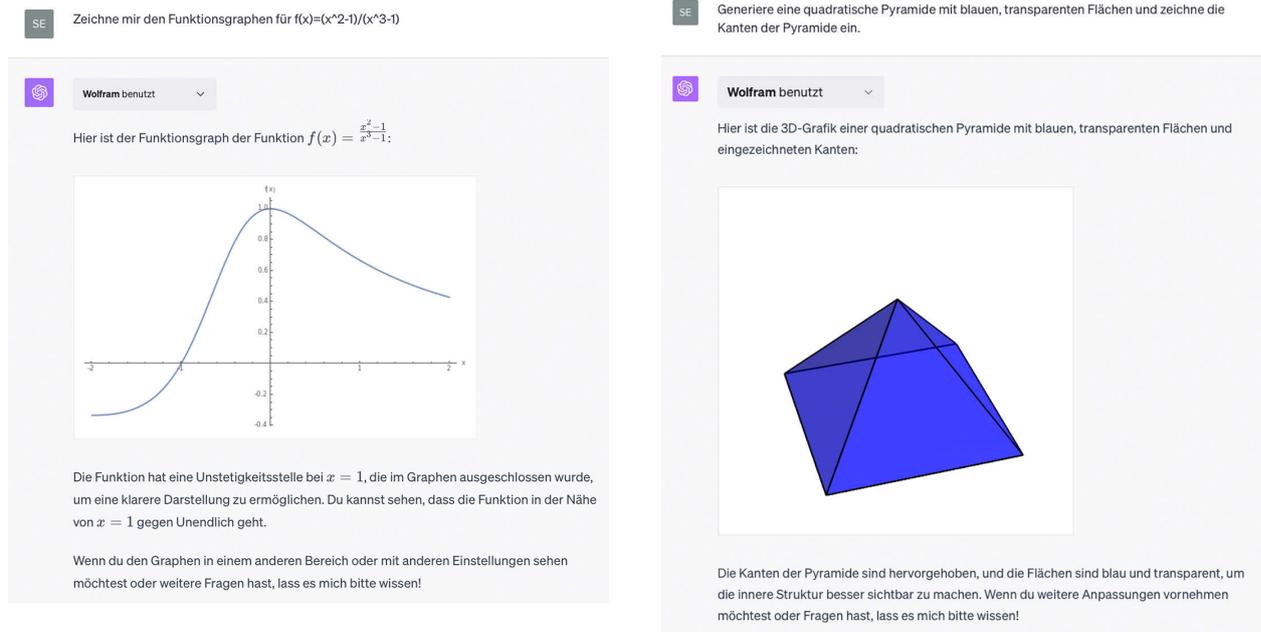


Abbildung 2. Mit Plugin „Wolfram“ unter ChatGPT-4 erstellte Darstellung eines Funktionsgraphen (links) und eines geometrischen Körpers (rechts)

aus den Kindern der eigenen Grundschule, modelliert und berechnet werden sollte (Abb. 3, rechts). Die Eingabe von echten individuellen Schülerlösungen aus dem Mathematikunterricht in ChatGPT ist angesichts datenschutzrechtlicher Vorgaben gerade bei vulnerablen Personengruppen natürlich bedenklich. Dazu weist OpenAI in den Terms of Use unter Punkt 2(c) auch auf diese Problematik hin: „*Restriction*. You may not [...] (vii), send us any personal information of children under 13 or the applicable age of digital consent.“ Um dennoch einen Eindruck von den Möglichkeiten der Bildinterpretation des KI-Modells zu erhalten, haben wir die Inhalte anonymisiert und mit einer neuen Handschrift versehen. Personengebundene Informationen von Lernenden (und wenn es nur Handschriften sind) sind somit nicht mehr enthalten.

Im ersten eher offenen Prompt zur Fehleranalyse in Abbildung 3 (links) erfasst das KI-Modell die Handschrift korrekt und analysiert die Lösung der Lernenden anhand der Rechenkompetenz, Problemlösekompetenz, Kommunikation und Argumentation. Diese Kompetenzen stimmen allerdings nur teilweise mit denen aus den Bildungsstandards überein. Das KI-Sprachmodell scheint also nicht automatisch über das Internet auf die KMK-Standards zuzugreifen. Die Quelle der angegebenen Kompetenzen wird hier auch nicht ersichtlich. Eine „Halluzination“ des KI-Sprachmodells ist in Bezug auf die Kompetenzen daher nicht auszuschließen. Der Schülerfehler hingegen wird erstaunlich gut und

korrekt erkannt, und auf die richtige Lösung hingewiesen. Positiv erwähnenswert ist auch der Abschnitt zur Argumentation, in der ChatGPT aufgrund der mangelnden diagnostischen Informationen gerade keine Aussage über die Begründungsfähigkeit der Lernenden macht. Das Potential der diagnostischen Fähigkeiten des KI-Sprachmodells zeigt sich unserer Meinung deutlich, eine Referenz auf die KMK-Bildungsstandards wäre hier aber natürlich wünschenswert gewesen.

Um die Beliebigkeit der Interpretation mathematischer Kompetenzen einzugrenzen, ergänzten wir den zweiten Prompt daher mit einem PDF-Dokument. Der zweite, eher geschlossene Prompt (Abb. 3, rechts), gibt somit die Kompetenzen der Bildungsstandards im Bereich der Primarstufe (KMK, 2022) als Maßstab mathematischer Kompetenzen vor. Die gestellte Fermi-Aufgabe für die Kinder lautete: „Wie viele Kinder besuchen die Schule? Wie hoch ist eine menschliche Pyramide aus den Kindern unserer Schule?“ In der Schülerlösung wurde zuerst die Gesamtzahl der Lernenden der eigenen Grundschule über eine Multiplikation der beiden Faktoren „Durchschnittliche Anzahl der Kinder je Klasse“ und „Anzahl der Klassen in der Schule“ mathematisiert. Danach wurde von dieser Gesamtzahl über fortgesetzte Subtraktion die jeweilige Anzahl benötigter Kinder je Pyramidenstufe abgezogen ($128 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - \dots$) bis die errechnete Gesamtzahl ausgeschöpft war. In der dargebotenen Lösung fehlt allerdings der Schritt zur Verbindung mit dem Größenbereich Längen.

You

Aufgabe: Vereinfach den Term so weit wie möglich.

a.) $3x - (x - y)$

$$3x - x + y$$

$$x(3 + y)$$

Analysiere folgende Schülerlösung hinsichtlich der mathematischen Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards zu finden sind.

ChatGPT

Die Schülerlösung auf dem Bild zeigt eine mathematische Aufgabe, bei der ein Term vereinfacht werden soll. Die Aufgabe lautet: Vereinfache den Term $3x - (x - y)$ so weit wie möglich.

Der Schüler hat den Term wie folgt vereinfacht:

1. $3x - x + y$
2. $x(3 + y)$

Bei der Analyse der Schülerlösung im Hinblick auf mathematische Kompetenzen, wie sie in Bildungsstandards vorkommen, können verschiedene Aspekte betrachtet werden:

- **Rechenkompetenz:** Der Schüler zeigt ein Verständnis der Grundrechenarten, indem er die Klammer auflöst und die Terme korrekt zusammenfasst. Das Ausklammern im zweiten Schritt ist jedoch nicht korrekt, da $3x - x$ zu $2x$ vereinfacht werden sollte, nicht zu $x(3 + y)$. Dies deutet auf ein Missverständnis in Bezug auf die Distributivgesetze hin.
- **Problemlösekompetenz:** Der Schüler hat einen Ansatz zur Problemlösung verfolgt, der aber nicht zum korrekten Ergebnis führt. Dies zeigt, dass der Schüler ein grundlegendes Verständnis für die Struktur von Termen hat, aber möglicherweise Schwierigkeiten mit komplexeren algebraischen Manipulationen hat.
- **Kommunikation:** Der Schüler hat seine Gedankengänge schriftlich festgehalten, was gut ist. Allerdings wäre eine Überprüfung und Korrektur seiner Arbeit ein wichtiger Schritt, um die Richtigkeit zu gewährleisten.
- **Argumentation:** Es ist nicht klar, ob der Schüler die Schritte seiner Vereinfachung begründen kann, da die Lösung fehlerhaft ist. Ein Verständnis darüber, warum bestimmte Schritte genommen werden, ist ein wichtiger Teil der mathematischen Argumentationskompetenz.

Die Lösung zeigt, dass der Schüler eine Vorstellung davon hat, wie Terme vereinfacht werden, aber es fehlt an Genauigkeit und einem tieferen Verständnis der algebraischen Gesetze. Es wäre wichtig, die Fehler zu korrigieren und dem Schüler zu zeigen, wie die korrekte Vereinfachung aussehen sollte:

1. $3x - x + y$ sollte zu $2x + y$ vereinfacht werden, da $3x - x = 2x$.

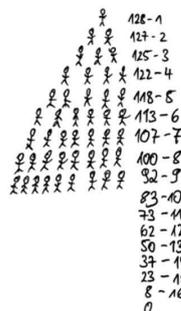
Durch eine solche Korrektur könnte der Schüler seine Fähigkeiten in den genannten Kompetenzbereichen verbessern.

You



Wie viele Kinder besuchen die Schule? Wie hoch ist eine menschliche Pyramide aus den Kindern unserer Schule?

Antwort: Es sind 128 Kinder in der Schule
Rechnung: $16 \cdot 8 = 128$ Es sind 8 Klassen



Analysiere folgende Schülerlösung (sichtbar im angehängten Bild) hinsichtlich der prozessbezogenen Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards zu finden sind. Nutze dafür die angehängten Bildungsstandards.

ChatGPT

Um die Schülerlösung im Bild hinsichtlich der prozessbezogenen Kompetenzen zu analysieren, werden die Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards definiert sind, herangezogen:

1. **Mathematisch argumentieren:** Die Schülerlösung zeigt, dass der Schüler oder die Schülerin in der Lage war, eine mathematische Struktur zu erkennen und die Idee einer menschlichen Pyramide als ein mathematisches Problem zu repräsentieren. Sie haben eine Abnahme-Sequenz aufgestellt, um die Gesamtzahl der Schüler zu berechnen.
2. **Mathematisch kommunizieren:** Der Schüler oder die Schülerin hat seine/ihre Gedanken in schriftlicher Form dargelegt und mathematische Notationen verwendet, um die Lösung zu kommunizieren. Das zeigt eine Fähigkeit, mathematische Sachverhalte zu beschreiben und Lösungswege zu dokumentieren.
3. **Probleme mathematisch lösen:** Es wurde eine Strategie entwickelt, um das Problem schrittweise zu lösen. Der Schüler oder die Schülerin hat eine Reihe aufgestellt, die zur Lösung des Problems führt, was auf die Kompetenz hinweist, Lösungsstrategien zu entwickeln.
4. **Mathematisch modellieren:** Der Schüler oder die Schülerin hat das reale Phänomen der menschlichen Pyramide in ein mathematisches Modell übersetzt, indem eine Struktur für die Abnahme der Schülerzahl pro Reihe erstellt wurde.
5. **Mathematisch darstellen:** Die Lösung beinhaltet eine tabellarische Darstellung, die die Abnahme der Anzahl der Schüler pro Stufe der Pyramide zeigt. Diese Darstellung unterstützt das Verständnis des zugrundeliegenden Musters der Abnahme.
6. **Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten:** Der Schüler oder die Schülerin hat mit Zahlen und mathematischen Symbolen gearbeitet, um das Problem zu lösen. Dabei wurden mathematische Operationen wie Subtraktion und Multiplikation angewendet.

Die Schülerlösung zeigt, dass der Schüler oder die Schülerin in der Lage war, mehrere prozessbezogene Kompetenzen zu demonstrieren. Sie haben das Problem verstanden, eine Strategie zur Lösung entwickelt, ihre Gedanken klar kommuniziert und ein mathematisches Modell zur Darstellung des Problems verwendet. Das weist auf ein gutes Verständnis und die Fähigkeit hin, Mathematik zur Lösung realer Probleme anzuwenden.

Abbildung 3. Interpretation einer Schülerlösung (Reproduzierung zwecks Anonymisierung der Handschrift) in zwei Prompt-Varianten durch ChatGPT-4 (Links ein offener Prompt zur Analyse eines algebraischen Fehlers; Rechts ein geschlossener Prompt zur Analyse einer Femi-Aufgabe der Grundschule anhand der KMK-Bildungsstandards des Primarbereich)

ChatGPT differenziert in der Ausgabe (Abb. 3, rechts) prozessbezogene Kompetenzen anhand des vorgegebenen PDFs. Die Lösung des Kindes scheint jedoch bei jeder Beurteilung hinsichtlich einer Kompetenz neu interpretiert zu werden. Das KI-Modell berücksichtigt beispielsweise unter der Kompetenz „mathematisch argumentieren“ teilweise nur die erste Fragestellung der Aufgabe. Dies wird daran

deutlich, dass ChatGPT die verschiedenen Terme als den Versuch zur Bestimmung der Gesamtzahl der Lernenden in der Schule interpretiert („Sie haben eine Abnahme-Sequenz aufgestellt, um die Gesamtzahl der Schüler zu berechnen“). Andererseits wird unter der Beurteilung der Kompetenz „mathematisch modellieren“ von ChatGPT die Abnahme-Sequenz in Bezug zur Pyramide gesetzt, was auf ei-

ne teilweise korrekte Interpretation hindeutet („Der Schüler oder die Schülerin hat das reale Phänomen der menschlichen Pyramide in ein mathematisches Modell übersetzt, indem eine Struktur für die Abnahme der Schülerzahl pro Reihe erstellt wurde“). Unter der prozessbezogenen Kompetenz „mathematisch darstellen“ deutet ChatGPT die Lösung sogar als eine tabellarische Darstellung und zeigt damit, dass die Bildinterpretation auch die Anordnung der Terme berücksichtigt. GPT-4 scheint somit in der Lage zu sein, Terme zu identifizieren, diese von der gesamten Anordnung getrennt zu interpretieren und in Beziehung zu setzen. Dennoch ist die Interpretationsleistung im Kontext der Aufgabe aus unserer Perspektive noch ausbaufähig. Es bleibt abzuwarten, ob diese Kombination von PDF und Interpretation durch den automatisierten Internetzugriff in Zukunft noch verbessert werden kann, und die Ausgabe als ein erster Interpretationsvorschlag dienen kann, den Lehrkräfte durch ihre Expertise anreichern und vervollständigen bzw. verbessern.

Insgesamt zeigen unsere Versuche in der Bildinterpretation, dass ChatGPT durchaus in der Lage ist, Schülerfehler zu erkennen, wenn die zugrunde liegenden Aufgaben nicht allzu komplex sind. Die Fehleranalysen und auch die Kompetenzanalysen funktionieren allerdings noch nicht immer zuverlässig und bedürfen der individuellen Nachprüfung. Wir sehen trotzdem das Potenzial für die Nutzung im Bereich der Diagnose von Schülerleistungen, etwa, wenn Lehrkräfte in Bezug auf klassische Fehlermuster in bestimmten Bereichen (z. B. Termumformungen, Modellierungs- oder arithmetische Basiskompetenzen) Unterstützung suchen. Inwiefern diese Bildinterpretationen für diagnostische Zwecke auch verwendbar sind, und ob Lehrkräfte darauf in ihrer Praxis zurückgreifen würden, ist noch weitestgehend unerforscht. Die Möglichkeiten dazu sind jedoch offensichtlich vorhanden.

Fazit

Bildgenerierung und Bildinterpretation in ChatGPT sind mit den aktuellen Entwicklungen möglich geworden, wenn auch zum Teil noch nicht hinreichend auf die Bedürfnisse von Mathematiklehrkräften angepasst. Die Richtung der KI-Entwicklung hin zu einem stärker professionsorientierten Einsatz zeichnet sich für uns jedoch ab und es scheint nur noch eine Frage der Zeit zu sein, bis die bildgenerierenden Modelle und Bildinterpretationen die benötigte Qualität für den Anwendungsbereich Schule erreichen. Die personalisierte Bildgenerierung könnte jedenfalls bereits jetzt zu einer deutlichen Zunahme der Verwendung hochauflösender

Abbildungen im Unterricht führen. Fortwährend bleiben aber die Probleme des Umgangs mit dem Datenschutz bestehen, außerdem ist nicht klar, ob die bildgenerierenden und -interpretierenden Algorithmen verstecktem Bias unterliegen und somit Schülergruppen systematisch bevor- oder benachteiligen könnten, insofern zukünftig diagnostische Entscheidungen an die KI übertragen werden. Es ergeben sich weiterhin auch viele Fragen, deren Beantwortung momentan noch aussteht: Sind qualitativ angemessene und mathematikdidaktisch fundierte Visualisierungen mit Diffusionsmodellen überhaupt herstellbar? Bedarf es spezieller Prompt-Techniken, um die Qualität der Ausgaben zu verbessern? Inwiefern nutzen Lehrkräfte im Unterrichtsallday schon KI-Modelle zur Bildgenerierung und -interpretation und welche unterschiedlichen Arten der Nutzung können beobachtet werden? Ist die Interpretationsleistung der KI-Modelle domänenspezifisch (z. B. in Bezug auf mathematische Inhaltsbereiche wie Algebra, Stochastik oder Geometrie) und wie kann die Interpretationsleistung gesteigert werden? Die Anwendungsmöglichkeiten aber auch die Grenzen der Technologie in der mathematikdidaktischen Forschung bleiben damit ein wichtiges neues Forschungsfeld. Um damit auf den Titel unseres Beitrags zurückzukommen: wir können festhalten, dass ChatGPT mit den neuen Entwicklungen und Funktionen das „Sehen“ und „Zeichnen“ nun gelernt hat, aber aufgrund der eigenen Halluzinationen bleibt die Faktentreue auch in der Bildgenerierung und -interpretation als Problem bis auf Weiteres bestehen.

Literatur

- Betker, J., Goh, G., Jing, L., Brooks, T., Wang, J., Li, L., Zhuang, J., Lee, J., Guo, Y., Manassra, W., Dhariwal, P., Chu, C., Jiao, Y. & Ramesh, A. (2023). *Improving Image Generation with Better Captions*. cdn.openai.com/papers/dall-e-3.pdf
- Buchholtz, N., Baumanns, L., Huget, J., Peters, F., Schorcht, S. & Pohl, M. (2023). Herausforderungen und Entwicklungsmöglichkeiten für die Mathematikdidaktik durch generative KI-Sprachmodelle. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 114, 19–26.
- Brüggemann, J. (2023). *Kopfübungen automatisch erstellen mit dem Mathemia Generator für Kopfübungen*. mathemia.de/blog/2023-11-13-gpt-kopfuuebungs-generator/
- Chan, C. K. Y. & Hu, W. (2023). Students' voices on generative AI: perceptions, benefits, and challenges in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20, 43. DOI:10.1186/s41239-023-00411-8
- von Garrel, J., Mayer, J. & Mühlfeld, M. (2023). *Künstliche Intelligenz im Studium: Eine quantitative Befragung von Studierenden zur Nutzung von ChatGPT*

- & Co. opus4.kobv.de/opus4-h-da/frontdoor/index/index/docId/395
- Goodfellow, I. J., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., Courville, A. & Bengio, Y. (2014). *Generative Adversarial Networks*. DOI:10.48550/arXiv.1406.2661
- Heaven, W. D. (2023). *Wie KI-Bild- und Textgeneratoren die Kreativ-Branche umkrepeln*. Heise Medien. www.heise.de/hintergrund/Wie-KI-Bild-und-Textgeneratoren-die-Kreativ-Branche-umkrepeln-7489270.html
- Kasneci, E., Seßler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Günemann, S., Hüllermeier, E., Krusche, S., Kutyniok, G., Michaeli, T., Nerdel, C., Pfeffer, J., Poquet, O., Sailer, M., Schmidt, A., Seidel, T., Stadler, M., Weller, J., Kuhn, J. & Kasneci, G. (2023). *ChatGPT for Good? On Opportunities and Challenges of Large Language Models for Education*. DOI:10.35542/osf.io/5er8f
- Linde, H. (2023). *So funktionieren KI-Bildgeneratoren*. www.golem.de/news/kuenstliche-intelligenz-so-funktionieren-ki-bildgeneratoren-2305-174436.html
- Lutz-Westphal, B. (2023). ChatGPT und der „Faktor Mensch“ im schulischen Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 31(1), 19–21.
- Preiß, J., Bartels, M., Niemann-Lenz, J., Pawlowski, J. & Schnapp, K.-U. (2023). *ChatGPT and Me. Erste Ergebnisse der quantitativen Auswertung einer Umfrage über die Lebensrealität mit generativer KI an der Universität Hamburg*. Digital and Data Literacy in Teaching Lab. Universität Hamburg. 26. 9. 2023.
- OpenAI (2023). *Terms of Use: Updated March 14, 2023*. openai.com/policies/terms-of-use
- Rassin, R., Ravfogel, S. & Goldberg, Y. (2022). *DALLE-2 is Seeing Double: Flaws in Word-to-Concept Mapping in Text2Image Models*. DOI:10.48550/arXiv.2210.10606
- Schleiss, J., Mah, D.-K., Böhme, K., Fischer, D., Meisenholler, J., Paaßen, B., Schork, S. & Schrupf, J. (2023). *Künstliche Intelligenz in der Bildung. Drei Zukunftsszenarien und fünf Handlungsfelder*. KI-Campus. DOI:10.5281/zenodo.7702620
- Schorcht, S., Baumanns, L., Buchholtz, N., Huget, J., Peters, F. & Pohl, M. (2023). Ask Smart to Get Smart: Mathematische Ausgaben generativer KI-Sprachmodelle verbessern durch gezieltes Prompt Engineering. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 115, 12–24.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.). (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*.
- Smolansky, A., Cram, A., Radulescu, C., Zeivots, S., Huber, E. & Kizilcec, R. F. (2023). Educator and Student Perspectives on the Impact of Generative AI on Assessments in Higher Education. In *Proceedings of the Tenth ACM Conference on Learning @ Scale (L@S '23)*. Association for Computing Machinery, New York, USA, (pp. 378–382). DOI:10.1145/3573051.3596191
- Spannagel, C. (2023). Hat ChatGPT eine Zukunft in der Mathematik? *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 31(3), 168–172. DOI:10.1515/dmvm-2023-0055
- Wolfram, S. (2023). *Instant Plugins for ChatGPT: Introducing the Wolfram ChatGPT Plugin Kit: Stephen Wolfram Writings*. writings.stephenwolfram.com/2023/04/instant-plugins-for-chatgpt-introducing-the-wolfram-chatgpt-plugin-kit/
- Sebastian Schorcht, Technische Universität Dresden
E-Mail: sebastian.schorcht@tu-dresden.de
- Lukas Baumanns, Technische Universität Dortmund
E-Mail: lukas.baumanns@tu-dortmund.de
- Nils Buchholtz, Universität Hamburg
E-Mail: nils.buchholtz@uni-hamburg.de
- Judith Huget, Universität Hamburg
E-Mail: judith.huget@uni-hamburg.de
- Franziska Peters, Technische Universität Dresden
E-Mail: franziska.peters@tu-dresden.de
- Maximilian Pohl, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: maximilian.pohl@uni-due.de

Mathematik und Gender & Diversity als Teil universitärer Lehrveranstaltungen

Überblick bestehender Angebote und Vernetzung

Lara Gildehaus, Anja Fetzer und Nicola Oswald

In jüngerer Zeit, unter anderem auch als Folge der sichtbaren Leistungsunterschiede verschiedener sozialer Gruppen nach der Corona-Pandemie, fanden vermehrt politische Bestrebungen statt, die sich mit chancengleicher Lehre auseinandersetzen und diese einfordern. Damit einher geht einerseits eine demokratische Verpflichtung von Institutionen, die im Bereich Lehre und verbundener Forschung verortet sind, zur Förderung von chancengleichen Voraussetzungen, Bedingungen und Laufbahnen. International wurden dazu beispielsweise 2015 die Nachhaltigkeitsziele im Rahmen der Agenda 2030 von den Vereinten Nationen erarbeitet und verabschiedet. In mindestens drei dieser formulierten Ziele wird konkret die Qualität der Lehre (4), Geschlechtergerechtigkeit (5) und der Abbau von Ungleichheiten (10) thematisiert (United Nations, 2023). Andererseits ist darüber hinaus die Gleichstellung der Geschlechter seit Jahrzehnten im europäischen und deutschen Gesetz verankert. In Bezug auf Universitäten kann die Bologna Reform von 1990 als Wegweiser für eine Schwerpunktsetzung auf die Gleichstellung von Geschlechtern betrachtet werden. Bis 2019 unterzeichneten 48 europäische Länder einen Beschluss zur entsprechenden Umstrukturierung im Hochschulbereich (Hilgemann et al., 2012). Auch im Hinblick auf nationale Richtlinien und auf Ziele von Seiten der einzelnen Bundesländer wird eine geschlechtergerechte Vermittlung von Inhalten an Hochschulen auf allen Ebenen angestrebt und gefördert (Hilgemann et al., 2012).

Insbesondere in der Mathematik deutet eine Vielzahl unterschiedlicher Studien immer wieder darauf hin, dass das Lernen und Lehren von Mathematik nicht chancengleich stattfindet (u. a. Foyn et al., 2018; Mendick, 2005; Solomon 2012; Solomon et al., 2016; Voss & Gildehaus, 2022). Geschlechtsbedingte Unterschiede in Partizipation und Leistung sind damit einhergehende Befunde (u. a. Dubois-Shaik & Fusulier, 2015; Forgasz & Leder, 2017).

Eine Möglichkeit, Verantwortung zu übernehmen und der Problematik zu begegnen, liegt dementsprechend im Bereich von Lehr-Lerninteraktionen. Bisherige Forschungen deuten darauf hin, dass Lehrende persönlich (Solomon et al., 2011; 2016), aber auch verschiedene Rahmenbedingungen, wie beispielsweise Prüfungsformate (Göller et al., 2021; Zhang et al., 2012) einen

entscheidenden Einfluss in Bezug auf chancengerechte Lehre haben. Ein weiterer Ansatzpunkt in diesem Rahmen sind die Inhalte der Lehrangebote selbst. Unter anderem konnten Mischau et al. (2010) zeigen, dass die Auseinandersetzung mit Gender-Aspekten in der Mathematik bei den Studierenden zu einer besseren Selbsteinschätzung bezüglich gendersensiblen Handelns führt. Ein ähnlicher Effekt findet sich auf Seiten der Lehrenden, die durch die Auseinandersetzung mit den Inhalten und Diskussionen mit den Studierenden oft von eigenen Reflexionsprozessen berichten. Weiterhin besitzen insbesondere Lehramtsstudierende der Mathematik eine wichtige Multiplikator:innenrolle in Bezug auf chancengerechte Lehre (Klenk, 2016). Wird ihnen ein sensibler Umgang mit Gender und Diversity Aspekten vermittelt, können sie diesen auch im späteren Schulunterricht weitergeben. Einige Bundesländer haben dazu bereits entsprechende Vorgaben für das Referendariat erlassen, die gendersensible Handlungskompetenz explizit betonen (u. a. in NRW und Sachsen). Auch für Fachstudierende zeigt sich sporadische Evidenz, dass die Auseinandersetzung mit Gender, Diversity und Mathematik für die eigene Weiterentwicklung förderlich sein kann. Insbesondere Studentinnen berichten von positiven Effekten für ihre subjektiven Leistungen im Studium, nachdem sie sich mit Themen wie dem Stereotype Threat oder Genderaspekten einer mathematischen Fachkultur auseinandergesetzt haben (Oswald, 2022).

Anliegen

Die Idee zum hier vorliegenden Beitrag ist im Rahmen einer Arbeitskreissitzung des AK Frauen, Gender & Diversity und Mathematik entstanden. In den letzten Sitzungen konnten wir ein vermehrtes Interesse daran beobachten, Lehrangebote im Bereich Gender und Diversity in der Mathematik anzubieten. Dieses resultierte oft aus persönlichem Engagement, mitunter aber auch aufbauend auf verschiedenen institutionellen Vorgaben entlang der oben skizzierten Rahmenbedingungen. Dieser Beitrag richtet sich also an Lehrende und Institutionen, die überlegen, sich mit dem Thema Gender und Diversity in ihrer mathematikbezogenen Lehre auseinanderzusetzen oder dieses in den Lehrplan zu in-

tegrieren. Wir wollen eine erste Grundlage schaffen, die einen Überblick zu bestehenden Lehrveranstaltungen aufzeigt und damit Vorschläge und Umsetzungsmöglichkeiten schaffen. Konkret untersuchen wir dazu im Folgenden die Rahmenbedingungen aktueller Lehrangebote (Frage 1) und stellen einige bestehende Lehrangebote auch inhaltlich kurz vor (Frage 2). Ziel ist es dabei nicht, ein vollständiges Bild verschiedener Lehrangebote zu erstellen, sondern auf der Grundlage einiger Einblicke eigene Gestaltungsmöglichkeiten und insbesondere auch Vernetzungsmöglichkeiten anzuregen.

Daher möchten wir an dieser Stelle auch auf die Möglichkeiten zum thematisch verbundenen Austausch und zur aktiven Mitgestaltung hinweisen: Der neu benannte Arbeitskreis Frauen, Gender & Diversity und Mathematik der GDM widmet sich Fragen aus Forschung und Lehre mit Bezug zur Mathematikdidaktik. Die neu gegründete Fachgruppe Gender, Diversity and Sustainability in Mathematics der DMV wendet sich der Hochschulmathematik zu und versteht Chancengleichheit insbesondere als ein globales Nachhaltigkeitsziel. Beide Einrichtungen arbeiten eng zusammen und liefern eine Plattform zur Vernetzung, zum inhaltlichen Austausch und zur gemeinsamen Erarbeitung von Handlungsmöglichkeiten. Interessierte und neue Mitglieder sind herzlich willkommen. Die hier vorgestellten Ergebnisse sind über die Homepages des Arbeitskreises und der Fachgruppe abrufbar. Gerne können weitere (Lehr-)Angebote und Tipps dort aufgenommen werden. Bei Interesse, Kommentaren oder Rückfragen bitten wir daher ausdrücklich um Kontaktaufnahme.

Vernetzungsfragen

Frage 1: Unter welchen Rahmenbedingungen werden Lehrangebote im Kontext Gender, Diversity und Mathematik aktuell an deutschsprachigen Universitäten angeboten?

Frage 2: Wie können solche Lehrangebote inhaltlich aufgebaut sein?

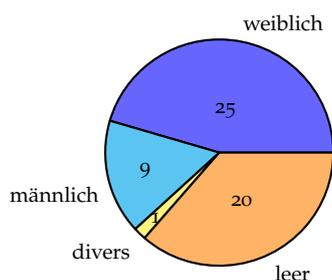


Abbildung 1. Geschlechterverteilung

Methode

Datenerhebung

Aufbauend auf unserem Anliegen wurde eine Online-Umfrage erstellt, die Informationen und Rahmendaten zu Lehrveranstaltungen mit dem Thema Gender oder Diversity und Mathematik erfasste. Unter anderem wurde erhoben, ob es Lehrveranstaltungen gibt oder gab, von wem diese in welcher Regelmäßigkeit seit wann gehalten wurden, wie die Lehrveranstaltungen im Fachbereich verortet waren, weshalb sie entstanden sind und wer die Zielgruppe der Veranstaltungen ist. Der Aufruf zur Teilnahme erfolgte im März 2023 im Rahmen der monatlichen Rundmail der GDM. Zusätzlich wurden auch im Kontext Gender und Diversity bekannte Personen (die teilweise keine GDM Mitglieder sind) kontaktiert und gebeten, die Umfrage gegebenenfalls weiterzuleiten. An der Umfrage konnte man sich mehrere Wochen lang bis Ende April 2023 beteiligen. Um möglichst auch Personen anzusprechen, die selbst keine Lehrveranstaltung zu dem Thema leiten, aber gegebenenfalls von Veranstaltungen wissen, wurden diese explizit im Ankündigungstext angesprochen.

Weiterhin wurden aus dem Arbeitskreis bekannte Lehrveranstaltungen zu dem Thema zusammengetragen und für Frage 2 zusammengefasst. Diese unterliegen dementsprechend der selektiven Auswahl der Autorinnen und haben keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit. Insbesondere wurde auf Repräsentativität unterschiedlicher Zielgruppen (sowohl Lehramts- als auch Fachstudierende) und Verortungen (sowohl fachlicher, didaktischer als auch interdisziplinärer Bezug) geachtet.

Stichprobe

An der Online-Umfrage nahmen insgesamt 55 Personen teil, die sich auf 36 verschiedene Universitätsstandorte im deutschsprachigen Raum verteilten. Innerhalb von Deutschland waren 12 verschiedene Bundesländer vertreten. Insgesamt 38 dieser Befragten gaben an, selbst im Bereich der Mathematikdidaktik zu forschen, acht im Bereich Mathematik, eine Person im Bereich Bildungswissenschaften

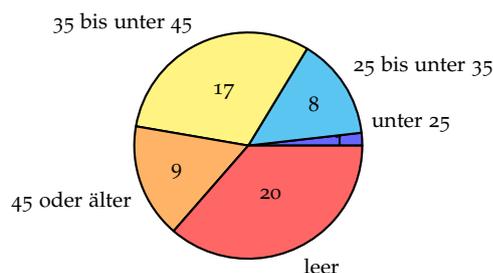


Abbildung 2. Altersgruppen

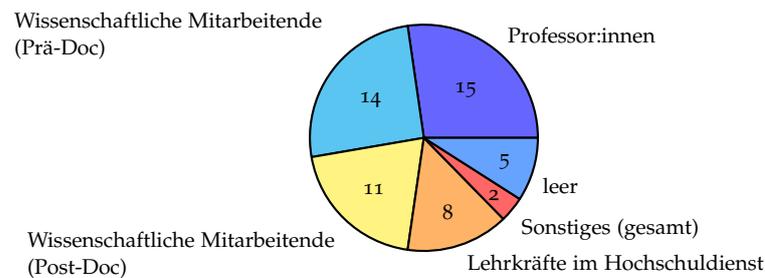


Abbildung 3. Statusgruppen

(acht Missings). Insgesamt 25 der befragten Personen identifizierten sich als weiblich, neun als männlich, eine Person als divers (20 Missings). Insgesamt 20 Teilnehmende machten keine Altersangabe. In der Altersspanne von 35 bis unter 45 trugen sich 17 Personen ein, neun in der Spanne 45 und älter sowie acht Personen zwischen 25 und unter 35. Eine Person gab an unter 25 zu sein. Damit einhergehend ist überwiegend die Statusgruppe der Wissenschaftlichen Mitarbeitenden (Prä-Doc 14, Post Doc elf) vertreten. Ebenso gaben 15 der Befragten an, zur Statusgruppe der Professor:innen zu gehören. Weitere Angaben waren Lehrkräfte oder Studienräte im Hochschuldienst oder ähnlichen Positionen (insgesamt zehn). Obgleich, wie oben erläutert auch explizit darauf aufmerksam gemacht wurde, dass eine Teilnahme auch erwünscht ist, wenn keine Lehrangebote bestehen, ist anzunehmen, dass es sich bei der Stichprobe deutlich um eine Positiv-Auswahl in Bezug auf Interesse am Thema handelt.

Datenauswertung

Zur Auswertung der Ergebnisse wurden einfache deskriptive Datenaufbereitungen durchgeführt.

Ergebnisse

Frage 1: Auswertung der Umfrage

Insgesamt machten 51 der 55 befragten Personen eine Angabe dazu, ob es an ihrer Universität möglicherweise Angebote zu Gender oder Diversity in

der Mathematik gibt, oder nicht. Insgesamt 19 Personen verwiesen darauf, dass es vermutlich keine Lehrangebote an ihrem Standort gebe, zwei Personen waren sich sicher, dass dies so sei. Insgesamt 10 Personen gaben an, dass es an ihrem Standort Veranstaltungen zu dem Thema gab, jeweils 9 Personen gaben an, dass es Veranstaltungen zu dem Thema ohne direkten Bezug zur Mathematik gäbe oder dass das Thema im Bereich einer anderen Lehrveranstaltung aufgegriffen würde. Unter Sonstiges wurde zudem die Planung von zwei Veranstaltungen angegeben.

Von diesen insgesamt 28 angegebenen Lehrveranstaltungen mit Bezug zum Thema, waren die meisten im Wahlpflichtbereich von Seminaren (zehn insgesamt) angesiedelt oder Teil einer verpflichtenden Vorlesung oder Übung (sieben insgesamt).

Für alle 28 Lehrveranstaltungen wurden Zielgruppen von Studierenden angegeben. Bis auf eine Lehrveranstaltung, die nur für Fachstudierende der Mathematik angeboten wurde, waren in allen Veranstaltungen Lehramtsstudierende verschiedener Schulstufen die Zielgruppe. Insgesamt 16 der Veranstaltungen richteten sich explizit an Mathematiklehramtsstudierende, die anderen elf Veranstaltungen schlossen Lehramt aller Fächer mit ein. Das Lehramt für Grundschul- und Sonderpädagogik war insgesamt die am häufigsten vertretene Zielgruppe (17 Nennungen), das Sekundarstu-

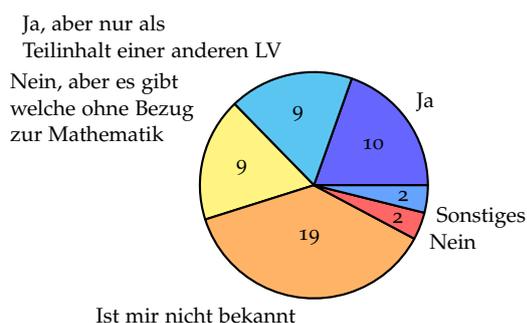


Abbildung 4. Angebotene Lehrveranstaltungen

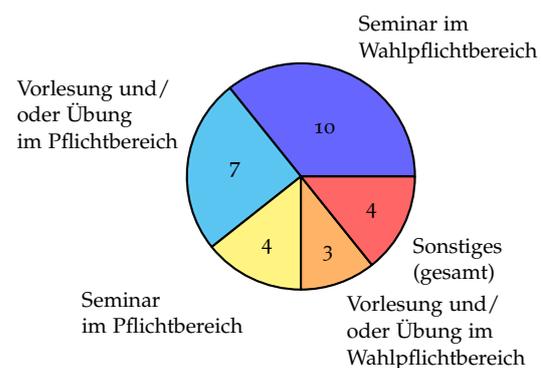


Abbildung 5. Veranstaltungsart

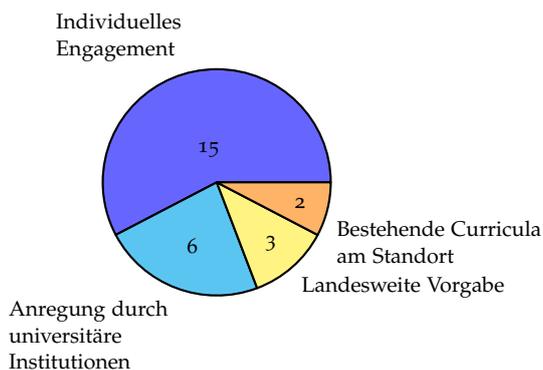


Abbildung 6. Begründung der Lehrveranstaltung

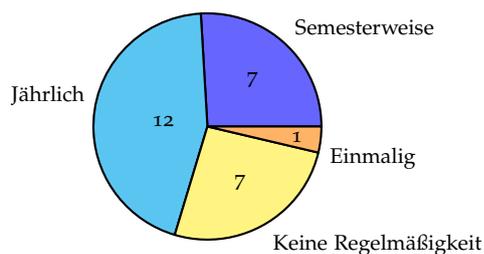


Abbildung 7. Regelmäßigkeit der Veranstaltung

fen I und II-Lehramt wurde insgesamt zwölf Mal adressiert, wobei einige Veranstaltungen entsprechend mehrere Lehramtsstudiengänge adressierten. Die Lehrveranstaltungen wurden zu gleichen Teilen entweder von wissenschaftlichen Mitarbeitenden (Prä- und Post-Doc, sowie Lehrkräfte im Hochschuldienst) oder Professor:innen (teilweise gemeinsam mit wissenschaftlichen Mitarbeitenden) gehalten.

In Bezug auf den Rahmen und die Gründe, weshalb die Lehrveranstaltung stattfand, gaben insgesamt 15 Personen ein „individuelles Engagement“ Einzelner als Grund an. Von weiteren sechs Personen wurden Anregung durch universitäre Institutionen, also zum Beispiel durch Gleichstellungspläne und/oder eigene Zielsetzungen auf verschiedenen Ebenen genannt. Drei Befragte gaben landesweite Vorgaben als Grund an, zwei weitere bezogen sich auf Curricula der Erziehungswissenschaften und zwei Angaben waren „weiß nicht“.

Bei der Frage, seit wann die Lehrveranstaltungen bestehen, zeigte sich eine hohe Spannweite. Während einige Veranstaltungen bereits seit 2003 regelmäßig angeboten werden, gaben die meisten einen deutlich kürzeren Zeitraum an. Insbesondere ab dem Jahr 2020 wurden vermehrt Veranstaltungen

etabliert. Dabei war jedoch unterschiedlich mit welcher Regelmäßigkeit, wenn überhaupt, diese durchgeführt werden.

Insgesamt zwölf Lehrveranstaltungen werden laut den Befragten jährlich durchgeführt, sieben sogar jedes Semester. Bei ebenfalls sieben Veranstaltungen hingegen war die Regelmäßigkeit nicht gegeben, in einem weiteren Fall war klar, dass die Durchführung der Veranstaltung einmalig war. In einem weiteren Fall erfolgte die Angabe „nicht bekannt“.

Die Veranstaltungen selbst waren unterschiedlich verortet. Der überwiegende Teil war in der Mathematik- oder mathematikdidaktischen Ausbildung (16 Nennungen) zu finden. Für sechs Veranstaltungen wurden die Erziehungs- oder Bildungswissenschaften als Verortung angegeben, weitere vier Veranstaltungen fanden in interdisziplinären Settings statt. Zu zwei Veranstaltungen fehlte dementsprechend diese Angabe. In Bezug auf die Intensität, mit dem das Thema in den Veranstaltungen berücksichtigt wurde, lagen insgesamt ebenfalls nur 26 Angaben von 28 vor. Demnach ist Mathematik und Gender ein Thema in ein bis zwei Sitzungen bei elf der Lehrveranstaltungen. In mindestens zwei, aber weniger als der Hälfte der

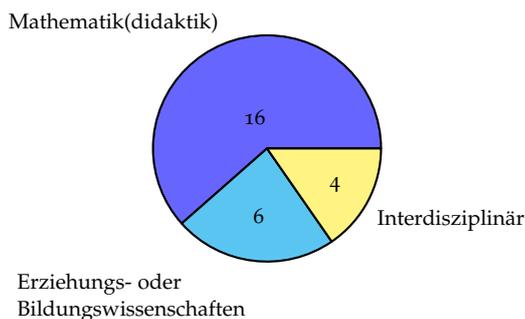


Abbildung 8. Verortung der Lehrveranstaltung

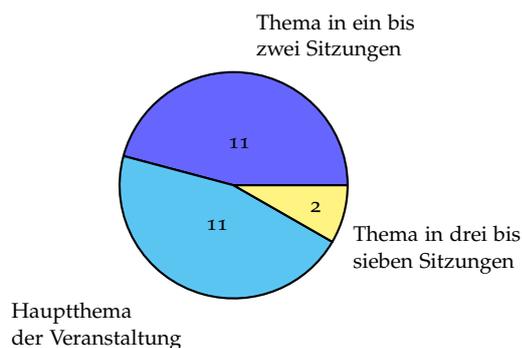


Abbildung 9. Intensität der thematischen Auseinandersetzung

Sitzungen wird es in zwei Veranstaltungen berücksichtigt. Bei insgesamt elf Lehrveranstaltungen ist Mathematik und Gender das Hauptthema.

Frage 2: Inhaltliche Einblicke in bestehende Veranstaltungen

Im Folgenden stellen wir einige bekanntere und bereits veröffentlichte Konzepte von Lehrveranstaltungen zu dem Thema vor, um einen Einblick zu ermöglichen wie diese inhaltlich aufgebaut sein können.

Mathematik, Schule und Geschlecht

Eines der vermutlich ältesten Lehrangebote zum Thema ist das Seminar „Mathematik, Schule und Geschlecht“ welches im Wintersemester 2009/2010 das erste Mal an verschiedenen Standorten angeboten und immer wieder evaluiert und angepasst wurde. Zielgruppe sind hier Lehramtsstudierende vor allem der Sekundarstufen und Lernziel ist das Ausbilden einer „Genderkompetenz“ für den Mathematikunterricht (siehe dazu zum Beispiel Langfeldt & Mischau, 2011). Studierende sollen Wissen über genderspezifische Aspekte im Mathematikunterricht, didaktisch-methodisches Wissen zu verschiedenen Einsatzmöglichkeiten im Unterricht und insbesondere Fähigkeiten im Hinblick auf Interaktionen und Prozesse des (un)doing Gender im Unterricht erlangen. Dazu werden Reflexionsprozesse angestoßen und begleitet. Eine konkrete Darstellung des Seminars und seiner Inhalte findet sich bei Mischau et al. (2010).

Aufbauend auf diesem Seminar sind weitere Publikationen mit teilweise konkreten Unterrichtsvorschlägen für die Sekundarstufe entstanden. Weitere Informationen dazu finden sich beispielsweise bei Mischau und Mehlmann (2011) sowie Mischau und Eilerts (2018).

Weiterhin erschien 2012 die Handreichung von Jungwirth zum Thema Genderkompetenz im Mathematikunterricht, bei der ebenfalls einige Vorschläge für den Unterricht präsentiert werden (Jungwirth, 2012), ebenso wie in Motzer (2021).

Gender in der interdisziplinären Lehramtsausbildung

Ebenfalls für die Zielgruppe der Lehramtsstudierenden hat Anja Fetzer im Wintersemester 21/22 ein Seminar in Kooperation mit Anja Nold aus den Bildungswissenschaften mit dem Titel „Genderperspektive auf mathematisch-naturwissenschaftliche Fächer in der Schule. Problemfelder und Chancen“ entwickelt und erprobt. Studierende konnten sich dieses Seminar ebenfalls im Wahlpflichtbereich entweder im Rahmen ihrer bildungswissenschaftlichen oder mathematikdidaktischen Studien anrechnen lassen. Dementsprechend standen sowohl bildungswissenschaftliche Perspektiven als auch mathematikdidaktische auf das Thema Gender in MINT im

Fokus. Unter anderem wurden Konstruktionsmechanismen von Geschlecht nach Butler (1991) und Doing Gender nach Gildemeister (2008) thematisiert. Theorien der Heteronormativität, Transgender und hegemonialer Männlichkeit (Conell, 2008) wurden diskutiert. Die fachdidaktischen Themen umfassten Diskussionen zur historischen und aktuellen Partizipation von Frauen in der Mathematik, Stereotype der Mathematik sowie deren Auswirkungen im Unterricht und affektive und leistungsbezogene Geschlechterunterschiede in der Mathematik. Aufbauend darauf wurden Möglichkeiten eines gendersensiblen (Mathematik)unterrichts vorgestellt und diskutiert, wobei auch insbesondere Schulbücher kritisch in den Blick genommen wurden. Auf dieser Basis entwarfen die Studierenden zum Ende des Seminars eigene gendersensible Unterrichtsentwürfe für ihr eigenes Fach. Weitere Details sind unter Fetzer & Nold (2022) einsehbar, ein Handbuch zum Seminar soll im Laufe des Jahres 2024 auf der Homepage der Fachgruppe der DMV veröffentlicht werden.

Frauen in der Geschichte der Mathematik

Neben dem bisherigen Schwerpunkt von Mathematik und Gender im Bereich der didaktischen Ausbildung hat Andrea Blunck, als Professorin für Mathematik und Gender Studies, bereits eine Vielzahl von unterschiedlichen Ideen zu Lehrveranstaltungen im Bereich Gender und Mathematik publiziert, die sich überwiegend auf die fachliche Ausbildung beziehen. Diese sind unter anderem in Blunck 2006; 2008; 2009; 2013; 2019; 2020 veröffentlicht (siehe dazu Blunck, 2021). Wir gehen hier auf die adaptierte Vorlesung „Frauen in der Geschichte der Mathematik“ ein, die 2021 publiziert wurde. Die Veranstaltung richtet sich an Studierende des Primar- und Sekundarstufen-I-Lehramtes der Mathematik. Sie ist im Wahlpflichtbereich des zugehörigen Masterstudiengangs verortet und wird in einem Vorlesung plus Übung Setting gelehrt. Hauptsächlich Themen sind Leben und Werk ausgewählter Mathematikerinnen von der Antike bis in das 20. Jahrhundert hinein. Einerseits wird die Stellung der Frauen in der Mathematik und in der Wissenschaft im Allgemeinen in den verschiedenen Epochen thematisiert, andererseits werden insbesondere in den Übungen mathematische Inhalte, angelehnt an die Errungenschaften der Mathematikerinnen, vermittelt und thematisiert. Eine Übersicht zu den behandelten Mathematikerinnen und einige Übungsblätter finden sich in Blunck (2021). Weitere Infos finden sich auf der zur Vorlesung gehörenden Homepage: www.math.uni-hamburg.de/forschung/bereiche/geo/personen/blunck-andrea/frauen-mathematik.html

Gender und Mathematik im Fachstudium

Weiterhin zeigt das Seminar „Mathematik und Gender“ von Nicola Oswald, dass die Zielgruppe von Lehrveranstaltungen zum Thema nicht auf Lehramtsstudierende begrenzt ist. Im Rahmen des freien Wahlpflichtbereichs „interdisziplinäre Studien“ wurde dieses Seminar für Fachstudierende der Mathematik angeboten. Inhaltlicher Schwerpunkt war eine soziologische Perspektive auf Gender und Mathematik, die unter anderem Themen wie Image der Mathematik, Karrierewege und soziale Einflussfaktoren in der Mathematik, Bedeutung und Effekte von Netzwerken, digital gender gap und unconscious bias behandelte. Eine genaue Themenübersicht sowie Einblicke in den Ablauf finden sich unter Oswald (2022).

Gendering MINT digital

Abschließend sei zudem das nicht nur, aber auch mathematikspezifische Projekt Gendering MINT digital, das 2020 an der Humboldt-Universität Berlin entwickelt wurde, genannt (www2.hu-berlin.de/genderingmintdigital). Im Gegensatz zu den vorherigen Lehrveranstaltungen handelt es sich hierbei um ein gefördertes Entwicklungsprojekt, bei dem digital zugängliche Konzepte für Lehrveranstaltungen im Bereich Gender und MINT entwickelt und zur Verfügung gestellt werden sollen. Verschiedene verfügbare Module bestehen jeweils aus kleineren Kapiteln, wie beispielsweise „Mathematik aus Genderperspektiven“, „Gender & Mathematikgeschichte“ und „Gender & Mathematikdidaktik“. Diese behandeln Mathematik sowohl aus aktueller als auch aus historischer Perspektive und die jeweilige kulturelle Bedeutung der Mathematik. Jedes Kapitel enthält Angebote und Anregungen für Reflexion und Selbstreflexion über mathematische Handlungen und Praktiken aus der Genderperspektive, die Studierende in gleicher Weise wie Lehrende ansprechen sollen.

Die Lerneinheiten sind für etwa 90–120 Minuten ausgelegt und können in einer beliebigen Reihenfolge bearbeitet werden.

Viele der Einheiten wurden bereits in der Hochschullehre erprobt und sind mit einem didaktischen Kommentar zum Einsatz und Erfahrungen versehen. Konkrete Aufgabenstellungen können auch direkt auf der Website bearbeitet werden. Die einzelnen Audio- und Videodateien, welche Teil der Lerneinheiten sind, stehen ebenfalls über die Homepage zur Verfügung. Dazu gibt es außerdem alternative Formen der Dateien wie etwa Skripte von Videos für die Gewährung einer verstärkten Barrierefreiheit. Für viele Videos sind ebenso Videodateien mit englischen Untertiteln aufgeführt.

Diskussion

Anliegen dieses Beitrags war es, einen ersten Überblick über mathematikbezogene Lehrangebote zu Gender und Diversity zu erstellen, sowohl aus struktureller als auch inhaltlicher Sicht. Dies soll Lehrenden und Institutionen die Integration solcher Lehrveranstaltungen vereinfachen und Vernetzungsmöglichkeiten bestehender Angebote eröffnen. Es lässt sich dazu festhalten, dass nach unseren Auswertungen bereits mindestens 28 verschiedene Lehrveranstaltungen im deutschsprachigen Raum existieren, die das Thema zumindest teilweise behandeln, wenngleich das Thema Gender stärker im Vordergrund zu stehen scheint als das Thema Diversity. Der Großteil der Veranstaltungen ist im mathematik(didaktischen) Bereich angesiedelt und bezieht sich fast immer auf Lehramtsstudierende für verschiedene Schularten. Auffällig ist zu berichten, dass die Mehrheit der Veranstaltungen laut dem Selbstbericht der Lehrenden (noch) nicht institutionalisiert verankert ist, sondern überwiegend auf dem persönlichen Engagement einzelner Lehrender basiert, die entsprechende Angebote im Wahlpflichtbereich schaffen. Umgekehrt ist der Besuch einer solchen Lehrveranstaltung für die Studierenden dementsprechend freiwillig, da alternative Angebote gewählt werden können.

Bezüglich der inhaltlichen Ausgestaltung bestehender Lehrveranstaltungen zeigt sich, dass das Thema entsprechend vielfältig integriert werden kann. Sowohl fach- als auch didaktikbezogene sowie interdisziplinäre Settings wurden bereits erprobt. Ebenso muss die Ausrichtung nicht auf Lehramtsstudierende beschränkt sein.

Es lässt sich also festhalten, dass die Integration von Inhalten zu Gender und Diversity in mathematikbezogenen Lehrveranstaltungen in verschiedensten Variationen möglich ist und auch stattfindet. Dennoch ist auch festzuhalten, dass weiterhin eine strukturelle Verankerung von Gender- und Diversity-Aspekten in den Curricula der Hochschulmathematik, recht weit entfernt scheint. Bereits 2011 kritisierten Langfeldt und Mischau diese fehlende Verankerung und damit einhergehende kaum nachhaltige Implementierung. Auch innerhalb dieser Stichprobe zeigte sich die Abhängigkeit des Angebots von einzelnen Lehrenden und mitunter nur Thematisierung am Rande ohne einen prüfungsrelevanten Teil darzustellen. Ein Stück weit problematisch dazu ist, dass zum aktuellen Stand besonders Evaluationen und Begleitforschungen fehlen, die einen potentiell positiven Mehrwert von Auseinandersetzungen mit dem Thema in der Lehre genauer untersuchen. Auch lassen sich bisher keinerlei Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Settings der Lehrveranstaltungen und daraus folgenden

der verschiedener Mehrwerte benennen. Entlang der generellen Lehrevaluationen durch die Studierenden zeigt sich häufig ein positives Feedback, welches die sporadische Evidenz hierzu unterstützt und für weitere Lehrangebote zu diesem Thema spricht.

Literatur

- Blunck, A. (2021). „Frauen in der Geschichte der Mathematik“ – eine Lehrveranstaltung für Studierende des Lehramts, In A. Blunck & R. Motzer (Eds.), *Mathematik und Gender: Berichte und Beiträge des Arbeitskreise Frauen und Mathematik* (Vol. 5, S. 29–41). Franzbecker Verlag.
- Butler, J. (1991). *Das Unbehagen der Geschlechter*. Suhrkamp Verlag.
- Conell, R.W. & Wedgwood, N. (2008): Männlichkeitsforschung: Männer und Männlichkeiten im internationalen Forschungskontext. In R. Becker & B. Kortendiek (Hrsg.), *Handbuch Frauen- und Geschlechterforschung* (S. 116–125). Springer VS. DOI:10.1007/978-3-531-92041-2_15
- Dubois-Shaik, F., & Fusulier, B. (2015). Academic careers and gender inequality: Leaky pipeline and inter-related phenomena in seven European countries. University of Trento. https://eige.europa.eu/sites/default/files/garcia_working_paper_5_academic_careers_gender_inequality.pdf
- Fetzer, A. & Nold, A. (2022). Das Seminar „Genderperspektive auf mathematisch-naturwissenschaftlich Fächer in der Schule. Problemfelder und Chancen.“ – ein interdisziplinärer Ansatz für Lehramtsstudierende der MINT-Fächer. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022. 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. WTM.
- Forgasz, H. J., & Leder, G. C. (2017). Persistent gender inequities in mathematics achievement and expectations in Australia, Canada and the UK. *Mathematics Education Research Journal*, 29(3), 261–282. DOI:10.1007/s13394-017-0190-x
- Foy, T., Solomon, Y., & Braathe, H. J. (2018). Clever girls' stories: The girl they call a nerd. *Educational Studies in Mathematics*, 98(1), 77–93. DOI:10.1007/s10649-017-9801-4
- Gildemeister, R. (2008). Doing Gender: Soziale Praktiken der Geschlechterunterscheidung. In R. Becker & B. Kortendiek (Hrsg.), *Handbuch Frauen- und Geschlechterforschung* (S. 137–145). Springer VS. DOI:10.1007/978-3-531-92041-2_17
- Göller, R., Gildehaus, L., Liebendörfer, M., & Steuding, J. (2021). Prüfungsformate als Ansatzpunkt gendersensibler universitärer Lehre im Fach Mathematik. In A. Blunck & R. Motzer (Eds.), *Mathematik und Gender: Berichte und Beiträge des Arbeitskreise Frauen und Mathematik* (Vol. 5, S. 59–76). Franzbecker Verlag.
- Hilgemann, M., Kortendiek, B., & Knauf, A. (2012). *Geschlechtergerechte Akkreditierung und Qualitätssicherung: Eine Handreichung*. Analysen, Handlungsempfehlungen & Gender Curricula (3. Aufl.). Studien/Netzwerk Frauen- und Geschlechterforschung NRW: Vol. 14. Netzwerk Frauen- und Geschlechterforschung NRW.
- Jungwirth, H. (2012). Genderkompetenz im Mathematikunterricht. In IMST Gender_Diversitäten Netzwerk (Hrsg.), *Fachdidaktische Anregungen für Lehrerinnen und Lehrer*. Klagenfurt: Institut für Unterrichtsentwicklung.
- Klenk, F.C. (2016). Für eine gendersensible Lehr-/Lernkultur in Mathematik, Informatik und den Naturwissenschaften: Symposium vom 2. bis 4. Juli 2015 an der Freien Universität Berlin. GENDER – Zeitschrift für Geschlecht, Kultur und Gesellschaft, 8(1), 140–146. nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-46590-9
- Mendick, H. (2005). A beautiful myth? The gendering of being/doing 'good at maths'. *Gender and Education*, 17(2), 203–219. DOI:10.1080/0954025042000301465
- Langfeldt, B. & Mischau, A. (2011). Genderkompetenz als Bestandteil der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik – zu innovativ für deutsche Hochschulen? *Zeitschrift für Hochschulentwicklung*, 6(3), 311–324.
- Mischau, A. & Eilerts, K. (2018) Modellieren im Mathematikunterricht gendersensibel gestalten. In: *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* 5, (S. 125–142), Springer Spektrum.
- Mischau, A., Langfeldt, B., Mehlmann, S., Wöllmann, T., Blunck, A. (2010) Auf dem Weg zu genderkompetenten LehrerInnen im Unterrichtsfach Mathematik, *Journal Netzwerk Frauen- und Geschlechterforschung NRW* 27, 29–39.
- Mischau, A. & Mehlmann, S. (2011) Genderkompetenz für angehende Mathematiklehrkräfte. Konzeption einer Lehrveranstaltung für Lehramtsstudierende des Unterrichtsfachs Mathematik. *Soziale Technik. Zeitschrift für sozial- und umweltverträgliche Technikgestaltung* (3), 7–19.
- Motzer, R. (2021). Genderthemen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II, In A. Blunck & R. Motzer (Eds.), *Mathematik und Gender: Berichte und Beiträge des Arbeitskreise Frauen und Mathematik* (Vol. 5, S. 77–82). Franzbecker Verlag.
- Solomon, Y. (2012). Finding a voice? Narrating the female self in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 171–183. DOI:10.1007/s10649-012-9384-z
- Solomon, Y., Lawson, D., & Croft, T. (2011). Dealing with 'fragile identities': Resistance and refiguring in women mathematics students. *Gender and Education*, 23(5), 565–583. DOI:10.1080/09540253.2010.512270
- Solomon, Y., Radovic, D., & Black, L. (2016). „I can actually be very feminine here“: Contradiction and hybridity in becoming a female mathematician. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 55–71. DOI:10.1007/s10649-015-9649-4
- Oswald, N. (2022). Praxisbericht zum Seminar „Mathematik und Gender“. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022. 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. WTM.
- Voss, A. & Gildehaus, L. (2022). Genderstereotype von Mathematiklehrkräften – eine implizite Untersuchung zu Leistungs- und Fachassoziationen. In IDMI-Primar

Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022. 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. WTM.

United Nations (2023). The 17 Goals. Sustainable Development Goals. Retrieved from sdgs.un.org/goals (last checked 30.11.2023)

Zhang, S., Schmader, T. und Hall, W. M. (2012). L'eggo My Ego: Reducing the gender gap in math by unlinking the self from performance. *Self and Identity*, 12(4), 400–412. DOI:10.1080/15298868.2012.687012

Lara Gildehaus, Universität Klagenfurt/Paderborn
E-Mail: gildehaus@khdm.de

Anja Fetzter, Universität Tübingen
E-Mail: [fetzer@math.uni-tuebingen.de](mailto:fetzter@math.uni-tuebingen.de)

Nicola Oswald, Universität Würzburg
E-Mail: nicola.oswald@uni-wuerzburg.de

Einblicke in das Projekt RDopen – Open Educational Resources (OER) zur Vermittlung fachdidaktischer Kompetenzen zum räumlichen Denken in der Lehramtsausbildung

Cathleen Heil und Silke Ruwisch

Im Rahmen des Projekts *RDopen – OER zur Vermittlung fachdidaktischer Kompetenzen zum räumlichen Denken in der Lehramtsausbildung* entstanden offen lizenzierte Bildungsmaterialien. Open Educational Resources (OER) sind digitalisierte Lehr-Lern-Materialien, die zum Zwecke der nicht-kommerziellen, frei verwertbaren und frei anpassbaren Verwendung geteilt werden. Dabei umfassen OER nicht nur einzelne, sondern auch Vorschläge für didaktisch-methodische Lernsettings, in welche die einzelnen Materialien eingebettet sein könnten (Ramoutar, 2021).

OER liefern damit auch im Hochschulbereich einen wesentlichen Ansatzpunkt zum freien Zugang zu Information und Wissen. Die im Projekt entstandenen Materialien (Lernaktivitäten, Videodatenbank, Kurstemplate) wurden über das Programm „Förderung von OER an Niedersächsischen Hochschulen“ des niedersächsischen Ministeriums für Wissenschaft und Kultur unterstützt und sind in der digitalen OER-Infrastruktur www.twillo.de hinterlegt. In diesem Beitrag erläutern wir konzeptionelle Ansatzpunkte der Materialien des Projekts *RDopen* und stellen diese konkret vor.

Fachdidaktische Kompetenzen zum räumlichen Denken

Geht man von den zwei großen Ideen aus, Mathematik zu betreiben, so nimmt die Geometrie neben der Arithmetik einen besonderen Stellenwert ein.

Raumvorstellung (syn. *räumliche Fähigkeiten, räumliches Denken*) als die genuine kognitive Auseinandersetzung mit räumlichen Objekten und deren Beziehungen – insbesondere in Bezug auf sich selbst und bei vorgestellter oder realer Bewegung im Raum – ist essentiell zur Erschließung geometrischer Sachverhalte (z. B. Soury-Lavergne & Maschietto, 2015; Heil, 2021).

Fachdidaktisches Professionswissen zum Diagnostizieren und Fördern räumlichen Denkens entlang der Bildungskette ist laut Bildungsstandards essentiell in der Lehramtsausbildung Mathematik. Diese Notwendigkeit ergibt sich nicht nur aus empirischen Befunden, die zeigen, dass Leistungen im räumlichen Denken mit der Mathematikleistung insgesamt hoch korrelieren (z. B. Grüßing, 2012; Resnick et al., 2020), sondern auch aus der hohen Alltagsrelevanz des Themas. In Gesprächen mit Kolleg:innen entsteht jedoch der Eindruck, dass bei der Vermittlung fachdidaktischen Wissens zum Thema in der Regel nur auf die Modelle nach Thurstone (1950) (psychologisch) und Maier (1999) (fachdidaktisch) zurückgegriffen wird (zu beiden Modellen: siehe z. B. Büchter, 2011) und neuere Forschung nur wenig berücksichtigt bleibt. Ebenso fehlen frei verfügbare Videoaufnahmen von Lernenden, die in raumgeometrischen Settings agieren und anhand derer angehende Lehrkräfte die von den Kindern verstandenen Raumkonzepte beobachten und Ansatzpunkte zur weiteren Förderung herausarbeiten können. Die vorliegenden OER-Materialien schlie-

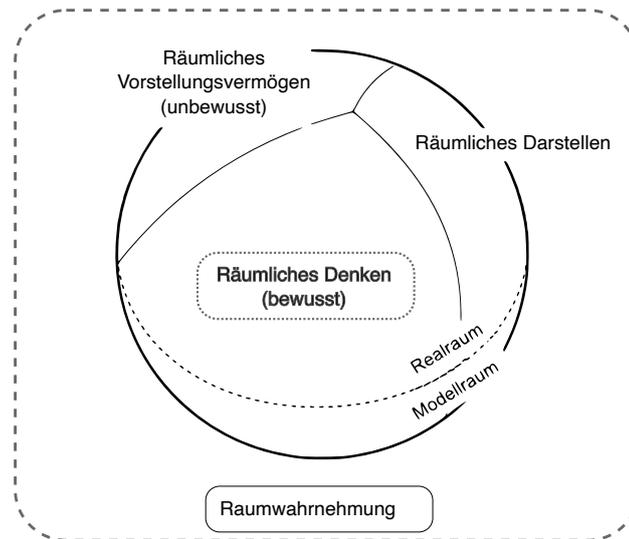


Abbildung 1. Raumvorstellung im weiteren (gestrichelt) und im engeren (gepunktet) Sinne (Heil, CC-BY-SA 4.0)

ßen diese Lücke mit ersten Videos sowie Lernaktivitäten für die Hochschullehre.

Zum Begriff „Raumvorstellung“ in den vorliegenden Materialien

Ebenso vielfältig wie die Befunde von Studien zum Thema sind auch die Begrifflichkeiten selbst. In den vorliegenden Materialien lehnen wir uns an die Arbeiten der Arbeitsgruppe Ruwisch & Heil an der Leuphana Universität Lüneburg an und nutzen den Begriff *Raumvorstellung* mit folgendem konzeptuellen Hintergrund (Abb. 1, siehe auch Heil & Ruwisch, 2019; Heil, 2021): *Raumvorstellung im weiteren Sinne* bezieht sich auf die Gesamtheit der unbewussten und bewussten raumkognitiven Prozesse, die über die bloße (visuelle) Raumwahrnehmung hinausgehen. Raumvorstellung involviert raumkognitive Prozesse, in denen entweder räumliche Abbildungen handlungsleitend sind (sog. schriftliche Raumvorstellungsaufgaben, in denen eine reale Situation im Modellraum abgebildet wird) oder in denen der umgebende Realraum selbst handlungsleitend ist (z. B. in Navigationsaufgaben mit einer Karte).

Raumvorstellung im weiteren Sinne umfasst folgende Facetten:

- *Räumliches Vorstellungsvermögen* – den unbewussten Aufbau und das Behalten (zuvor wahrgenommener) visuell-räumlicher Situationen in mentalen Repräsentationen
- *Räumliches Denken* – das bewusste, der zu lösenden Anforderung dienliche Nutzen und Manipulieren mentaler Repräsentationen
- *Räumliches Darstellen* – die bewusste Auseinandersetzung mit gegebenen räumlichen Darstellungen (z. B. Erfassen perspektivischer Darstel-

lungen von Körpern, Verstehen einer Karte) oder selbst produzierten räumlichen Darstellungen

Soll in den vorliegenden Materialien die „Raumvorstellung“ angeregt werden, so ist als *Raumvorstellung im engeren* Sinne das bewusste räumliche Denken gemeint. Raumvorstellung im engeren Sinne ermöglicht es den Lernenden, in verschiedenen großen Aufgabenkontexten visuell-räumliche Anforderungen zu lösen und bewusst mit den sich verändernden Bezugssystemen umzugehen, z. B. um schriftliche Aufgaben im Modellraum und kartenbasierte Orientierungsaufgaben im Realraum zu lösen (Heil, 2021). Im Kontext des Modells sind die nach Maier (1999) benannten Facetten als weitere Ausdifferenzierungen des räumlichen Denkens im Modellraum zu verstehen (Heil, 2021).

Mögliche Foki auf das Thema in der Lehramtsausbildung

Auf psychologischen Studien aufbauend und Bezug nehmend, wurde das Thema Raumvorstellung (RV) in der mathematikdidaktischen Forschung und Praxisliteratur bereits vielfach adressiert (z. B. Sinclair & Bruce, 2015; Jones & Tzekaki, 2016). Dabei waren verschiedene Leitfragen handlungsweisend und führten zu einer Reihe an ergebnisorientierten Befunden (z. B. Büchter, 2011; Grüßing, 2012; Heil, 2021; Niedermeyer et al., 2021) aber auch prozessorientierten Befunden (z. B. Ruwisch & Lüthje, 2013; Maresch, 2014; Mizzi, 2017) sowie Befunden und Aufgabenvorschlägen zur konkreten Umsetzung im Unterricht (z. B. Pöhls, 2015; PIKAS kompakt zu „Raumvorstellung und Würfelgebäude“, primakom „Raum und Form“).

Im Projekt schlugen wir darauf aufbauend folgende acht Foki auf das Thema vor (Abb. 2), von de-



Abbildung 2. Die verschiedenen Foki auf das Thema Raumvorstellung (Heil, CC-BY-SA 4.0)

nen wir die fünf inhaltsspezifischen Foki im Projekt bearbeiteten. Jedem der fünf Foki sind Lernziele zugeordnet, die idealerweise durch entsprechende Materialien in der Hochschullehre abgedeckt sein sollten (Abb. 2):

1. *Facettenreiche RV (definitiv-psychometrischer Fokus)*: Die Lernenden beschreiben die Rolle der RV für das Lernen von Mathematik und MINT. Sie erkennen, dass RV ein multidimensionales Konstrukt ist, beschreiben Komponenten einzelner Modelle und erklären deren Herkunft. [...]
2. *(Individuelle Strategien beim) Lösen von RV-Aufgaben (kognitiv-strategischer Fokus)*: Die Lernenden lernen erste Aufgaben zur leistungsdifferenzierten Erfassung von RV kennen und reflektieren, welchen Einfluss die metakognitive Strategiewahl auf die Lösung solcher Aufgaben im Rahmen von Forschung und Schule hat. [...]
3. *RV in heterogenen Lerngruppen (inklusionspädagogischer Fokus)*: Die Lernenden entwickeln einen Überblick, inwiefern sie verschiedene Diversitätsdimensionen (z. B. Alter, Geschlecht und physische Fähigkeiten) in der konkreten Entwicklung von Unterrichtsettings zur RV berücksichtigen können. [...]
4. *RV vielfältig anregen (unterrichtspraktisch-inner-schulischer Fokus)*: Die Lernenden verstehen, dass sich RV von Kindern insbesondere im Grundschulalter bedeutsam entwickelt, wenn sie entsprechend angeregt werden. Dafür lernen sie sowohl Unterrichtsbeispiele kennen, setzen sich aber auch die eigenen Denkprozesse reflektierend und kindlichen Herangehensweisen beobachtend mit diesen auseinander.

5. *RV beim Arbeiten mit Karten im Realraum (unterrichtspraktisch-außerschulischer Fokus)*: Die Lernenden erarbeiten sich die theoretischen wie auch unterrichtspraktischen Grundlagen zum Einsatz von Karten im (außerschulischen) Geometrieunterricht. [...]

Zumindest konzeptionell beachtet seien darüber hinaus noch drei weitere Foki auf das Thema, die sich aus Querschnittsthemen zum Mathematikunterricht mit Bezug auf das Thema Raumvorstellung ergeben. Diese sind erstens ein *digitaler Fokus* auf das Thema, z. B. der Frage nachgehend, wie räumliches Denken im digitalen Raum adressiert werden kann. Zweitens ergibt sich ein *diagnostischer Fokus* auf das Thema, z. B. der Frage nachgehend, wie räumliche Denkprozesse kindgerecht diagnostisch erfasst werden können. Schlussendlich lässt sich auch ein explizit *konzeptioneller Fokus* auf das Thema einnehmen, z. B. der Frage nachgehend, wie natürlich differenzierende Lernumgebungen zum räumlichen Denken im Modellraum und Realraum eigens gestaltet werden können.

Konzeptioneller Hintergrund der vorliegenden OER-Materialien

Das Inverted Classroom Modell in der Lehramtsausbildung

Im Rahmen der Lehramtsausbildung Mathematik ist zentral, dass Lernende sich eigenständig mit Inhalten auseinandersetzen und diese nicht nur rezeptiv aufnehmen oder gar „konsumieren“. So bauen sie sich im Laufe des Studiums ein professionelles Selbstverständnis auf und verstehen sich

als Expert:innen für Mathematik und deren Vermittlung. Um diese Ziele zu fokussieren, wurde der Kurs als Inverted Classroom Model Format (ICM) aufgesetzt. Das ICM ist ein zweiphasiges Modell mit didaktisch-pädagogischen Methoden zur Gestaltung von Präsenz- und Distanzlernphasen, welche es ermöglichen, klassische Vorlesungsformate umzukehren. ICM ist durch eine Verschiebung der Informationsvermittlung in die Selbstlernphase der Studierenden gekennzeichnet. Durch die Instruktionentlastung lässt sich die Präsenzphase als aktives und soziales Lernsetting konstruieren, das der Vertiefung und Anwendung dient. Selbstlernphasen involvieren häufig digitale Formate, welche zur Wissensaneignung genutzt werden sollen, während Präsenzlernphasen typischerweise Settings des persönlichen Austausches im physischen Lernraum vor Ort im Hörsaal involvieren (z. B. DeLozier & Rhodes, 2017).

Das Inverted Classroom Modell mit Podiumsdiskussionen (ICM-PD)

Im Rahmen des Projektes wurde die Strukturierung der Präsenzlernphase über Podiumsdiskussionen fokussiert. In diesen treten die Studierenden zu vorgegebenen Impulsfragen über vorbereitete Inputs als Expert:innen auf. Podiumsdiskussionen eröffnen somit den Raum für Anwendung, Transfer und gemeinsamen Dialog mit dem Ziel des Erwerbs vertiefender Kompetenzen.

Im Laufe gesamten Kurses im ICM-PD Format bearbeiten die Lernenden zu verschiedenen Themenfeldern (siehe Abb. 2) zunächst im Selbststudium als Vorbereitung eine (!) von vielen (bis zu acht) zur Verfügung gestellten Selbstlernaktivitäten. *Selbstlernaktivitäten* sind vorstrukturierte Aufgabenpakete, die auf einem Lernmedium (Text, Video, Dokument, ...) basieren und über Leitfragen zur eigenständigen inhaltlichen Auseinandersetzung im Themenblock anregen. In der eigentlichen Präsenzzeit (das ist der invertierende Charakter) treffen die Studierenden sich dann mit ihrer Gruppe (3–4 Lernende) und tragen ihr Wissen zu drei verschiedenen, vorab kommunizierten Impulsfragen zusammen. Es entstehen die sog. *Gruppeninputs*, 1-minütige Diskussionsbeiträge, die die Gruppe zu den Impulsfragen formuliert und auf Folien visualisiert. Dabei bringen alle Gruppenmitglieder ihr Wissen aus den Selbstlernaktivitäten ein; die drei Folien präsentiert aber lediglich ein:e einziger: Vertreter:in auf dem Podium. Die in der anschließenden Woche stattfindende *Podiumsdiskussion* ist ein strukturiertes Diskussionsformat im Plenum, bei denen Vertreter:innen jeder Gruppe (sog. Diskutant:innen) zu einer Leitfrage zunächst nacheinander einen 1-minütigen Impuls geben und anschließend bezug-

nehmend und unter Einschluss des Plenums diskutieren.

Vorliegende offen lizenzierte Materialien des Projektes RDopen

Es gibt drei Arten von frei verfügbaren Materialien, die im o. g. Kursformat inhaltlich und didaktisch-methodisch zusammengefasst sind:

1. Selbstlernaktivitäten zum Aufbau und zur Vertiefung fachdidaktischer Kompetenzen
2. Videodatenbank mit Aufnahmen von Kindern, die räumlich-geometrische Herausforderungen lösen
3. Materialien zur Strukturierung des ICM-PD-Kurses, insbesondere Vorlagen zur Durchführung der Podiumsdiskussionen und weitere kursbegleitende Materialien in einem Moodle-Template

Die Materialien können in den entsprechenden Sammlungen auf www.twillo.de frei heruntergeladen und weiterverwendet werden. Die entsprechenden Links finden sich als QR-Code am Ende des Beitrages.

Selbstlernaktivitäten

Für die einzelnen Foki wurden zwei bis acht verschiedene Selbstlernaktivitäten (SLAs) entwickelt. Tabelle 1 zeigt exemplarisch die entwickelten SLAs für den definitorisch-psychometrischen Fokus, den kognitiv-strategischen Fokus sowie den unterrichtspraktisch-außerschulischen Fokus.

Videodatenbank

In der Videodatenbank finden sich anonymisierte Aufnahmen von Kindern der dritten und vierten Klasse, die verschiedene räumlich-geometrische Anforderungen („Challenges“) in Tandems lösen. Die Videos sind in der Regel ca. 20–45 Minuten lang und zeigen die Handlungen und Argumentationen der Kinder, z. T. aus verschiedenen Blickwinkeln. Die Videos dürfen in der Lehre eingesetzt, jedoch nicht kommerziell verwendet, verändert oder aus dem Kontext herausgelöst genutzt werden.

Folgenden raumgeometrischen Aktivitäten gehen die Kinder auf den Videos nach:

- *Wege beschreiben*: die Kinder beschreiben sich gegenseitig einen auf einem Raster vorgegebenen Weg; sie nutzen zur Unterstützung am Anfang Figuren und den Finger.
- *Potzklotz-Challenge*: In Anlehnung an die auf *primakom* vorgeschlagenen Unterrichtssequenzen mit dem Spiel *Potzklotz* sollen die Kinder u. a. „Freundeskarten“ und eine Reihe nacheinander folgender Freundeskarten finden.

Tabelle 1. Übersicht über die Selbstlernaktivitäten zu den einzelnen Themenblöcken

Fokus	Titel der Selbstlernaktivitäten
Definitorisch- psychometrisch	Raumvorstellung in den Bildungsstandards im Fach MA (und SU) Zur Rolle von Raumvorstellung im Mathematikunterricht Zur Rolle von Raumvorstellung in den MINT-Disziplinen Maiers Landkarte der künstlichen Intelligenz Chancen & Grenzen von Maiers Modell der Raumvorstellung Visuelle Wahrnehmung als Voraussetzung für Räumliches Denken Zur „Trainierbarkeit“ von Raumvorstellung Räumliches Denken in verschieden „großen“ Kontexten des Geometrieunterrichts
Kognitiv-strategisch	Das kann ich mir gut vorstellen! – Kinder lösen Raumvorstellungsaufgaben Raumvorstellungsaufgaben im Känguru-Wettbewerb Strategien beim Bearbeiten von Aufgaben zum Räumlichen Denken Strategiehomogenität auf dem (forschungsmethodischen) Prüfstand „Das habe ich mir so vorgestellt“ – Chancen & Herausforderungen beim schriftlichen Erfassen von Strategien Kann man Strategieeinsatz beobachten? – Videobeobachtungen beim Arbeiten mit Seitenansichten auswerten Kann man kognitive Hürden beobachten? – Videobeobachtungen zur mentalen Rotation auswerten Strategien beim Bewältigen räumlich-sprachlicher Anforderungen
Unterrichtspraktisch- außerschulisch	Kognitionspsychologische Grundlagen des Lesens von Karten Typen von Kartenaufgaben Kindliche Herangehensweisen an das Kartenlesen Herausforderungen beim Kartenlesen im Realraum Zur Gestaltung von Lernaktivitäten zur Selbstlokalisierung Prozessbezogene Kompetenzen beim Kartenlesen am Beispiel <i>Argumentieren und Kommunizieren</i> Karten im Fokus fächerübergreifenden Lernens

- *Swish-Challenge*: Die Kinder sollen mit Hilfe des Spiels *Swish* über mentale Rotation verschiedene Paare oder Kartentripel finden.
- *Seitenansichten-Challenge*: Ausgehend von den in *PIKASkompakt* vorgeschlagenen Aktivitäten zum sicheren Umgang mit Seitenansichten sollen die Kinder erforschen, wann eine Seitenansicht eindeutig einem Würfelgebäude zugeordnet werden kann.
- *Baumeister:innen*: In Anlehnung an die Studie von Mizzi (2017) beschreiben sich die Kinder gegenseitig, wie sie mit Steckwürfeln und Bauteilen ein Objekt bauen.
- *Schattenbox-Challenge*: In Anlehnung an Unterrichtsbeispiele nach Pöhls (2015) sollen die Kinder u. a. jeweils die minimale und maximale Anzahl an Würfeln in der Schattenbox finden, die zu vorgegebenen Schattenwürfen auf den Schattenkarten führt.
- *Würfelgebäude-Challenge*: Unter Nutzung der App „Klötchen“ (H. Etzold) untersuchen die Kinder, wie viele verschiedene Würfelgebäude sich aus vier Würfeln bauen lassen und klassifizieren ihre Würfelgebäude nach einer ihnen sinnvoll erscheinenden Logik.

- *Schatzsuchen-Challenge*: In Anlehnung an die Studie von Heil (2021) suchen die Kinder mit Hilfe einer Karte auf einem ihnen unbekanntem Gelände in der Karte markierte Orte auf und markieren den Standort von Fahnen in dieser.

Die vorhandenen Videoaufnahmen sind Grundlage von SLAs im kognitiv-strategischen wie auch in beiden unterrichtspraktischen Foki. Nachdem die Studierenden die vorgeschlagenen Aktivitäten zunächst selbst ausprobiert haben, können sie anschließend kindliche Herangehensweisen näher erkunden und dabei beispielsweise typische Strategien beim Bearbeiten der Aufgaben beobachten, aber auch Fehlvorstellungen oder typische „Stolpersteine“ beim Arbeiten mit den gegebenen Materialien erkennen.

Exemplarischer Moodle-Kurs

Ein exemplarischer Moodle-Kurs umfasst alle Materialien für ein einsemestriges Vertiefungsseminar zum Thema Raumvorstellung sowie einen Vorschlag, wie zwei Sitzungen zum Thema im ICM-PD-Format in eine „klassische“ Vorlesung, beispielsweise zur Einführung in die Geometriedidaktik, integriert werden können.

Zur Strukturierung der Podiumsdiskussionen werden Präsentations-Templates genutzt, die bei Moodle hochgeladen werden und welche die an die Studierenden zu kommunizierenden Leitfragen beinhalten. Nach Erstellen der Input-Slides zu den einzelnen Leitfragen können die Arbeitsergebnisse in das Template eingepflegt und für die Durchführung der Podiumsdiskussion genutzt werden. Im Rahmen des Projektes wurden zu den verschiedenen Themenblöcken eine Reihe von Leitfragen vorgeschlagen, die für die einzelnen Podiumsdiskussionen genutzt und ergänzt werden können.

Im Moodle-Kurs sind ebenfalls folgende unterstützende Dokumente enthalten: ein Reader für Dozent:innen mit weiterführenden Informationen zur Nutzung der Materialien, ein Template zur Erstellung eigener SLAs, Informationen für Studierende zum ICM-PD-Lehrformat und Lösungsvorschläge für einen Großteil der SLAs.

Zur Kontinuität und Weiterentwicklung

Die vorliegenden Materialien mit der vorgeschlagenen Kursstruktur des ICM-PD liefern erste vorstrukturierte Ansatzpunkte, das Thema Raumvorstellung prominent in der fachdidaktischen Lehre zu verankern. Die Videoaufnahmen zeigen Kinder beim Bearbeiten problemhaltiger raumgeometrischer Aufgaben in einer minimalen Interaktion mit der betreuenden Person.

Nutzung, Feedback und neue Perspektiven

Wir freuen uns, wenn – ganz im Sinne der OER-Initiative – die von uns erstellten Materialien von Kolleg:innen genutzt werden. Sicher ist der vorgeschlagene einsemestrige Kurs für viele Ausbildungsstätten nicht umsetzbar; aber auch einzelne Selbstlernaktivitäten können unabhängig davon genutzt oder Videos aus der Videodatenbank in die eigene Lehre eingebunden werden. Rückmeldungen und Ansatzpunkte für Weiterentwicklung sind willkommen.

Die entstandene Videodatenbank ist sicher nur als Grundstein für die fachdidaktische Lehre zu sehen. Wir freuen uns, wenn diese in zukünftigen Projekten um weitere Videos von anderen Standorten ergänzt wird. Obgleich viele SLAs bereits auf die Videoaufnahmen referenzieren, können hier durch verschiedene „Brillen“ mit verschiedenen theoretischen Hintergründen bestimmt weitere Ansatzpunkte für die Lehre herausgearbeitet werden – und gern auch ergänzend geteilt werden. Es wäre wünschenswert, wenn diese Videodatenbank von engagierten Kolleg:innen erweitert wird. Insbesondere fehlen unterrichtspraktische Videos von jüngeren Grundschulkindern, sowie Aufnahmen von Aufgabenbearbeitungen am Tablet (dazu werden nur drei Videos in einer Aufgabe bereitgestellt).

Entwicklung neuer Selbstlernaktivitäten

Abbildung 2 zeigt die drei großen Foki, denen sich im Rahmen des Projektes nur in einzelnen SLAs genähert wurde: *digitaler Fokus*, *konzeptioneller Fokus* und *diagnostischer Fokus*. Hier freuen wir uns, wenn engagierte Kolleg:innen in den kommenden Jahren ihre Ideen mit der fachdidaktischen Community teilen und etwas „Farbe“ in die ebenfalls sehr wichtigen Perspektiven auf das Thema Raumvorstellung bringen. Ebenso erschöpft sich unsere Expertise zum Thema „inklusives Lernen“ in wenigen SLAs. Auch hier freuen wir uns, wenn zukünftig noch mehr Lernaktivitäten entstehen, die Studierenden ermöglichen, dieses Themenfeld noch vielfältiger zu erkunden.

Fazit und Vision

Seit Jahren profitieren wir in der eigenen Lehre an der Leuphana Universität Lüneburg von frei zugänglichen Projektergebnissen anderer Standorte, wie beispielsweise KIRA oder PIKAS. Im Rahmen des Projektes *RDopen* griffen wir nun die vielfältigen theoretischen und empirischen Befunde auf, die hier am Standort Lüneburg zur Erforschung der Raumvorstellung entstanden. Gleichzeitig lag dem Projekt die Motivation zugrunde, Erfahrungen aus Seminaren zur vertieften Auseinandersetzung mit diesem spezifischen Lerngegenstand frei zugänglich zur Verfügung zu stellen. OER-Infrastrukturen wie das Portal www.twillo.de ermöglichen dies niedrigschwellig und garantieren eine langfristige Verfügbarkeit. Gleichzeitig könnte das Projekt auch Impulsgeber für eine Vision einer *OER-Policy* in der mathematikdidaktischen Community sein, im Rahmen derer die vielfältigen, die spezifische Expertise der verschiedenen bundesweiten Ausbildungsstandorte aufgreifenden Materialien für andere Standorte aufbereitet und zur Verfügung gestellt werden.

Links zu den Materialien

Videodatenbank: DOI:10.5446/s_1539

SLAs



Video-
sammlung



Moodlekurs



Literatur

Büchter, A. (2011). *Zur Erforschung von Mathematikleistung: theoretische Studie und empirische Untersuchung des Einflussfaktors Raumvorstellung*. PhD Thesis Technische Universität Dortmund.

- DeLozier, S. J., & Rhodes, M. G. (2017). Flipped classrooms: A review of key ideas and recommendations for practice. *Educational Psychology Review*, 29, 141–151.
- Grüßing, M. (2012). *Räumliche Fähigkeiten und Mathematikleistung. Eine empirische Studie mit Kindern im 4. Schuljahr*. Waxmann.
- Heil, C. (2021). *The Impact of Scale on Children's Spatial Thought: A Quantitative Study for Two Settings in Geometry Education*. Springer Nature.
- Heil, C. & Ruwisch, S. (2019). Orientierung im Realraum. In F. Heinrich (Hrsg.), *Aktivitäten von Grundschulkindern an und mit räumlichen Objekten* (S. 87–104). Miltenberger.
- Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Hrsg.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (S. 109–149). Sense Publishers.
- Maresch, G. (2014). Strategies for assessing spatial ability tasks. *Journal for Geometry and Graphics*, 18(1), 125–132.
- Mizzi, A. (2017). *Relationship Between Language and Spatial Ability*. Springer.
- Niedermeyer, I., Ruwisch, S., & Heil, C. (2021). Development of early spatial perspective-taking – Toward a three-level model. *mathematica didactica*, 44(2).
- Pöhls, Arne (2015). Bauen in der Schattenbox – Welches Würfelgebäude wirft welchen Schatten?, *Grundschule Mathematik*, 45, 22–25.
- Resnick, I., Harris, D., Logan, T., & Lowrie, T. (2020). The relation between mathematics achievement and spatial reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 171–174.
- Ruwisch, S., & Lüthje, T. (2013). „Das muss man umdrehen und dann passt es“: Strategien von Vorschulkindern beim Bearbeiten von Aufgaben zum räumlichen Vorstellungsvermögen. *mathematica didactica*, 36(2), 156–192.
- Sinclair, N. & Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM*, 47, 319–329.
- Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in problem solving with technology at primary school. *ZDM*, 47, 435–449.

Cathleen Heil, Leuphana Universität Lüneburg
E-Mail: cathleen.heil@leuphana.de

Silke Ruwisch, Leuphana Universität Lüneburg
E-Mail: silke.ruwisch@leuphana.de

Authentic Optimizing: School Co-Creation for STEM – Oder was der Supermarkt der Zukunft mit Mathematik zu tun hat

Johannes Klaas, Frederik Dilling, Gero Stoffels und Ingo Witzke

Einleitung

„Du sollst berechnen, wie weit D-Dorf und E-Dorf voneinander entfernt sind. Da dort ein See liegt, kann niemand die Strecke einfach abfahren. Die Entfernungen der anderen Orte sind aber zum Teil bekannt. A-Dorf ist 7 km von B-Dorf entfernt. A-Dorf ist 17 km von D-Dorf entfernt. B-Dorf und C-Dorf liegen 9 km auseinander.“¹ So oder so ähnliche Aufgaben kennen vermutlich viele aus dem Mathematikunterricht. Eine authentische Aufgabe mit Realitätsbezug im Sinne der Einteilung von Neubrand et al. (2001, S. 47) liegt hier nicht vor. Auf die berechtigte Frage: „Ist das echt/real“ könn-

te man hier wohl nicht mit „Ja“ antworten (Eichler, 2015).

Im Projekt *Authentic Optimizing: School Co-Creation for STEM* ist ein Ziel, diese Frage mit „Ja“ beantworten zu können. Im Sinne der Einteilung von Neubrand et al. (2001, S. 47) liegen in unserem Projekt authentische Problemstellungen vor, da wir den Schüler:innen die Möglichkeit bieten, sich mit „echten“ Problemstellungen aus einem modernen und innovativen Unternehmen beschäftigen zu können.² Dies ermöglicht uns die Zusammenarbeit mit REWE digital, einer Tochter der REWE Group, die als Partner in diesem Projekt mit uns gemeinsam relevante Problemstellungen aus dem

¹ Abgerufen am 22. 11. 2023 unter: www.kapiert.de/mathematik/klasse-9-10/geometrie/strahlensatze/anwendungsaufgaben-mit-strahlensatzen/

² Natürlich ist es ebenso das Ziel, auch authentisches Prozesse im Sinne von Büchter und Leuders (2018, S. 87) anzuregen, in denen Schüler:innen mathematischen Tätigkeiten durchführen.



Abbildung 1. Schüler:innen informieren sich während des Kick-Offs (Foto: REWE digital)

Unternehmen identifiziert. Diese liegen tatsächlich vor und sind nicht bloß – bewusst oder unbewusst – für das Projekt entwickelt worden. Die Problemstellungen werden dann von Seiten der Universität Siegen aufbereitet, sodass diese den Schüler:innen zur Lösung von Unternehmensseite vorgelegt werden können. Im weiteren Verlauf des Projekts werden die Teilnehmenden durch Mentor:innen der Universität Siegen (Mitarbeiter:innen und Student:innen) unterstützt und stehen im Austausch mit den Verantwortlichen für die jeweiligen Problemstellungen bei REWE-digital. In einem abschließenden „Forum of Innovation“ werden die erarbeiteten Lösungen von den Schüler:innen präsentiert und von REWE digital umgesetzt oder zur Weiterentwicklung entgegengenommen – auch dies ist ein zentraler Aspekt der Authentizität im Projekt. Die Authentizität des Problemlöseprozesses wird gefördert, indem REWE digital nicht bloß (echte) Problemstellungen zur Verfügung stellt, sondern auch am Lösungsprozess und der erarbeiteten Lösung selbst interessiert ist. Den teilnehmenden Schüler:innen im Projekt soll dadurch ein authentischer Problemlöse- und Modellierungsprozess über einen längeren Zeitraum ermöglicht werden. Diese Tätigkeiten lassen sich sowohl bezüglich der Anwendungskontexte als auch bezüglich des Problemlösens auf zwei der drei Grunderfahrungen von Winter (1996) zurückführen.

Das Konzept

Das Projekt Authentic Optimizing ist ein Kooperationsprojekt zwischen der Mathematikdidaktik der Universität Siegen und dem fördernden Unternehmen REWE digital. Gestartet wurde das Projekt im Frühjahr 2023 mit einem Gymnasium im Großraum Köln als schulischen Partner. Es handelt sich bei Authentic Optimizing um ein zyklisches Projekt mit wiederkehrenden Durchgängen mit einer Dauer von etwas mehr als einem halben Jahr, welche sich jeweils überlappen. Die einzelnen Durchgänge können dabei durch verschiedene Phasen beschrieben werden, wie dies Stoffels und Holten (2022, S. 54–55) für MINTPro²Digi darstellen. Die Projektinitialisierung erfolgt zu Beginn des gesamten Projektes, dies wird nicht in jedem Durchgang erneut wiederholt. Ein Durchgang beginnt mit der Vorbereitungsphase. Hier werden die Schüler:innen informiert und ausgewählt. In einem Problem Posing Prozess werden die Problemstellungen durch die Projektpartner ausgewählt³ und aufbereitet, sodass die Teilnehmer:innen in der AG diese lösen können. Jeder Problemstellung werden dabei eine oder zwei verantwortliche Personen von REWE digital zugeordnet. Diese Vorbereitungsphase endet mit dem Kick-Off Termin, in dem die jeweils verantwortlichen Mitarbeiter:innen im Unternehmen als Experten die Problemstellungen an die Schü-

³ Bei der Auswahl der Problemstellungen ist es entscheidend, die spezifischen Anforderungen des Unternehmens und die Voraussetzungen der Schüler:innen zu beachten. So sollten die Probleme echt sein und das Unternehmen sollte Interesse an der Lösung haben, gleichzeitig sollte die Herausforderung des Erstellens von Lösungen bzw. Lösungsansätzen für die Schüler:innen passend sein.

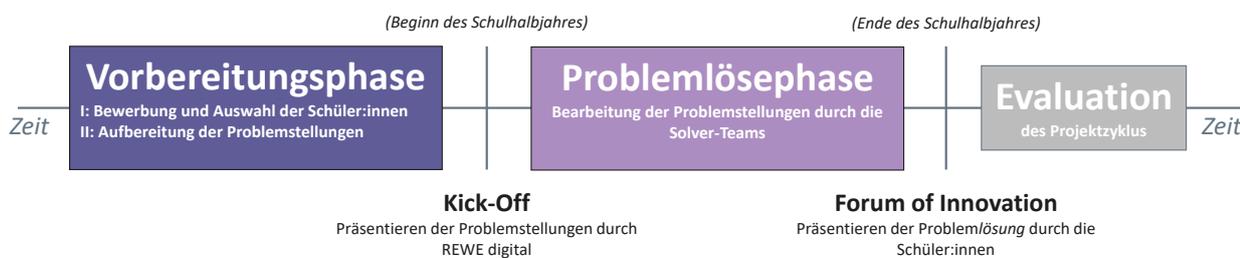


Abbildung 2. Zeitliche Darstellung eines Projektzyklus

ler:innen in einer Veranstaltung bei REWE digital übergeben. Die Teilnehmer:innen werden anschließend nach ihren Wünschen auf die Problemstellungen verteilt und es beginnt die Problemlösephase. In dieser Phase versuchen die Schüler:innen mithilfe der Mentor:innen und im Austausch mit den Verantwortlichen Lösungen für die ihnen gegebene Problemstellung zu finden. Dafür treffen sie sich in den sog. Solver-Teams (Gruppe von vier bis fünf Schüler:innen, die an einer Lösung einer Problemstellung arbeiten) mit ihren Mentor:innen an ihrer Schule. Diese Meetings finden einmal wöchentlich innerhalb einer Doppelstunde (90 min.) statt. Ein Großteil dieser Zeit kann für Arbeitsphasen genutzt werden. Ein weiterer Teil der Zeit wird für Inputs bzgl. erfolgreicher Problemlösetechniken oder die Organisation des Projekts verwendet. Die Problemlösephase schließt mit dem Forum of Innovation ab, in dem nun die Schüler:innen den Verantwortlichen der Problemstellungen bei REWE digital ihre Lösung präsentieren. Hier sollte nun auch ein Rollenwechsel stattfinden: die Schüler:innen sind nun die Experten, nicht mehr (nur) die Mitarbeiter:innen von REWE. Der Durchgang schließt mit einer Evaluation ab, in welcher mögliche Verbesserungen und Veränderungen für die nächsten Zyklen erörtert werden. Der Ablauf eines Projektzyklus ist in Abbildung 2 konzipiert dargestellt.

Die einzelnen Projektdurchgänge richten sich nach Schulhalbjahren, sodass zu Beginn eines Halbjahres die Probleme fertig ausgearbeitet im Kick-Off an die Schüler:innen übergeben werden können. Das Forum of Innovation ist dann jeweils am Ende des Schulhalbjahres. Zur Teilnahme am Projekt können sich Schüler:innen ab der siebten Klasse bis einschließlich zur Q1 mit einem kurzen Motivationsschreiben bewerben. Aktuell (zum Zeitpunkt der Einreichung) befinden wir uns in der Problemlösephase des ersten Durchgangs, welcher im März mit der Vorbereitungsphase begonnen hat und En-

de Januar 2024 mit dem Forum of Innovation endet. Gleichzeitig haben wir bereits mit der Vorbereitungsphase des zweiten Durchgangs begonnen. Im ersten Durchgang machen 21 Schüler:innen aus den Klassen sieben bis neun im Projekt mit, welche sich auf vier Problemstellungen verteilen. In diesen vier Problemstellungen beschäftigen sich die Schüler:innen mit ihrer Vision eines Supermarktes der Zukunft, mit möglichen Verbesserungen des Käuferlebnisses in der REWE-App, mit den Potentialen von Generativer Künstlicher Intelligenz im Kontext Supermarkt und mit Lösungen zum Umgang mit den Regulationen zur Haltbarkeit von Lebensmitteln im Lieferdienst. Zwei der hier genannten Problemstellungen (Supermarkt der Zukunft und Generative KI) werden unten als Beispiele genauer erläutert. Für den neuen Zyklus arbeiten wir unter anderem an Problemstellungen zur Optimierung von Lieferwegen.

Das Projekt Authentic Optimizing weist Verbindungen zu drei weiteren Projekten der Mathematikdidaktik der Universität Siegen auf: zum einen dem bereits abgeschlossenen Projekt MINTPro²-Digi⁴, zum anderen dem Projekt und Authentic-STEM⁵ und dem gerade in Kooperation mit der Universität zu Köln gestartete Projekt MINTCollaboration@NRW. Im Unterschied zu den anderen Projekten zeichnet sich Authentic Optimizing durch die intensive und vor allem langfristige Kooperation mit nur einem Partner aus der Wirtschaft über den gesamten Projektverlauf von drei Jahren aus. Dies ändert die Organisation des Projekts, den Problem Posing Prozess, die daraus resultierenden Problemstellungen und die Möglichkeiten während der Problemlösephase. So können aufgrund des gleichen Projektpartners bewusst Vergleiche innerhalb der Durchgänge oder Problemstellungen realisiert und dabei der Fokus auf einzelne Aspekte gelegt werden. Außerdem handelt es sich bei REWE digital um ein innovatives Unternehmen mit viel Erfah-

⁴ Weitere Informationen zu MINTPro²-Digi: siehe Stoffels und Holten (2022) oder <https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/projekte/mintprozdigi/?lang=de>

⁵ Für weitere Informationen zu Authentic STEM siehe Stoffels et al. oder <https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/projekte/authenticstem/?lang=de>

rung im projektorientierten Arbeiten an offenen Problemstellungen im Bereich digitaler Technologien.

Beispiel 1: Supermarkt der Zukunft

Wie wird der Supermarkt der Zukunft aussehen? Was muss in der Zukunft beachtet werden? Wie wird Einkaufen 2050 sein?

Diese Problemstellung ist aus dem ersten Durchgang des Projekts. Sie ist eine offene Problemstellung (offene Situation nach Büchter und Leuders (2018, S. 99)), es sind lediglich einzelne Anforderungen an den Zielzustand bekannt, alles andere ist in dieser Problemstellung nicht festgelegt. Die Schüler:innen können hier den Weg ihrer Lösung und den zu bearbeitenden Aspekt frei wählen. Um ihnen dennoch eine Hilfestellung zu geben, haben die Verantwortlichen der Problemstellung im Kick-Off verschiedene Denkanstöße präsentiert. Diese bezogen sich vor allem auf einen automatisierten Markt, aber auch Beispiele von Märkten aus anderen Ländern wurden vorgestellt. Die Denkanstöße der Verantwortlichen bei REWE digital waren nicht bindend für die Schüler:innen, diese konnten und haben auch eigene Ansätze verfolgt.

Beispiel 2: Generative KI

ChatGPT, the popular chatbot from OpenAI, is estimated to have reached 100 million monthly active users in January, just two months after launch, making it the fastest-growing consumer application in history (Hu, 2023).

Generative KI ist also ein aktuelles Thema, das sich rasant entwickelt und sowohl in zahlreichen wissenschaftlichen wie auch populären Veröffentlichungen zu finden ist. Auch REWE digital hat sich die Frage gestellt, inwiefern ChatGPT den Supermarkt von morgen und weitere Aspekte einer Supermarktkette verändern kann. Ebenso sind die verschiedenen Risiken und Nebenwirkungen von Generativer KI wichtig zu diskutieren. Auch oder gerade im Unternehmenskontext spielen Themen wie Datensicherheit eine große Rolle.

Auch diese Problemstellungen sind in ihrer Thematik offengehalten und ermöglichen es den Schüler:innen, selbst ihre favorisierten Ideen als Konzepte auszuarbeiten. Es wurden auch hier von den Verantwortlichen im Unternehmen inspirierende, aber keinesfalls obligatorische Ideen genannt.

Forschungsperspektiven

Neben der Initiierung von authentischen Problemlöseprozessen liegt ein wesentlicher Fokus des Projekts Authentic Optimizing in der fachdidaktischen Forschung im Bereich MINT, insbesondere aus der

Perspektive der Mathematikdidaktik. Das spezifische Forschungsinteresse des Projektteams der Universität Siegen und Universität zu Köln liegt in drei Feldern: die interdisziplinären und interinstitutionellen Problem Posing und Problem Solving Prozesse, die systematische Betrachtung der Kooperationsstruktur zwischen Unternehmen, Schule und Universität sowie die Ausbildung und Begleitung von Mentor:innen. Hierbei wird insbesondere die langfristige Kooperation mit einem Unternehmen als Faktor betrachtet.

Problem Posing und Problem Solving

Problem Solving oder auch Problemlösen ist als prozessbezogene Kompetenz in den Bildungsstandards (KMK, 2022) verankert und zugleich ein zentraler Bestandteil des deutschen Mathematikunterrichts und der mathematikdidaktischen Forschung. Wie bereits beschrieben sind in diesem Projekt vor allem authentische, also reale und langfristige Problemstellungen und ihre Lösung in unserem Interesse. Gerade in der Untersuchung von langfristigen Problemstellungen bieten wir in diesem Projekt eine Möglichkeit, sich von dem normalen Schulunterricht abzusetzen und einen Problemlöseprozess auch über ein Halbjahr zu ermöglichen und zu untersuchen. Aber auch Authentizität im Sinne von beispielsweise Büchter und Leuders (2018) bezogen auf die durch die Aufgabenstellung angeregten Prozesse und deren Qualität sollen untersucht werden. In welcher Qualität werden im Projekt überhaupt authentische Prozesse ausgelöst und wie analysiert man dies im konkreten Fall? Betrachtet wird aufgrund der realen Problemstellungen sogenanntes außermathematisches Problemlösen, welches hier im Bezug auf die Mathematik und ebenso interdisziplinär in Bezug auf andere Fach(-didaktiken) aus dem WiMINT-Bereich (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) untersucht werden soll.

Neben dem Lösungsprozess von Problemstellungen durch die Schüler:innen wird ebenso die Entwicklung der Problemstellungen in den Blick genommen. Das Problem Posing (Problem aufstellen) beschäftigt sich dabei mit dem Entwicklungsprozess der Problemstellung, jedoch im Rahmen des Projekts und nicht im Rahmen von Aufgaben für z. B. den Unterricht in innermathematischen Situationen wie beispielsweise bei Baumanns und Rott (2018) oder Ramirez (2006). Das bedeutet, dass in unserem Problem Posing Prozess eine Realanwendung mit verschiedenen Akteuren des Unternehmens und der Universität so entwickelt wird, dass sie den Schüler:innen zur Bearbeitung übergeben werden kann. Wichtig ist, dass die entwickelten Problemstellungen immer noch den Kern des Ursprungsproblems bei REWE digital entsprechen

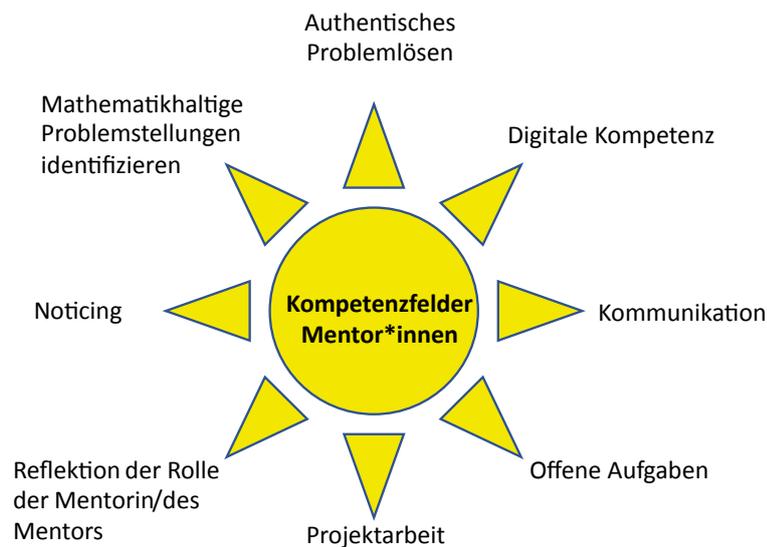


Abbildung 3. Kompetenzfelder der Mentor:innen (Marx & Stoffels, S. 1035)

oder zu dessen Lösung dienen, da sonst die Authentizität und das Interesse von REWE digital verloren gehen. Wir erhoffen uns, gerade auch wegen der besonderen Situation im Projekt, neue Einblicke in das Problem Posing und den dazugehörigen Prozess zu erhalten.

Gerade erste Untersuchungen des Problementwicklungsprozesses mit den unterschiedlichen Partnern des Projekts haben einen weiteren Forschungsschwerpunkt ergeben, in welchem wir die Rollen der am Projekt beteiligten Personen von den verschiedenen Partnern sowie auch die Systematik im Projekt insgesamt untersuchen wollen.

Systematische Untersuchung des Projekts

Am Beispiel des Projekts Authentic Optimizing sollen Gelingensbedingungen von inhaltlichen Kooperationen zwischen Unternehmen, Schulen und Universitäten identifiziert und konkretisiert werden. Die Untersuchung richtet sich dabei nach den Parametern der Projektstruktur: Die Rollen und Aufgaben der einzelnen am Projekt beteiligten Akteure innerhalb der verschiedenen Phasen des Projekts sollen in Form einer Case Study möglichst detailliert beschrieben werden. Dabei wird auch auf die Erfahrungen aus den bisherigen Projekten der Mathematikdidaktik der Universität Siegen aufgebaut, wie beispielsweise die genaue Einteilung von Arbeitsschritten und Handlungen der einzelnen Beteiligten auf die Projektphasen nach DIN 69901 wie es in Stoffels und Holten (2022) erfolgte. Hierfür sind Leitfadeninterviews mit den einzelnen am Pro-

jekt beteiligten Personen sowie die Aufzeichnung entscheidender Projekttreffen geplant, bzw. wurden bereits durchgeführt. Auf dieser Basis sollen dann passende Rollenbeschreibungen erstellt und mit gängigen Einteilungen im Bereich Projektarbeit verglichen werden.⁶ Ziel ist es dabei unter anderem, Schwierigkeiten, Probleme oder Engstellen im Projekt zu erkennen und diese dann auch direkt oder für den nächsten Durchgang anzupassen, um das Projekt auch während seiner Laufzeit stetig zu verbessern. Außerdem soll erörtert werden, welche Erkenntnisse sich auf andere Kooperationsprojekte mit der Wirtschaft im Bereich Bildung übertragen lassen.

Mentor:innenbildung

Eine Rolle, die auch in den anderen oben genannten verwandten Projekten der Mathematikdidaktik der Universität Siegen von besonderem Interesse ist, ist die der Mentor:innen. Diese begleiten im Projekt die Problemlöseprozesse der Schüler:innen und haben damit eine Rolle, die sich im Bereich der Bildung sonst in dieser Form mit vielfältigen Aufgabenspektrum nur selten wiederfindet. Dennoch ist das angestrebte Profil von Mentor:innen auch für die (Aus-) Bildung von Mathematiklehrer:innen relevant, insbesondere zur Adressierung echter Anwendungen im Mathematikunterricht. Bei den Mentor:innen im Projekt handelt es sich zudem um Lehramtsstudent:innen für das Fach Mathematik sowie um Mitarbeiter:innen der Fachgruppe Mathematikdidaktik. Von Marx und Stoffels (2022, S. 1033) wurden bezo-

⁶ Beispielsweise in Bär et al. (2017, S. 26–29) oder Drees et al. (2014) werden verschiedene Rollen im Projektmanagement, wie Projektleiter:in, Auftraggeber:in, Mitarbeiter:in usw. beschrieben.

gen auf das Mentoring konkrete Fragen identifiziert, die auch im Projekt Authentic Optimizing verfolgt werden:

- Wie können Mentoren offene und langfristige mathematikhaltige Projektarbeit adäquat begleiten?
- Über welche Kompetenzen sollten Mentoren verfügen, um einerseits authentische mathematikhaltige Projektarbeit zu begleiten, und andererseits als Vermittelnde die Zusammenarbeit zwischen Schüler*innen [...] sowie mit den Unternehmen zu gestalten?
- Welche Schulungs- und Supervisionsformate sind geeignet um entsprechende Kompetenzen (weiterzu-)bilden und die Mentoren bei ihrer Arbeit zu unterstützen?

Die Grundlage für die Mentor:innenbildung bildet das Kompetenzmodell des Projektes Authentic-STEM. Die darin enthaltenen unterschiedlichen Kompetenzfelder der Mentor:innen im Projekt sind in Abbildung 3 dargestellt. Insbesondere in Bezug auf das Kompetenzfeld Kommunikation gibt es größere Unterschiede, da das Projekt Authentic-STEM im Gegensatz zu Authentic Optimizing bilingual angelegt ist. Nichtsdestotrotz ist es erforderlich, dass die Mentor:innen von Authentic Optimizing die verschiedenen Stakeholder adäquat ansprechen und zwischen Ihnen moderieren können. Welche Herausforderungen auftreten und wie diesen begegnet werden kann, wird auch hier mithilfe einer multiplen qualitativen Fallstudie untersucht, wobei Synergien im Sinne einer cross-case Analyse mit den weiteren Projekten genutzt werden.

Literaturverzeichnis

- Bär, C., Fiege, J. & Weiß, M. (2017). Projektorganisation & Durchführung. In C. Bär, J. Fiege & M. Weiß (Hrsg.), *Xpert. press Ser. Anwendungsbezogenes Projektmanagement: Praxis und Theorie für Projektleiter* (S. 21–41). Springer. DOI:10.1007/978-3-662-52974-4_4
- Baumann, L. & Rott, B. (2018). Problem Posing – Ergebnisse einer empirischen Analyse zum Prozess des strukturierten Aufwerfens mathematischer Probleme. In B. Rott, R. Bruder & A. Kuzle (Hrsg.), *Problemlösen unterrichten und untersuchen: Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen in Darmstadt 2017* (S. 37–52). WTM – Verlag für Wissenschaftliche Texte und Medien.
- Büchter, A. & Leuders, T. (2018). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln: Lernen fördern – Leistung überprüfen* (8. Auflage). Cornelsen.
- Drees, J., Lang, C. & Schöps, M. (2014). *Praxisleitfaden Projektmanagement* (2. Aufl.). Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG. DOI:10.3139/9783446441699_fm
- Eichler, A. (2015). Zur Authentizität realitätsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht. In G. Kaiser & H.-W. Henn (Hrsg.), *Realitätsbezüge im Mathe-*

matikunterricht. Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht: Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum (S. 105–118). Springer. DOI:10.1007/978-3-658-09532-1_8

- Hu, K. (2023). ChatGPT sets record for fastest-growing user base – analyst note. www.reuters.com/technology/chatgpt-sets-record-fastest-growing-user-base-analyst-note-2023-02-01/
- KMK. (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012. www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf
- Marx, B. & Stoffels, G. (2022). Authentic-STEM: Mit Mentoren offene und langfristige mathematikhaltige Projektarbeit begleiten. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S.1033–1036). WTM. DOI:10.17877/DE290R-23381
- Neubrand, M., Biehler, R., Blum, W., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Knoche, N., Lind, D., Löding, W., Möller, G. & Wynands, A. (2001). Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematik-Tests in der deutschen Zusatzerhebung. *ZDM – Mathematics Education*, 33, 45–59. DOI:10.1007/BF02652739
- Ramirez, M. C. (2006). A mathematical problem-formulating strategy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 7, 79–90.
- Stoffels, G. & Holten, K. (2022). MINT-Proz2Digi: Authentisches projektorientiertes mathematisches Problemlösen in außerunterrichtlichen digitalen Kontexten. In F. Dilling, F. Pielsticker & I. Witzke (Hrsg.), *Springer. Neue Perspektiven auf mathematische Lehr-Lernprozesse mit digitalen Medien: Eine Auswahl grundlagenorientierter und praxisorientierter Beiträge* (S. 47–71). Springer Spektrum. DOI:10.1007/978-3-658-36764-0_3
- Stoffels, G., Reifenrath, M. & Witzke, I. Authentic-STEM: Langfristiges Problemlösen across borders. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022: 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. WTM. DOI:10.17877/DE290R-23414
- Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 4(2), 35–41. DOI:10.1515/dmvm-1996-0214
- Johannes Klaas, Universität Siegen
E-Mail: klaas@mathematik.uni-siegen.de
- Frederik Dilling, Universität Siegen
E-Mail: dilling@mathematik.uni-siegen.de
- Gero Stoffels, Universität zu Köln
E-Mail: gero.stoffels@uni-koeln.de
- Ingo Witzke, Universität Siegen
E-Mail: witzke@mathematik.uni-siegen.de

QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln: Konzept des Zehnjahres-Programms von DZLM und KMK

Susanne Prediger, Christoph Selter, Daniela Götze, Svea Hallemann, Lars Holzäpfel, Annett Kreuziger, Hans Anand Pant und Bettina Rösken-Winter

Im Jahr 2020 verabschiedete die Kultusministerkonferenz „Ländergemeinsame Eckpunkte zur Fortbildung von Lehrkräften“, in denen Fortbildungen ein deutlich höheres bildungspolitisches Gewicht erhielten als zuvor (KMK, 2020). Darin werden insbesondere eine „Wissenschaftsbasierung der Fortbildungsangebote“ (S. 4) und systematische, forschungsbasierte Prozesse der Qualitätsentwicklung für Fortbildung (S. 6) angestrebt. Dazu passend entschieden die zuständigen Gremien von Leibniz-Gemeinschaft, Ländern und Bund, am IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik eine neue Abteilung für Fachbezogenen Erkenntnistransfer einzurichten (geleitet durch H. A. Pant und S. Prediger). Dies ermöglichte eine Verstärkung der bundesweiten Forschungs- und Entwicklungsarbeit des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM), das durch die Deutsche Telekom Stiftung initiiert und 2011 bis 2021 drittmittelfinanziert wurde. Das DZLM-Netzwerk besteht aus Mathematikdidaktik-Professorinnen und -Professoren von 12 Hochschulen und wird nun vom IPN aus geleitet (DZLM-Netzwerkleitung S. Prediger, stellvertretende Leitung B. Rösken-Winter).

Um die forschungsbasierten Prozesse der Qualitätsentwicklung im Fortbildungsbereich voranzutreiben, wurde seit 2021 im DZLM das Programm *QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln* vorbereitet, das von 2023 bis 2033 bundesweit durchgeführt wird. Insgesamt soll es Mathematik-Lehrkräfte an 10 000 Schulen (also 30% aller allgemeinbildenden Schulen) erreichen sowie die schulische Ausbildung von pädagogischen Fachkräften verbessern. Gefördert wird dieses Programm durch die KMK. Dieser Beitrag erläutert Ziele, Konzept und Implementationsarchitektur des QuaMath-Programms.

1 Ziele des Programms und ihre jeweiligen Hintergründe

Abbildung 1 fasst die vielfältigen Ziele des Programms zusammen, die im Folgenden von unten nach oben erläutert werden.

1.1 Ziele und Hintergründe auf Lernenden-Ebene
Das langfristige Ziel des QuaMath-Programms ist die *Stärkung der mathematischen Bildung* von der KiTa bis zum Abitur. Inhaltlich orientiert sich das

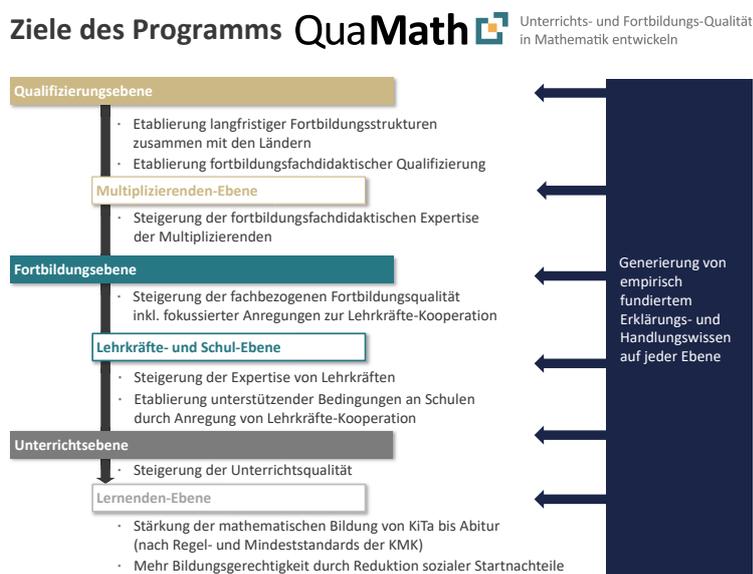


Abbildung 1. Ziele des Programms QuaMath auf mehreren Ebenen

Programm an den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK, 2022; JFMK, 2021). Diese Orientierung ist notwendig, weil zwar seit 2004 einheitliche Bildungsstandards für den Schulbereich sukzessive normativ festgeschrieben worden sind, diese allerdings nur sehr partiell erreicht wurden: Gemäß IQB-Bildungstrend 2021 erreichten oder übertrafen 55 % der Kinder in Klasse 4 den Regelstandard, allerdings verfehlten 22 % sogar den Mindeststandard (Schumann & Sachse, 2022, S. 70f.). Im IQB-Bildungstrend 2018 erreichte nur eine Minderheit von 45 % der Jugendlichen in Klasse 9 den Regelstandard in Mathematik für den MSA und 24 % nicht einmal den Mindeststandard (Kölm & Mahler, 2019). Die Begriffe „Mindest-“ und „Regel-“ Standards mit den normativ intendierten Kompetenzerwartungen erweisen sich also als nicht zutreffend für das real erreichte Curriculum – die Regel zeigt sich empirisch nicht als Regel. Das Ziel der „mathematischen Bildung“ adressiert zudem auch über die Standards hinausgehende Bildungsziele, die sich nicht in großen Leistungsstudien messen lassen (Neubrand & Lengnink, 2023).

Das zweite Ziel der *Stärkung von Bildungsgerechtigkeit durch Reduktion von sozialen Startnachteilen* reagiert auf den wiederholten Befund internationaler Vergleichsstudien, dass das deutsche Schulsystem bislang schlechter als andere Länder soziale und migrationsbedingte Startnachteile ausgleichen kann (OECD, 2022). Angriffspunkte dazu werden zum einen in einer generellen Steigerung von Unterrichtsqualität für *alle* Schulen gesehen (DIME, 2017), zum anderen in gezielten Maßnahmen zur Diagnose und Förderung sowie zur Sprachbildung.

Als curricularer Rahmen für die Ziele auf Lernenden-Ebene versprechen die neuen Bildungsstandards (KMK, 2022) eine durchgängige Artikulation und Stufung von inhalts- und prozessbezo-

genen Kompetenzen. Zu dieser Artikulation hält die Mathematikdidaktik einen umfangreichen Forschungsstand bereit (Bruder et al., 2023; Kilpatrick et al., 2001).

1.2 Ziele und Hintergründe auf Unterrichtsebene: Fünf Prinzipien guten Unterrichts zur Steigerung der Unterrichtsqualität

Um die Ziele auf Lernenden-Ebene erreichen zu können, wird auf Unterrichtsebene eine *Steigerung der Unterrichtsqualität* als zentrales Ziel angestrebt. Dass die Tiefenstrukturen von Unterrichtsqualität weit stärker als Sichtstrukturen und Schulsystemfragen die Kompetenzentwicklung von Lernenden beeinflussen, ist empirisch konsolidiert (Helmke, 2003; Ufer et al., 2023), daher sind fachdidaktische Tiefenstrukturen im Fokus der Unterrichtsentwicklungs-Bestrebungen in QuaMath. Für größer angelegte Fortbildungs- und Implementationsprogramme hat sich zudem gezeigt, wie entscheidend ein *kohärenter Rahmen* ist, nach dem alle Beteiligten eine geteilte Vision von Unterrichtsqualität entwickeln und verfolgen (Newmann et al., 2001; Cobb & Jackson, 2021).

Ein solcher kohärenter Rahmen für Unterrichtsqualität kann sich nicht allein an den normativen Zielsetzungen (z. B. Ausgleich von Startnachteilen) und den Ergebnissen der (oft kurzfristig und auf messbare Leistungen fokussierten) empirischen Unterrichtsqualitätsforschung orientieren (z. B. den fachübergreifend anwendbaren Basisdimensionen, Klieme, 2019), sondern muss aus fachdidaktischer Sicht auch epistemologische Perspektiven einbeziehen (z. B. zum langfristigen Curriculum-Aufbau, vgl. Bruner, 1966; Wittmann, 1998) und pragmatische Perspektiven darauf, welche Prinzipien guten Unterrichts das Handeln von Lehrkräften produktiv leiten können (Schoenfeld, 2014; Prediger et



Abbildung 2. Kohärenter Rahmen auf Unterrichtsebene:
fünf Prinzipien qualitativollen Unterrichts
(Prediger et al., 2022a; Holzäpfel et al., 2024)

5x5 QuaMath-Rahmen - gefüllt mit Beispielen aus Mathe sicher können

	 Durchgängigkeit	 Verstehensorientierung	 Lernenden-Orientierung & Adaptivität	 Kognitive Aktivierung	 Kommunikationsförderung
 Lernziele setzen & Lernpfade konzipieren	Relevanz von Verstehensgrundlagen für langfristiges Lernen bei Lernzielsetzung berücksichtigen ->	Verstehensgrundlagen statt Oberflächenwissen identifizieren und als Lernziele für alle setzen			
 Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren		((Aufgaben und durchgängige Darstellungen auswählen zum Aufbau von Verständnis erledigt durch das Material))			
 Lernstände/--prozesse diagnostizieren & beurteilen		Verstehensgrundlagen diagnostizieren			Oberflächenwissen entlarven
 Lernprozesse unterstützen & fördern	Lernbegleitung nicht für schnelle Aufgabenbewältigung, sondern für Ermöglichung nachhaltigen Lernens ->	Verstehensgrundlagen fördern	Nicht Probleme „weg-unterstützen“, sondern Fördern durch Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen	Denkprozesse unterstützen	Tiefgehende Kommunikation anleiten, insbesondere zur Darstellungsvernetzung
 Gemeinsame Gespräche moderieren					

Abbildung 3. Gemeinsamer 5 × 5 QuaMath-Rahmen zur Charakterisierung und Adressierung von Expertise von Lehrkräften: Gefüllt mit Beispiel-Praktiken aus dem Projekt „Mathe sicher können“ (Prediger et al., 2023)

al., 2022a). Unter Berücksichtigung von normativen, epistemologischen, empirischen und pragmatischen Perspektiven wurde daher im DZLM ein Set von Prinzipien guten Unterrichts herausgearbeitet, mit allen beteiligten Modulverantwortlichen (aus dem DZLM-Netzwerk und weiteren hinzugezogenen Hochschulen, Namen vgl. Abb. 7 unten) und Landesverantwortlichen (aus Landesinstituten und Ministerien) beraten und mit Multiplizierenden erprobt, sodass schließlich ein Kern der QuaMath-Vision von gutem Unterricht etabliert wurde, der in allen Modulen kohärent adressiert wird. Abbildung 2 zeigt die fünf so spezifizierten QuaMath-Prinzipien, die im Theorie-Beitrag von Prediger et al. (2022a) ausführlich dargestellt sowie theoretisch und empirisch begründet wurden. Sie werden unterrichtspraktisch im Praxis-Beitrag von Holzäpfel et al. (2024) erläutert. Auch wenn weitere Prinzipien herangezogen werden könnten (z. B. Sinnstiftung oder Kontextorientierung), bewährt sich in der Modulentwicklung schon jetzt, einen überschaubaren Kern verbindlicher Prinzipien mit flexiblen Schwerpunktsetzungen und Bezügen für unterschiedliche Module kohärent zu nutzen, um der oft beklagten Fragmentierung des Fortbildungsangebots (Priebe et al., 2022) entgegenzuwirken.

1.3 Ziele und Hintergründe auf Lehrkräfte- und Schul-Ebene: Steigerung der Lehrkräfte-Expertise und unterstützende Bedingungen an Schulen

Um durch Prozesse der Unterrichtsentwicklung die Unterrichtsqualität zu steigern, sind zwei vorgelagerte Ziele auf Lehrkräfte- und Schul-Ebene entscheidend:

Das erste Ziel auf Lehrkräfte-Ebene, die *Steigerung der fachdidaktischen Lehrkräfte-Expertise*, ist empirisch begründbar durch wiederholte Befunde, dass selbst bei sorgfältig ausgearbeiteten Unterrichtsmaterialien die fachdidaktische Expertise von Lehrkräften entscheidend für die erfolgreiche Umsetzung von Unterrichtskonzepten ist (Brophy, 2000; Hill et al., 2005; Kunter et al., 2013; Depaepe et al., 2013).

Dabei wird in QuaMath eine situierte Perspektive auf Lehrkräfte-Expertise zugrunde gelegt (Putnam & Borko, 2000), welche die Expertise der Lehrkräfte an den Praktiken zur Bewältigung typischer Anforderungssituationen („Jobs“) festmacht, zu denen sie fachliches und fachdidaktisches Wissen als Denk- und Wahrnehmungskategorien (Bromme, 1992; Bass & Ball, 2004; Prediger, 2019; Gasteiger & Benz, 2018) und (z. B. Prinzipien als) handlungsleitende Orientierungen heranziehen (Schoenfeld, 2010; Prediger, 2019). Im Sinne der kohärenten Beschränkung konzentriert sich QuaMath auf fünf fachdidaktische Anforderungssituationen, zu denen bzgl. der verschiedenen Prinzipien unterschiedliche Kernpraktiken (Ball & Forzani, 2009) thematisiert werden können. Aus dem so entstehenden kohärenten 5 × 5-QuaMath-Rahmen (vgl. Abb. 3) werden in allen Modulen jeweils Teilaspekte adressiert. Die Abbildung 3 enthält nicht nur den Rahmen, sondern auch eine exemplarische Füllung mit solchen Kernpraktiken, die sich beispielsweise im Projekt „Mathe sicher können“ als handlungsrelevant für lernwirksamen Unterricht herausgestellt haben (Prediger et al., 2023).

Lehrkräfte entwickeln ihren Unterricht allerdings nicht nur als Individuen mit gesteigerter Ex-



Abbildung 4. Gemeinsamer Rahmen für die Fortbildungsebene: Prinzipien qualitätvoller Fortbildung (adaptiert von Barzel & Selter, 2015)

pertise weiter: Die internationale Forschung zeigt, dass gerade die Kooperation in professionellen Lerngemeinschaften eine sehr förderliche Bedingung für erfolgreiche Unterrichtsentwicklung darstellen kann (Borko & Potari, 2023; Bonsen & Rolff, 2006). Fachbezogene Lehrkräfte-Kooperation ist allerdings in Deutschland bislang an zu wenigen Schulen etabliert (Richter & Pant, 2016).

Daher ist das zweite Ziel des QuaMath-Programms auf Lehrkräfte- und Schulebene die *Etablierung unterstützender Bedingungen an Schulen durch Anregung fachbezogener Lehrkräfte-Kooperation*. Das Ziel wird in QuaMath durch die Einrichtung von QuaMath-Schul-Teams für die schulinterne Kooperation und Schulnetzwerken für die Kooperation zwischen je 5 bis 10 Schulen verfolgt, für die jeweils auch Materialien für eine fachbezogene gemeinsame Arbeit angeboten werden. Als Theoriehintergrund dienen Arbeiten zu professionellen Lerngemeinschaften (Borko & Potari, 2023; Selter & Bonsen, 2018; Rösken-Winter & Szczesny, 2016). Der konkrete Rahmen für die fachbezogenen Kooperationsanregungen in QuaMath wird derzeit noch erarbeitet. Zudem werden auch Schulleitungen adressiert, die für die Etablierung unterstützender Bedingungen an den Schulen eine zentrale Rolle spielen (Leithwood et al., 2020).

1.4 Ziele und Hintergründe auf Fortbildungsebene: Steigerung der fachbezogenen Fortbildungsqualität inkl. fokussierter Anregungen zur fachbezogenen Lehrkräfte-Kooperation

Zur Erreichung der Ziele auf Unterrichts- und Lehrkräfte-Ebene setzt sich das QuaMath-Programm auf Fortbildungsebene das Ziel *Steigerung der fachbezogenen Fortbildungsqualität*, was

auch die fokussierten *Anregungen zur fachbezogenen Lehrkräfte-Kooperation* einschließt.

Die Spezifizierung von Prinzipien qualitätvoller Fortbildung im DZLM (Barzel & Selter, 2015) greift zurück auf den empirischen Forschungsstand zu lernwirksamen Fortbildungen (Garet et al., 2001; Lipowsky & Rzejak, 2021; Timperley et al., 2007; Yoon et al., 2007), der zunehmend neben Gestaltungsqualitäten auch die Inhaltsqualitäten von Fortbildungen berücksichtigt. Abbildung 4 zeigt die für QuaMath als Rahmen gesetzten Prinzipien, die gegenüber Barzel und Selter (2015) um das Kriterium der Kohärenz (Newmann et al., 2001) ergänzt wurden. Sie passen – wenn auch in etwas anderer Strukturierung – zu den von Lipowsky und Rzejak (2021) gelisteten Kriterien, die auch in das Eckpunktetpapier der KMK (2020) Eingang gefunden haben.

Während die prinzipielle Lernwirksamkeit der Prinzipien in der empirischen Forschung bereits nachgewiesen wurde, ist ihre *gegenstandsbezogene Realisierung* insbesondere in Bezug auf die Inhaltsqualität ein fortgesetzter Prozess, der keineswegs eine reine „Anwendung“ der Prinzipien qualitätvoller Fortbildungen darstellt. Stattdessen muss für jeden Fortbildungsgegenstand Folgendes theoretisch fundiert und empirisch begründet spezifiziert werden (Rösken-Winter et al. 2021):

- welche Teilaspekte einer Anforderungssituation mit welchen Praktiken produktiv bearbeitet werden können (Kompetenzorientierung)
- welche Fälle (also Ausschnitte aus Unterricht) die Praktiken und ihre Hintergründe exemplarisch am besten tragen (Fallbezug)
- was Lehrkräfte an Praktiken, Kategorien und Orientierungen zu den Anforderungssituationen bereits mitbringen und wie daran am geeignetsten

angeknüpft werden kann (Teilnehmendenorientierung)

- worüber genau in dem Kontext zu reflektieren ist (Reflexionsförderung)
- welche gegenstandsbezogenen Anregungen die Kooperation vertiefen können (Kooperationsanregung)

Die Bearbeitung all dieser Spezifizierungsfragen erfolgt in iterativen Design-Research-Zyklen auf Fortbildungsebene (Prediger, 2019), die über mehrere Lehrkräfte-Kohorten hinweg verfolgt werden.

1.5 Ziele und Hintergründe auf Multiplizierenden- und Qualifizierungsebene

Zur Etablierung qualitätvoller Fortbildungen werden Fortbildungskonzepte in Fortbildungsmaterialien und Anregungen für Lehrkräfte-Kooperation materialisiert (s. Abschnitt 3). Doch ebenso wie Unterrichtsqualität erheblich durch die Expertise der Lehrkräfte bestimmt ist, ist Fortbildungsqualität auch erheblich durch die Expertise der Fortbildenden (in QuaMath ‚Multiplizierende‘ genannt) bestimmt (Borko et al., 2014; Lesseig et al., 2017) sowie durch die Bedingungen, unter denen sie arbeiten können.

Ein weiteres Ziel des QuaMath-Programms ist daher die *Steigerung der fortbildungsfachdidaktischen Expertise der Multiplizierenden*. Diese Zielsetzung für die Qualifizierungen greift zurück auf Konzeptualisierungen von Expertise für Multiplizierende, die typische Anforderungssituationen des Planens, Durchführens und Reflektierens von Fortbildungen mit Praktiken bewältigen (Prediger et al., 2022b), bei denen sie auf Kategorien aus fünf Wissensbereichen zurückgreifen (Wilhelm et al., 2019): drei Wissensbereiche, die auch Lehrkräfte haben, nämlich *unterrichtspädagogisches Wissen (PK-C, pedagogical knowledge for classrooms)*, *unterrichtsinhaltliches Wissen (CK-C, content knowledge for classrooms)*, *unterrichtsfachdidaktisches Wissen (PCK-C pedagogical content knowledge for classrooms)*. Aus allen drei Bereichen kann sich das *fortbildungsinhaltliche Wissen (CK-PD, content knowledge for teacher professional development)* zu einem Fortbildungsgegenstand speisen. Außerdem brauchen Multiplizierende *erwachsenenpädagogisches Wissen (PK-PD, pedagogical knowledge for teacher professional development)*, z. B. über Seminarmethoden oder typische Motivationslagen von Erwachsenen, und schließlich als wichtigster und bislang vernachlässigter Bereich *fortbildungsfachdidaktisches Wissen (PCK-PD, pedagogical content knowledge for teacher professional development)*, das sich auf Aspekte aus allen drei Wissensbereichen von Lehrkräften beziehen kann und auf dazu typische Zielsetzungen, typische Anknüpfungspunkte und Schwierigkeiten in Lernwegen von Lehrkräften (z. B. Wie

können Lehrkräfte kognitiv aktivierenden Umgang mit digitalen Medien im Arithmetikunterricht lernen? Was braucht am meisten Unterstützung?). Auf den situieren Erwerb von PCK-PD-Kategorien (z. B. beim Diagnostizieren von Lehrkräfte-Äußerungen und Moderieren von Diskussionen) wird in QuaMath in den Qualifizierungen besonderer Wert gelegt.

Da die fortbildungsfachdidaktische Qualifizierung von Multiplizierenden bislang in Deutschland relativ unsystematisch erfolgt (problematisiert auch im Eckpunktepapier der KMK 2020), haben KMK und DZLM gemeinsam ein systemisches Ziel des QuaMath-Programms festgelegt: die *Etablierung langfristig kohärenter Fortbildungsstrukturen zusammen mit den Ländern*, in denen Qualifizierungen systematisch eingeplant und konzipiert sind.

Insgesamt zielt das QuaMath-Programm also mithilfe der DZLM-Implementationsstrategien im Drei-Tetraeder-Modell (Rösken-Winter et al., 2021) auf Ziele bezüglich drei verschiedener Ebenen (Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsebene), für drei Beteiligten-Gruppen (Lernende, Lehrkräfte und Multiplizierende) und stellt für jede Ebene einen kohärenten Rahmen bereit, an dem sich alle Programmbestandteile ausrichten. Im Folgenden wird die Programm-Architektur genauer beschrieben.

1.6 Forschungsziele: Generierung von vertieftem Erklärungs- und Handlungswissen auf allen Ebenen

Auch wenn das Programm bereits auf einige Forschungsergebnisse zugreifen kann, besteht erheblicher weiterer Forschungsbedarf, um empirisch fundiertes Erklärungs- und Handlungswissen insbesondere zu folgenden Bereichen zu generieren:

- zu Stand und Bedingungen der Veränderbarkeit der fortbildungsinhaltlichen und fortbildungsfachdidaktischen Expertise von *Multiplizierenden*
- zu Gelingensbedingungen und Wirkungen ausgewählter Design- und Inhaltselemente in *Qualifizierungen*
- zu Stand und Bedingungen der Veränderbarkeit der fachdidaktischen Expertise von *Mathematik-Lehrkräften*
- zu Gelingensbedingungen und Wirkungen ausgewählter Design- und Inhaltselemente in *Fortbildungsmodulen und Anregungen zur Lehrkräfte-Kooperation* und zu Gelingensbedingungen und Wirkungen von Unterstützungsmaßnahmen für innerschulischen Transfer
- zu *Wirkungen der Maßnahmenbündel* mehrerer Ebenen auf die fachdidaktische Expertise und Unterrichtspraktiken von Lehrkräften
- zu *Wirkungen der Maßnahmenbündel* mehrerer

Ebenen auf die *Kompetenzentwicklung von Lernenden*

In Abschnitt 4 werden dazu die übergreifenden Forschungsfragen ausgeführt.

2 Implementationsarchitektur und Beteiligte des QuaMath-Programms

2.1 Implementationsstrategien und -architektur

In Auseinandersetzung mit zahlreichen anderen Implementationsprogrammen und -forschungsergebnissen (z. B. Century & Cassata, 2016; Cobb & Jackson, 2021; Koichu et al., 2021; Penuel & Fishman, 2012) wurden im DZLM drei Implementationsstrategien herausgearbeitet, die jeweils auf Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsebene angewandt werden können (Rösken-Winter et al., 2021):

- in *materialen Strategien* wird für die beteiligten Personen auf jeder Ebene Unterstützung angeboten durch Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsmaterialien
- in *personalen Strategien* werden Professionalisierungsangebote für die beteiligten Personen (Lehrkräfte, Multiplizierende, Koordinationen) ausgestaltet und ausgebracht
- in *systemischen Strategien* werden die systemischen Bedingungen der beteiligten Personen berücksichtigt und partiell verbessert durch Etablierung von Netzwerkstrukturen zur systemischen Vernetzung und Einbindung. Dies bezieht sich auf Unterrichtsebene auf Kooperationen in einzelne Schulen, auf Fortbildungsebene auf Netzwerke zwischen Schulen und Netzwerke von Multiplizierenden und auf der obersten Ebene auch auf die enge Kooperation mit den Fortbildungsstrukturen der Länder.

Abbildung 5 zeigt die Implementationsarchitektur, mit der die Strategien und Netzwerkstrukturen in QuaMath etabliert werden. Sie werden in Abschnitt 3 genauer beschrieben.

2.2 Beteiligte und Zeitplan auf unterschiedlichen Ebenen

Abbildung 5 deutet bereits an, welche und wie viele Beteiligte auf den verschiedenen Ebenen involviert sind. Hinter dem kleinen DZLM-Symbol in der Qualifizierungsebene verbirgt sich eine große Gruppe von Beteiligten im DZLM-Netzwerk und an der IPN-Abteilung. Das *QuaMath-Leitungsteam* (S. Prediger, C. Selter & H. A. Pant mit erweitertem Leitungsteam D. Götze, L. Holzäpfel, B. Rösken-Winter) und die *QuaMath-Gesamtkoordination* (A. Kreuziger, S. Hallemann, mit Schnittstelle zur Abteilungs-koordination T. Lange) sowie der *QuaMath-Lenkungsausschuss* (mit Beteiligung der Ebene der Staatssekretärinnen und Staatssekretäre der Kultusministerien) steuern die komplexen Abspracheprozesse mit allen Beteiligten.

Für die Modulentwicklung und -erforschung sind als *QuaMath-Modulverantwortliche* insgesamt 28 Professorinnen und Professoren aus dem DZLM-Netzwerk und weiteren hinzugezogenen Hochschulen beteiligt. Ihre Namen sind in Abbildung 7 aufgeführt. Durch die KMK-Mittel werden etwa 36 *wissenschaftlich Mitarbeitende* (erfahrene Fortbildende, Postdocs und Promovierende) sowie administrativ-technisch Angestellte die Modulentwicklung und -erforschung unterstützen. Viele Standorte haben weitere Drittmittel für die Beforschung der Module eingeworben, sodass zusätzliche Mitarbeitende beteiligt sein werden.

Im Sinne der systemischen Strategie auf Steuerungsebene wird die Arbeit gesteuert und systemisch angebunden durch *QuaMath-Landesverant-*

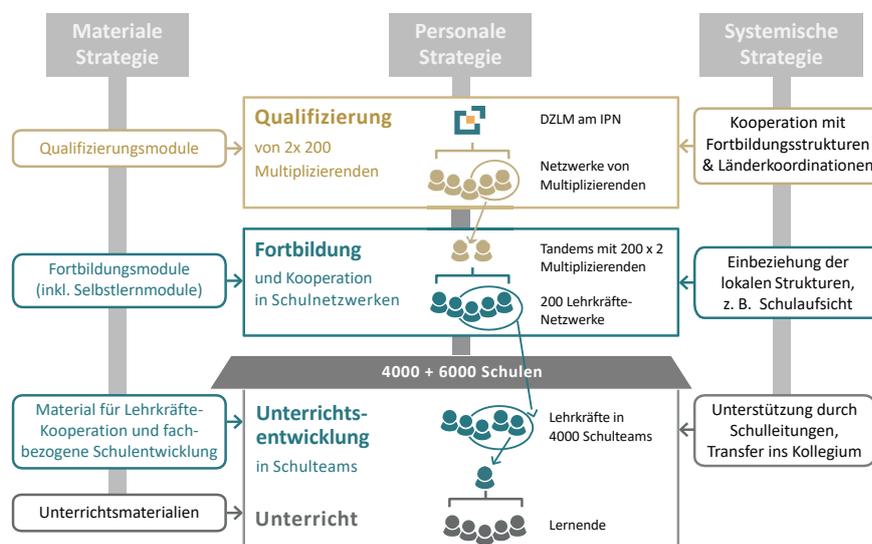


Abbildung 5. Struktur von QuaMath mit drei Implementationsstrategien auf drei Ebenen

wortliche in jedem Ministerium/Landesinstitut und QuaMath-Landeskoordinierende jeweils für die Primar- und Sekundarstufe (freigestellt jeweils mit einer halben Stelle). Durch Teilung von Verantwortlichkeiten sind etwa 60 Personen auf den Steuerungsebenen der beteiligten Länder involviert. Der Zeitplan in Abbildung 6 zeigt, dass die Arbeit mit den QuaMath-Landesverantwortlichen und QuaMath-Landeskoordinierenden bereits im August 2022 begonnen hat.

Seit August 2023 werden 400 QuaMath-Multiplizierende qualifiziert, die später in Tandems jeweils zwei Netzwerke mit je 5–10 Schulen begleiten. Laut KMK-Beschluss sollen sie in der Regel für ihre Tätigkeit fünf Freistellungsstunden erhalten.

Im August 2024 starten die QuaMath-Multiplizierenden mit der ersten Kohorte von 3000–5000 Lehrkräften aus 1000 QuaMath-Schulen, die in 200 Netzwerken zusammengebracht werden. In Phase 1 (2023–2028) sollen vier Kohorten, also insgesamt 4000 Schulen erreicht werden, in Phase 2 (2028–2033) weitere 6000 Schulen (nicht in Abb. 6 aufgeführt), sodass nach 10 Jahren insgesamt 10 000 QuaMath-Schulen der Primar- und Sekundarstufe erreicht sein sollen.

2.3 Analoge Struktur für die Fachschulen für pädagogische Fachkräfte

Das QuaMath-Programm für den Elementarbereich startet die Arbeit nicht direkt an den Kindertagesstätten, sondern in den Fachschulen, also der Ausbildung der pädagogischen Fachkräfte (Erzieherinnen und Erzieher). Adressiert werden Lehrkräfte, die an Fachschulen für Sozialpädagogik für die Ausbildung von pädagogischen Fachkräften in demjenigen Lernfeld unterrichten, in dem der Bildungsbereich Mathematik thematisiert wird (je nach Bundesland unterschiedlich).

Bundesweit gibt es etwa 630 Fachschulen (knapp die Hälfte davon in öffentlicher, der Rest in privater bzw. kirchlicher Trägerschaft), an denen im Schnitt ca. zwei Lehrkräfte mathematische Bildung vermitteln, sodass theoretisch etwa 1200 Lehrkräfte zu erreichen wären.

Die Fachschullehrkräfte werden in Netzwerken zusammengefasst, die ein Fortbildungsmodul zur frühen mathematischen Bildung durchlaufen (basierend auf dem Ansatz des Projekts *Emma*, Bruns et al., 2017). Die Netzwerke werden von Multiplizierenden geleitet, die ein Qualifizierungsmodul mit integrierter und begleiteter Praxisphase (organisiert in drei Länderkohorten) durchlaufen. Die Module richten sich ebenfalls an dem QuaMath-Rahmen (s. Abschnitt 1) aus, wenn auch mit altersbezogener Schwerpunktsetzung. In jedem Land wurden Landesverantwortliche aus dem Fachschulbereich festgelegt, um möglichst enge Anbindungen an die berufsbildenden Fachschul-Strukturen zu ermöglichen.

3 Umsetzung der Fortbildungsangebote aus Sicht von Schulen

3.1 Modulangebot für Schulen

Wie Abbildung 6 zeigt, umfasst die Netzwerkarbeit einer QuaMath-Schule in der Regel mindestens drei Jahre. Sie beginnt im Jahr 1 in einem Basismodul zum Thema Unterrichtsqualität, das jeweils für alle Schulen der Primarstufe und alle Schulen der Sekundarstufe einheitlich ausgestaltet ist. Im Jahr 2 wählen die Landeskoordinierenden (ggf. zusammen mit den Multiplizierenden) zwei Inhalts- oder Vertiefungsmodule aus, die gemeinsam im Netzwerk bearbeitet werden. Ab Jahr 3 können die Schulen selbständig in selbst gewählten Modulen weiterarbeiten.

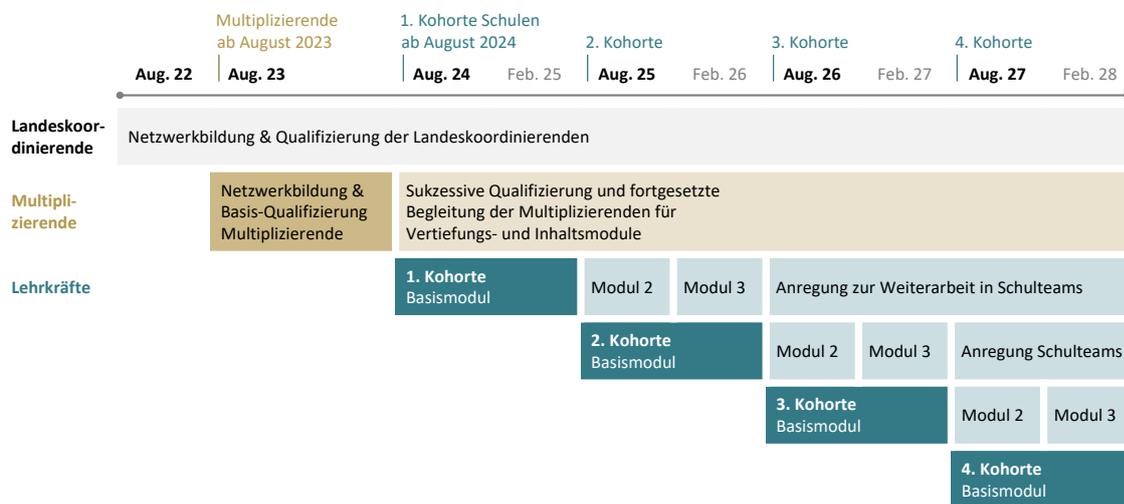


Abbildung 6. Zeitplan für verschiedene Beteiligte und die ersten vier Kohorten von je 1000 QuaMath-Schulen

Elementarbereich	Primarstufe		Sekundarstufe I		Sekundarstufe II
Modul Frühe mathematische Bildung Gasteiger & Bruns	Basismodul Unterrichtsqualität Jhg. 1–4 Selter & Götze		Basismodul Unterrichtsqualität Jhg. 5–13 Holzäpfel & Prediger, Barzel & Greefrath (& Schacht)		
	Größen & Messen – Daten & Zufall 1–4 Rösken-Winter	Zahlen & Operationen 1 Bruns (& Gasteiger)	Daten & Zufall 5–10 Rolka (& Rösken- Winter, Biehler)	Funktionen & Model- lieren 7–10 Friesen (& Dreher, Rolka)	Differentialrechnung Schacht (& Barzel, Thurm, Greefrath)
	Geometrie 1–4 Gasteiger (& Bruns)	Zahlen & Operationen 2 Nührenbörgner	Algebra & Modellieren 6–9 Dreher (& Friesen)	Brüche-Prozente- Proportionales 6–7 Prediger & Friedrich	Lineare Algebra & Analytische Geometrie Wessel (& Kempen)
	Differenzierung 1–4 Scherer	Zahlen & Operationen 3–4 Scherer & Nührenbörgner	Diagnose & Förderung zu Basiskompetenzen 5 Prediger (& Friedrich)	Geometrie 5–10 Kortenkamp	Stochastik Kempen (& Biehler, Wessel)
	Diagnose & Förderung 1–4 Häsel-Weide	Digitale Medien 1–4 Walter (& Selter)	Digitale Medien 5–10 Kortenkamp (& Leuders)	Sprachbildung 5–10 Prediger (& Wessel)	Integralrechnung Hußmann
	Sprachbildung 1–4 Götze	Prozessbezogene Kompetenzen 1–4 Höveler	Problemlösen 5–10 Rott (& Holzäpfel)	Differenzierung 5–10 Friedrich (& Prediger)	

Basismodule
 Vertiefungsmodule
 Inhaltsmodule

Abbildung 7. Übersicht zu allen QuaMath-Modulen und QuaMath-Modulverantwortlichen

Abbildung 7 zeigt den Katalog aller 27 Module. Aus den 24 Inhalts- und Vertiefungsmodulen können die Landeskoordinierenden und Multiplizierenden für das Jahr 2 und die Schulen ab dem Jahr 3 auswählen. Das breite Angebot ermöglicht eine bedarfsgerechte Fokussierung, die den schulformspezifischen und regionalen Unterschieden sowie bildungspolitischen Schwerpunkten der Länder jeweils Rechnung trägt.

3.2 Arbeit in den Fortbildungsmodulen der Schulnetzwerke – Anregung zur begleiteten Lehrkräfte-Kooperation

Die Ausbringung aller Fortbildungsmodule für die Netzwerkarbeit durch die QuaMath-Multiplizierenden wird durch sorgfältig ausgearbeitete Fortbildungsmaterialien unterstützt, die sich konsequent an dem 5x5-QuaMath-Rahmen (Abb. 3) ausrichten, d. h. sie beziehen sich in allen Modulen auf die fünf QuaMath-Prinzipien (Abb. 2) und bieten Lern- und Reflexionsgelegenheiten für alle fünf fachdidaktischen Anforderungssituationen. Diese werden in Approximationen von Praxis (Grossman et al., 2009) und Erprobungen in realer Praxis thematisiert und durch Angebote geeigneter Hintergründe substantiiert (Lehr-Lern-Vielfalt als Kombination von Input-, Erprobungs- und Reflexionsphasen, vgl. Abb. 8). Dazu erhalten die Multiplizierenden Foliensätze mit Inputs, Aktivitäten, Arbeitsblättern und Videos sowie Unterrichtsmaterialien zur Erprobung, an denen sich die Netzwerkarbeit und der Erfahrungsaustausch zwischen den Schulen ausrichten können.

In einem halbjährlichen Modul finden drei Netzwerktreffen à drei Stunden (möglichst in Präsenz,

in Flächenländern ggf. auch online) statt, dazwischen erfolgen Praxiserprobungen (siehe Abbildung 8). Unterstützt wird die Erarbeitung der Module durch zusätzlich bereitgestellte Unterrichtsmaterialien und eine beratende Begleitung durch die Multiplizierenden.

Zur Anregung der Lehrkräfte-Kooperation in den Schulteams werden Materialien bereitgestellt, die die Einbindung weiterer Lehrkräfte einer Schule ermöglichen, z. B. durch kooperative Unterrichtserprobung oder Fokusfragen für eine gemeinsame Reflexion. Um heterogenes Vorwissen der Lehrkräfte aufzufangen, werden zusätzlich Materialien zum Aufarbeiten von Hintergründen angeboten.

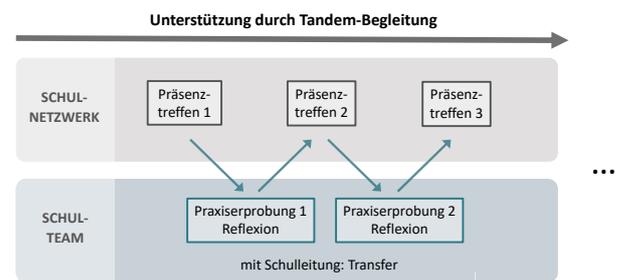


Abbildung 8. Struktur der Fortbildung und Begleitung im Schulnetzwerk

3.3 Selbständige Weiterarbeit in den Schulteams ab Jahr 3: Anregung zur fortgesetzten Lehrkräfte-Kooperation

Im Anschluss an die ersten zwei Jahre der intensiven Arbeit mit einem begleitenden Multiplizierenden-Tandem können die Schulteams

die noch nicht bearbeiteten Vertiefungs- und Inhaltsmodule in Form von Selbstlernmodulen selbstständig erarbeiten. Ab dem dritten Jahr können die Lehrkräfte der QuaMath-Schulen (zusammen mit Lehrkräften, die die Netzwerke nicht besucht haben) durch Selbstlernmodule eigeninitiativ und interessengeleitet ihre Kooperationen fortsetzen und vertiefen. Lehrkräfte-Kooperation gilt international als zentrale Rahmung für fortgesetzte Professionalisierung (Borko & Potari, 2023), ist allerdings in Deutschland bislang nur an wenigen Schulen gut etabliert (Richter & Pant, 2016). DZLM-

Untersuchungen haben gezeigt, dass Kooperation deutlich lernwirksamer wird, wenn sie fachbezogen gezielt unterstützt wird (Selter et al., 2015).

Die Selbstlernmodule adressieren die gleichen Themen wie die Präsenzangebote zu den Vertiefungs- und Inhaltsmodulen, die in Jahr 2 besucht werden können, und werden aus diesen entwickelt, jedoch für die unbegleitete Lehrkräfte-Kooperation in Jahr 2 optimiert, indem sie auch Formate wie Videos, Screencasts, interaktive Reflexionsangebote, Animationen und Selbstchecks anbieten und systematisch den Austausch in den Schul-

Tabelle 1. Forschungs- und Entwicklungsfragen des QuaMath-Programms (werden jeweils modulbezogen konkretisiert)

<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Qualifizierungs- und Multiplizierenden-Ebene</i>	
FF1a	Welche fortbildungsinhaltlichen und fortbildungsfachdidaktische Expertise bringen die Multiplizierenden mit? Welche Qualifizierungsbedarfe zeigen sie für die jeweiligen Module, und wie können sie in der Qualifizierungsgestaltung berücksichtigt werden?
FF1b	Wie entwickeln sich die fortbildungsinhaltliche und die fortbildungsfachdidaktischen Expertisen und die Fortbildungspraktiken der Multiplizierenden im Laufe der Qualifizierung und der vier Durchläufe weiter, und wie lässt sich dies durch die inhaltliche Gestaltung der Qualifizierung optimieren?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Fortbildungs- und Kooperations-Ebene</i>	
FF2a	Wie wirken ausgewählte Design- und Inhaltselemente des jeweiligen Fortbildungs- bzw. Selbstlernmoduls? Welche Gelingensbedingungen erweisen sich als besonders anregend und zielführend für die Initiierung der Professionalisierungsprozesse und Erreichung der Fortbildungsziele?
FF2b	Wie wirken ausgewählte Design- und Inhaltselemente zur Anregung von Lehrkräfte-Kooperation in Schulteams und Schulnetzwerken des jeweiligen Fortbildungs- bzw. Selbstlernmoduls? Welche Gelingensbedingungen erweisen sich als besonders anregend und zielführend für die Initiierung der Professionalisierungsprozesse und Erreichung der Fortbildungsziele?
FF2c	Mit welchen Unterstützungsmaßnahmen und systemischen Gelingensbedingungen gelingt der Transfer von unterrichtlichen Ansätzen von den Schulteams in die gesamte Fachschaft?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Schul- und Schulleitungs-Ebene</i>	
FF3a	(Als Spezifizierung zu FF2c) Durch welche Partizipations- und Unterstützungsmaßnahmen für Schulleitungen lassen sich Implementationseffekte der QuaMath-Module optimieren?
FF3b	Welche Konstellationen von Schulleitungshandeln und schulischen Organisationsstrukturen/-kapazitäten begünstigen lernzentrierte Effekte der Fortbildungsmodule?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Lehrkräfte-Ebene</i>	
FF4a	Über welche (ausgewählten Aspekte von) Expertise verfügen die Lehrkräfte zu den fünf Unterrichtsqualitätsmerkmalen, Vertiefungs- und Inhaltsbereichen? Welche Unterrichtsentwicklungs- und Fortbildungsbedarfe zeigen sie, und wie können diese in den Fortbildungsmodulen jeweils berücksichtigt werden?
FF4b	Wie entwickelt sich die modulspezifische Expertise der Lehrkräfte im Laufe des Moduls weiter, und wie lässt sich dies durch die Gestaltung der Fortbildungsmodule optimieren?
<i>Forschungs- und Entwicklungsfragen auf Unterrichtsebene</i>	
FF5a	Welche unterrichtlichen Praktiken zur Realisierung der Unterrichtsqualitätsmerkmale und Inhaltsbereiche berichten Lehrkräfte aus ihrem eigenen Unterricht? Welche lassen sich in ausgewählten Klassen beobachten?
FF5b	Wie entwickeln sich die unterrichtlichen Praktiken zur Realisierung der Unterrichtsqualitätsmerkmale und Inhaltsbereiche gemäß Selbstbericht und Unterrichtsbeobachtung in ausgewählten Klassen weiter?
<i>Forschungsfragen zu Wirkungen einzelner Module auf Lernenden-Ebene</i>	
FF6a	Welche mathematischen Kompetenzen (nach Mindest- und Regelstandards) zeigen die Lernenden in ausgewählten Inhaltsbereichen?
FF6b	Wie entwickeln sich die mathematischen Kompetenzen (nach Mindest- und Regelstandards) der Lernenden (mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen) im Laufe eines Moduls weiter?

teams unterstützen und auf wesentliche Aspekte fokussieren.

Dabei ist es eine Aufgabe von Forschung, im Prozess herauszufinden, wie sowohl die kollegiale fachbezogene Unterrichtsentwicklung an den Schulen als auch die Netzwerkarbeit (organisatorisch und inhaltlich) wirksam funktioniert bzw. welche Art der Unterstützung es an dieser Stelle braucht. Angestrebt wird die forschungsbasierte Entwicklung von Konzeptionen und Materialien, um die Kooperation über einen längeren Zeitraum lebendig zu halten. Hierzu wird beständig überprüft, welche fachbezogen arbeitenden Netzwerkkonstellationen sich als arbeitsfähig und ergiebig erweisen. Im Paradigma der Entwicklungsforschung sind hier Gelingensbedingungen und Designelemente zu ermitteln, wie effiziente Arbeitsstrukturen mit vertretbarem Aufwand für die Beteiligten aufrechterhalten werden können.

4 Forschung nicht nur als Evaluation, sondern für die iterative Qualitätsentwicklung

Die QuaMath-Entwicklung setzt auf existierenden empirische Befunde zu Gestaltungsanforderungen an Fortbildungen (Lipowsky & Rzejak, 2021) und zu Implementationsprozessen (Cobb & Jackson, 2021) auf. Daran anknüpfend ist weitere Entwicklungsforschung auf Fortbildungs- und Qualifizierungsebene sowie Wirkungsforschung auf Lernenden- und Lehrkräfte-Ebene in den verschiedenen Modulen notwendig, um die gegenstandsspezifischen Lernstände und Lernprozesse sowie die modul- und angebotsspezifischen Gelingensbedingungen und Wirkungen einzelner Designelemente genauer zu identifizieren. Dabei geht es nicht nur um die nachträgliche Evaluation und Identifikation von Hindernissen wie in der frühen Implementationsforschung (Century & Cassata, 2016), sondern um Design-Research für gelingende Implementation (Penuel & Fishman, 2012; Cobb & Jackson, 2021), die auf die in Abschnitt 1.6 genannten Beiträge zur Generierung von Erklärungs- und Handlungswissen abzielt.

Exemplarisch sind dazu in Tabelle 1 Forschungsfragen aufgelistet, die im weiteren Forschungsprozess in Phase 1 jeweils modulspezifisch oder modulübergreifend priorisiert und konkretisiert werden,

um eine möglichst treffsichere Entwicklung jedes Moduls zu ermöglichen.

Für jedes der 27 Module wird Entwicklungsforschung und Wirkungsforschung systematisch verknüpft, um in einer iterativen Entwicklung möglichst hohe Inhalts- und Umsetzungsqualitäten zu erreichen. Dazu wird der iterative Entwicklungsprozess über mehrere Durchgänge in den vier Kohorten hinweg angelegt, zunächst qualitativ-formativ, dann quantitativ-formativ und quantitativ-summativ beforscht. Um die Multiplizierenden, Lehrkräfte und Lernenden vor Überforschung zu schützen, werden unterschiedliche Schwerpunkte in den Ebenen gesetzt, wie Abbildung 9 zeigt. Aufgrund der hohen Komplexität mit vielen Ebenen ist jeweils zu entscheiden, in welchen Bereichen eher pragmatische Datenerhebungs- und Auswertungsmethoden eingesetzt werden, und wo die methodische Rigidität für eine tiefergehende Forschung anzusetzen ist, wenn z. B. standardisierte Instrumente bereits zur Verfügung stehen.

In Phase 2 (2028–2033) werden schließlich auch eine globalere Evaluation der mittelfristigen Wirkungen angestrebt und Zusammenhänge über mehrere Ebenen hinweg untersucht.

5 Fazit

Über 30 Jahre nach dem Start des SINUS-Programms ergibt sich mit dem QuaMath-Programm erneut die Chance, den Mathematikunterricht substantiell zu verändern und zum Aufbau kohärenter und nachhaltiger Fortbildungsstrukturen beizutragen. Die Größe des Programms ist für Deutschland ungewöhnlich und für die Herstellung der Kooperationsbeziehungen herausfordernd. Jedoch ist das von der KMK signalisierte Verständnis vielversprechend, dass Forschung nicht nur als Lieferant für Fortbildungsinhalte und summative Evaluation, sondern auch formativ in der empirisch begründeten Weiterentwicklung von Fortbildungsinhalten und Implementationsstrukturen einen entscheidenden Beitrag leisten kann. Wir hoffen, dass es uns gelingt, in Phase 1 des Projekts einige der ambitionierten Ziele zu erreichen.

Finanzierung. Langjährige Vorarbeiten zum QuaMath-Programm im DZLM-Netzwerk wur-

Modulspezifische Forschungs-Schwerpunkte für die treffsichere Entwicklung	Basis-module	Vertiefungs-module	Inhalts-module	Modul-übergreifende Forschung
Multiplizierenden-Ebene	FF1			Multiplizierenden-Ebene FF1
Fortbildungs-Ebene	FF2	FF2		Schul- / Schulleitungs-Ebene FF3
Lehrkräfte-Ebene	FF4	FF4	FF4	Lehrkräfte-Ebene FF4
Unterrichts-Ebene		FF5	FF5	
Lernenden-Ebene			FF6	(in Phase 2 auch FF6)

Abbildung 9. Forschungsschwerpunkte in den jeweiligen Modulen und in der modulübergreifenden Forschung

den durch viele Quellen finanziert, vor allem durch die Deutsche Telekom Stiftung (2011–2020) und die derzeitige Förderung von Netzwerkprojekten durch Mittel des IPN (2021–2025), aber auch durch zahlreiche BMBF-Projekte und Landesministerien, die erste Pilotierungen vieler Module ermöglicht haben. Das nun angelaufene QuaMath-Programm wird in Phase 1 (2023–2028) mit 17 Millionen € durch die KMK und weitere Personalmittel der Länder für Multiplizierende und Landeskoordinierende finanziert.

Literatur

- Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497–511. DOI:10.1177/0022487109348479
- Barzel, B., & Selter, C. (2015). Die DZLM-Gestaltungsprinzipien für Fortbildungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(2), 259–284. DOI:10.1007/s13138-015-0076-y
- Bass, H., & Ball, D. L. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan & X. Binyan (Hrsg.), *Trends and Challenges in Mathematics Education* (S. 107–123). East China Normal University Press.
- Bonsen, M., & Rolff H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(2), 167–184.
- Borko, H., & Potari, D. (Eds.) (2023), *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups* (ICMI Study 25). Springer.
- Borko, H., Koellner, K., & Jacobs, J. (2014). Examining novice teacher leaders' facilitation of mathematics professional development. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 149–167. DOI:10.1016/j.jmathb.2013.11.003
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*. Huber.
- Brophy, J. (2000). *Teaching* (Educational Practices Series Vol. 1). Brüssel: International Academy of Education (IAE).
- Bruder, R., Büchter, A., Gasteiger, H., Schmidt-Thieme, B., & Weigand, H.-G. (Hrsg.) (2023). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Springer.
- Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.
- Bruns, J., Eichen, L., & Gasteiger, H. (2017). Mathematics-related competence of early childhood teachers visiting a continuous professional development course: An intervention study. *Mathematics Teacher Education and Development*, 19(3), 76–93.
- Century, J., & Cassata, A. (2016). Implementation research: finding common ground on what, how, why, where, and who. *Review of Research in Education*, 40(1), 169–215. DOI:10.3102/0091732X16665332
- Cobb, P., & Jackson, K. (2021). An empirically grounded system of supports for improving the quality of mathematics teaching on a large scale. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 1(1), 77–110. DOI:10.1163/26670127-01010004
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34 (Supplement C), 12–25. DOI:10.1016/j.tate.2013.03.001
- Garet, M., Porter, A., Desimone, L., Birman, B., & Yoon, K. S. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. *American Educational Research Journal*, 38(4), 915–945. www.jstor.org/stable/3202507
- Gasteiger, H., & Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 109–117. DOI:10.1016/j.jmathb.2018.01.002
- Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, 111(9), 2055–2100. DOI:10.1177/016146810911100905
- Halleman, S., & Kreuziger, A. (2024, in Druck). Ländergemeinsames KMK- Programm: QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungs- Qualität in Mathematik entwickeln. In P. Daschner (Hrsg.), *Weißbuch zur Lehrkräftefortbildung in Deutschland*. Beltz Juventa.
- Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität – erfassen, bewerten, verbessern*. Kallmeyer.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371–406. DOI:10.3102/00028312042002371
- Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B., & Selter, C. (2024, in Druck). *Fünf Prinzipien für qualitätsvollen Mathe-Unterricht: Ein Überblick*. Mathematik lehren, 242.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findel, B. (2001). *Adding It Up. Helping Children Learn Mathematics*. National Academy Press.
- Klieme, E. (2019). Unterrichtsqualität. In M. Haring, C. Rohlf's & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 393–408). Waxmann.
- KMK – Kultusministerkonferenz der Länder (2020). *Ländergemeinsame Eckpunkte zur Fortbildung von Lehrkräften als ein Bestandteil ihrer Professionalisierung in der dritten Phase der Lehrerbildung* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 12. 3. 2020). KMK.
- KMK – Kultusministerkonferenz der Länder (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik: Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15. 10. 2004 und vom 4. 12. 2003, i. d. F. vom 23. 6. 2022). KMK. www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf
- JFMK – Jugend- und Familienministerkonferenz der Länder (2021). *Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen*. (Beschluss der JMK vom 13./14. 5. 2004 und Beschluss der KMK vom 3./4. 6. 2004 i. d. F. vom 6. 5. 2021 (JFMK) und 24. 3. 2022 (KMK). JMFK/KMK.)

- Koichu, B., Aguilar, M. S., & Misfeldt, M. (2021). Implementation-related research in mathematics education: the search for identity. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 975–989. DOI:10.1007/s11858-021-01302-w
- Kölm, J., & Mahler, N. (2019). Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik. In P. Stanat, S. Schipolowski, N. Mahler, S. Weirich, & S. Henschel (Hrsg.) (2019). *IQB Bildungstrend 2018: Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich* (S. 157–168). Waxmann.
- Kunter, M., Klusmann, U., Baumert, J., Richter, D., Voss, T., & Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805–820. DOI:10.1037/a0032583
- Leithwood, K., Harris, A., & Hopkins, D. (2020). Seven strong claims about successful school leadership revisited. *School Leadership & Management*, 40, 5–22. DOI:10.1080/13632434.2019.1596077
- Lesseig, K., Elliott, R., Kazemi, E., Kelley-Petersen, M., Campbell, M., Mumme, J., & Carroll, C. (2017). Leader noticing of facilitation in videocases of mathematics professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(6), 591–619. DOI:10.1007/s10857-016-9346-y
- Lipowsky, F., & Rzejak, D. (2021). *Fortbildungen für Lehrpersonen wirksam gestalten: Ein praxisorientierter und forschungsgestützter Leitfaden*. Bertelsmann Stiftung.
- Neubrand, M., & Lengnink, K. (2023). Bildungstheoretische Grundlagen des Mathematikunterrichts. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 57–82). Berlin: Springer. DOI:10.1007/978-3-662-66604-3_3
- Newmann, F. M., Smith, B., Allensworth, E., & Bryk, A. S. (2001). Instructional program coherence: What it is and why it should guide school improvement policy. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 23(4), 297–321. DOI:10.3102/01623737023004297
- OECD (2016). *Low-Performing Students: Why They Fall Behind and How to Help Them Succeed*, PISA. OECD Publishing. DOI:10.1787/9789264250246-en
- Penuel, W. R., & Fishman, B. J. (2012). Large-Scale science education intervention research we can use. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(3), 281–304. DOI:10.1002/tea.21001
- Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 367–392. DOI:10.1007/s13394-019-00258-1
- Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., & Selter, C. (2022a). Five principles for high-quality mathematics teaching. *Frontiers in Education*, 7(969212), 1–15. DOI:10.3389/educ.2022.969212
- Prediger, S., Rösken-Winter, B., Stahnke, R., & Pöhler, B. (2022b). Conceptualizing content-related PD facilitator expertise. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 25(4), 403–428. DOI:10.1007/s10857-021-09497-1
- Prediger, S., Dröse, J., Stahnke, R., & Ademmer, C. (2023). Teacher expertise for fostering at-risk students' understanding of basic concepts: Conceptual model and evidence for growth. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(4), 481–508. DOI:10.1007/s10857-022-09538-3
- Priebe, B., Plattner, I., & Heinemann, U. (Hrsg.). (2022). *Lehrkräftefortbildung: Zur Qualität von bildungspolitischer Steuerung: Befunde – Beispiele – Vorschläge*. Beltz Juventa.
- Putnam, R. T. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4–15. DOI:10.3102/0013189X029001004
- Richter, D., & Pant, H. A. (2016). *Lehrerkooperation in Deutschland. Eine Studie zu kooperativen Arbeitsbeziehungen bei Lehrkräften der Sekundarstufe I*. Bertelsmann Stiftung.
- Rösken-Winter, B., & Szczesny, M. (2016). Continuous professional development (CPD): paying attention to requirements and conditions of innovations. In S. Doff & R. Komoss (Hrsg.), *Making change happen: Wandel im Fachunterricht analysieren und gestalten* (S. 129–140). Springer.
- Rösken-Winter, B., Stahnke, R., Prediger, S., & Gasteiger, H. (2021). Towards a research base for implementation strategies addressing mathematics teachers and facilitators. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 1007–1019. DOI:10.1007/s11858-021-01220-x
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and Its Educational Applications*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404–412. DOI:10.3102/0013189X14554450
- Schumann, K., & Sachse, K. A. (2022). Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik. In P. Stanat, S. Schipolowski, R. Schneider, K. A. Sachse, S. Weirich, S. Henschel, *IQB-Bildungstrend 2021: Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im dritten Ländervergleich* (S. 67–80). Waxmann. www.waxmann.com/index.php?eID=download&buchnr=4606
- Selter, C., Gräsel, C., Reinold, M., & Trempler, K. (2015). Variations of in-service training for primary mathematics teachers: An empirical study. *ZDM – Mathematics Education*, 47(1), 65–77. DOI:10.1007/s11858-014-0639-2
- Selter, C., & Bensen, M. (2018). Konzeptionelles und Beispiele aus der Arbeit des Projekts PIKAS. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren – Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 143–164). Springer.
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H., & Fung, I. (2007). *Teacher professional learning and development. Best Evidence Synthesis Iteration*. Ministry of Education.
- Ufer, S., Heinze, A., & Lipowsky, F. (2023). Unterrichtsqualität und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 465–492). Berlin: Springer.

- Wilhelm, N., Zwetzscher, L., Selter, C., & Barzel, B. (2019). Vertiefung, Erweiterung und Verbindung von Wissensbereichen im Kontext der Planung einer Fortbildungsveranstaltung zum Thema Rechenschwierigkeiten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 227–253. DOI:10.1007/s13138-019-00143-1
- Wittmann, E. C. (1998). Standard number representations in the teaching of arithmetic. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(2/3), 149–178. DOI:10.1007/BF03338866
- Yoon, K. S., Duncan, T., Lee, S. W.-Y., Scarloss, B. A., & Shapley, K. (2007). *Reviewing the Evidence on How Teacher Professional Development Affects Student Achievement* (Issues & Answers Report, REL 2007–No. 033). U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences. ies.ed.gov/ncee/edlabs
- Susanne Prediger, TU Dortmund, IPN Kiel & DZLM (Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik) E-Mail: susanne.prediger@dzlm.de
- Christoph Selter, TU Dortmund & DZLM E-Mail: christoph.selter@tu-dortmund.de
- Daniela Götze, TU Dortmund & DZLM E-Mail: daniela.goetze@tu-dortmund.de
- Svea Hallemann, IPN Kiel & DZLM E-Mail: halleman@leibniz-ipn.de
- Lars Holzäpfel, PH Freiburg & DZLM E-Mail: lars.holzaepfel@ph-freiburg.de
- Annett Kreuziger, IPN Kiel & DZLM E-Mail: kreuziger@leibniz-ipn.de
- Hans Anand Pant, HU Berlin, IPN Kiel & DZLM E-Mail: pant@leibniz-ipn.de
- Bettina Rösken-Winter, HU Berlin & DZLM E-Mail: bettina.roesken-winter@hu-berlin.de

Lehrkräftemangel im Fach Mathematik – Ein Beitrag zu den Maßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels in den Bundesländern

Stellungnahme von DMV, GDM und MNU, 11. 11. 2023

In einem Ende 2022 erschienenen Positionspapier haben die Vorsitzenden der drei Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU die vielfältigen Maßnahmen der Bundesländer zur Behebung des Lehrkräftemangels im Fach Mathematik sehr deutlich kommentiert (DMV, GDM & MNU, 2022). Das Positionspapier ist auf der Grundlage eines Textes der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung (GKL) entstanden, in der alle drei genannten Fachgesellschaften vertreten sind. Neben der sehr unterschiedlichen Ausgestaltung der verschiedenen Maßnahmen besorgt die Fachgesellschaften dabei insbesondere, dass einheitliche Mindeststandards fehlen, dass Verantwortlichkeiten für die Ausbildung der entsprechenden Programme z. T. kaum transparent sind und dass gerade bei sehr kurzen Maßnahmen keine verpflichtende berufsbegleitende Qualifizierung (im Sinne geeigneter Fort- und Weiterbildungsprogramme) erfolgt. Eine der Intentionen des Positionspapiers bestand darin, eine kurze und präzise Übersicht über den Status Quo der Maßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels im

Fach Mathematik zu geben, um auf der Grundlage konkrete Maßnahmen vorzuschlagen, die sich mit Blick auf die Sicherstellung eines qualitativ hochwertigen Mathematikunterrichts auch und gerade in Zeiten eines dramatischen Lehrkräftemangels (insbesondere im Fach Mathematik) ergeben.

Der vorliegende Text ist aus der Arbeit der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und dem Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts (MNU) unter Beteiligung der ständigen Gäste der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) und der Konferenz der Mathematischen Fachbereiche (KMathF) im Auftrag der drei Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU hervorgegangen. Ziel ist es, die im Positionspapier knapp gehaltene Übersicht über die aktuellen Maßnahmen ausführlicher darzustellen. Dazu wird zunächst in die grundsätzliche Problematik vor dem Hintergrund des Lehrkräftemangels eingeführt (Abschnitt 1), um danach spezifische Maßnahmen aus

unterschiedlichen Bundesländern beispielhaft zu diskutieren (Abschnitt 2). Eine vollständige Darstellung aller Maßnahmen in allen Bundesländern ist hier weder intendiert noch ist sie realistisch – insbesondere kann sie schon aufgrund der z. T. nicht oder nur sehr schwer zugänglichen Informationen in einigen Bundesländern nicht erfolgen. Auf der Grundlage einiger detaillierter Betrachtungen werden besondere Potentiale und Herausforderungen diskutiert, die sich aus Sicht der Fachgesellschaften mit Blick auf den Mathematikunterricht ergeben (Abschnitt 3). Im Rahmen eines Ausblicks sollen Perspektiven entwickelt werden, die insbesondere dem akuten Bedarf an Lehrkräften gerade im Fach Mathematik Rechnung tragen (Abschnitte 4 und 5).

Eine zentrale Rahmenbedingung stellt dabei die Dynamik dar, die aktuell mit Blick sowohl auf die regulären Professionalisierungsprozesse (erste, zweite und dritte Phase) als auch auf Sondermaßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels zu verzeichnen ist. Aufgrund des hohen Lehrkräftemangels ändern sich die Bedingungen für die Zulassung von Personen für den Einstieg in den Beruf bzw. für bestimmte Maßnahmen wie etwa Quer- und Seiteneinstieg in den verschiedenen Bundesländern teilweise mit einer hohen Geschwindigkeit. Parallel dazu werden in Teilen neue Programme entwickelt, die bisherige Einstellungspraxen ablösen oder ergänzen. Für den hier vorliegenden Text ist dies eine Herausforderung, da die Darstellungen für die einzelnen Bundesländer schnell veraltet sein können.

Vor diesem Hintergrund hat sich die Autor*innengruppe dazu entschieden, die Recherchen als Momentaufnahme im Oktober 2023 darzustellen. Dies bedeutet mit Blick auf die dargestellten Maßnahmen, dass eine Weiterentwicklung in einzelnen Bundesländern nicht auszuschließen ist.

Gleichzeitig zeigen die Momentaufnahme und die damit verbundenen Entwicklungen einen zentralen Befund in der Debatte um den eklatanten Lehrkräftemangel: Die Einstellungspraxen, die Verantwortlichkeiten sowie die inhaltlichen und formalen Anforderungen unterscheiden sich zum Teil erheblich. Dies ist mit bedeutsamen Konsequenzen für die Qualität der Professionalisierung und letztlich auch für den Mathematikunterricht selbst verbunden. Eine der besorgniserregendsten Konsequenzen besteht insbesondere darin, dass der Mathematikunterricht in zunehmendem Maße nicht nur von grundständig ausgebildeten Personen durchgeführt wird, sondern dass in den Bundesländern z. T. erhebliche Qualifikationsunterschiede für Mathematiklehrkräfte bestehen bzw. sogar weiter verfestigt werden. Besonders gravierend wird dies mit Blick auf den Mathematikunterricht, wenn diese Qualifikationsunterschiede dazu führen, dass

fachliche und fachdidaktische Standards für die erste und zweite Phase der Lehrkräftebildung, die für uns als Fachgesellschaften elementar wichtig sind, z. T. nicht mehr eingehalten werden und werden können.

1 Einführung

Die KMK (2022) erwartet in ihrer Modellrechnung zum bundesweiten Lehrkräfteeinstellungsbedarf und -angebot in Deutschland in den Jahren 2021–2035 einen deutlichen Lehrkräftemangel im Fach Mathematik (KMK, 2022; SWK, 2023; Autor*innengruppe Bildungsberichterstattung, 2022). Im Primarbereich sowie für die Schularten des Sekundarbereichs I werden sowohl kurzfristig als auch mittel- bis langfristig (bis 2035) sehr hohe Einstellungsbedarfe im Fach Mathematik prognostiziert. Die Bedarfe in den Lehrämtern des Sekundarbereichs II lassen sich auf der Grundlage der vorhandenen Daten offenbar schwieriger abschätzen, gleichwohl weisen die Daten aus den Bundesländern darauf hin, dass auch hier sowohl kurzfristig als auch mittel- bis langfristig (bis 2035) größere Bedarfe im Fach Mathematik zu erwarten sind. Gleiches gilt für die Lehrämtern des Sekundarbereichs II bzgl. beruflicher Fächer und für die beruflichen Schulen. Diese Prognosen werden durch länderspezifische Modellrechnungen bestätigt, beispielhaft etwa in der Lehrkräftebedarfsprognose des MSB NRW (2023). Bis 2045 werden perspektivisch im Fach Mathematik (u. a. bezogen auf das Lehramt Haupt-, Real-, Sekundar- und Gesamtschulen (HRSGe)/Sekundarstufe I) hervorragende Einstellungschancen prognostiziert. Klemm (2020) hat für Nordrhein-Westfalen eine differenzierte Datenanalyse für die MINT-Lehrkräfteversorgung vorgenommen und kommt etwa zu dem Schluss, dass bis 2025/26 der Einstellungsbedarf im Fach Mathematik bei 10 600 Personen liegt, dem eine Bewerbungszahl von 3948 gegenübersteht, was einer Bedarfsdeckungsquote von 37,2 % entspricht.

Eine zusätzliche Brisanz erhalten diese Bedarfsprognosen durch eine vom Stifterverband (2023) veröffentlichte Berechnung des Ausbildungsverlaufes vom Eintritt in das Studium bis zum Ende des Referendariats. Die Daten zeigen, dass ca. 52 500 Studienanfänger*innen (inkl. Studiengangwechsler*innen) ca. 35 600 neu eingestellte Lehrkräfte gegenüberstehen. Der Stifterverband spricht vor dem Hintergrund der sehr hohen Zahl an Personen, die letztlich nicht in den Beruf einsteigen, vom sog. Lehrkräftetrichter: „Die Zahl der Studierenden im Lehramt dünnt sehr schnell aus; ein Wechsel ins Lehramt zu späterem Zeitpunkt ist sehr schwierig“ (Stifterverband, 2023).

Diesen alarmierenden Prognosen steht aktuell eine Vielzahl von Stellungnahmen gegenüber, in denen unterschiedliche Maßnahmen diskutiert werden. In dem Zusammenhang gibt es sowohl die Forderung nach einer stärkeren Fokussierung auf „Ein-Fach-Lehrkräfte“ mit dem Fach Mathematik (Wissenschaftsrat, 2023) als auch die Weiterentwicklung von Modellen des Quer- und Seiteneinstiegs (SWK, 2023). Teilweise werden auch sehr gravierende systemische Veränderungen diskutiert, etwa eine Zusammenlegung der ersten und zweiten Phase der Lehrkräftebildung (Wissenschaftsrat, 2023). Allen Vorschlägen gemeinsam ist die Diskussion im Spannungsfeld der Sicherung von Standards der Lehrkräftebildung und der (schnellen) Akquise des Personals. In diesem Zusammenhang betonen sowohl eine aktuelle Stellungnahme der Gesellschaft für Empirische Bildungsforschung (GEBF, 2023) als auch ein Positionspapier der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD, 2018), dass gerade bei alternativen Qualifikationswegen für das Lehramt darauf zu achten ist, dass die wissenschaftliche Orientierung insbesondere mit Blick auf die universitäre Lehrkräftebildung und damit verbundene Mindeststandards der Ausbildung sichergestellt und verlässlich geprüft werden müssen. Auch die Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung von DMV, GDM und MNU hat entsprechende Empfehlungen erarbeitet, die in ein gemeinsames Positionspapier der Vorsitzenden geflossen sind und die hier noch einmal zitiert werden:

- Bundeseinheitliche fachinhaltliche und fachdidaktische Mindeststandards für verschiedene Maßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels müssen explizit und transparent formuliert und verbindlich festgehalten werden. Die Fachgesellschaften bringen ihre Expertise bei der Klärung der fachinhaltlichen und fachdidaktischen Bildungsinhalte gerne mit ein.
- Die jeweiligen institutionellen Verantwortlichkeiten (Schule, Universität, 2. Phase der Lehrkräftebildung) für die Vermittlung entsprechender fachinhaltlicher und fachdidaktischer Bildungsinhalte müssen geklärt sein.
- Sind für Maßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels nur kurze Zeiträume vorgesehen und werden für die jeweiligen Inhalte nur die nötigsten fachlichen und fachdidaktischen Bildungsinhalte abgedeckt, so muss sichergestellt sein, dass die fehlenden Bildungsinhalte im Rahmen berufsbegleitender Fort- und Weiterbildungsprogramme verpflichtend nachgeholt werden. Das rechtzeitige Einbeziehen von Institutionen, die derartige Programme durchführen können (Univer-

sitäten oder bspw. staatliche Weiterbildungsinstitutionen), ist hierbei essenziell.

- Fort- und Weiterbildungsprogramme (dritte Phase) müssen wissenschaftlich fundiert durchgeführt und begleitet werden, um die Qualität und die Nachhaltigkeit sicherzustellen. Positives Beispiel sind hier Anstrengungen der KMK im Zusammenhang von mathematischen Professionalisierungsangeboten (KMK, 2021).
- Die Hochschulen sowie die Institutionen der zweiten und dritten Phase der Lehrkräftebildung müssen mit den entsprechenden finanziellen und personellen Ressourcen ausgestattet sein, um den Belastungen der gesteigerten Ausbildungssituation fachlich angemessen und in dem erforderlichen Umfang zu begegnen.
(Quelle: DMV, GDM & MNU, 2022)

Es folgt eine Bestandsaufnahme über die Maßnahmen in den Bundesländern, die an ausgewählten Bundesländern zunächst exemplarisch beschrieben und danach in einige Schwerpunkte der aktuellen bildungspolitischen Diskussion eingebettet werden soll.

2 Überblickartige Darstellung von Maßnahmen in den Bundesländern

Im vorliegenden Abschnitt wird zunächst ein Überblick über Maßnahmen zum Seiteneinstieg in das Lehramt gegeben, wobei hier aus Gründen der Darstellbarkeit und angesichts der sehr komplexen und vielschichtigen Maßnahmen insbesondere der Seiteneinstieg in das Lehramt an Grundschulen in den Blick genommen wird (Abschnitt 2.1). Nach dieser eher systemisch-strukturellen Übersicht werden in einem zweiten Schritt prototypische Fallbeispiele betrachtet, die im Rahmen entsprechender Maßnahmen an den Schulen (im Fach Mathematik) eingesetzt sind (Abschnitt 2.2). Dabei ergeben sich auch terminologische Herausforderungen, etwa im Zusammenhang mit dem Quer- und Seiteneinstieg. Üblicherweise versteht man unter einem Quereinstieg den Zugang ins Lehramt, ohne dass eine traditionelle Lehrkräftebildung bzw. ein Lehramtsstudium abgeschlossen wurde. So können etwa Vertretungslehrkräfte als Quereinsteiger*innen beschäftigt sein, die über keine grundständige Lehramtsausbildung verfügen. Diese Personen sind häufig befristet beschäftigt, können z. T. aber auch in einem unbefristeten Beschäftigungsverhältnis stehen, wobei eine Verbeamtung von Quereinsteiger*innen üblicherweise nicht möglich ist. Der Seiteneinstieg bezieht sich demgegenüber auf einen ähnlichen Prozess wie der Quereinstieg, bei dem Personen ohne traditionelle Lehrkräftebildung den Einstieg ins

Lehramt finden. Im Unterschied zum Quereinstieg sind Seiteneinsteiger*innen nach Absolvierung entsprechender Qualifikationen mit grundständig ausgebildeten Lehrkräften gleichgestellt und können auch verbeamtet werden. So absolvieren Seiteneinsteiger*innen in NRW z. B. eine berufsbegleitende Ausbildung von Seiteneinsteigerinnen und Seiteneinsteigern (OBAS).¹ Diese Programme variieren je nach Land und Bildungssystem, sowohl im Zugschnitt auf die Bedürfnisse von Seiteneinsteigerinnen und Seiteneinsteigern bzgl. zu vermittelnder pädagogischer Fähigkeiten und Kenntnisse als auch bzgl. der jeweiligen Anforderungen.²

2.1 Maßnahmen zum Quer- und Seiteneinstieg in das Lehramt an Grundschulen

Für einen Überblick über die einzelnen Maßnahmen zum Quer- und Seiteneinstieg in das Lehramt erscheint es sinnvoll, die Maßnahmen nach den Schulstufen geordnet vorzustellen – hier wird der Übersicht halber auf ausgewählte Bundesländer und ausschließlich das Lehramt an Grundschulen fokussiert.

Für einen Seiteneinstieg in das Lehramt an Grundschulen werden derzeit folgende Modelle realisiert, die sich in Bezug auf die Zugangsvoraussetzungen und die Verortung der Qualifikationsmaßnahmen, besonders auch mit Blick auf die mathematischen und mathematikdidaktischen Anteile, unterscheiden:

Baden-Württemberg stellt Lehrkräfte aus den Sekundarstufen, die Deutsch oder Mathematik als ein Fach studiert haben sowie ein weiteres Fach aus dem Fächerkatalog der Grundschule direkt in den Vorbereitungsdienst für die Grundschule ein. Es muss in diesem Rahmen eine Einführungsveranstaltung zu den grundlegenden Aspekten der Primarstufe durchlaufen werden. Als Sondermodell zur Gewinnung von Lehrkräften an Grundschulen gibt es in Baden-Württemberg derzeit den sog. Direkteinstieg ohne Vorbereitungsdienst. Im Rahmen eines solchen Direkteinstiegs wird zunächst im tariflichen Arbeitnehmerverhältnis mit vollem Beschäftigungsumfang und vollem Entgelt gearbeitet, daneben erhalten die Personen eine zweijährige pädagogische Qualifizierung. Voraussetzung ist hierbei nur ein abgeschlossenes Bachelor-Studium und es ist ein mindestens „sechswöchiges Praktikum in der Schule oder in der Lebenswelt von Kindern und Jugendlichen nachzuweisen“.³

Berlin hat als Zugangsvoraussetzung einen belie-

bigen berufsqualifizierenden Hochschulabschluss, der im Umfang von 20 LP die Fächer Mathematik, Deutsch und Sachunterricht umfasst. Falls die entsprechenden Leistungen nicht vorliegen, müssen sie im Rahmen eines Zertifikatsstudiums (60 LP) nachgeholt werden. Diese Personen studieren dann an der Humboldt-Universität einen sog. Quereinstiegsmaster (120 LP).

In **Nordrhein-Westfalen** werden Personen mit einem mindestens 7-semesterigen (nicht lehramtsbezogenen) Studium sowie zweijähriger Berufstätigkeit (z. T. mit fächerbezogenen Einschränkungen) als Seiteneinsteiger*innen in den Schuldienst eingestellt. Dabei findet ein berufsbegleitender 2-jähriger Vorbereitungsdienst (Dienstort Schule, Ausbildung am ZfsL) statt, der mit einer Staatsprüfung abgeschlossen wird. In der Regel werden die Personen danach verbeamtet.

In **Rheinland-Pfalz** gibt es derzeit weder einen Seiten- noch einen Quereinstieg in das Grundschullehramt. Mathematik ist, Stand Oktober 2023, nur für die „Realschule Plus“ ein Bedarfsmfach.

Ein völlig anderes Modell existiert in **Sachsen** mit dem Ziel, die Seiteneinsteiger*innen so zu qualifizieren, dass sie mittelfristig einer grundständig ausgebildeten Lehrkraft gleichgestellt sind. Diese werden in den Schuldienst eingestellt und in Abhängigkeit von den Vorqualifikationen durch wissenschaftliche Ausbildungen zur Fachanerkennung sowie der schulpraktischen Ausbildung pädagogisch qualifiziert. Die Dauer der Qualifizierung ist von den Vorkenntnissen abhängig und kann zwischen 12 Monaten und 5 Jahren umfassen.

In **Sachsen-Anhalt** werden Seiteneinsteiger*innen mit einem Hochschulabschluss (Master, Magister, Diplom von einer Universität oder gleichwertigen Hochschule sowie Master (FH) in einem akkreditierten Studiengang) und inzwischen auch Personen mit Bachelor und Diplom (FH) im Seiteneinstieg nach einer erfolgreich beendeten Probezeit, in der sie durch das Landesinstitut (LISA) qualifiziert werden, sowie nach einer erfolgreichen Bewährungsfeststellung in den Schuldienst eingestellt. Die universitäre Qualifizierung für das Fach Mathematik im Grundschullehramt dauert drei Semester und umfasst insgesamt 45 LP (Fachwissenschaft, Fachdidaktik, Grundschuldidaktik und Bildungswissenschaften), die an einer Universität absolviert werden.

¹ Vgl. recht.nrw.de/lmi/owa/br_text_anzeigen?v_id=1000000000000000076 (Abruf am 6. 11. 2023)

² Vgl. www.bildungserver.de/quereinsteiger-seiteneinsteiger-1573-de.html (Abruf am 6. 11. 2023)

³ Vgl. lehrer-online-bw.de/,Lde/Startseite/lobw/Direkteinstieg-Info-GS (Abruf am 28. 11. 2023)

Zusammenfassend gibt es demnach in den Bundesländern Modelle, die sehr unterschiedliche Voraussetzungen in den Zugängen zum Seiteneinstieg haben, gerade auch mit Blick auf die fachliche, fachdidaktische und professionsgebundene Qualifikation. Die Professionalisierung der Seiteneinsteiger*innen wird an unterschiedlichen Institutionen (Schulen, Zentren für schulpraktische Lehrkräfteausbildung (ZfsL) bzw. Studienseminaren, Universitäten) vorgenommen und weist unterschiedliche fachliche Schwerpunkte und Umfänge auf. Auch die Dauer der Qualifizierungen sowie die Organisationsart (von rein universitär bis vollständig berufsbegleitend) sind sehr unterschiedlich. Zuletzt sind auch die Zugangsberechtigungen für den weiteren Beruf als Lehrkraft, die durch den Seiteneinstieg erworben werden, verschieden. Insgesamt zeigt sich also, dass – neben grundständig ausgebildeten Lehrkräften – Personen das Fach Mathematik unterrichten, die hinsichtlich ihrer Qualifikation deutliche Unterschiede aufweisen, welche in den entsprechenden Qualifizierungen bzw. Fort- und Weiterbildungsprogrammen schon allein aufgrund des unterschiedlichen Umfangs auch berufsbegleitend nicht verpflichtend ausgeglichen werden.

2.2 Fallbezogene Darstellung zu (unterrichtlichen) Tätigkeiten in der Schule

Neben der systematischen Betrachtung der unterschiedlichen Programme in den Bundesländern in Abschnitt 2.1 ist ein Blick auf ganz konkrete Fallbeispiele sehr aufschlussreich, die sich im Zusammenhang mit Sondermaßnahmen zur Behebung des akuten Lehrkräftemangels ergeben. Dazu wird im vorliegenden Abschnitt eine genauere Betrachtung entlang ausgewählter Bundesländer vorgenommen, um auf diese Weise das Spektrum aufzuzeigen, das sich für konkrete Personen stellt, die sich für eine (unterrichtliche) Tätigkeit in der Schule interessieren. Die hier zusammengetragenen Darstellungen nehmen dabei aus Komplexitätsgründen nur ausgewählte Bundesländer in den Blick.

Konkret wurden dabei die folgenden zwei Profile untersucht:

1. Eine Person mit mathematischem, technischem oder naturwissenschaftlichem Hintergrund (z. B. Studium in Mathematik, Maschinenbau, Physik) möchte Mathematiklehrkraft am Gymnasium werden.
2. Eine Studierende möchte als Vertretungslehrkraft an einer (Grund-)Schule arbeiten.

2.1.1 *Eine Person mit mathematischem, technischem oder naturwissenschaftlichem Hintergrund (z. B. Studium in Mathematik, Maschinenbau, Physik) möchte Mathematiklehrkraft am Gymnasium werden.*

In **Bayern** ist die Tätigkeit als Mathematiklehrkraft an einem Gymnasium grundsätzlich nur über einen absolvierten Vorbereitungsdienst (Referendariat) möglich. Aktuell (Stand Oktober 2023) werden insbesondere Personen gesucht, die an Gymnasien die Fächer Mathematik/Informatik bzw. Mathematik/Physik unterrichten. Um zum Vorbereitungsdienst mit den entsprechenden Fächern zugelassen zu werden, benötigt man für die Fächerkombination Mathematik/Informatik einen „Master/Diplom im Bereich Informatik“ und für die Fächerkombination Mathematik/Physik entweder einen „Master/Diplom im Bereich Physik“ oder Master/Diplom Mathematik mit Nebenfach Physik⁴. Hierbei ist klar ausgewiesen, dass die entsprechenden Personen einen zweijährigen Vorbereitungsdienst durchlaufen⁵. Die Personen sind in der Zeit an einer Einsatzschule (mit einem Unterrichtseinsatz bis zu 17 Stunden pro Woche) sowie an einer Seminarschule eingesetzt. Die fachdidaktischen Ausbildungsanteile werden während dieser Zeit (wie bei allen Personen im Vorbereitungsdienst üblich) durch Seminarlehrkräfte vermittelt. Daraus kann sich insbesondere hinsichtlich der fachdidaktischen Qualifikationsprofile der entsprechenden Personen eine Schiefelage ergeben: Während Seiteneinsteiger*innen hinsichtlich ihres fachlichen (d. h. mathematischen) Wissens (aufgrund der Voraussetzungen an das Fachstudium) mindestens genauso gut ausgebildet sind wie die grundständigen Personen im Vorbereitungsdienst, ist eine entsprechende Qualifikation hinsichtlich der fachdidaktischen Kompetenzen nicht erforderlich. Es ist daher fraglich, ob die fehlenden fachdidaktischen Kenntnisse im Rahmen des Vorbereitungsdienstes (z. B. durch entsprechende Unterstützung durch die Seminarlehrkräfte) kompensiert oder gar aufgeholt werden können.

Im Bereich der Mittelschulen verzichtet Bayern bis auf Weiteres auf die Fächerpflichtbindung für die Fächer Deutsch und/oder Mathematik⁶ und stellt Lehrkräfte aus dem Gymnasialbereich mit beliebiger Fächerkombination und abgeschlossenem zweiten Staatsexamen direkt in den Schuldienst an der Mittelschule ein. Eine (je nach Anerkennung von Vorleistungen) ein- bis zweijährige

⁴ Vgl. www.einstieg.bayern (Abruf am 22. 9. 2023)

⁵ Vgl. www.einstieg.bayern/dateien/Informationsblatt_Sondermassnahme_Februar_2024.pdf (Abruf am 22. 9. 2023)

⁶ Vgl. www.km.bayern.de/lehrer/lehrausbildung/grundschule/sondermassnahmen.html (Abruf am 30. 10. 2023)

Zweitqualifizierung mit Basisveranstaltungen zu Grundlagen der Mittelschulpädagogik, -didaktik und -methodik, sowie ggf. schulrechtliche Aspekte sind verpflichtend⁷. Es sind keine fach- bzw. mathematikdidaktischen Anteile verpflichtend.

Anders als in Bayern ist etwa in **Niedersachsen** ein sog. direkter Quereinstieg auch ohne einen entsprechenden Vorbereitungsdienst möglich, nämlich – unter gewissen Voraussetzungen – ausschließlich mit einem universitären Masterabschluss⁸. Ein solcher direkter Quereinstieg ohne Vorbereitungsdienst ist offiziell nur möglich, wenn es nicht genügend Absolventinnen und Absolventen (mit Vorbereitungsdienst) gibt. Formale Voraussetzung für einen direkten Quereinstieg ist, dass Inhalte und Leistungen des Studiums mindestens einem Unterrichtsfach zugeordnet werden müssen. Dabei ergeben sich Anforderungen und Umfang der entsprechenden Inhalte aus den „Ländergemeinsamen inhaltlichen Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung“⁹.

Vor diesem Hintergrund ist es möglich, dass Personen im gymnasialen Mathematikunterricht tätig sind, die etwa Physik im Umfang von 95 LP studiert haben sowie Mathematik im Umfang von einem Drittel des Hauptfaches inkl. fachwissenschaftlicher Inhalte, die dem Lehramtsstudium im Wesentlichen entsprechen. Die Einstellung, die über die Schulleitungen vorgenommen wird, erfolgt zunächst in ein Beamtenverhältnis auf Probe, „wenn über den Erwerb der Lehrbefähigung hinaus die sonstigen beamtenrechtlichen Voraussetzungen erfüllt sind. (...) Voraussetzung für die erfolgreiche Beendigung der Probezeit ist die Feststellung der Bewährung nach Abschluss der berufsbegleitenden Qualifizierungsmaßnahmen.“ Mit der Einstellung beginnt eine verpflichtende pädagogisch-didaktische Qualifizierung, die die Teilnahme an pädagogischen und fachdidaktischen Veranstaltungen der Studienseminare umfasst. Die Quereinsteigerinnen und -einsteiger dürften demnach in der Regel deutlich weniger fachinhaltliche und fachdidaktische Kompetenzen vor ihrer Tätigkeit als Lehrkraft erworben haben als grundständig ausgebildete Lehrkräfte.

Ein besonders weitgehender Vorschlag wurde mit einer Gesetzesänderung für die Qualifikation von Lehrkräften am 28. 6. 2023 im Landtag **Branden-**

burg beschlossen.¹⁰ Als Maßnahme gegen den Lehrkräftemangel ist der Seiteneinstieg für alle Personen möglich, die eine abgeschlossene Berufsausbildung haben, wobei Bachelor-Absolvierende bzw. Personen mit einem abgeschlossenen Studium bevorzugt eingestellt werden. Aktuell unterrichten das Fach Mathematik als Lehrkraft in der Schule bereits Personen mit abgeschlossener Berufsausbildung bzw. einem Bachelor oder Hochschulabschluss z. B. in Mathematik, Maschinenbau oder Physik sowie sogar Personen mit einem fachfremden Bachelor. Die Gesetzesänderung sieht vor, dass Personen mit einem Bachelorabschluss mindestens eine 18-monatige Zertifikatsqualifizierung sowie eine anschließende Prüfung absolvieren und so die Voraussetzungen für die Verbeamtung als Bildungsamtfrau oder Bildungsamtmann (A 11) an allgemeinbildenden Schulen/OSZ oder Bildungsamtsrätin bzw. Bildungsamtsrat (A 12) an allgemeinbildenden Schulen/OSZ erreichen können. Diese Personen unterrichten zwei oder drei Fächer. Die Verpflichtung zur Absolvierung einer achtzehnmönatigen Zertifikatsqualifizierung ist daher nun (gemäß §8a des Gesetzes zur Änderung lehrerbildungsrechtlicher und besoldungsrechtlicher Vorschriften) eine vorgegebene Voraussetzung zur Verbeamtung bzw. zur Erfüllung der sonstigen fachlichen Voraussetzungen zum Unterrichten in mindestens einem Fach. In dieser Zertifikatsqualifizierung sind Studienleistungen im Umfang von 45 Leistungspunkten sowie das Bestehen einer Prüfung zu realisieren. Neben der Akquise von zusätzlichen Lehrkräften besteht offenbar eine der Zielsetzungen dieses Gesetzes darin, dass die ohnehin bereits an der Schule arbeitenden Seiteneinsteiger*innen verbeamtet werden können und somit dann auch Aufstiegschancen nach A11 bzw. A12 haben und deswegen die Qualifizierungsangebote intensiver nutzen.

Voraussetzung für den Seiteneinstieg als Mathematiklehrkraft an Gymnasien in **Sachsen** ist das Vorliegen eines nicht lehramtsbezogenen Hochschulabschlusses (Master, Magister, Diplom oder Bachelor) einer Universität, Kunst- oder Fachhochschule. Mit der Novellierung der Lehrerqualifizierungsverordnung wird auch Absolventinnen und Absolventen der Berufsakademie sowie Personen mit Bachelorabschluss ohne unmittelbare Fächerzuordnung der Seiteneinstieg ermöglicht.

⁷ Vgl. www.km.bayern.de/lehrer/lehrausbildung/mittelschule/quereinstieg.html (Abruf am 30. 10. 2023)

⁸ Vgl. www.mk.niedersachsen.de/startseite/schule/lehrkraefte_und_nichtlehrendes_personal/wege_in_den_schuldienst/unbefristete_einstellung_in_den_schuldienst/direkter_quereinstieg_in_den_niedersaechsischen_schuldienst_an_allgemein_bildenden_schulen/direkter-quereinstieg-in-den-niedersaechsischen-schuldienst-an-allgemein-bildenden-schulen-167325.html (Abruf am 15. 11. 2023)

⁹ Vgl. www.kmk.org/themen/allgemeinbildende-schulen/lehrkraefte/lehrkraeftebildung.html (Abruf am 15. 11. 2023)

¹⁰ Vgl. bravors.brandenburg.de/sixcms/media.php/76/GVBl_I_14_2023.pdf (Abruf am 24. 11. 2023)

Die Einstellung von Lehrkräften im Seiteneinstieg in den Schuldienst erfolgt zunächst in einem befristeten Arbeitsverhältnis für die Dauer von maximal zwei Jahren. Eine verpflichtende Einstiegsfortbildung im Umfang von drei Monaten zielt auf den Erwerb erster Grundfähigkeiten, führt in die schulische Tätigkeit ein, verschafft einen Überblick zu den Handlungsfeldern Pädagogik, Psychologie, allgemeine Didaktik und Schulrecht und unterstützt bei dem Entwickeln erster Methoden unterrichtlichen Handelns. Danach erteilt die oder der Seiteneinsteigende zunächst Unterricht an der Einsatzschule. Umfang und Art weiterer Qualifikationsmaßnahmen ergeben sich in Abhängigkeit von den Vorqualifikationen nach Abgleich mit der Lehramtsprüfungsordnung I (LAPO I). Werden zwei Schulfächer aus dem Hochschulabschluss anerkannt, ergeben sich zwei Wege ins Lehramt: der direkte Einstieg in den grundständigen Vorbereitungsdienst oder der Einstieg als Lehrkraft im Seiteneinstieg in den Schuldienst. Nach der Entfristung kann die schulpraktische Ausbildung im Umfang von 12 Monaten begonnen werden. Zum Vergleich: Der Vorbereitungsdienst in der grundständigen Lehramtsausbildung dauert 18 Monate und kann ebenfalls bei vorausgehenden, anerkannten Unterrichtszeiten auf 12 Monate verkürzt werden.

Wird nur ein oder kein Fach anerkannt, besteht die Möglichkeit, fachliche Inhalte im Rahmen einer wissenschaftlichen Ausbildung mit einer Dauer von zwei Jahren pro Fach an einer Universität nachzuholen. Dies geschieht ebenfalls berufsbegleitend an zwei Wochentagen, wobei an den übrigen drei Wochentagen Unterricht an der Einsatzschule erteilt wird. Hierfür können bis zu sechs Anrechnungsstunden gewährt werden. Wird nur ein Fach anerkannt, kann die schulpraktische Ausbildung in einem Fach und anschließend die wissenschaftliche Ausbildung im zweiten Fach absolviert werden. Die pädagogische Nachqualifizierung erfolgt berufsbegleitend an einem Tag pro Woche an einer Lehrerbildungsstätte, bei empfohlener Teilzeit besteht weiterhin eine Unterrichtsverpflichtung von mindestens 13 Stunden – bei Vollzeit 26 Stunden – mit zwei Anrechnungsstunden. Ziel dieser Qualifizierungsmaßnahmen ist es, mittelfristig ein Ausbildungsniveau zu erreichen, das dem von grundständig ausgebildeten Lehrkräften gleichwertig ist.

Zusammenfassend lässt sich festhalten: Strukturell unterscheiden sich die Bundesländer sehr stark in Bezug auf die Einstellungsvoraussetzungen für den Quer- und Seiteneinstieg. Während Bundesländer wie Bayern den Vorbereitungsdienst verpflichtend ansetzen, erfolgt in Niedersachsen eine unmittelbare Einstellung in ein Beamtenverhältnis auf Probe, Brandenburg geht noch einen Schritt weiter und verbeamtet auch Personen mit einem (fachfremden) Bachelor-Abschluss. Mit Blick auf die erworbenen Kompetenzen im Fach Mathematik ist aus Sicht der Fachgesellschaften festzuhalten, dass es zu besorgniserregenden Schiefen hinsichtlich der (fehlenden) mathematischen bzw. mathematikdidaktischen Kompetenzen schon innerhalb der Bundesländer kommen kann.

2.1.2 *Eine Studierende möchte als Vertretungslehrkraft an einer (Grund-)Schule arbeiten.*

In **Bayern** gibt es verschiedene Möglichkeiten, befristet an Schulen tätig zu werden. Es wird grundsätzlich unterschieden zwischen einer Vertretungslehrkraft und einer Unterstützungslehrkraft¹¹. Unterstützungslehrkräfte unterstützen in der Regel die Stammlehrkraft (auch Teamlehrkraft genannt), können aber auch Klassen oder Kleingruppen selbstständig betreuen, etwa um pandemiebedingte Lernrückstände zu beheben. Studierende – sowohl Lehramtsstudierende als auch Studierende anderer Fächer – sind explizit Teil der Zielgruppe als Unterstützungslehrkraft.¹² Bemerkenswert ist die Auswahl der entsprechenden Personen, denn grundsätzlich „entscheidet die Schulleitung bzw. das Staatliche Schulamt/die Regierung, ob Sie nach Eignung, Befähigung und fachlichen Leistungen als Unterstützungslehrkraft geeignet sind“¹³. Dies kann letztlich dazu führen, dass die konkrete Unterrichtsversorgung an der eigenen Schule als (im Zweifel wesentliches) Kriterium für die Eignung mit herangezogen wird. Konkrete fachliche Standards (etwa eine Mindestanzahl an absolvierten fach- und fachdidaktischen Modulen) sind nicht explizit festgeschrieben.

Vertretungslehrkräfte führen demgegenüber eigenständigen Unterricht durch und werden nicht von einer Stammlehrkraft begleitet. Vertretungslehrkräfte werden z. B. zur Krankheits- oder Elternzeitvertretung an Schulen eingesetzt. Da Vertretungslehrkräfte in deutlich höherem Maße eigenverant-

¹¹ Vgl. www.km.bayern.de/lehrer/stellen/stellenboersen-und-vertretungskraefte/vertretungskraefte-verschiedene-schularten.html (Abruf am 22. 9. 2023)

¹² Vgl. www.km.bayern.de/allgemein/meldung/7453/jetzt-unterstuetzungskraft-im-foerderprogramm-werden.html (Abruf am 22. 9. 2023)

¹³ Vgl. www.km.bayern.de/allgemein/meldung/7453/jetzt-unterstuetzungskraft-im-foerderprogramm-werden.html (Abruf am 22. 9. 2023)

wortlichen Unterricht durchführen, werden diese Personenprofile im Folgenden näher diskutiert. Vertretungslehrkräfte werden über befristete Verträge auf der Grundlage von TV-L beschäftigt. Die Anwerbung von Studierenden für die Vertretungslehrkraftstätigkeit ist ebenfalls nicht ausgeschlossen. So heißt es etwa auf der Website der Regierung von Oberbayern: „Ggf. kommen auch Bewerber mit 1. Staatsexamen und Studenten höherer Semester (jeweils für Lehramt) als Vertretungskräfte in Frage.“¹⁴ Festzuhalten ist, dass es formal nicht ausgeschlossen ist, dass Studierende Schülerinnen und Schüler im ersten Schuljahr im Fach Mathematik oder im 10. Schuljahr an einer Mittelschule unterrichten, ohne über entsprechende fachliche und fachdidaktische Grundlagen zu verfügen wie grundständig ausgebildete Lehrkräfte oder Personen, die den Vorbereitungsdienst absolviert haben.

In **Niedersachsen** müssen Studierende, die als Vertretungslehrkräfte arbeiten möchten, über einen Bachelorabschluss (polyvalenter Mehrfachbachelor mit Lehramtsoption) verfügen (Niedersächsisches Kultusministerium 2022, S. 1).¹⁵ Studierende ohne Bachelor- (oder Master-) Abschluss können sich als pädagogische*r Mitarbeiter*in bewerben. Offizielle Informationen dazu, welche mathematischen oder mathematikdidaktischen Kompetenzen im Studium erworben sein müssen, um die Tätigkeit als Vertretungslehrkraft ausführen zu können, existieren nicht.

In **Nordrhein-Westfalen** sind die Voraussetzungen für die Tätigkeit als Vertretungslehrkraft noch geringer. So heißt es etwa auf der Website der Bezirksregierung Arnsberg, dass sich grundsätzlich „Studentinnen und Studenten, die während ihres Studiums bereit sind, im Schuldienst tätig zu sein“, für eine Vertretungsstelle bewerben können. Bei der Auswahl der entsprechenden Personen sind die „Schulleitungen (...) grundsätzlich selbständig tätig“¹⁶, d. h. im Fall einer Zusage hält die Schulleitung die Bewerber*in für geeignet und es hat sich keine formal besser qualifizierte Lehrkraft beworben. Das schließt nicht aus, dass Personen ohne jede mathematikdidaktische oder fachwissenschaftliche Qualifikation auch im Mathematikunterricht eingesetzt werden können, also sowohl Studierende anderer Fächer (z. B. Kunst) als auch Abiturient*innen auch ganz ohne einen berufsqualifizierenden Abschluss.

Zusammenfassend lässt sich festhalten: Die personelle Lage an vielen Schulen ist prekär. Vor diesem Hintergrund verwundert es nicht, dass Studierende als Vertretungslehrkräfte eingesetzt werden müssen und dass diese z. T. explizit angeworben werden. Aus Sicht der Fachgesellschaften liegt eines der größten Probleme in der hohen Zahl an nicht bzw. nicht ausreichend qualifizierten (Vertretungs-)Lehrkräften, die lediglich von der Schulleitung (mangels ausgebildeter Bewerber*innen) als geeignet empfunden werden und unterrichten, und die damit die Bildungsverläufe einer ganzen Schüler*innengeneration nachhaltig beeinflussen. Es kann kaum davon ausgegangen werden, dass die ohnehin überlasteten oder eben gar nicht vorhandenen Fachkolleg*innen in der Schule diesen Einfluss nebenbei bei den Schülerinnen und Schülern ausgleichen könnten oder die nicht grundständig qualifizierten Vertretungslehrkräfte hinreichend unterstützen könnten. Dies ist gerade für den Mathematikunterricht, für den von Lehrkräften fundiertes Wissen, ein treffsicherer diagnostischer Blick und passgenaue Förderansätze erwartet werden (müssen), eine besorgniserregende Entwicklung.

Nicht wenige der nicht grundständig qualifizierten Vertretungslehrkräfte werden dabei in der Praxis nach Kettenverträgen entfristet. Dies sorgt einerseits dafür, dass diese Personen ihr Lehramtsstudium nicht oder deutlich später beenden. Gleichzeitig kann sich diese Art der unbegleiteten Praxiserfahrung deutlich negativ auf das eigene Berufsbild und auf das damit verbundene Professionsverständnis auswirken. Schließlich kann diese Entwicklung mittelfristig zur Folge haben, dass an den Schulen unterschiedliche Gruppen von Lehrkräften – nahezu konkurrierend – nebeneinander arbeiten: neben grundständig ausgebildeten Lehrkräften, die i. d. R. – aber auch nicht immer – verbeamtet sind, auch solche, die gar keine formale Qualifikation mitbringen, aber die gleiche Arbeit ableisten.

3 Ausgewählte Maßnahmen für die Nachqualifizierung

Im Folgenden werden Maßnahmen aus zwei Bundesländern genauer vorgestellt. Dabei wird sowohl ein aktuelles Beispiel (aus Niedersachsen) als auch ein etwas älteres Beispiel (aus Sachsen) diskutiert.

¹⁴ Vgl. www.regierung.oberbayern.bayern.de/ueber_uns/karriere/stellenangebote_neu/schulpersonal/index.html (Abruf am 22. 9. 2023)

¹⁵ Vgl. www.mk.niedersachsen.de/download/92657/RdErl._Einsatz_von_Vertretungslehrkraeften_an_allgemein_bildenden_Schulen_.pdf (Abruf am 15. 11. 2023)

¹⁶ Vgl. www.bra.nrw.de/bildung-schule/personalangelegenheiten/einstellung-stellenangelegenheiten/vertretungstaetigkeitenvertretungsunterricht-im-bereich-schule/informationen-fuer-interessierte-bewerberinnen (Abruf am 3. 11. 2023)

3.1 Niedersachsen

Neben dem oben bereits dargestellten direkten Quer- bzw. Seiteneinstieg in den Schuldienst ist in **Niedersachsen** auch ein Quer- bzw. Seiteneinstieg in den Vorbereitungsdienst allgemeinbildender Schulen möglich. Voraussetzung dafür ist ein Masterabschluss (bzw. Äquivalent), der an einer Universität oder gleichgestellten Hochschule in einem Studiengang mit Regelstudienzeit von mindestens acht Semestern erworben wurde. Zudem muss das Hauptfach des genannten Masterstudiums einem Unterrichtsfach des besonderen Bedarfs zuzuordnen sein. 2023 fällt Mathematik sowohl an Grundschulen, an Haupt- und Realschulen als auch an Gymnasien unter diese Fächer. Um sich für den Quereinstieg bewerben zu können, müssen die im Studium erbrachten Leistungen „im Wesentlichen“ den Anforderungen an einen entsprechenden Lehramtsstudiengang entsprechen. Weiterhin muss an den genannten Schulen ein weiteres Unterrichtsfach aus dem abgeschlossenen Masterstudiengang ableitbar sein (entsprechendes gilt für sonderpädagogische Fachrichtungen). In der tatsächlichen Umsetzung werden die Lehramtsanwärterinnen und -anwärter im Quereinstieg und diejenigen, die im Anschluss an ein Lehramtsstudium ins „grundständige“ Referendariat wechseln, in Bezug auf die Leistungen und Prüfungen gleich behandelt.

Positiv fällt in diesem Zusammenhang auf, dass praxisbezogene Kompetenzen insbesondere unter Einbezug der Studienthemen erworben werden. Allerdings ist hierbei kritisch zu betrachten, dass fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Inhalte aufgrund der fehlenden universitären Expertise nur sehr eingeschränkt aus einer theoretischen bzw. wissenschaftlichen Perspektive eingebracht bzw. thematisiert werden. Hier wären entsprechende verpflichtende und ggf. berufsbegleitend zu absolvierende Nachqualifizierungen wünschenswert.

3.2 Sachsen

In Kooperation zwischen dem Sächsischen Staatsministerium für Kultus (SMK) und vielen an der Lehrkräftebildung der TU Dresden beteiligten Expert*innen und Lehrenden wurde von April 2013 bis Oktober 2014 ein universitäres Programm für einen Qualifizierten Quereinstieg, genannt „**QUER – Qualifikationsprogramm für Akademiker zum Einstieg in den Lehrerberuf**“, durchgeführt, gefördert im Umfang von knapp einer Million Euro aus Mitteln des Europäischen Sozialfonds (ESF) und des Freistaates Sachsen. Vorausgegangen war im Sommer 2011 am Zentrum für Lehrerbildung, Schul- und Berufsbildungsforschung (ZLSB) der TU Dresden die Entwicklung und Erprobung eines Einstiegsmodells, welches Quereinsteiger*innen vor dem Berufseinstieg in einem kompakten Zeitraum

die fachdidaktischen und bildungswissenschaftlichen Inhalte des Lehramtsstudiums vermittelt. Damit verbunden war das Ziel, sie auf einem mit den grundständig ausgebildeten Lehramtsabsolventinnen und -absolventen vergleichbaren Qualifikationsniveau auszubilden und ihnen so den Übergang in die zweite Ausbildungsphase („Vorbereitungsdienst“) zu ermöglichen.

Anliegen der umfangreichen wissenschaftlichen Begleitung des Programms war zunächst eine Bestandsaufnahme der bisherigen Praxis des Quer- und Seiteneinstiegs in Deutschland sowie eine Analyse der Stärken und Schwächen dieser Formen der Personalgewinnung. Im Zuge der Rekrutierung und Auswahl der QUER-Teilnehmenden konnten Erkenntnisse über die potenzielle Zielgruppe von Quereinsteigerprogrammen gewonnen werden, die um detaillierte Analysen der Lernvoraussetzungen von Quereinsteigenden sowie ihrer Kompetenzentwicklung im Studienverlauf ergänzt wurden.

Das QUER-Programm verstand sich als Weiterbildungsmaßnahme im Sinne eines qualifizierten Quereinstiegs für Absolvent*innen universitärer Studiengänge, aus deren fachlicher Ausrichtung sich zwei Unterrichtsfächer mit dem Ziel ableiten ließen, durch ein verdichtetes Lehrangebot in Vollzeit über einen Zeitraum von 19 Monaten die Teilnehmenden gemäß der Sächsischen Lehramtsprüfungsordnung I (LAPO I) in den Bereichen Bildungswissenschaft, Schulpraktische Studien und Fachdidaktik der beiden gewählten Unterrichtsfächer bzw. der Grundschuldidaktik auf einen mit grundständig ausgebildeten Lehramtsanwärterinnen und Lehramtsanwärtern vergleichbaren Ausbildungsstand zu bringen, um im Anschluss erfolgreich einen verkürzten einjährigen Vorbereitungsdienst anzutreten. Das Lehrangebot bestand neben Blockpraktika und Schulpraktischen Übungen aus speziell für die QUER-Teilnehmenden konzipierten Kursen aus regulären Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudierende an der TU Dresden. Von zunächst 800 Interessent*innen, welche nach erster Ankündigung des QUER-Programms Interesse gemeldet hatten, durchlief eine Kohorte von 39 Teilnehmenden das Programm und wurde von 33 Teilnehmenden erfolgreich abgeschlossen. Um eine intensive wissenschaftliche Begleitung des Projektes zu ermöglichen und um Schwierigkeiten schnell entgegenwirken zu können, wurde allen Teilnehmenden eine QUER-Mitarbeiterin als persönliche Betreuerin zugeordnet, die nicht nur für die Studienorganisation, sondern auch bei fachlichen Fragen und bei Problemen mit den Studieninhalten zur Verfügung stand. Dieses Angebot wurde durch die Möglichkeit regelmäßiger Feedbackgespräche mit der QUER-Projektleitung ergänzt. Angesichts der hohen durch das SMK vorgegebenen Teilnahmevor-

aussetzungen ist davon auszugehen, dass die Teilnehmenden über bestmögliche Voraussetzungen für einen Quereinstieg in den Lehrerberuf verfügen. Die enge Betreuung und das abgestimmte Lehrprogramm demonstrierten, wie unter idealen Bedingungen eine fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Weiterbildung von Akademiker*innen mit geeignetem Fächerprofil gelingen kann. Die geringe Zahl an Absolvent*innen zeigt allerdings auch, dass diese Maßnahme keine alleinige Lösung für die derzeitige Situation sein kann.

4 Generelle Probleme und Fazit

Ausgehend von den Betrachtungen der Maßnahmen in den Bundesländern soll an dieser Stelle noch einmal eine zusammenfassende Rückschau vorgenommen werden. Zunächst ist festzuhalten, dass sich die Maßnahmen in den Bundesländern zum Teil erheblich unterscheiden, und zwar sowohl hinsichtlich der formalen Zugangsvoraussetzungen in das Lehramt als auch hinsichtlich der Verantwortlichkeiten sowie der inhaltlichen Ausgestaltung.

Die Dynamik und die Schärfe des Lehrkräftemangels führen darüber hinaus dazu, dass aktuell sehr viele Personen auf alternativen bzw. verkürzten Wegen in das System Schule kommen und hier auch im Mathematikunterricht tätig sind. Initiativen wie in Brandenburg (→Bildungsamtmann/-frau, s. 2.2.1) oder Baden-Württemberg (→Direkteinstieg, s. 2.2.1) belegen, dass die formale Zugangsschwelle in das Lehramt herabgesetzt wird und dass damit Standards gesenkt werden, die bis dato mit dem Zugang in das Lehramt verbunden waren. Dass in den Systemen bereits Personen tätig sind (insbesondere im Mathematikunterricht), die aufgrund des großen Lehrkräftemangels ohnehin schon nicht mehr über die Qualifikation verfügen, der es einstmals bedurfte, und dass mit den Sondermaßnahmen Möglichkeiten geschaffen werden, diesen Personen eine Perspektive und insbesondere eine Weiterqualifikation zu ermöglichen und zu erleichtern, ändert nichts an der Tatsache, dass solche Maßnahmen faktisch zum Senken von Standards im Rahmen der Lehrkräftebildung beitragen.

Ein weiteres Problem besteht im Umgang mit sehr kurzen Sondermaßnahmen zur Bekämpfung des Lehrkräftemangels. Aufgrund des erheblichen Lehrkräftemangels sind zum Teil kreative und auch verkürzte und kurze Maßnahmen, mit denen Personen für die Übernahme von Unterrichtstätigkeit qualifiziert werden, aus Sicht der Bildungsadministration nachvollziehbar. Allerdings zeigen die Befunde auch, dass kaum ein Bundesland diesen Personen verpflichtende berufsbegleitende Professionalisierungsprogramme auferlegt. Des Weiteren wäre zu wünschen, dass entsprechende Professiona-

lisierungsprogramme (in Form von Fort- und Weiterbildungen) qualitativen Mindeststandards genügen. Auch solche Standards existieren aktuell nicht.

Schließlich besteht eines der größten Probleme darin, dass Personen mit sehr unterschiedlichen Qualifikationsvoraussetzungen und Qualifikationsniveaus die gleiche Arbeit im Mathematikunterricht übernehmen können, was nicht nur zu einer erheblichen Spreizung der Qualifikationsprofile von Lehrkräften führt, sondern auch zwangsläufig zu einer Herabsetzung der Standards für die Lehrkräftebildung im Fach Mathematik.

5 Konstruktive Perspektive und Ausblick

Die Zusammenstellung macht deutlich, unter welcher großen Last das Bildungssystem aktuell leidet, insbesondere mit Blick auf die Qualifizierung von Personen, die auf alternativen Wegen in das Lehramt kommen. Dabei erscheint es sinnvoll, einerseits inhaltliche und formale Standards zu formulieren, die für entsprechende Maßnahmen gelten sollen. Darüber hinaus scheint es eine vordringliche Aufgabe zu sein, die Verantwortlichkeiten für die Durchführung entsprechender Programme klar zu regeln. Schließlich bedarf es transparenter Rahmenbedingungen, die gerade bei zeitlich sehr kurzen und inhaltlich an Minimalstandards orientierten Sondermaßnahmen berufsbegleitende, verpflichtende und inhaltlich substanziell gestaltete Professionalisierungsmaßnahmen vorsehen. Dies sollte insbesondere zu einer Neugestaltung der Berufseinstiegsphase ins Lehramt vor allem für diejenigen führen, die nicht den grundständigen Bildungsweg einer Lehrkraft nehmen.

Vor diesem Hintergrund lassen sich konkrete konstruktive Perspektiven formulieren, die sich aus den hier dargestellten Befunden ableiten lassen:

- Zunächst bedarf es dringend einer aussagekräftigen und detaillierten Datengrundlage, auf der sich ein noch wesentlich genaueres Bild zeichnen lässt. Dies betrifft insbesondere ausführliche Statistiken zur Qualitätssicherung (etwa zu Verweilzeiten/Abbruchquoten bei Direkt-, Quer- und Seiteneinsteiger*innen), Beschreibungen und Standards bzgl. der Durchführung sowie Verantwortlichkeiten und Evaluation von Sondermaßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels im Fach Mathematik.
- Kurze Sondermaßnahmen zur Behebung des Lehrkräftemangels sollten nur dann angeboten werden, wenn es damit verbundene Formen der langfristigen und verpflichtenden Professionalisierung gibt.
- Bei der Ausgestaltung der Programme und Sondermaßnahmen sollte die Expertise der Univer-

sitäten mit eingebunden werden, und zwar sowohl hinsichtlich der Planung und Evaluation als auch hinsichtlich der Ausbildung von Multiplikator*innen und schließlich auch mit Blick auf eine fundierte Begleitforschung, die die Wirksamkeit entsprechender Programme untersucht.

- Die Aufgaben von Vertretungslehrkräften sollten dem Qualifikationsstand angemessen sein. Dies heißt insbesondere, dass bei der Tätigkeit von Vertretungslehrkräften (z. B. durch Studierende) an den Schulen aufgabenspezifische Qualifizierungsstandards vorhanden sein müssen, die nicht unterschritten werden dürfen.
- Perspektivisch müssen darüber hinaus auch Standards für die fachliche und fachdidaktische Qualifizierung über die verschiedenen Phasen hinweg, insbesondere über die ersten beiden Phasen, entwickelt werden, um klare Erwartungen an die Kompetenzentwicklung und die Pro-

fessionalisierung zu formulieren. In diesem Zusammenhang bedarf es umfassender und langfristig angelegter Forschungsbemühungen, die die entsprechenden Professionalisierungsprozesse fokussieren, sodass hier entsprechend nachgesteuert werden kann.

- Schließlich bedarf es neben den Bemühungen um die drei Phasen sowie der Entwicklung entsprechender Standards und Kompetenzerwartungen auch einer Neuordnung des Berufseinstiegs, um gerade denjenigen eine weitere Professionalisierung zu ermöglichen, die über alternative bzw. verkürzte Wege ins Lehramt gefunden haben.

Im Sinne der hier vorgeschlagenen Entwicklung entsprechender Konzepte und Maßnahmen sowie der wissenschaftlichen Begleitung entsprechender Programme bringen die Fachgesellschaften ihre Expertise gerne mit ein.

Prof. Dr. Florian Schacht
Vorsitzender der GKL

Prof. Dr. Joachim Escher
Präsident der DMV

Prof. Dr. Reinhard Oldenburg
1. Vorsitzender der GDM

Frank Herrmann
Vorsitzender des MNU

Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung (GKL)

Der Gemeinsamen Kommission Lehrkräftebildung gehören Mitglieder der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und dem Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts (MNU) an sowie ständige Gäste der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) und der Konferenz der Mathematischen Fachbereiche (KMathF). Seit 2021 wird die Kommission von Prof. Dr. Florian Schacht (Universität Duisburg-Essen) geleitet.

Quellen

- Autor:innengruppe Bildungsberichterstattung (2022). Bildung in Deutschland 2022. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zum Bildungspersonal. Bielefeld: wbv Media. DOI:10.3278/6001820hw
- DMV, GDM, & MNU (2022). Standards einhalten bei der Bekämpfung des akuten Lehrkräftemangels im Fach Mathematik. Positionspapier von DMV, GDM und MNU. In Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 31(1), S. 59–60. DOI:10.1515/dmvm-2023-0020
- GFD Positionspapier (2018). Ergänzende Wege der Professionalisierung von Lehrkräften. URL (Abruf am 11.11.2023): www.fachdidaktik.org/wordpress/wp-content/uploads/2015/09/PP-20-Positionspapier-der-GFD-2018-ErgÄd'nzende-Wege-der-Professionalisierung-von-LehrkrÄd'ften.pdf

Klemm, K. (2020). Lehrkräftemangel in den MINT-Fächern: Kein Ende in Sicht: Zur Bedarfs- und Angebotsentwicklung in den allgemeinbildenden Schulen der Sekundarstufen I und II am Beispiel Nordrhein-Westfalens. Essen. URL (Abruf am 13.9.2023): www.telekom-stiftung.de/sites/default/files/mint-lehrkraeftebedarf-2020-ergebnisbericht.pdf

KMK (2021). Kultusministerkonferenz und Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik vereinbaren Zehnjahres-Programm für den Mathematikunterricht. Pressemitteilung. URL (Abruf am 13.9.2023): www.kmk.org/presse/pressearchiv/mitteilung/kultusministerkonferenz-und-deutsches-zentrum-fuer-lehrerbildung-mathematik-vereinbaren-zehnjahres-pr.html

KMK (2022). Lehrkräfteeinstellungsbedarf und -angebot in der Bundesrepublik Deutschland 2021–2035; Beschluss der KMK vom 10.3.2022. URL (Abruf am 13.9.2023): www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Dok_233_Bericht_LEB_LEA_2021.pdf

MSB NRW (2023). Lehrkräftebedarfsprognose Vorausberechnungen zum Lehrkräftearbeitsmarkt in Nordrhein-Westfalen – Einstellungschancen für Lehrkräfte bis zum Schuljahr 2044/2045. URL (Abruf am 13.9.2023): www.schulministerium.nrw/system/files/media/document/file/lehrkraeftebedarfsprognose_maerz_2023.pdf

Stifterverband (2023). Der Lehrkräftetrichter. Wie viele potentielle Lehrkräfte wir auf dem Weg in

den Beruf verlieren. URL (Abruf am 13.9.2023): www.stifterverband.org/sites/default/files/2023-07/lehrkraeftetrichter.pdf.

SWK – Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz (SWK) (2023). Empfehlungen zum Umgang mit dem akuten Lehrkräftemangel. Stellungnahme der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz. URL (Abruf am 13.9.2023): www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/KMK/SWK/2023/SWK-2023-Stellungnahme_Lehrkraeftemangel.pdf.

Wissenschaftsrat (2023). Empfehlungen zur Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. URL (Abruf am 20.7.2023): www.wissenschaftsrat.de/download/2023/1396-23.html.

Florian Schacht; Universität Duisburg-Essen
E-Mail: florian.schacht@uni-due.de

Joachim Escher; Leibniz Universität Hannover
E-Mail: escherifam.uni-hannover.de

Reinhard Oldenburg; Universität Augsburg
E-Mail: reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de

Frank Herrmann; Philipp-Melanchthon-Gymnasium Schmalkalden
E-Mail: frank.herrmann@mnu.de

Advertisement for mathematical competitions

Antonella Perucca

Life is full of challenges. We have to perform under time constraints, and we have to give our best. Our performance is often compared to that of others. A mathematical competition for high-school pupils is yet another challenge. And, independently of the outcome, it is valuable training for university admission tests and for university exams in general (are pupils aware of this?).

The so-called mathematical olympiads have various rounds. The best participants are admitted to the next round, then to the national final. And a handful of pupils can participate in the International Mathematical Olympiad (IMO). During this process almost everyone is a loser at some point. It is instructive for pupils to see others who are better, this gives a perspective that one may not gain within one's own class or school.

In any case, pupils should not be discouraged by a less-than-excellent performance in the mathematical olympiads. Luckily, there is no need to score well in order to get a mathematical degree or to be successful later on. In fact, only a fraction of mathematicians are able to solve IMO problems. Moreover, mathematicians mostly don't solve problems under time pressure, they rather develop theories over many years in a collaborative way. And doing research in mathematics requires a broad set of skills. For example, perseverance and creativity. The art of simplifying a complex problem paving the way to the more general case. The capacity of brainstorming and working with others. I believe that pupils could be told all of this.

At least for advanced mathematical competitions, training is crucial. In general, training makes a difference. Of course, pupils should not feel less capable just because others trained more (is there enough awareness on this point?). Extensive training is not for everyone, as it takes will and a lot of time. In fact, some pupils think that they don't like maths enough just because they don't take up mathematical competitions as a serious hobby. However, they could be told that it's perfectly legal to like many different things, and only specialize in one subject starting with the university. Luckily, there is also a middle way: some training is better than no training, and what one learns beyond school mathematics might be helpful later on.

Last but not least, mathematical competitions are social events: they are a way to meet pupils of the same age who share their passion for science. This allows for extraordinary exchanges and it is very inspiring in itself. Some of these friendships last forever.

The author is the organizer of the Luxembourgish mathematical competition "Math Day" for all high-school pupils who like mathematics. The collection of past problems (in English, French and German) is freely available on this webpage: math.uni.lu/mathday-ex

Antonella Perucca, University of Luxembourg
E-Mail: antonella.perucca@uni.lu

Neues aus der GDM-Nachwuchsvertretung

Malina Abraham, Ömer Arslan, Lisa Birk, Marco Böhm, Norbert Noster und Franziska Tilke

In den vergangenen Monaten widmeten sich die Mitglieder der GDM-Nachwuchsvertretung der Durchführung, Planung und Koordination unterschiedlicher Angebote für Nachwuchswissenschaftler:innen. Mit diesem Beitrag wird auf der einen Seite ein Rückblick auf vergangene Aktivitäten und auf der anderen Seite ein Ausblick auf bevorstehende Angebote gegeben.

Zu Beginn möchten wir uns bei den ausgeschiedenen Mitgliedern für das langjährige Engagement und die gemeinsame Zeit bedanken. Mit Laura Graewert (Universität Siegen), Michael Nickl (IPN Kiel, TU München) und Fabian Rösken (Universität Duisburg-Essen) begrüßen wir drei neue Mitglieder in der Nachwuchsvertretung und freuen uns auf die Zusammenarbeit.

Herbsttreffen 2023

Im Oktober 2023 fand das Herbsttreffen der Nachwuchsvertretung am Institut für grundlegende und inklusive mathematische Bildung der Universität Münster statt. Wir nutzten die zwei Tage, um intensiv an der Vorbereitung des Nachwuchstages auf der GDM-Jahrestagung zu arbeiten, über zukünftige Online-Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs zu diskutieren sowie die Entwicklung neuer Angebots- und Unterstützungsformen zu Karrierewegen voranzutreiben.

Nachwuchstag 2024 und 2025

Wir freuen uns darauf, die vielen teilnehmenden Nachwuchswissenschaftler:innen auf dem Nachwuchstag der Jahrestagung der GDM 2024 in Essen kennenlernen zu dürfen. Dieser beginnt bereits am Sonntag, den 3. März 2024, vor der offiziellen Tagungsöffnung. Dort bieten wir unter anderem Workshops zu den Themen *Vorträge halten*, *wissenschaftliches Schreiben*, *Poster gestalten*, *Selbst- & Zeitmanagement*, *Umgang mit Literatur* und *Open Science* an. Weiterhin wird es die Möglichkeit geben, den eigenen Vortrag für die Tagung zu proben und sich Feedback dazu einzuholen. Mit zwei Networking-Runden endet der inhaltliche Teil des Sonntags und wir gehen gemeinsam zum Abendessen ins *Cafe & Bar Celona*. Weiterhin gehört eine zweite Workshopschiene (zu den oben genannten Themen) am Montagmorgen zu unserem Angebot. Im Anschluss

gibt es erneut die Möglichkeit für Probevorträge. Nach einer Abschlussrunde enden wir mit einer Talkrunde: bereits promovierte Gäste beantworten euch dort Fragen rund um die Themen Promotion und Karrierewege.

Alle aktuellen Informationen zu unseren Angeboten während der Tagung findet ihr auf der Homepage der GDM-Tagung:

gdm-tagung.de/Nachwuchstag

Wir freuen uns über die hohen Anmeldezahlen für den Nachwuchstag 2024. Diejenigen, die dieses Jahr noch keinen Platz erhalten haben oder gerade erst ihre Promotion beginnen, dürfen sich schon auf den nächsten Nachwuchstag auf der Jahrestagung 2025 in Saarbrücken freuen.

Nachwuchsprogramm während der GDM-Jahrestagung 2024

Während der Tagung werden für fortgeschrittene Nachwuchswissenschaftler:innen am Montag ein Workshop zu *DFG-Anträgen* (Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski) und am Donnerstag die Workshops *Didaktische Vorlesung* (Jürgen Roth) und *Wissenschaftliches Publizieren* (Aiso Heinze) sowie ein *Karriereforum* (Raja Herold-Blasius, Solveig Jensen & Daniel Walter) angeboten.

Zu einem informellen Austausch laden wir den gesamten Nachwuchs am Dienstag beim Kneipenabend in das Brauhaus *Der Löwe* ein.

Wir bedanken uns bei allen Workshop- und Beitragleitenden für die Unterstützung beim Nachwuchsprogramm vor und während der GDM-Jahrestagung ganz herzlich!

Nachwuchskonferenz 2024

Wir freuen uns sehr, dass Prof. Daniel Sommerhoff (IPN Kiel) im Jahr 2024 die nächste Nachwuchskonferenz ausrichten wird. Die Nachwuchskonferenz bietet dem wissenschaftlichen Nachwuchs die Möglichkeit, sich im Bereich wissenschaftlicher Methoden weiterzubilden, neue Anregungen für das eigene Qualifikationsvorhaben zu gewinnen und sich untereinander auszutauschen und zu vernetzen. Weitere Informationen zur Anmeldung folgen 2024 u. a. über die E-Mailverteiler.

Karrierewege nach der Promotion

Als Nachwuchsvertretung sind wir weiterhin bemüht, neue informative Angebote zur Verfügung zu stellen. Wir arbeiten derzeit daran, für den wissenschaftlichen Nachwuchs verschiedene Karrierewege nach einer mathematikdidaktischen Promotion vorzustellen.

Dabei sollen nicht nur die bereits bekannten Wege, wie der Einstieg in eine PostDoc-Stelle, eine (Junior-)Professur oder der Übergang in den Schuldienst, beleuchtet werden, sondern auch weniger prominente Karrierewege zum Transfer der wissenschaftlichen Erkenntnisse in die unterschiedlichsten Bereiche ihren Platz finden. Um die Vielfalt dieser Möglichkeiten abzubilden, möchten wir Steckbriefe zu den verschiedenen beruflichen Profilen erstellen, die im nächsten Schritt auch auf der Website der Nachwuchsvertretung veröffentlicht werden sollen.

Wo hat Ihr Karriereweg Sie hingeführt? Sind oder waren Sie beispielsweise schon einmal an der Arbeit in Ministerien oder bei der Erstellung von Schulbüchern beteiligt oder haben einen ganz anderen Weg nach der Promotion eingeschlagen? Wir würden uns sehr freuen, wenn Sie Ihren Karriereweg darstellen würden und dadurch jungen Forschenden einen Einblick geben, wo der eigene Karriereweg möglicherweise auch hinführen kann. Wir freuen uns, von Ihrem Weg zu erfahren und über Ihre Unterstützung. Schreiben Sie uns gerne per Mail an lisa.birk@uni-muenster.de

Anregungen und Feedback

Als Nachwuchsvertretung sind wir offen für Anregungen und freuen uns über jegliches Feedback. Gerne nehmen wir auch Vorschläge und Angebote für Workshop-Beiträge auf kommenden Jahrestagungen der GDM oder auch außerhalb der Konferenzen als Online-Angebot entgegen. Außerdem suchen wir regelmäßig nach neuen motivierten Mitgliedern, spricht uns bei Interesse einfach an.

Schreiben Sie bzw. ihr uns hierzu einfach: nachwuchsvertretung@didaktik-der-mathematik.de

Malina Abraham, Technische Universität Dortmund
E-Mail: malina.abraham@tu-dortmund.de

Ömer Arslan, Universität Duisburg-Essen
E-Mail: oemer.arslan@uni-due.de

Lisa Birk, Universität Münster
E-Mail: lisa.birk@uni-muenster.de

Marco Böhm, Universität Koblenz
E-Mail: mboehm@uni-koblenz.de

Norbert Noster, Universität Würzburg
E-Mail: norbert.noster@uni-wuerzburg.de

Franziska Tilke, Universität Münster
E-Mail: f.tilke@uni-muenster.de

Jahresbericht 2023 GDM Schweiz

Esther Brunner

Die Jahrestagung 2023 fand am 20./21. 1. 2023 in Zug an der Pädagogischen Hochschule statt. Erstmals führten wir für die GDM Schweiz eine verlängerte Tagung durch mit einem ganztägigen Programm am Freitag – wie bisher – und zusätzlich der Möglichkeit für eine fakultative Vertiefung in eines von zwei Workshopangeboten am Samstagvormittag.

Die Tagung am Freitag stand unter dem Motto „Fachdidaktik und Fachlichkeit“. Esther Brunner führte anhand eines interessanten Artikels von Sabine Reh (2018) in die Thematik ein und zeichnete die Entwicklung der Fachdidaktiken als Wissenschaften im Schweizer Diskurs kurz nach. Als Meilensteine dieser Entwicklung lässt sich 1991 ein Aufsatz von Kurt Reusser finden, der die Fachdidak-

tiken als „grenzüberschreitende und eigenständige Disziplin“ verortet (S. 224). Es folgte eine Phase der Entwicklung und Etablierung der Fachdidaktiken insbesondere in der Aus- und Weiterbildung an den Pädagogischen Hochschulen (Heitzmann, 2013) mit einer zunehmenden Professionalisierung (Heitzmann & Pauli, 2015).

Das erste Referat, das Prof. Dr. Kristina Reiss, TU München, nach der Begrüßung hielt, stand unter dem Titel „Über das Lernen und seine Inhalte: Der Beitrag der Mathematikdidaktik“. Darin beleuchtete Kristina Reiss an zahlreichen Beispielen, insbesondere aus dem Themenbereich „Daten und Wahrscheinlichkeit“, wie wichtig der Blick auf die Inhalte ist, wenn man über das Lernen – und Lehren – nachdenkt und forscht und zeigte damit die

Eigenständigkeit und die Vernetztheit von Fachdidaktik exemplarisch auf. Das zweite Referat hielt Prof. Dr. Sabina Larcher, Pädagogische Hochschule Thurgau (PHTG), in ihrer Eigenschaft als Vorstandsmitglied der Kammer PH von swissuniversities. In ihrem Kurzreferat zeigte sie auf, welchen Impact die Fachdidaktikstrategie von swissuniversities auf die Weiterentwicklung der Fachdidaktiken in der Schweiz hat bzw. hatte und welche Herausforderungen sich künftig stellen.

Nach der Mittagspause in der Mensa der PH Zug – die Kosten für das Essen wurden von der GDM Schweiz übernommen – führte Esther Brunner durch die Mitgliederversammlung. Als Stimmzählende wurden Martin Lacher und Eliane Liechti gewählt. Die Traktanden der Versammlung wurden speditiv abgewickelt. Die Ergebnisse können im Protokoll der Mitgliederversammlung der GDM Schweiz nachgelesen werden. Nebst Jahresbericht, Jahresrechnung und Budget fürs Folgejahr wurde unter dem Traktandum „Verschiedenes“ auch ein Überblick über die äusserst schmalen und sehr unterschiedlichen Dotationen (in Form von Anzahl der ECTS) Mathematik (Fachwissenschaft und Fachdidaktik) an den einzelnen PHs für die Primarausbildung gegeben. Barbara Drollinger-Vetter informierte über das neue Angebot „MatheTalk“ und lud alle herzlich zu diesen online-Veranstaltungen ein.

Im Anschluss an die Mitgliederversammlung folgten zwei Atelier-Slots, die in der Mitte von einer Postersession unterbrochen wurde. Es wurden zahlreiche Ateliers angeboten von vielen Kolleginnen und Kollegen (Kurt Hess, Priska Fischer-Portmann, Simona Geissbühler, Kristina Hähn; Georg Bruckmaier; Isabelle Gobeli-Egloff; René Schelldorfer; Martin Lacher; Beat Wälti; Heid Dober; Kristina Hähn). Ihnen allen ein ganz herzliches Dankeschön für ihre tollen Beiträge! Im Anschluss an die Tagung lud die PH Zug alle der rund 70 Anwesenden zu einem Apéro ein.

Am Samstagvormittag fanden dann für ca. 40 Teilnehmende erstmals zwei fakultative Workshopangebote zur Wahl statt, die auf grosses Interesse stiessen: Bernd Wollring stellte in seinem dreistündigen Workshop das Konstruieren von und mit Sprache ins Zentrum der gemeinsamen Arbeit und Kristina Reiss bearbeitete mit Gummibärchen den Umgang mit Daten, Unsicherheit, Vermutungen und Hypothesen.

Ein besonderer Dank geht an Priska Fischer und Kurt Hess für die Einladung an die PH Zug und ihre tatkräftige Unterstützung bei der Organisation der Tagung.

Die Tagung mit der Option der Verlängerung stiess auf erfreuliches Interesse. Diese zusätzliche Möglichkeit der Anreise am Vorabend mit gemein-

samem Nachtessen und Übernachtung im gleichen Hotel wurde rege genutzt. Die sehr positiven Rückmeldungen dazu haben den Vorstand darin bestärkt, ein solches Angebot auch zukünftig einzuplanen.

Fachdidaktische Diskussion

Im September wurde nach einer längeren Covid-bedingten Pause wieder eine fachdidaktische Diskussion durchgeführt. Diese erfolgte erstmals online. Es nahmen rund 50 Kolleginnen und Kollegen daran teil. Im Mittelpunkt des Erfahrungsaustausches stand die Mathematikausbildung in den neuen Studiengängen für Quereinsteigende oder auch in berufsintegrierten Studiengängen sowie Angebote für Lehrpersonen ohne Diplom. Dazu gab Bernhard Dittli einen Überblick über verschiedene aktuelle Entwicklungen an den verschiedenen PHs. Martin Rothenbacher und Roland Pilous berichteten von ihren Erfahrungen aus Mathematikkursen mit diesen neuen Studierenden (Quereinsteigende). In einer nachfolgenden Diskussion wurden diese Erfahrungen weiter besprochen und mit eigenen Eindrücken ergänzt. Die abschliessende Plenumsdiskussion ergab, dass diese neue Studierendenschaft insbesondere durch grosse Motivation auffällt, dass die Rahmenbedingungen der Studierenden, die zu wenig Zeit für das Selbststudium und die Vor- und Nachbereitung einplanen, aber auch schwierig und herausfordernd sind. Grundsätzlich wurde eher gewarnt vor zu vielen verschiedenen Studienvarianten und für eine stärkere Angebotssteuerung plädiert. Die Ergebnisse der Plenumsdiskussion können im internen Bereich der Website nachgelesen werden.

Vorstandssitzungen und Geschäfte

Der Vorstand traf sich auch in diesem Jahr zu insgesamt sechs Sitzungen. Sämtliche Sitzungen wurden in Form von Videokonferenzen durchgeführt, was sich sowohl bezüglich Terminfindung wie auch zeitlichem Aufwand für den Vorstand bewährt. Eine Sitzung soll aber jeweils zukünftig wieder in Präsenz durchgeführt und mit einem Nachtessen der Vorstandsmitglieder und den kürzlich aus Ämtern verabschiedeten und den neuen Kolleginnen und Kollegen abgeschlossen werden.

Die erste Sitzung im Februar stand im Zeichen der Festlegung des Jahresprogramms, des Rückblicks auf die durchgeführte Jahrestagung vom Januar sowie einem Ausblick auf Jahrestagungen 2024-2026. Weiter wurden Ideen für eine fachdidaktische Diskussion diskutiert. Die Märztagung wurde insbesondere für die Planung der Jahrestagung 2024 und für die inhaltliche Festlegung einer

fachdidaktischen Diskussion im September eingesetzt. Diese Themen beschäftigten uns auch an der dritten Sitzung im Mai, die zudem ergänzt wurde durch Informationen aus der ICMI, die Stephan Schönenberger als ICMI representative einbrachte. In der Juni-, August- und September-Sitzung wurden die eigenen Veranstaltungen – Jahrestagung und Fachdidaktische Diskussion – geplant und ausgewertet. Es wurden weitere Anlässe diskutiert (z. B. MatheTalk 2, Online-Referat zu innovativer Lehre im Rahmen des PgB-Projektes). Die letzte Sitzung im November schliesslich bereinigte letzte Geschäfte und Fragen zur Organisation der Jahrestagung 2024 und griff das Thema Website GDM Schweiz auf, das im neuen Jahr vertieft bearbeitet werden soll.

Weitere Anlässe und Sitzungen

Der Beirat der GDM traf sich an zwei mehrstündigen online Sitzungen, um diverse Geschäfte zu diskutieren. Zudem fanden verschiedene Absprachen zu Stellungnahmen usw. auf dem schriftlichen Weg statt. Als Schweizer Vertretung im Beirat der GDM hat Esther Brunner daran teilgenommen.

Für die KOFADIS (Konferenz Fachdidaktiken Schweiz) fand im Kalenderjahr 2023 keine Sitzung statt.

Dank

Auch in diesem Kalenderjahr konnte die GDM Schweiz immer auf die tatkräftige und konstruktive

Unterstützung der Mitglieder zählen, sei es durch das Anbieten eines Ateliers an der Jahrestagung, durch die Teilnahme an verschiedenen Anlässen, durch Hinweise und Informationen aus einzelnen PHs an alle oder durch Rückmeldungen und Vorschläge, die uns weiterbringen. Erstmals – seit der Gründungszeit eines losen Arbeitskreises in den 1970er Jahren – wieder eine verlängerte Tagung mit Übernachtungsmöglichkeit durchzuführen, war nur möglich durch die Mithilfe zahlreicher Kolleginnen und Kollegen, allen voran den Kolleginnen und Kollegen der PH Zug, die die Tagung vor Ort möglich gemacht haben und den Vorstandsmitgliedern der GDM Schweiz durch ihren riesigen Einsatz für unseren Verein. Ein weiterer, ganz besonderer Dank geht an Marianne Walt von der Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL. Marianne vertritt diese befreundete Gesellschaft seit nunmehr zehn Jahren bei uns im Vorstand der GDM CH und wir blicken auf eine sehr konstruktive und gelungene Zusammenarbeit zurück. Ende dieses Jahres wird Marianne den Stab weitergeben: Eliane Liechti von der PH NMS Bern wird neu die Verantwortung für diese Arbeitsgruppe der SGL übernehmen und in dieser Eigenschaft im Vorstand der GDM Schweiz als Gast an den Sitzungen teilnehmen.

Esther Brunner, PH Thurgau
E-Mail: esther.brunner@phtg.ch

Protokoll der Mitgliederversammlung der GDM am 10. 5. 2023

Zeit: 15.00 Uhr bis 17.06 Uhr

Der erste Vorsitzende Reinhard Oldenburg begrüßt die Teilnehmenden zur hybriden Mitgliederversammlung. Er erklärt den Teilnehmenden, dass diese Form der Mitgliederversammlung und ebenso die im Rahmen der Mitgliederversammlung stattfindenden digitalen Abstimmungen rechtskonform sind.

Zunächst bittet Reinhard Oldenburg um eine Schweigeminute zum Gedenken an die seit der letzten Mitgliederversammlung verstorbenen Kolleginnen und Kollegen:

- Werner Böddeker
- Angela Herrmann
- Isolde Kinski

- Brigitte Spindeler
- Reinhard Strehl
- Rainer Woschek

TOP 1: Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Gegen das im Heft 114 der *Mitteilungen der GDM* (S. 51–55) enthaltene Protokoll der Mitgliederversammlung vom 1. 9. 2022, welche im Rahmen der GDM-Tagung in Frankfurt stattgefunden hat, werden keine Einwände erhoben. Die ebenfalls im Heft 114 der *Mitteilungen der GDM* (S. 55) abgedruckte Fassung der Tagesordnung wird ohne Änderungen beschlossen.

TOP 2: Bericht des Vorstands

1.1 Aktuelles aus Vorstand und Beirat

Reinhard Oldenburg berichtet über die seitens des Vorstands wahrgenommenen Termine:

- 2022/23 Monatliche digitale Sitzungen des Vorstands mit Geschäftsführung (Karoline Haier bis 3/23, Franziska Sommerlade seit 4/23)
- 2022/23 Regelmäßige Teilnahme am 2. Teil der DMV-Präsidiumssitzungen
- 2. 3. 23 MNU-Treffen zur Lehrerbildung
- 8. 5. 23 Mitgliederversammlung der GFD
- 5. 5. 23 Gemeinsame Sitzung von Vorstand und Beirat

Im Rahmen der gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat am 05.05.2023 wurden Esther Brunner, Gilbert Greefrath, Lieven Verschaffel, Andreas Obersteiner, Frank Lipowsky in das JMD Beratungskomitee gewählt. Andreas Obersteiner ist als Herausgeber ausgeschieden. Stefan Ufer wurde zur Nachfolge gewählt.

2023 wird keine GDM-Jahrestagung stattfinden, dies ist aufgrund der immer noch angespannten Pandemielage sicherlich sinnvoll.

2024 findet die GDM-Jahrestagung in Essen statt, 2025 in Saarbrücken und 2026 in Wuppertal.

Es wird nach einem Veranstalter für 2027 gesucht. Reinhard Oldenburg bittet darum, dass sich interessierte Standorte an den Vorstand wenden.

1.2 Forschungs- und Nachwuchsförderung

Frank Reinhold stellt stellvertretend für Anke Lindmeier die Eckdaten des DFG-Antragsworkshop der GDM und GDCh vom 26. bis zum 27. April 2024 vor. Der Workshop wird an der Friedrich-Schiller-Universität Jena stattfinden. Ausrichtende sind Anke Lindmeier und Constanze Schadl. Es wird darum gebeten, dass eine Interessensbekundung zur Einreichung einer Skizze unter Angabe des Themenbereichs und des Titels bis Ende Oktober 2023 erfolgen soll. Die Einreichung des ausgearbeiteten Skizzenentwurfs muss bis Mitte Februar 2024 erfolgen. Der Workshop richtet sich an alle promovierten Wissenschaftler*innen im Bereich Didaktik der Mathematik, Chemie oder Physik (und verwandten Bereichen), die bisher noch keine DFG-Förderung (Sachbeihilfe) eingeworben haben. Dabei werden DFG-erfahrene Expert*innen aus den genannten Bereichen und den Bildungswissenschaften mit möglichst guter Passung zum Themenbereich die Skizzen lesen die Antragskizzen und die Antragsstellenden individuell beraten. Die GDM und GDCh unterstützt die Ausrichtung des Workshops finanziell, um die DFG-fähige Forschung in unseren Fachgesellschaften zu fördern. Die Teilnehmenden zahlen nur Reise- und Übernachtungskosten.

Gerrit Loth stellt das vielfältige Programm des GDM-Nachwuchses vor. In den letzten Monaten hat es eine Weiterführung der Online-Angebote des GDM-Nachwuchses gegeben. Im Rahmen des Net(t)-Working Programms wurden bzw. werden die folgenden drei Veranstaltungen angeboten:

- 17. 4. 23 Karriere mit Kind (Daniel Sommerhoff, Raja Herold-Blasius, Johanna Schönherr)
- 15. 5. 23 Publizieren (Maike Schindler)
- 19. 6. 23 Von der Forschungsfrage zur Forschungsmethode (Andreas Eichler)

Ebenso gab und gibt es Angebote für PostDocs:

- 4. 4. 23 Publizieren in Zeitschriften (Andreas Obersteiner)
- 2. 5. 23 Drittmittel-Möglichkeiten (Susanne Prediger)
- 6. 6. 23 Berufungsverfahren (Daniel Sommerhoff)

Zudem wird es im Rahmen der GDM-Tagung 2024 in Duisburg/Essen erneut ein umfangreiches GDM-Nachwuchsprogramm geben. Details hierzu werden zu einem gegebenen Zeitpunkt veröffentlicht.

Weiterhin weist Gerrit Loth auf die Möglichkeit hin, mit den Vertrauensprofessor/innen Hedwig Gasteiger und Rudolf Sträßer bei Bedarf in Kontakt zu treten.

Die Orte der kommenden GDM-Nachwuchskonferenzen stehen bereits fest. In 2023 wird die GDM-Nachwuchskonferenz vom 18. bis 22. 9. 23 in Duderstadt stattfinden, in 2024 übernimmt das IPN in Kiel die Ausrichtung der GDM-Nachwuchskonferenz. Diese wird vom 9. bis zum 13. September 2024 in Bad Malente stattfinden. Für die Nachwuchskonferenz 2025 werden Gespräche mit möglichen Ausrichtenden geführt. Gerrit Loth weist an dieser Stelle darauf hin, dass die Nachwuchsvertretung immer auf der Suche nach ausrichtenden Standorten für die GDM-Nachwuchskonferenz ist. Bei Interesse kann die GDM-Nachwuchsvertretung gerne direkt angesprochen werden.

An dieser Stelle gibt Reinhard Oldenburg weiterführende Hinweise zur Anmeldung der bald stattfindenden GDM-Nachwuchskonferenz vom 18. bis zum 22. September 2023 in Duderstadt. Daniel Sommerhoff gibt – stellvertretend für das Planungskomitee – Einblicke in den aktuellen Planungsstand zur GDM-Nachwuchskonferenz vom 9. bis zum 13. September 2024 in Bad Malente.

Anschließend weist Reinhard Oldenburg darauf hin, dass der Call zur Einreichung ausgezeichneter Dissertationen, die für einen GDM-Förderpreis 2024 in Frage kommen würden, am 1. 7. 2023 endet. Zu den Einreichungsunterlagen gehören eine gedruckte Belegkopie und eine elektronische Version (barrierefrei) der Dissertation sowie ein etwa zweiseitiges Begründungsschreiben. In der Regel erfolgen

die Vorschläge für den GDM-Förderpreis durch die Erstbetreuende bzw. den Erstbetreuenden der Dissertation.

1.3 *Gemeinsame Kommission Übergang Schule–Hochschule*

Reinhard Oldenburg berichtet stellvertretend für die Sprecher/innen von den Aktivitäten der gemeinsamen Kommission „Übergang Schule-Hochschule“. Seit der letzten GDM-Mitgliederversammlung hat es drei Sitzungen dieser Kommission gegeben. Im Oktober 2022 wurde in Münster die Fachtagung zur „Gestaltung eines konstruktiven Übergangs von Schule zur Hochschule – Konkretisierung des Maßnahmenkatalogs“ nachbereitet. In zwei weiteren Sitzungen (seit Dezember 2022) wurden die Aufgaben und Ziele der Kommission durch deren Mitglieder neu diskutiert, denn seit 2013 wurden die Arbeitsgrundlagen der Kommission nicht mehr angepasst. Man hat sich auf drei zentrale Schwerpunktthemen geeinigt, die nun von Unterarbeitsgruppen diskutiert werden: Einsatz digitaler Mathematik-Werkzeuge im Übergang Schule-Hochschule, Ausweitung der Kommissionsaktivitäten auf die Bereiche sämtlicher Hochschulzugangsbeschränkungen und Studiengängen mit mathematischem Grundlagenstudium sowie die Klärung der Rolle der Kommission bei der Identifizierung der Kommunikation sowie der politischen Lobbyarbeit von Forschungsbedarfen. Ferner bemerkt Reinhard Oldenburg, dass das Sprecheramt der Kommission seit Januar 2023 erstmalig von Seiten der GDM besetzt ist (Reinhard Hochmuth). Ein Rückblick auf zehn Jahre Kommissionsarbeit sowie eine Überarbeitung der Webseite der Kommission sind in Vorbereitung.

1.4 *Gemeinsame Kommission Lehrkräftebildung*

Katja Lengnink berichtet als ständiges beratendes Mitglied der Kommission Lehrkräftebildung über die Aktivitäten des letzten Jahres. Am 23. 11. 2022 wurde das gemeinsame Positionspapier der DMV, GDM und MNU zum Thema „Standards einhalten bei der Bekämpfung des akuten Lehrkräftemangels im Fach Mathematik“ veröffentlicht. Diesbezüglich ist ein ausführlicherer Übersichtsbeitrag zu Maßnahmen in den einzelnen Bundesländern in Vorbereitung. Ferner ist ein Symposium zum Thema „(Maßnahmen gegen den) Lehrkräftemangel im Fach Mathematik“ in Planung.

1.5 *Bericht Schriftführung*

Daniela Götze berichtet über den Stand und die Entwicklung der Mitgliederzahlen. Zum 27. 4. 2022 kann der Verein 1267 Mitglieder verzeichnen. Das sind zwei Mitglieder weniger als bei der letzten Mitgliederversammlung. Bemerkenswert ist, dass

es erstmalig mehr weibliche als männliche Mitglieder in der GDM gibt. Weiterhin stellt Daniela Götze den neuen Webauftritt der GDM-Mitteilungen vor und gibt einen Einblick in die Downloadzahlen der Einzelbeiträge. Der am häufigsten heruntergeladene Artikel stammt von Heinrich Winter aus dem Jahr 1995 mit dem Titel „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung“ (11 877 Downloads).

TOP 3: Bericht des Kassensführers und der Kassensprüferin

Torsten Fritzlär verliest den Kassenbericht für das Geschäftsjahr 2022. Einnahmen in Höhe von 102.396 € standen Ausgaben in Höhe von 131.320 € gegenüber. Damit hat eine Abschmelzung des Vereinsguthabens um 28.924 € stattgefunden. Zum 31. 12. 2022 befanden sich 128.175,82 € auf dem Konto der GDM. Dem Vorstand der GDM ist durchaus bewusst, dass das Vereinsguthaben weiterhin abgeschmolzen werden muss. Für das Jahr 2023 wird in der Finanzplanung daher ein Saldo von etwa –38.100 € unter dem Vorbehalt, dass die Mitgliederversammlung einer Beitragssenkung für 2023 zustimmt, vorgesehen.

1.5.1 *Bericht der Kassensprüferin*

Gabriela Schürch berichtet: Der Jahresabschluss per 31. 12. 2022 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM) wurde vom 9. 5. bis 10. 5. 2023 in Luzern geprüft. Überprüft wurden alle Kontoauszüge von 2022, alle Belege des überprüften Zeitraumes, alle Einnahmen und Ausgaben auf rechnerische und sachliche Richtigkeit, alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten sowie das Kassenbuch und die Buchhaltung.

Ergebnis der Überprüfung:

- Alle Belege sind vollständig vorhanden. Sie wurden chronologisch und übersichtlich und nachvollziehbar nachgewiesen.
- Erforderliche Auskünfte wurden umfassend erteilt.
- Alle Ein- und Ausgaben waren vollständig, rechnerisch und sachlich richtig und nachvollziehbar dokumentiert.
- Alle Unterlagen über Forderungen und Verbindlichkeiten wurden vollzählig nachgewiesen und entsprechen den buchhalterischen Anforderungen.

Finanzbestände des Vereins:

- Anfangsbestand per 1. 1. 2022 151.370,05 €
- Endbestand per 31. 12. 2022 128.175,82 €

Unter Beachtung des Ergebnisses wurde der Mitgliederversammlung die Entlastung des Vorstandes empfohlen.

Gabriele Kaiser beantragt die Entlastung des Vorstandes. Der Entlastung wird einstimmig zugestimmt.

TOP 4: Festsetzung der Mitgliedsbeiträge

Der Vorstand schlägt eine Reduzierung um 20 % für das Beitragsjahr 2023 vor.

Gabriele Kaiser bittet um Prüfung, inwiefern der Verein offiziell Rücklagen bilden darf. Der Vorstand wird sich diesbezüglich rechtlich beraten lassen.

Ferner wird von der Mitgliederversammlung angeregt, die Beiträge gestaffelt zu reduzieren: Für reguläre Mitglieder 10 %, für ermäßigte Mitglieder 50 %. Es findet eine Abstimmung statt. Zur Auswahl stehen:

- (a) Eine Reduktion der Mitgliederbeiträge für alle um 20 %
- (b) Eine Reduktion der Mitgliederbeiträge für reguläre Mitglieder um 10 % und für ermäßigte Mitglieder um 50 %
- (c) Keine Reduktion der Mitgliederbeiträge

Das Ergebnis der Abstimmung lautet: 40 % für (a), 49 % für (b) und 11 % für (c). Damit wird der Vorschlag (b) angenommen.

TOP 5: Wahlen: 1. Vorsitzende/r; Kassensführer/in; Beirat und Kassensprüfer/in

Folgende Positionen sind zu besetzen: 1. Vorsitzende/r; Kassensführer/in; Beirat und Kassensprüfer/in

1. Vorsitz

Katja Lengnink schlägt Reinhard Oldenburg zur Wiederwahl vor. Er hat das Amt in den letzten Jahren sehr professionell ausgeführt. Es gibt keine weiteren Vorschläge. Reinhard Oldenburg wird gewählt (69 ja, 0 nein und 4 Enthaltungen). Reinhard Oldenburg nimmt die Wahl dankend an.

Kassensführer/in

Torsten Fritzlär kann nicht wiedergewählt werden. Reinhard Oldenburg dankt daher Torsten Fritzlär für seine Bemühungen in den letzten sechs Jahren. Susanne Schnell schlägt Carina Büscher (geb. Zindel) zur Kassensführerin vor. So hat sie sich in den letzten Jahren sehr durch ihre Mitarbeit in Arbeitskreisen und bei der Erstellung des Positionspapiers „Digitalisierung“ für die GDM engagiert. Carina Büscher wird gewählt (64 Ja-Stimmen; 0 Nein-Stimmen; 7 Enthaltung). Carina Büscher nimmt die Wahl dankend an.

Kassensprüfer/in

Torsten Fritzlär schlägt Gabriela Schürch als Kassensprüferin vor (Wiederwahl). Frau Schürch wird mit zwei Gegenstimmen gewählt. Sie nimmt die Wahl dankend an.

Beirat

Aufgrund der pandemiebedingten nicht stattgefundenen Wahlen in 2020, ist nur eine Beiratsstelle neu zu besetzen. In den kommenden Jahren werden jeweils fünf Personen in den Beirat nachgewählt, sodass die ausgefallene Wahl wieder kompensiert wird.

Gilbert Greefrath schlägt Maike Abshagen vor. Sie wird gewählt (55 Ja-Stimmen; 0 Nein-Stimmen; 15 Enthaltung). Da Maike Abshagen persönlich nicht anwesend ist, wird sie vom Vorstand schriftlich gefragt, ob sie das Amt annimmt.

TOP 6: GDM-Jahrestagung 2024 in Essen

Fabian Rösken informiert über die 57. GDM-Jahrestagung, die vom 4. 3. 2024 bis zum 8. 3. 2024 auf dem Universitätscampus in Essen stattfinden wird. Das Motto der Tagung lautet „gestern – heute – morgen“. Es wird zur Mitgestaltung des Tagungsangebots aufgerufen. Dieser Aufruf richtet sich vor allem an die Sprecher:innen der GDM-Arbeitskreise sowie an Personen, die an der Einreichung eines Minisymposiums interessiert sind. Ferner wird ein kurzer Einblick in die Tagungshomepage gegeben.

TOP 7: Zeitschriften

7.6 *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*

Dominik Leiß berichtet stellvertretend für das gesamte JMD-Herausgeber/innen-Team über die Entwicklungen des JMD. Es werden detaillierte Einblicke in die Anzahl der eingereichten, akzeptierten, abgelehnten sowie zurückgezogenen Beiträge 2022 gegeben. Erfreulicherweise ist das Zitationsindex in 2022 weiter gestiegen. Ebenso sind die Downloadzahlen nochmals deutlich gestiegen. Nach Rücksprache mit dem Beratungskomitee hat sich das Herausgeber/innen-Team für die Umstellung auf CAP (Continuous Article Publishing) entschieden. Hierdurch wird jeder fertige Artikel unmittelbar einem Issue zugewiesen, hat dadurch zwar keine fortlaufenden Seitenzahlen mehr, kann aber sofort von allen Indexing Services unmittelbar verarbeitet und zitiert werden. Ebenso hat sich nach Rücksprache mit dem Beratungskomitee das Herausgeber/innen-Team für die Umstellung auf das double blind Begutachtungsverfahren entschieden. Hierzu wird es zeitnah neue Autor/innenhinweise geben. Aktuell wird mit dem Springer Verlag über eine Möglichkeit des papierlosen Zeitschriftenabos diskutiert. Dominik Leiß bedankt sich abschließend insbesondere bei allen Gutachtenden, denn um die Prozesse für die Publizierenden verlässlich gestalten zu können, sind die Herausgebenden auf die Unterstützung und Expertise der Gutachtenden angewiesen.

7.7 ZDM

Gabriele Kaiser berichtet über die erfreulich starke Entwicklung des impact factor des ZDM. Dieser lag Ende Juni 2023 bei 2,481 (zum Vergleich: 2021 lag der impact factor noch bei 1,616). Dies bestätigt die international bedeutende und zunehmend wachsende Stellung der Zeitschrift. Weiterhin gibt Gabriele Kaiser einen Überblick über länderspezifische Einreichungen und Veröffentlichungen sowie über die meistzitierten Artikel der Jahre 2019 und 2020. Zudem werden die inhaltlichen Schwerpunkte der in 2023 bereits veröffentlichten sowie für 2023 und 2024 geplanten Themenhefte vorgestellt.

7.8 Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis

Gilbert Greefrath berichtet über die Entwicklungen der noch jungen Zeitschrift. In dieser werden im Wesentlichen zwei Beitragsformate veröffentlicht: Beiträge mit Bearbeitung praxisrelevanter Fragestellungen anhand von einzelnen empirischen Studien oder Beiträge, die einen (internationalen) Forschungsstand zu einer praxisbezogenen Fragestellung darstellen. Erfreulicherweise befinden sich aktuell bereits fünf Beiträge in Begutachtung. Weitere Beiträge sind für 2023 angekündigt. Timo Leuders fordert daher die Mitgliederversammlung auf, über mögliche Einreichungen nachzudenken.

7.9 *mathematica didactica*

Benjamin Rott informiert darüber, dass die Zeitschrift *mathematica didactica* zu einem Open Access-Journal mit DOI umgestellt wurde. Die Zeitschrift hat eine neue Homepage (uni-koeln.de/math-did),

über die Artikel auch eingereicht werden können. Pro Kalenderjahr ist ein Themenschwerpunkt eingepflanzt. Darüber hinaus gibt es weitere freie Beiträge, die außerhalb eines speziellen Themenschwerpunktes erscheinen.

7.10 *Der Mathematikunterricht*

Reinhard Oldenburg berichtet stellvertretend für Hans Hummenberger. Die Zeitschrift *Der Mathematikunterricht* erscheint viermal im Jahr und verfolgt das Ziel, eine Verbindung zwischen Wissenschaft, Fachdidaktik und Unterricht zu reflektieren und lebendig zu halten. Die Beiträge können elementarmathematische und fachdidaktische Analysen bis zu Fragen gymnasialer Unterrichtsmethodik adressieren. Die Zeitschrift bietet damit eine Plattform für die universitäre Fachdidaktik und wichtige Anregungen für Mathematiklehrkräfte an Gymnasien, die ihre Unterrichtspraxis reflektieren und vom höheren Standpunkt aus betrachten wollen.

TOP 8: Verschiedenes

Es gibt keine Meldungen.

Reinhard Oldenburg schließt die Sitzung um 17.06 Uhr.

Protokoll: Daniela Götze und Katja Lengnink

Daniela Götze, TU Dortmund

E-Mail: daniela.goetze@tu-dortmund.de

Einladung zur Mitgliederversammlung im Rahmen der GDM-Tagung 2024

Essen, 7. 3. 2024

Ort: Raum R14 R00 A04 Audimax

Beginn: 16.30 Uhr

Tagesordnung

Top 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung

Top 2. Bericht des Vorstands

Top 3. Bericht der Kassenführerin und der Kassenprüferin

Top 4. Entlastung des Vorstands

Top 5. Festsetzung der Mitgliedsbeiträge 2024

Top 6. Wahlen: 2. Vorsitzende:r, Schriftführer:in, Kassenprüfer:in, Beirat

Top 7. GDM-Jahrestagung 2025 in Saarbrücken

Top 8. Zeitschriften

Top 9. Verschiedenes

Daniela Götze, Schriftführerin der GDM

E-Mail: daniela.goetze@tu-dortmund.de

Arbeitskreis: Argumentieren, Begründen und Beweisen

Der Startschuss

Online, Frühjahrstagung, März 2023

Leander Kempen und Michael Meyer

Im Jahr 2022 wurde der GDM-Arbeitskreis „Argumentieren, Begründen und Beweisen“ ins Leben gerufen. Mit Gründung des Arbeitskreises sollte ein Ort geschaffen werden, (i) an dem neue Forschungsansätze zielgruppenspezifisch präsentiert werden können, (ii) systematisch über entsprechende Tätigkeiten diskutiert werden kann, (iii) sich Forscherinnen und Forscher zu entsprechenden Themenbereichen vernetzen können und (iv) gemeinsame Forschungsaktivitäten geplant und initiiert werden können.

Im März 2023 fand der erste Austausch der Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler des Arbeitskreises statt. In der online durchgeführten Veranstaltung haben sich die 21 Beteiligten aus ganz Deutschland und der Schweiz über zwei Tage hinweg mit verschiedenen Aspekten zur Thematik auseinandergesetzt. Die Vorträge zeugten von der breiten thematischen Spanne, die das Themenfeld in der aktuellen Forschungsdiskussion einnimmt. Inhaltlich fokussierten die Beiträge die Themen bzw. Projekte „Prime-E-Proof – Beweisen in der Grundschule“ (Prof. Dr. Melanie Platz, Universität des Saarlandes), „Reflexionen von Lehramtsstudierenden zum Tätigkeitsfeld des mathematischen Argumentierens und Beweisens“ (Prof. Dr. Eva Müller-Hill und Jun-Prof. Dr. Silke Neuhaus-Eckardt, Universität Rostock und Universität Würzburg), „Eta-

blierung eines gemeinsamen situierten Normenverständnisses in Bezug auf beispielgebunden ikonische Beweise in der Grundschullehramtsausbildung“ (Lara Gayer, Technische Universität Dortmund), „Eine strukturalistische Perspektive auf Begründungen im Mathematikunterricht“ (Dr. Frederik Dilling, Universität Siegen) und „Argumentationsprozesse von Grundschüler*innen in empirischen Settings zu fachübergreifenden Phänomenen im Mathematikunterricht“ (Amelie Vogler, Universität Siegen).

In den mit der konstituierenden Sitzung verbundenen Wahlen wurden Prof. Dr. Michael Meyer (Universität zu Köln) und Prof. Dr. Leander Kempen (Universität Greifswald) zur Leitung des Arbeitskreises gewählt. Die erste Präsenz-Sitzung des Arbeitskreises soll im September 2023 in Köln stattfinden. Interessierte Personen können sich gerne auf der Homepage des Arbeitskreises (didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise/) informieren und sich dort auch in den Emailverteilen eintragen.

Leander Kempen, Universität Greifswald
E-Mail: leander.kempen@uni-greifswald.de

Michael Meyer, Universität zu Köln
E-Mail: michael.meyer@uni-koeln.de

Arbeitskreis: Frauen, Gender & Diversity und Mathematik

Siegen, 5.–6. 10. 2023

Renate Motzer

Am Donnerstag, den 5. 10. 2023 trafen sich die Teilnehmer:innen des diesjährigen Arbeitskreistreffens, zum Teil vor Ort in Siegen, zum Teil vor ihren Laptops, zu dem von Andrea Reichenberger (Universität Siegen) vorbereiteten hybriden Treffen, der 34. Herbsttagung des Arbeitskreises.

Im ersten Vortrag berichtete Pia Tscholl von der Universität Innsbruck unter dem Titel „Zum ma-

thematischen Selbstkonzept beim Einstieg in ein MINT-Studium“ von einer Studie, die in Innsbruck und Wien durchgeführt wurde.

Trotz erfreulicher Fortschritte in Bezug auf Gleichstellungsbemühungen besteht nach wie vor Sorge hinsichtlich der Unterrepräsentation von Frauen in MINT-Fächern. Dabei ist das mathematische Selbstkonzept von zentraler Bedeutung, wenn

es um Karriereambitionen im MINT-Bereich geht. Das präsentierte Forschungsprojekt untersucht daher die Wechselwirkung zwischen Geschlecht und mathematischem Selbstkonzept zu Beginn eines MINT-Studiums, bewertet die Güte der mathematischen Selbstwahrnehmung und verfolgt die Entwicklung derselben im Verlauf des akademischen Werdegangs.

Unter Berücksichtigung von 302 MINT-Erstsemesterstudierenden der Universität Innsbruck konnte nachgewiesen werden, dass weibliche Studierende zu Beginn ihres MINT-Studiums ein signifikant höheres mathematisches Selbstkonzept als ihre männlichen Kommilitonen aufweisen. Darüber hinaus zeigt sich in einer Subgruppe von 260 Studierenden mit vergleichbaren mathematischen Leistungen, dass MINT-Studienanfängerinnen signifikant häufiger über ein optimistisches Selbstkonzept, d. h. ein höheres Selbstkonzept als angesichts der mathematischen Leistungen zu erwarten wäre, verfügen als ihre männlichen Kollegen. Sowohl bei den untersuchten Frauen als auch bei den untersuchten Männern nimmt der Anteil an optimistischen mathematischen Selbstkonzepten im Verlauf des Studiums tendenziell ab, während der Anteil an pessimistischen mathematischen Selbstkonzepten, d. h. niedrigere mathematische Selbstkonzepte als angesichts der mathematischen Leistung zu erwarten wären, eher zunimmt.

Zusammenfassend legen die Ergebnisse nahe, dass der Zugang zu MINT-Studien für Frauen und Männer in Österreich nach wie vor durch Filtermechanismen unterschiedlich gestaltet wird: Frauen müssen im Vergleich zu Männern über ein überdurchschnittlich hohes mathematisches Selbstkonzept verfügen, um sich ein MINT-Studium zuzutrauen. Dies ist besorgniserregend, da nationale und internationale Ergebnisse darauf hinweisen, dass Frauen in der Regel über ein deutlich niedrigeres mathematisches Selbstkonzept verfügen als Männer. Aufgrund dieser Hürde ist davon auszugehen, dass ein Großteil der Frauen ein MINT-Studium nicht in Betracht zieht, obwohl die mathematischen Grundvoraussetzungen dafür gegeben wären. So wagt nur eine kleine Gruppe von Frauen – jene mit einem überdurchschnittlich hohen und tendenziell optimistischen mathematischen Selbstkonzept – den Schritt in ein MINT-Studium. Basierend auf dem Internal/External Frame of Reference Model wird im vorliegenden Projekt vermutet, dass diese Frauen ihre Schulbildung in Klassen mit niedrigem Mathematikniveau absolviert haben. Im externen Vergleich mit ihren Peers hatten die betreffenden Frauen so die Möglichkeit, ein überdurchschnittlich hohes mathematisches Selbstkonzept zu entwickeln. Diese Hypothese erklärt außerdem, warum weibliche MINT-Erstsemesterstudierende

eher zur Überschätzung ihrer mathematischen Fähigkeiten tendieren.

Im zweiten Vortrag stellte uns Gudrun Thäter (KIT Karlsruhe und derzeitige Herausgeberin der *Mitteilungen der DMV*) die neu gegründete Fachgruppe „Gender, Diversity and Sustainability in Mathematics“ in der DMV vor (vgl. diversity-math.org/). Dieser Fachgruppe gehören auch einige Mitglieder unseres AKs an. Frau Thäter konnte weiterhin auf das erfolgreiche Minisymposium aus der DMV-Tagung „Sozialen Dimension der Mathematik“ verweisen, das sie und Nicola Oswald geleitet haben.

Im Rahmen des Round Tables „Gender und Diversity: Mathematik, Philosophie und Geschichte“ berichteten u. a. Nicola Oswald und die Masterstudentin Dorothea Füglein von der Uni Würzburg über erste Ergebnisse von der Erhebung zu Diversity-Dimensionen an Mathematikinstituten.

Elisabeth Heinrich von der Uni Siegen brachte ihre Erfahrungen und einige konkrete Daten zum Gleichstellungskonzept der Universität Siegen ein. Sie sprach über die aktuellen Fakten, Herausforderungen und Perspektiven. Der Frauenanteil an Professuren an der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät (Fakultät IV) der Universität Siegen betrug bei der letzten Erhebung (1. Dezember 2021) 11,7%.

Die vor Ort anwesenden Tagungsteilnehmer:innen konnten dann beim gemeinsamen Abendessen viele der aufgeworfenen Fragen weiter diskutieren.

Am Freitag um 9:30 trafen sich dann alle wieder im Seminarraum bzw. vor dem Bildschirm. Anna Ransiek von der FU Berlin berichtete von einem Forschungsprojekt, das sie zusammen mit Anina Mischau (ebenfalls FU Berlin) durchgeführt hat.

Der Titel des Vortrags lautete: „Picture a Mathematician – Perspektiven von (weiblichen) Doktorand:innen und Postdocs eines mathematischen Exzellenzclusters auf sich, das mathematische Feld und ihre Karrieren“. Im Rahmen ihres empirisch angelegten Forschungsprojektes „MATH+ as a Research Object“ untersuchen sie mögliche Ursachen und Mechanismen der Reproduktion von Genderdisparitäten innerhalb eines mathematischen Exzellenzclusters, die auch auf mögliche Gründe für die leaky pipeline in der Mathematik hinweisen können. Dieser bietet die einmalige Gelegenheit, sowohl den Zugang zu einer exzellenten Forschungsumgebung auf den unterschiedlichen Karrierestufen als auch Karriereentscheidungen von PhDs und Postdocs an den Statusübergängen in den Blick zu nehmen. Im Rahmen ihres Vortrages stellte Anna Ransiek vor allem die Perspektiven der weiblichen, aber auch der männlichen Doktorand:innen und Postdocs im Cluster auf sich und auf ihre Karrieren im Feld der Mathematik in den Mittelpunkt.

Basierend auf zurzeit durchgeführten Analysen von 21 leitfadengestützten Interviews mit männlichen und weiblichen Doktorand:innen und Postdocs wurden besonders die Aspekte aufgegriffen und zur Diskussion gestellt, die (mögliche) Barrieren besonders für weibliche Nachwuchswissenschaftlerinnen – auch in Verbindung mit weiterhin vorherrschenden Geschlechterstereotypen im Feld – konstituieren. Es wurden aber auch Beweggründe des Verbleibs (weiblicher und männlicher) Doktorand:innen und Postdocs sowie Faktoren, die für Aufstieg oder Ausstieg entscheidend sein können, vorgestellt.

Nach der Kaffeepause regte Christine Scharlach anhand von einigen Daten und konkreten Beispielen zu einer Diskussion über „Karrierewege – Mathematik und Mutterschaft“ an. Anstoß war ein kürzlich erschienener Artikel aus dem AK Frauengesundheit „Müttergesundheits: Ein Thema! Fakten und Bedarfe“ von Anne Meinhold, Dagmar Hertle und Anne Schilling, der darauf hinweist, dass in der aktuellen Genderdebatte die Mutterschaft nicht ausreichend Beachtung findet, obwohl die Lebensrealitäten von Müttern sich von denen von Vätern oder Kinderlosen (weiterhin) deutlich unterscheiden. Erinnert wurde an die Studie von 2005 zu Karrierewegen von Professorinnen in der Mathematik von Karin Flaake, Kristina Hackmann, Irene Pieper-Seier und Stephanie Radtke, in der es auch explizit um Mutterschaft geht. Diese Studie wurde damals auch bei der GDM Tagung 2007 und im Arbeitskreis vorgestellt. Auch bei der Herbsttagung 2019 in Würzburg ging es um das Thema, als Anja Schlömerkemper einen Einblick in ihr straff durchorganisiertes Leben als Mutter und Professorin gewährte. Es gab einen regen Austausch vor allem zu den Hürden als Mutter auf dem Karriereweg. So sind z. B. weiterhin Arbeitstreffen und Gremientermine, aber auch das soziale Miteinander nach den Schließzeiten der Kinderbetreuungseinrichtungen ein Problem vor allem für Mütter, und besonders die Teilnahme an Tagungen mit Familie/Kindern. Die Frage nach der Existenz von alleinerziehenden Professor:innen in der Mathematik (gab es bei der Studie 2005 nicht) konnte nicht beantwortet werden. Allgemein scheint für Frauenförder-/Gleichstellungsplänen in der Regel die Elternschaft nicht erfasst zu werden.

Zuletzt lernten wir noch zwei weitere Netzwerke kennen. Andrea Reichenberger (Uni Siegen) berichtete von einer neu ins Leben gerufenen Arbeitsgemeinschaft „Philosophie der Mathematik“ in der Deutschen Gesellschaft für Philosophie DGPhil. Ein wichtiges Thema dieser AG sind die philosophischen Erwägungen zu der Frage „Was ist ein Beweis?“ (sind z. B. auch computergenerierte Beweise als Beweise anzuerkennen?). Interessent:innen kön-

nen sich unverbindlich auf den E-Mail-Verteiler der AG setzen lassen, ohne Mitglied der DGPhil sein zu müssen.

Deborah Kant von der Uni Hamburg stellte das Forschungsnetzwerk DMRCP „Diversity of mathematical research cultures and practices“ vor. Die Tätigkeiten des Netzwerks werden vom chair-holder Benedikt Löwe und dem Council bestimmt, wobei das Council aus 16 Wissenschaftler:innen aus verschiedenen Ländern besteht, die die Forschung zur Diversität mathematischer Forschungskulturen und -praktiken voranbringen wollen. Momentan nimmt das Netzwerk weitere interessierte Wissenschaftler:innen auf. In Bezug auf die philosophische Herangehensweise des Netzwerkes argumentieren Frau Kant und Herr Löwe, dass empirische Tatsachen in philosophischen Argumenten in der Philosophie der Mathematik verwendet werden und daher empirische Ergebnisse in philosophische Forschung integriert werden sollte. Sie beobachten, dass dies häufig zur Folge hat, dass Philosoph:innen selbst empirische Methoden erlernen müssen, da sich die philosophischen Forschungsinteressen von denen in den empirischen Wissenschaften oft stark unterscheiden. Sie schlagen vor, die Vorteile dieser Situation für ein methodisch sinnvolles Vorgehen auszunutzen. Für verlässliche Resultate zu den empirischen Phänomenen sollten verschiedene Methoden und Disziplinen kombiniert werden.

Den Abschluss des Treffens bildete die Sitzung des Arbeitskreises. Als erster Schritt für weitere Netzwerke zu Fragen von Mathematik und Gender wurde die im letzten Jahr beschlossene Bestandsanalyse angesprochen. Die Ergebnisse der zugehörigen Umfrage sind ebenfalls in dieser Ausgabe der GDM-Mitteilungen zu finden (federführend von Lara Gildehaus verfasst).

Weiterhin wurde vereinbart, dass die nächste Herbsttagung des AKs wieder Anfang Oktober stattfinden soll (am 10. und 11. 10. 24). Vermutlich wird das Treffen wieder hybrid stattfinden und der Präsenzteil in Augsburg durchgeführt.

Renate Motzer, Universität Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis: Grundschule

Bremen, 17.–19. 11. 2023

Kathrin Akinwunmi, Marei Fetzter, Daniel Walter und Gerald Wittmann

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule fand 2023 nach vier Jahren erstmals wieder als Präsenztagung statt (2020 musste die Herbsttagung Pandemie-bedingt abgesagt werden, 2021 und 2022 wurde sie online veranstaltet). Dabei wurde auch ein neuer Rahmen für die Tagung erprobt, da die bewährte und ursprünglich geplante Durchführung in einem Tagungshaus nicht mehr finanzierbar war. Am traditionellen zweiten Wochenende im November trafen sich über 190 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus verschiedenen Bereichen der Lehrkräfteaus- und -fortbildung an der Universität Bremen. Das Tagungsthema lautete *Grundlegende Kompetenzen sichern – Lernende und Lehrende im Blick*.

Nach der Begrüßung eröffnete Priska Sprenger (Pädagogische Hochschule Freiburg) am Freitagnachmittag die Tagung mit dem ersten Hauptvortrag unter dem Titel „*Weil ich gezählt habe: Weil da drei sind und da zwei*“ – *Kindliche Wahrnehmungsprozesse als eine Herausforderung für Forschung und Praxis*. Da eine strukturierende Mengenwahrnehmung als eine wesentliche Voraussetzung für ein Teile-Ganzes-Verständnis und somit als eine Basiskompetenz für das Mathematiklernen gilt, wird in den letzten Jahren immer häufiger Eye-Tracking als Erhebungsverfahren verwendet, um die Blickbewegungen von Kindern zu erfassen und auf diese Weise Einblicke in deren Wahrnehmungsprozess zu erhalten. Allerdings sind Blickbewegungsdaten hochinferent und ihre Interpretation unterliegt einigen Prämissen. Am Beispiel einer Studie zur strukturierenden Mengenwahrnehmung und strukturnutzenden Anzahlbestimmung von Kindern im letzten Kindergartenjahr wurde exemplarisch aufgezeigt, wie diese Herausforderungen bewältigt werden können.

Am Samstagvormittag gab Kathleen Philipp (Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz) in ihrem Vortrag *Diagnostische Kompetenz von Mathematiklehrkräften – Einblick in verschiedene Forschungsperspektiven* einen Überblick über Forschungsansätze zur diagnostischen Kompetenz von Mathematiklehrkräften und zeigte dabei sowohl die Breite als auch die Vielfältigkeit dieses Forschungsfeldes auf. Während frühe Studien hauptsächlich auf die Akkuratheit der Urteile von Lehrkräften bei der Einschätzung von Schülerleistungen fokussieren, verlagert sich die Forschung zunehmend auf das diagnostische Denken von Lehrkräften als kognitiver Pro-

zess während der Entstehung eines diagnostischen Urteils. Auch der Erwerb diagnostischer Kompetenz rückt verstärkt in den Fokus der Forschung, da empirische Befunde zeigen, dass insbesondere Lehrkräfte zu Beginn ihrer Laufbahn erhebliche Schwierigkeiten beim Diagnostizieren von Merkmalen Lernender haben.

Ein ursprünglich geplanter dritter Hauptvortrag von Stephanie Schuler (RPTU in Landau) zum Thema *Überlegungen zu einer lernförderlichen Lernbegleitung – Basiskompetenzen vor und zu Schulbeginn am Beispiel der Arithmetik sichern* musste leider krankheitsbedingt entfallen, kann aber im Tagungsband nachgelesen werden.

An den beiden Tagen wurden zudem acht Arbeitsgruppen angeboten, in denen in insgesamt zehn Sitzungen laufende Forschungsprojekte vorgestellt und aktuelle Entwicklungen und Perspektiven diskutiert wurden:

- Arithmetik (Koordination: Solveig Jensen, Charlotte Rechtsteiner)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Gritz Kurtzmann)
- Frühe mathematische Bildung (Koordination: Julia Bruns, Meike Grüßing)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer, Simone Reinhold)
- Kommunikation und Kooperation (Koordination: Birgit Brandt, Uta Häsel-Weide)
- Lehrkräftebildung (Koordination: Stephanie Schuler, Gerald Wittmann)
- PriMaMedien (Koordination: Melanie Platz, Aileen Steffen)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig, Dinah Reuter)

Weiter gab es für den wissenschaftlichen Nachwuchs erneut die Möglichkeit, den Rat von Expertinnen und Experten in Anspruch zu nehmen. Dieses Angebot nutzten 36 Doktorandinnen und Doktoranden, für die zehn erfahrene Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zu individuellen Gesprächen zur Verfügung standen.

Der Tagungsband enthält schriftliche Fassungen der Hauptvorträge und dokumentiert zudem die Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen. Er erscheint in der Reihe *Mathematikdidaktik Grundschule* der University of Bamberg Press und wird von Anna Susanne Steinweg herausgegeben. Es be-

steht freier Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes (www.uni-bamberg.de/ubp/verlagsprogramm/reihen/mathematikdidaktik-grundschule/).

Turnusgemäß standen auch Wahlen zum Sprecher:innenrat auf der Tagesordnung. Barbara Ott und Elisabeth Rathgeb-Schnierer schieden nach fünf Jahren in diesem Amt aus; Kathrin Akinwunmi und Marei Fetzer wurden neu in dieses Amt gewählt.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule findet vom 8. bis 10. November 2024 an der Pädagogischen Hochschule Freiburg statt. Die Anmeldung ist im Frühsommer 2024 möglich.

Näheres hierzu sowie aktuelle Informationen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule (grundschule.didaktik-der-mathematik.de).

Kathrin Akinwunmi, Universität Münster
E-Mail: akinwunmi@uni-muenster.de

Marei Fetzer, Universität Wuppertal
E-Mail: fetzer@uni-wuppertal.de

Daniel Walter, Technische Universität Dortmund
E-Mail: daniel.walter@tu-dortmund.de

Gerald Wittmann, Pädagogische Hochschule Freiburg
E-Mail: gerald.wittmann@ph-freiburg.de

Arbeitskreis: Hochschulmathematikdidaktik

Online, 17. 11. 2023

Christine Bescherer, Stefanie Rach und Angela Schmitz

Am Freitag, den 17. 11. 2023, haben sich 26 an mathematischen Lehr-Lern-Prozessen in der Hochschule interessierte Personen zusammengefunden. An dieser Online-Tagung konnten erfreulicherweise auch Personen teilnehmen, die aufgrund z. B. ihrer Betreuungssituation räumlich weniger flexibel sind. Der Kern der Online-Tagung bestand aus fünf spannenden Vorträgen mit anschließender Diskussion. Die Vorträge waren das Ergebnis eines Open Calls und nahmen insbesondere das mathematische Lehren und Lernen in Lehramts- und Fachstudiengängen in den Fokus. Sie sind im Folgenden genannt:

- Dr. Birte J. Specht & Dr. Carolin Danzer (Universität Oldenburg): Mathematik und Bildung für nachhaltige Entwicklung – Bestandsaufnahme unter Lehramtsstudierenden.
- Theresa Scholl (Justus-Liebig-Universität Gießen): Lehramtsstudierende philosophieren über das Haus der Vierecke: Ein Beitrag zu Begriffsbildungsprozessen.
- Nina Utsch (Justus-Liebig-Universität Gießen): Vernetzungen von Definition, graphischer Darstellung und Vorstellung – Eine Praktik der Aufgabenbearbeitung von Lehramtsstudierenden in der Analysis I.
- Lisa Eggerichs (FU Berlin): Forschung zu Strategien in mathematischen Begründungssituationen von Studierenden im Bachelorstudiengang Grundschulpädagogik an der Freien Universität Berlin. Erarbeitung einer theoretisch fundierten

und empirisch ergänzten Kollektion mit Hilfe des Lauten Denkens.

- Lidia Feil (Universität Marburg): Beispielnutzung von Studierenden beim Beweisen oder Widerlegen von Aussagen.

Über alle in den Vorträgen vorgestellten Projekte wurde angeregt diskutiert. Im Anschluss haben die Teilnehmenden in mehreren Breakout-Räumen nachfolgendes Statement zum Lehramtsstudium anhand der aufgeführten Fragen diskutiert:

„Die Lehrkräftebildung sollte sich dadurch auszeichnen, dass Personen in ihrem Studium selbst Mathematik und Mathematikdidaktik lernen, darüber reflektieren und so in ihrem späteren Berufsleben ‚guten‘ Mathematikunterricht halten können.“

- *Müssen Lehramtsstudierende die Erfahrungen mit „gutem Unterricht“ als Lernende in der Hochschule selber erfahren haben, um später ebenfalls guten Unterricht umzusetzen?*
- *Findet ein Transmissionseffekt statt von „gute Lehre in der Hochschule erleben“ zu „selbst guten Unterricht in der Schule geben“? Automatisch oder nur über Reflexion?*
- *Und was bedeuten die Antworten für die Hochschullehre?*

Die verschiedenen Gruppen diskutierten die Fragestellung aus sehr vielfältigen Perspektiven. Unter anderem die folgenden Gedanken wurden in der anschließenden Plenumsphase präsentiert:

- An der Universität bedeutet „gute Lehre“ nicht in allen Aspekten dasselbe wie „guter Unterricht“ an der Schule. Die Institutionen unterscheiden sich zum Beispiel in Zielen, Arbeitsweisen und Organisationsformen der Lehrveranstaltungen.
- Erfahrungen von guter Lehre im Studium sind möglicherweise nicht notwendig, aber hilfreich für guten Unterricht. (Zitat: „Schlechte universitäre Lehre führt nicht automatisch zu schlechtem Mathematikunterricht.“)
- Methoden können sicherlich gut vom eigenen Studium auf den Schulunterricht übertragen werden. Inwieweit sind jedoch affektiv-motivationale Merkmale, z. B. eine positive emotionale Beziehung, Vorstellungen zur Mathematik etc., und kognitive Merkmale, z. B. Kompetenzen, übertragbar?
- Reflexionsprozesse spielen eine große Rolle: Erstens müssen Hochschuldozierende ihre eigene Lehre hinterfragen, um eine gute Mathematiklehre an der Hochschule erlebbar zu machen und um gegebenenfalls die angesprochenen Transformationsprozesse zu initiieren. Zweitens sind Reflexionsprozesse auf Seiten der Lehramtsstudierenden notwendig, damit die Studierenden Eigenschaften guter Lehre, die sie wünschenswerter Weise an der Universität erfahren, auf ihren eigenen späteren Mathematikunterricht übertragen können.
- Die Fachveranstaltungen werden von Personen aus der Fachmathematik durchgeführt. Diese müssten sowohl den Willen als auch das Können besitzen, Lehre in Lehramtsstudiengängen professionsorientiert zu erteilen – siehe hierzu auch das Diskussionspapier der GDM zu den Empfehlungen zur Lehramtsausbildung im Fach Mathematik des Wissenschaftsrates.
- Welche empirischen Erkenntnisse haben wir für Transfereffekte von Merkmalen der Hochschullehre auf Unterricht in der Schule?

Die Online-Tagung war ein gewinnbringendes Format, um aktuelle Projekte zur Hochschulmathematikdidaktik vorzustellen und zu diskutieren. Die nächste Arbeitskreistagung mit Möglichkeit zum intensiven fachlichen und persönlichen Austausch über die Hochschulmathematikdidaktik ist die kommende Herbsttagung des Arbeitskreises am 15.–16. 11. 2024 an der Universität Tübingen, die von Prof. Walther Paravicini organisiert wird.

Christine Bescherer, PH Ludwigsburg
E-Mail: bescherer@ph-ludwigsburg.de

Stefanie Rach, OVGU Magdeburg
E-Mail: stefanie.rach@ovgu.de

Angela Schmitz, TH Köln
E-Mail: angela.schmitz@th-koeln.de

Arbeitskreis: Lehr-Lern-Labore

Halle an der Saale, 22.–23. 9. 2023

Franziska Strübbe, Tim Lutz und Katja Lengnink

Zur 9. Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore lud Karin Richter aus dem Lehr-Lern-Labor „Experimente Werkstatt Mathematik“ nach Halle an der Saale an die Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg ein. In kleiner Runde verbrachten die Arbeitskreismitglieder die Tage vom 22. und 23. September 2023 im anregenden Austausch unter dem Motto „Mathematik verbindet: Erfahrungen, Ideen, Anregungen zur Zusammenarbeit in Forschung und Lehre“. Für Personen, denen eine Anreise nach Halle nicht möglich war, gab es die Möglichkeit einer Onlineteilnahme an ausgewählten Vorträgen.

Die Tagung eröffnete Katja Lengnink als (noch) erste Sprecherin des Arbeitskreises mit einem besonderen Dank an die örtliche Tagungsleitung und Gastgeberinnen Karin Richter, Kirstin Erath und Torssten Fritzlar. Einen musikalischen Auftakt in zwei inhaltsreiche Tage erlebten die Tagungsteilnehmenden durch zwei Studierende der Universität Halle-Wittenberg, die mit Flügel und Gesang dem Treffen des Arbeitskreises einen gar feierlichen Rahmen verliehen. Beiden gilt ein besonderer Dank.

Kristin Erath führte die Teilnehmenden in einem Gedankenexperiment, welches sie an Studierende nach einem Jahr Mathematikstudium rich-

tet, zur Frage „Was machen eigentlich Mathematiker:innen?“ Als typische studentische Antwort verwies sie auf das Beweisen, aber auch Problemlösen und Modellieren sowie die soziale Komponente der Mathematik. Mathematik ist Teamaufgabe und bedarf des Kommunizierens und Argumentierens (bei gutem Kaffee). Mit dieser Vielfalt mathematischen Tätigseins wird die Bedeutung der Experimente-Werkstatt in Halle hervorgehoben. Hier kann jede:r sich selbst im Umgang mit Mathematik erleben. Eine beeindruckende Lernumgebung für Schüler:innen konnten die Arbeitskreisteilnehmenden durch den Besuch der Experimente-Werkstatt kennenlernen. Vor Ort konnte der Charm eines über zehn Jahre gewachsenen Lehr-Lern-Labors gespürt und die vielfältigen didaktisch aufbereiteten Materialien erprobt werden.

Torsten Fritzlar und Daniela Aßmus stellten in ihrem Vortrag ein Forderprojekt für mathematisch interessierte und leistungsstarke Grundschüler*innen an der Universität Halle-Wittenberg vor, das auch wahlobligatorischer Bestandteil des Studiums für zukünftige Grundschullehrer*innen ist. Mit diesem sollen nicht nur theoretische Kenntnisse vermittelt werden, vielmehr soll es auch eine Möglichkeit sein, erste Erfahrungen in der Entwicklung von Fordermaterialien und in der Durchführung von Forderveranstaltungen zu sammeln. Herausforderung und zugleich wichtiger Lerngegenstand für Studierende ist dabei die Balance zwischen Offenheit und Vorstrukturierung von Arbeitsmaterialien, Arbeitsaufträgen und der Begleitung von Bearbeitungsprozessen der Schüler*innen. Mit diesem Fokus wurden Erfahrungen aus verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen und Klassenstufen vor- und zur Diskussion gestellt.

Karin Richter und Maria Kötters (Universität Halle-Wittenberg) berichteten in ihrem Vortrag zum Thema „Mathematik und Kunst – problemlösendes Lernen in der Beschäftigung mit ausgewählten Kunstwerken im Lehr-Lern-Labor“ über ein Projekt aus den Studienjahren 2022 und 2023 in der Experimente-Werkstatt, in dem exemplarische Lernumgebungen zum Thema „Mathematik und Kunst“ im Rahmen eines didaktischen Ergänzungseminars für das Lehramt Sekundarschule und Gymnasium erarbeitet, mit Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufen 5 bis 8 erprobt und evaluiert wurden.

In der Konkreten Kunst des 20. Jahrhunderts spielt die Visualisierung von mathematischen Ideen eine zentrale Rolle. Künstler, wie etwa Max Bill oder Piet Mondrian (von denen die im Vortrag vorgestellten Kunstwerke stammen), nutzten gezielt mathematische Strukturen, um ihre Bilder zu konzipieren. Anliegen der entwickelten Lernumgebungen war es, diese Kunstwerke zu nutzen, um Schü-

lerinnen und Schüler unterschiedlicher Altersstufen zum entdeckenden Hineindenken und Entwickeln eigener Überlegungen zu Mustern und Strukturen anzuregen. Der Vortrag stellte erste Ergebnisse und Einsichten des Projekts vor.

In ihrem Bericht „Große Mengen gleicher Materialien – von der Idee im Didaktikseminar zur Erprobung im Lehr-Lern-Labor mit Schüler:innen und Schülern“ erläuterte Sonja Gansauge, wie es durch die vernetzende Verbindung von Didaktikausbildung und Nutzen der Experimente-Werkstatt möglich wird, die praktischen Erfahrungen von Studierenden zu intensivieren und zugleich Phasen der Entwicklung, Erprobung und Evaluierung von Lernumgebungen zu durchlaufen. Die praxisbezogenen Erfahrungen der Studierenden wurden zudem in einem Poster-Walk dargeboten.

Der zweite Tagungstag begann mit einem Spaziergang durch die Franckeschen Stiftungen zu Halle – „Schulstadt von europäischem Rang“, die Torsten Fritzlar bereits zur Tagungseröffnung mit einer kleinen Mathematikaufgabe den Teilnehmenden näherbrachte. Karin Richter ließ zudem mit einem Rundgang über das Gelände der Franckeschen Stiftungen die historische und gesellschaftliche Relevanz der Stiftungen lebendig werden.

Den inhaltlichen Einstieg in den zweiten Tagungstag lieferte Tim Lutz mit seinem in Kooperation mit Katja Lenz vorbereiteten Vortrag „Stellenwertverständnis fördern über ein Multirepräsentationssystem - erweiterte Verwendungsmöglichkeiten von Steckwürfeln nutzen“. Dabei zeigte er Möglichkeiten auf, wie die Funktionalitäten von Steckwürfeln im Unterricht um digitale Elemente erweitert werden können. Deutlich wurde durch den Beitrag insbesondere die Zusammenführung von händischer und digitaler Nutzung von Anschauungsmitteln unter Verwendung von künstlicher Intelligenz.

Johanna Brück und Katja Lengnink machten in ihrem Vortrag auf „Bildung für nachhaltige Entwicklung im fächerverbindenden Lehramtsstudium Mathematik-Chemie“ aufmerksam und stellten dafür ein Projekt zum Thema „Plastik überall“ im Lehr-Lern-Labor vor und zur Diskussion. Im Vortrag wurden das Konzept einer vernetzenden Lehrveranstaltung aus Mathematik und Chemie-didaktik, Ansätze der unterrichtlichen Umsetzung und erste Ergebnisse aus den Begleitbefragungen mit den Studierenden präsentiert.

Sabine Kühn (Universität Gießen) stellte in ihrem Vortrag „Ganze Zahlen natürlich differenziert unterrichten – Leitgedanken für einen inklusiven Mathematikunterricht“ ihr Dissertationsprojekt vor, in dem Lernumgebungen anhand von Leitgedanken entwickelt und im Anschluss im heterogenen Mathematikunterricht mit Studierenden als Lehrkräften erprobt wurden. Der Vortrag gliederte sich

in zwei Teile. Zunächst zeigte Sabine Kühn ihr Verständnis zu den Begriffen Inklusion, Lernumgebungen und natürlicher Differenzierung auf. Im Weiteren wurde die Bedeutsamkeit des Begriffs der Leitgedanken im Rahmen des Dissertationsprojektes aufgezeigt und die für das Thema der ganzen Zahlen entwickelten Leitgedanken aufgeführt. Im zweiten Teil des Vortrags lag der Fokus auf dem Entwicklungs- und Forschungsanliegen der insgesamt fünf Lernumgebungen. Dieser Teil beinhaltete einen kurzen Einblick in die erste Lernumgebung, die erfolgte Datenerhebung und erste Auswertungsansätze. Im Anschluss wurde diskutiert, ob und inwiefern die Lernumgebungen in überarbeiteter Form ein weiteres Mal in einer Erprobungsphase eingesetzt werden könnten.

Die Tagung wurde inhaltlich abgerundet durch den Workshop „Philosophieren als Beitrag zur Begriffsbildung im Themengebiet Haus der Vierecke: Ein Ansatz für Studierende und Schüler:innen“ von Theresa Scholl. Es wurden zunächst bereits entwickelte Aufträge zum Philosophieren für Lehramtsstudierende zum Themengebiet Haus der Vierecke aus dem Lernmodul „Basiswissen Geometrie digital“ vorgestellt. Ziel der Aufträge ist es partielle und hierarchische Definitionen und Klassifikationen der Viereckstypen im Haus der Vierecke in Bezug auf die innermathematische und alltägliche Verwendung der Viereckstypen zu diskutieren und die Begriffsbildungsprozesse der Studierenden zu untersuchen. Anhand der entwickelten Aufträge wurden Theorien zum Philosophieren und zur Begriffsbildung vorgestellt. Zudem wurde im Workshop die Gelegenheit gegeben, einen Ansatz für ein Lern-Lehr-Labor Setting zum Philosophieren im Themengebiet Haus der Vierecke zu entwickeln, um auch dort die Begriffsbildungsprozesse von Schüler:innen zu untersuchen.

Im Rahmen der Mitgliederversammlung verwies Katja Lengnink auf die etablierten Vernetzungsmöglichkeiten innerhalb des Arbeitskreises über die Homepage des Arbeitskreises madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Lehr-Lern-Labore_Mathematik. Als wesentlicher Punkt der Versammlung stand die Wahl der neuen Sprecher:innengruppe an. Katja Lengnink tritt als erste Sprecherin aus der Gruppe aus und übergibt dieses Amt an Tim Lutz. Sebastian Bauer wird als stellvertretender Sprecher gewählt. Die Sprecherinnenrolle für den wissenschaftlichen Nachwuchs übernimmt Theresa Scholl von Franziska Strübbe. Alle Kandidat:innen wurden vor Ort einstimmig gewählt. Digital eingegangene Stimmen von nicht anwesenden Mitgliedern des Arbeitskreises bestätigen das Wahlergebnis. Für den Fortgang der Treffen des Arbeitskreises wurden für das kommende Jahr ein Wiedersehen im Rahmen der GDM-Tagung in Essen

sowie der Besuch des Lehr-Lehr-Labors bei Sebastian Bauer in Karlsruhe vereinbart.

In der Abschlussdiskussion präsentierte Tim Lutz die Ergebnisse einer Befragung der Lehr-Lern-Labor-Standorte u. a. zu aktuellen Forschungsausrichtungen und Zielgruppen. Hier können zukünftig engere Kooperationen zwischen verschiedenen Standorten angebahnt und in gemeinsamen Projekten perspektivisch sichtbar werden.

In Erinnerung wird den Teilnehmenden der Herbsttagung vor allem das besondere Rahmenprogramm rund um die intensiven Vorträge, Workshops und Diskussionen bleiben. Mit viel Herzblut bot Karin Richter mit ihrem Team ein vielfältiges Erleben der Herbsttagung. Alle staunten über die musikalische Untermalung, kulinarischen Genüsse, spielerische Gestaltung sowie kulturelle und historische Führungen, die in Halle geboten wurden. So erweckte das Arbeitstreffen an vielerlei Stellen den Charakter einer Studienreise. Insofern steht am Ende ein besonderer Dank für eine eindrucksvolle Ausgestaltung der Herbsttagung in Halle an der Saale.

Franziska Strübbe, Universität Münster
Email: struebbe@uni-muenster.de

Tim Lutz, Rheinland-Pfälzische
Technische Universität, Landau
Email: tim.lutz@rptu.de

Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen
Email: katja.lengnink@math.uni-giessen.de

Arbeitskreis: Mathematiklehren und -lernen in Ungarn und Arbeitskreis: Problemlösen

Budapest, 28.–29. 9. 2023

Gabriella Ambrus, Benjamin Rott und Johann Sjuts

Das berühmte Alfréd Rényi Institut für Mathematik in Budapest war Ort der gemeinsamen Herbsttagung der GDM-Arbeitskreise „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ sowie „Problemlösen“ am 28./29. September 2023. 28 Personen aus Ungarn, Deutschland, Österreich und Rumänien nahmen an dem Treffen teil, das unter dem Rahmenthema „Problemlösen in Mathematik. Impulse aus der ungarischen Tradition“ stand.

Nach Eröffnung der Tagung am Nachmittag des ersten Tages, dem Hauptvortrag und einem Teil der Kurzvorträge, traf sich die Gruppe zu einem gemeinsamen Abendessen (in einem nahegelegenen Restaurant), bei dem die Diskussionen und Gespräche in angenehmer Atmosphäre fortgesetzt wurden. Am zweiten Tag standen der übrige Teil der Kurzvorträge, eine Posterpräsentation zum Leben und Werk von János Bolyai sowie die turnusmäßige Sitzung des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ auf dem Programm. Die Tagung endete am späten Nachmittag.

Im Folgenden fassen wir die Inhalte der Tagung kurz zusammen:

1 Eröffnung (Gabriella Ambrus und Ödön Vancsó, Budapest)

Gabriella Ambrus und Ödön Vancsó, Leiter des Mathematikdidaktischen Zentrums an der Eötvös Loránd Universität Budapest, begrüßen die angehenden Gäste, die sich zu der lange geplanten gemeinsamen Tagung der beiden GDM-Arbeitskreise in der ungarischen Hauptstadt eingefunden haben. Ein besonderer Dank für die Unterstützung bei der Organisation der Tagung gilt der Leitung und den beteiligten Beschäftigten des Alfréd Rényi Instituts.

2 Hauptvortrag „On mathematical talent-nurturing in Hungary“ (Péter Juhász, Budapest)

Abstract: In Hungary, there is a long tradition of mathematical talent nurturing. Already at the end of the 19th century, a monthly journal was established to give the chance for high school students to think about harder mathematical problems. Even before the World War II, some mathematical competitions for secondary school and university students had been launched. In the 1960s, a national network

of math circles was introduced and more and more competitions were organised. In the late-1980s, Lajos Pósa organized his first legendary weekend math camp, and after the change of regime, more exciting forms of talent nurturing were launched.

This talk will focus on the most important activities of today: weekend math camps, summer math camps, the Erdős School, the Flying School, and math camps and mentor system organized for girls.

3 Kurzvorträge

3.1 „Sinn oder Unsinn? ChatGPT beim Lösen von Aufgaben und Problemen in Mathematik“ (Johann Sjuts, Osnabrück)

Abstract: Die Verwendung von ChatGPT für mathematische Aufgaben hat Vor- und Nachteile. Einerseits bieten sich neue Möglichkeiten zum Verständnis von Aufgaben- und Problemlösungen, andererseits bestehen nicht unerhebliche Schwächen bei fehlerhaften und unverlässlichen ChatGPT-Antworten. Der Mathematikunterricht steht vor der Herausforderung, für einen verantwortungsvollen Einsatz von KI-Chatbot-Systemen zu sorgen.

3.2 „Grundschulkindern entschlüsseln „neue“ Rechenoperationen – Mathematisches Experimentieren mit Excel“ (Daniela Afßmus & Torsten Fritzlär, Halle-Wittenberg)

Abstract: Erkundungsprobleme laden oft zum mathematischen Experimentieren ein. Unter Nutzung einer Lernumgebung in Excel zum Entschlüsseln vorprogrammierter Rechenoperationen zeigen wir, dass experimentelles mathematisches Arbeiten bereits im Grundschulalter möglich ist und sich typische Prozessschritte mathematischen Experimentierens in den Lösungsversuchen mathematisch interessierter Dritt- und Viertklässler:innen identifizieren lassen.

3.3 „Satz des Thales: Werkzeug oder Gegenstand des Unterrichts?“ (Emese Vargyas, Leipzig)

Abstract: Der Satz des Thales ist einer der wenigen elementargeometrischen Sätze, die noch in allen Bundesländern verbindlich vorgeschrieben sind. Auch wenn die Einstiegsaufgaben unterschiedlicher Lehrbücher in das Thema „Satz des Thales“ variieren, der darauffolgende Beweis ist fast immer

derselbe. Ziel des Vortrags ist es, alternative Wege sowohl zum Satz des Thales als auch zu seiner Umkehrung aufzuzeigen. Erfahrungen aus der Lehramtsausbildung sowie aus der Begabtenförderung runden den Vortrag ab.

3.4 *„Der Gemeinsame Nenner ist George Pólya“*
(András Ambrus, Budapest)

Abstract: Problemlösen im Mathematikunterricht ist seit langem das gemeinsame Forschungsthema in der deutschen und ungarischen Mathematikdidaktik. In unserem Vortrag werden wir unterschiedliche Realisierungen von Pólyas Ideen im Schulunterricht kurz präsentieren – Mathe Netz Lehrbuchserie Deutschland, Lehrbuch für Klasse 6. Ungarn.

3.5 *„Unterschiedliche Traditionen des Argumentierens in verschiedenen deutschen Bundesländern und Ungarn – ein Vergleich von Schulbüchern mit Bezug zum Sinussatz“* (Kinga Szűcs, Erfurt)

Abstract: Es wurde in drei deutschen Bundesländern (Thüringen, Sachsen-Anhalt und Bayern) sowie in Ungarn untersucht, wie der Sinussatz als einer der zentralen Sätze der Trigonometrie in Lehrbüchern dargestellt wird. Aus dem Umfang und Inhalt beweisbezogener Aufgaben sowie der Art und Weise der Präsentation des Sinussatzes und seines Beweises wurden Rückschlüsse auf die Bedeutung des Argumentierens in den genannten drei Bundesländern und Ungarn gezogen.

3.6 *„Die Rolle von Mitschriften beim Problemlösen im informatischen Escape-Game ‚Room-X‘“*
(Alexander Hacke, Potsdam)

Abstract: Es wurde die Rolle von Mitschriften im Problemlöseprozess von Schülerinnen und Schülern während des Informatik-orientierten Escape Games ‚Room-X‘ untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass Mitschriften oft nur als Gedächtnisstütze genutzt werden und weniger zur Strukturierung des Problems. Die Studie betont die Wichtigkeit effektiver Notizstrategien in der Informatikbildung, um den Ansprüchen im Problemlöseprozess gerecht zu werden.

3.7 *„Entwicklung eines interdisziplinären Codiermanuals zur Charakterisierung mathematischer und informatischer Problemlöseprozesse“* (Ken Oehler, Frankfurt/Main)

Abstract: Selbst in der noch jungen Problemlöseforschung der Informatikdidaktik findet George Pólyas normatives 4-Phasen-Modell Anwendung, um informatische Problemlöseprozesse zu charakterisieren – jedoch ohne fachspezifische Legitimation. Letztere soll für bereits bestehende und zukünftige Problemlösestudien in der Informatikdidaktik

durch die Entwicklung eines interdisziplinären Problemlösemodells, basierend auf einem aktuellen Pólya-verwandten, mathematischen Modell, bereitgestellt werden. Die Entwicklung des zugrundeliegenden Codiermanuals ist Gegenstand dieses Artikels.

3.8 *„Worum geht es in den Textaufgaben?“* (Gabriella Ambrus, Budapest)

Abstract: Die Grundsituation der Textaufgabe, ihr Auftreten in der Aufgabe und ihr Bezug zur Realität und zum Alltag können vielfältig sein. Es lohnt sich, über das Wesen dieser Beziehungen und ihre didaktischen Implikationen nachzudenken. Etwa darüber, ob die Aufgaben, die wir als „Typenaufgabe“ bezeichnen würden, wirklich solche sind, oder darüber, welche didaktische Rolle eine geeignete „Einkleidung“ eines mathematischen Inhalts haben kann. Im Mittelpunkt des Vortrags stehen die genannte Grundsituation und die Formulierungen, anhand derer sich die Textaufgaben in mehrere Kategorien einordnen lassen. Dabei wird auch das Auftreten von Textaufgaben in ungarischen Lehrbüchern zur Sprache kommen.

3.9 *„Umgang mit Schülerfehlern beim Problemlösen – ein Promotionsprojekt aus dem Primarbereich“*
(Yasmin Theile, Köln)

Abstract: Eine Voraussetzung für einen fehlerbezogenen Lernprozess ist das Erkennen von Fehlern und ein produktiver Umgang mit diesen. Vielen Lernenden gelingt dies jedoch bei der Bearbeitung von Problemen noch nicht. Somit ist eine Unterstützung durch die Lehrkraft bedeutsam. In der vorgestellten Studie wird daher untersucht, wie Grundschullehrkräften mit Schülerfehlern im problemorientierten Unterricht umgehen. Erste Ergebnisse zeigen zwölf identifizierte Umgangsformen mit verschiedenen Schwerpunkten (z. B. strategische oder inhaltliche Hilfen).

3.10 *„Ein Erfolgsmaß bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen“*
(Lilli Schonebeck & Thomas Gawlick, Hannover)

Abstract: Dyaden von Lehramtsstudierenden haben sich mit der Aufgabe befasst, die Innenwinkelsumme eines Sternfünfecks zu bestimmen. Anhand dieser Aufgabe wurde ein problemlösespezifisches Erfolgsmaß entwickelt, welches die Bearbeitungsschritte gewichtet. Dies kann sowohl durch das nötige kognitive Niveau im Sinne der drei Anforderungsbereiche erfolgen als auch durch das Ausmaß des (wahrnehmbaren) problemlösenden Denkens. Somit fließt in dieses Maß sowohl der Bearbeitungserfolg als auch das kognitive Niveau beim Erreichen desselben ein.

3.11 „Gemeinsamkeiten der Forschungsfelder zum Problemlösen und zum Fehlerklima im Mathematikunterricht: Ergebnisse eines Literaturreviews“ (Hendrik Streit, Köln)

Abstract: Das Vorherrschen eines positiven Fehlerklimas ist für den Mathematikunterricht überaus bedeutsam. Dies gilt insbesondere für den Problemlöseunterricht. In der Literatur zum Problemlösen wird das Fehlerklima dennoch nur selten berücksichtigt. Für eine zukünftige Berücksichtigung sprechen erste Ergebnisse eines Literaturreviews, die zeigen, dass es viele Faktoren gibt, die sowohl für ein positives Fehlerklima als auch für einen gelungenen Problemlöseunterricht sprechen.

3.12 „Die Untersuchung von reflexiver Abstraktion beim Thema ‚Exponentielle und logarithmische Gleichungen‘“ (Emese Kása, Debrecen)

Abstract: Unser Forschungsobjekt war die Bestimmung der Stufe der Abstraktionsfähigkeiten nach dem APOS-Modell (action-process-object-schema) und nach den Stufen von Cifarelli (recognition, representation, structural abstraction, structural awareness). Wir haben die Untersuchung in einer 11. Klasse zum Thema exponentielle und logarithmische Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme und Textaufgaben durchgeführt.

3.13 „Untersuchung einer Gruppenarbeit beim Lehren exponentieller und logarithmischer Gleichungen“ (Ágota Figula, Debrecen)

Abstract: In unserer Forschung haben wir untersucht, wie Schülerinnen und Schüler einer 11. Klasse, die verschiedene Abstraktionsstufen haben, in der Gruppenarbeit mit anderen kommunizieren und Textaufgaben lösen. Diejenigen, die vorher eine schwächere Leistung zeigten, erreichten bessere Ergebnisse, wenn ihre Peers ihnen den Lehrstoff erklärten.

3.14 „Problemlösetypen bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen“ (Hannah Schlich & Thomas Gawlick, Hannover)

Abstract: Bei der Aufgabe, die Innenwinkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen, konnten drei Typen unvorteilhafter Lösungsverläufe identifiziert werden: der planlose Typ, der engstirnige Typ und der zweifelnde Typ. Es wird versucht, diese durch die Angemessenheit des Wechselverhaltens sensu Heinrich sowie die Schnelligkeit der Ansatzfindung zu charakterisieren.

3.15 „Face of János Bolyai“ (Tünde Kántor, Debrecen)

Abstract: 200 years ago, on 3 November 1823, János Bolyai wrote his famous letter to his father about his geometrical discovery: *From nothing I have created a new different world.* We explain two different interpretations of the word *face* in case of Bolyai.

3.16 „The development of school problem-solving methods – from pre-algebraic tools to linear equation systems – through a word problem“ (Marianna Pintér, Budapest)

Abstract: I will follow the solution of the same word problem, starting from the second grade manual activity, until solving it with a system of linear equations with two unknowns in the ninth grade, which prepares for Gauss elimination. Each step represents methods learned in different grade: second grade, fourth grade, sixth grade, eighth grade, and finally ninth grade. The superimposition of the individual methods is easy to follow and is in line with the Brunner learning model.

3.17 „Principal Aspects of the Transition from Arithmetic to Algebra – An Analysis of Hungarian Lower Secondary School Mathematics Textbooks“ (Zsolt Fülöp, Budapest)

Abstract: Our main aim is to analyse Hungarian mathematics textbooks, focusing on the transition from arithmetic to algebra in lower secondary education. Textbooks play an important role in shaping teaching methods and learning experiences. The transition from arithmetic to algebra involves a shift from procedural to structural thinking, with an emphasis on generalisation. Our study examines tasks and exercises in textbooks related to quantitative reasoning, generalisation of arithmetic operations, functional relations, symbolic representations and the transformation of word problems into algebraic equations.

4 Bericht und Aussprache über die Aktivitäten des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ (Gabriella Ambrus, Budapest, Johann Sjuts, Osnabrück)

- Zu den Zielsetzungen des Arbeitskreises gehören Veröffentlichungen über erfolgreiche ungarische mathematikdidaktische Traditionen, die Verbesserung des Mathematikunterrichts in Ungarn, die Verbesserung der Situation der Mathematikdidaktik als selbständige Wissenschaft in Ungarn sowie die Verstärkung von gemeinsamen Forschungen und Publikationen in Ungarn und in deutschsprachigen Ländern. Der Arbeitskreis besteht seit 2015, die Mitglieder kommen aus vielen Ländern. Sie fühlen sich einer – wie in Ungarn langjährig bestehenden – gesellschaftlichen Tradition verbunden, in der Mathematik eine hohe kulturelle und wissenschaftliche Bedeutung hat.
- Gabriella Ambrus und Johann Sjuts werden in ihren Sprecherteam-Ämtern bestätigt.



Teilnehmende der Herbsttagung in Budapest, 29. September 2023 (Foto: privat)

5 Kurzinformationen zum Arbeitskreis „Problemlösen“ (Benjamin Rott, Köln)

Das nächste Treffen des Arbeitskreises „Problemlösen“ findet im Rahmen der kommenden GDM-Jahrestagung vom 4. bis zum 8. März 2024 in Essen statt, und zwar am 7. März 2024 (14.00–15.30 Uhr). Dann stehen auch die planmäßigen Wahlen für das Sprecherteam an.

6 Bericht zu der von Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts herausgegebenen Buchreihe „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ (Johann Sjuts, Osnabrück)

Erschienen sind bisher fünf Bände:

- Band 1 *„Auch wenn A falsch ist, kann B wahr sein. Was wir aus Fehlern lernen können. Ervin Deák zu Ehren“* (2019)
- Band 2 *„Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht“* (2020)
- Band 3 *„Theoretische und empirische Analysen zum geometrischen Denken“* (2021)
- Band 4 *„Mathematische Zeitschriften und Wettbewerbe für Kinder und Jugendliche“* (2022)
- Band 5 *„Mathematik und mathematisches Denken – Ansprüche und Anforderungen vor, in und nach der Schule“* (2023)

Die vorläufigen Arbeitstitel der nächsten Bände lauten:

- *„Mathematikdidaktische Impulse aus Vergangenheit und Gegenwart“*

- *„Schlüssel zum Erfolg: Kognitive und metakognitive Prozesse beim Verstehen von Mathematik“*
- *„Zum Erklären von Mathematik in Wort, Bild und Zeichen“*
- *„Grenzen überqueren, Horizonte erweitern: Mathematikdidaktik im Crossover mit anderen Disziplinen“*

Für weitere Informationen dazu stehen Éva Vásárhelyi (E-Mail: vasareva@gmail.com) und Johann Sjuts (E-Mail: sjuts-leer@t-online.de) zur Verfügung.

7 Sonstiges

Während der GDM-Jahrestagung vom 4. bis zum 8. März 2024 in Essen soll die nächste Zusammenkunft des Arbeitskreises „Mathematiklehren und -lernen in Ungarn“ am 7. März 2024 (14.00–15.30 Uhr) stattfinden.

Das 9. Arbeitskreis-Herbsttreffen ist für Ende September 2024 (Wochentage: Freitag/Samstag) vorgesehen.

Gabriella Ambrus, Eötvös Loránd Universität Budapest
E-Mail: ambrus.gabriella@ttk.elte.hu

Benjamin Rott, Universität zu Köln
E-Mail: benjamin.rott@uni-koeln.de

Johann Sjuts, Universität Osnabrück
E-Mail: sjuts-leer@t-online.de

Arbeitskreis: Mathematik und Bildung

Aachen, 10.–11. 11. 2023

Tanja Hamann und Stefan Pohlkamp

Am 10. und 11. November 2023 fand – zum ersten Mal wieder in Präsenz – die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung“ statt, an der sich fast 20 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus ganz Deutschland und der Schweiz beteiligten. Der Austausch stand unter dem Oberthema „BNE aus der Perspektive mathematischer Bildung – Mathematische Bildung aus der Perspektive von BNE“, und die Beiträge beleuchteten Facetten der Fragestellung, welchen Beitrag mathematische Bildung zum übergeordneten Ziel der Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) leisten kann oder wie man BNE im Mathematikunterricht bildungstheoretisch legitimieren und umsetzen kann.

Im eingeladenen Vortrag sprach Steffen Hamborg (Carl von Ossietzky Universität Oldenburg) zum Einstieg „Vom Sinn und Unsinn einer Bildung für nachhaltige Entwicklung“. Aus einer allgemeinen bildungswissenschaftlichen Perspektive kontextualisiert er das Bestreben nach BNE im pädagogischen Fortschrittsglauben der Moderne. Gleichzeitig analysiert er fragwürdige Entwicklungen rund um den Begriff der BNE seit den 1990er Jahren: Etwa eine „Weichspülung“ der Umweltbildung zu einer „Konsensmaschine“ oder die Entpolitisierung der BNE durch Ausklammerung problematischer Aspekte. Die instrumentelle Bildung FÜR nachhaltige Entwicklung steht dabei im Kontrast zu einer emanzipatorischen Bildung ALS nachhaltige Entwicklung. Als Folgerung plädiert Hamborg für eine doppelte Wendung auf die Praxis: Forschungspraktisch und -politisch solle stärker die tatsächliche unterrichtspraktische Umsetzung rekonstruiert werden, berufspraktisch und -politisch bedürfe es viel mehr ethisch-politischer statt instrumenteller Leitfragen (für Weiterführendes s. Hamborg 2023).

Katharina Wilhelm (Universität des Saarlandes) betonte in ihrem Vortrag „BNE und Mathematikunterricht – Nicht nur eine Frage des Lerninhaltes“ angesichts unsicherer, wandelbarer Lerninhalte die Bedeutung der Unterrichtskultur. BNE bringe nämlich ein anderes Bildungsverständnis mit sich, so erhielten u. a. Diskursivität, Partizipation und Selbstwirksamkeit eine zentralere Bedeutung als vorher. Gerade der achtsame Unterricht mit dem Anspruch, sich gegenseitig ernst zu nehmen und aufzuklären, ergänze BNE, wenn z. B. global verträgliche Gesamtperspektiven eingenommen und gleichberechtigte Beziehungen gefördert werden.

In seinem Vortrag „BNE und Mathematikunterricht“ kündigte Antonius Warmeling das baldige Erscheinen des Orientierungsrahmens globale Entwicklung in der Version für die Sekundarstufe II an. Der Bildungswert von Mathematik werde dort vor allem in der Funktion als Werkzeug für auf Daten und Fakten basierende Erkenntnisse, aber auch für die Erstellung von Modellen, Simulationen und Prognosen gesehen. An dem Beispiel des CO₂-Budgets präsentierte er einen konkreten Unterrichtsvorschlag, in dem mathematisch die Modellierung über verschiedene Funktionen und die Vorstellung des Integrals als Bilanz thematisiert wurde. Zugleich macht das Beispiel durch Einbezug der (historischen) Gerechtigkeitsfrage die politisch-gesellschaftliche Dimension deutlich.

Dominik Schlüter und Michael Besser (Leuphana Universität Lüneburg) zeigten in ihrem Vortrag „Nachhaltigkeit mathematisch modellieren: BNE und Mathematikunterricht gemeinsam denken“ zunächst, dass BNE und ein allgemeinbildender Mathematikunterricht gegenseitig anschlussfähig sind. Dabei gelte es, auch die Grundprinzipien der politischen Bildung (Überwältigungsverbot, Kontroversitätsgebot und Schülerorientierung gemäß Beutelsbacher Konsens) im Mathematikunterricht umzusetzen. Vorgestellt wurde darüber hinaus ein studiengangübergreifendes Seminar, in dem auf Grundlage der Schulmathematik BNE-Themen mathematisch modelliert wurden. Die Ergebnisse des Projekts sollen als Open Educational Resources publiziert werden.

Birte J. Specht und Carolin Danzer (Carl von Ossietzky Universität Oldenburg) adressierten in ihrem Vortrag „B²NE – Zur Ausgangslage der Bildung angehender Mathematiklehrkräfte im Bereich BNE“ das Potenzial von angehenden Lehrkräften als zukünftige Multiplikator:innen von BNE. In einer Studie mit 131 Personen haben sie den Bestand erhoben, welches Wissen und welche Einstellungen Lehramtsstudierende zum Thema BNE mitbringen. Ergebnisse zeigen, dass viele eine Verbindung von Nachhaltigkeit und Mathematikunterricht für sinnvoll halten, selbst aber keine oder wenig Vorerfahrungen mitbringen. Aus diesem Gefühl der Studierenden, auf den Bildungsauftrag von BNE nicht vorbereitet zu sein, leite sich das hochschuldidaktische Desiderat ab, BNE in die universitäre Lehramtsausbildung zu integrieren.

Anhand von selbst erstellten Unterrichtsmaterialien zu Klimadaten rezipierte Christian Büscher (Universität Duisburg-Essen) in seinem Vortrag „Datenbasierte Argumente zum Klimawandel in der 5. Klasse reflektieren – ein Habermas’scher Blick auf Statistical Literacy“ die Habermas’sche Theorie zum kommunikativen Handeln und zeigte ihre Passung auf Fragen der Statistical Literacy. In den im Rahmen eines Designexperiments von Schüler:innen der 5. Klasse vorgenommenen Bewertungen von (fiktiven) Aussagen über Daten zum Arktiseis lassen sich die vier Geltungsansprüche Verständlichkeit, Wahrheit, Wahrhaftigkeit und Richtigkeit identifizieren; es zeigt sich somit, dass die Theorie von Habermas analytisch auf solche Kommunikation von datenbasierten Aussagen angewendet werden kann.

Der Vortrag „Plastik überall – ein fächerübergreifendes BNE-Projekt in der Lehrkräftebildung Mathematik – Chemie“ von Katja Lengnink und Johanna Brück (Justus-Liebig-Universität Gießen) wird schon deshalb in Erinnerung bleiben, weil alle Teilnehmer:innen aufgefordert waren, das Gewicht von mitgebrachtem alltäglichem Plastikmüll zu schätzen. Im Vortrag wurde ein Projekt vorgestellt, in dem Studierende in einem fächerübergreifenden Seminar (Mathematik und Chemie) ei-

ne Unterrichtseinheit zum Thema Plastik erstellt und erprobt haben. Die begleitende Prä- und Postbefragung zeigt, dass die Studierenden zwar die Wichtigkeit von BNE anerkennen, ebenso aber organisatorische Hürden in den verschiedenen Bildungseinrichtungen sehen, die ein solches fächerverbindendes Lernen und Lernen, wie es eine ernstgemeinte BNE erfordert, erschweren.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises ist auf der kommenden Jahrestagung in Essen geplant. U. a. wird dort die Wahl eines neuen Sprecherteams stattfinden.

Literatur

Hamborg, S. (2023). Zuviel des Guten: Proklamationen und Realitäten der Bildung im Spiegel von Nachhaltigkeit und Transformation. *DDS – Die Deutsche Schule*, 115 (2), 153–161. DOI:10.31244/dds.2023.02.10

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Stefan Pohlkamp, RWTH Aachen University
E-Mail: stefan.pohlkamp@rwth-aachen.de

Arbeitskreis: Psychologie und Mathematikdidaktik

Jena, 13.–14. 10. 2023

Silke Neuhaus-Eckhardt und Daniel Sommerhoff

Ein Bruch mit Traditionen kann auch immer neue Perspektiven aufzeigen – in diesem Sinne fand die Herbsttagung des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik in diesem Jahr nicht wie sonst im Schloss Rauischholzhausen statt, doch dafür in der schönen Stadt Jena. Trotzdem (oder gerade deswegen?) zeigte sich wieder eine hohe Anzahl an Teilnahmeinteressierten, so dass wir auch weiterhin von einer positiven Entwicklung dieses Arbeitskreises ausgehen können, welcher in Tradition der International Group for Psychology of Mathematics Education (IG PME; www.igpme.org) steht. Wir freuen uns somit weiterhin über eine qualitativ hochwertige, psychologisch orientierte Strömung innerhalb der Didaktik der Mathematik im deutschsprachigen Raum.

Nach dem üblichen ersten gemeinsamen Treffen beim Mittagessen für diejenigen, die schon früher anreisen konnten, stellte am Freitagnachmittag

Carina Albu (FSU Jena) im ersten Vortrag die Entwicklung eines Microteaching Performance Assessments vor, mit dem die Anwendung des schulbezogenen Fachwissens angehender Mathematiklehrkräfte in standardisierten Unterrichtssimulationen erfasst werden soll. Sie fokussierte in ihrem Vortrag dabei die Entwicklung ihres Instruments und zeigte erste Ergebnisse über Zusammenhänge zwischen dem schulbezogenen Fachwissen und kognitiver Aktivierung als fachspezifisches Unterrichtsqualitätskriterium im Bereich Analysis auf. In der anschließenden Diskussion wurden die vorgestellten Unterrichtssituationen und vor allem die Operationalisierung durch Verstehenselemente fokussiert, aber auch Vorschläge für weitere Analysen gegeben.

Im zweiten Vortrag des Tages stellte Saskia Schreiter (PH Heidelberg) eine Eye-Tracking Studie mit Schüler*innen der Klassenstufen 4, 6 und

8 vor, die Datenverteilungen analysierten. Sie konzentrierte sich dabei auf die Frage, inwiefern aus Eye-Tracking-Daten Rückschlüsse auf die von den Lernenden genutzten lokalen und globalen Strategien gezogen werden können und zeigte eine methodische Triangulation von Eye-Tracking und Eye-Tracking Stimulated Recall Interviews auf. Die Vor- und Nachteile dieser Methode sowie Alternativen in der Auswertung wurden anschließend gewinnbringend diskutiert. Auch die Frage, warum sich in den Daten keine klassenstufenbezogenen Unterschiede zeigten, wurde vor allem bezogen auf Implikationen für die Schulpraxis und für diagnostische Zwecke diskutiert.

In einer extra für uns eingerichteten geschlossenen Gesellschaft wurde danach der Abend mit einem gemeinsamen Essen verbracht, welches für die meisten Teilnehmenden noch in einem späteren Kneipenbesuch mündete. Zwar haben wir diesmal kein lauschendes Schlossgespenst vorzuweisen, doch auch so können wir berichten, dass selbst ohne die traditionelle Abenddiskussion noch bis tief in die Nacht über die bisherigen Vorträge und wissenschaftlichen Projekte diskutiert wurde.

Am Samstagmorgen führte Stephanie Kron (LMU München) in die Messung von Indikatoren für diagnostische Kompetenz – unterschieden in diagnostische Prozesse und diagnostische Leistung – ein und knüpfte dabei auch an den Vortrag von Carina Albu an, da sie ebenfalls standardisierte Unterrichtssimulationen nutzte. Insbesondere kontrastierte sie zwei Präsentationsformate diagnostischer Einzelinterviews (Rollenspiel und Videosimulation) zur Dezimalbruchrechnung, die in der anschließenden Diskussion insbesondere bezogen auf die mögliche wahrgenommene Authentizität diskutiert wurden. Auch die aus verschiedenen Studien ermittelte Rolle individueller Ressourcen, vor allem des Fachwissens und des Interesses, auf die Diagnoseprozesse und die diagnostische Leistung sowie deren Entwicklung wurden neben statistischen Auswertungsmöglichkeiten diskutiert.

Im letzten Vortrag der Herbsttagung stellte Femke Sporn (IPN Kiel) ihr bereits erfolgreich abgeschlossenes Dissertationsprojekt zum mathematischen Beweisverständnis unter der Perspektive möglicher weiterer Forschungsschritte vor. Neben ihrem theoretischen Rahmenmodell präsentierte sie dazu die Ergebnisse zweier empirischer Studien zum individuellen Beweisverständnis von Lernenden in der Sekundarstufe und zu Beginn des Mathematikstudiums sowie Einblicke in eine Interventionsstudie. Mögliche Erklärungen für die dargestellten Ergebnisse sowie Hinweise auf (sprachliche) Herausforderungen bezogen auf das theoretische Rahmenmodell sowie auf die Operationalisierung von Beweisverständnis wurden anschließend



Gruppenfoto, entstanden auf der Herbsttagung 2023 des AK Psychologie und Mathematikdidaktik (Foto: A. Lindmeier)

diskutiert. Für die weiteren Forschungsmöglichkeiten wurden u. a. sowohl Zusammenhangsanalysen zwischen einzelnen Aspekten des Beweisverständnisses in einem längsschnittlichen Untersuchungsdesign als auch eine Differenzierung des Beweisverständnisses hinsichtlich verschiedener mathematischer Themenbereiche vorgeschlagen.

Wir möchten uns bei allen Vortragenden, die sich im Rahmen der Herbsttagung dem intensiven Vortragsformat gestellt haben, nochmals herzlich bedanken. Gleichzeitig danken wir auch allen Teilnehmenden für Ihre Fragen, Kommentare und Anregungen. Ein besonders großer Dank geht dieses Jahr aber an die Arbeitsgruppe in Jena, die dieses Treffen vortrefflich organisiert hat!

Um auch Sie an den Vorträgen und Einblicken teilhaben zu lassen, haben wir die Vortragenden gebeten, die Kernpunkte ihres Vortrags sowie einen kurzen Rückblick auf die Diskussion festzuhalten.

Wissen – Planen – Handeln: Entwicklung eines Microteaching-Performance Assessments zur Anwendung des schulbezogenen Fachwissens angehender Mathematiklehrkräfte in Unterrichtssimulationen

Carina Albu, Anke Lindmeier (FSU Jena)

Angehende Mathematiklehrkräfte empfinden die Hochschulmathematik, wie sie in den meisten Lehramtsstudiengängen (Sekundarstufe) vermittelt wird, meist als wenig hilfreich für die praktische Anwendung im Unterricht. Gleichzeitig wird jedoch angenommen, dass das Wissen über die Zusammenhänge zwischen akademischer und schulischer Mathematik (*schulbezogenes Fachwissen*, SRCK) notwendig ist, um Mathematik in der Schule fachlich korrekt und intellektuell ehrlich zu vermitteln (Dreher et al., 2023). Bisher wurden diese angenommenen Zusammenhänge, einerseits zur fachspezifischen Unterrichtsqualität und andererseits

zu den professionellen Handlungskompetenzen, von Lehrkräften allerdings noch nicht untersucht. Basierend auf den Gütekriterien für Performance Assessments (siehe Albu & Lindmeier, 2023) wurden zwei Testinstrumente entwickelt, mit denen anhand der standardisierten Planung und Durchführung einer didaktisch reduzierten Microteaching-Unterrichtssimulation mit vier simulierten Lernenden im Bereich der Analysis die genannten Zusammenhänge und die Bedingungen der Anwendung von SRCK untersucht wurden.

Im Vortrag lag der Fokus auf der Instrumentenentwicklung sowie den ersten vorläufigen Ergebnissen zum Zusammenhang zwischen dem in einem Wissenstest erhobenen SRCK von 19 angehenden Mathematiklehrkräften und deren Fähigkeit, kognitiv aktivierenden Unterricht anzubieten. Dafür wurde beispielsweise die Nutzung (Vorkommen, Intensität, Initiierung, Qualität) von sogenannten Verstehenselementen (Drollinger-Vetter, 2011) innerhalb der Microteaching-Simulation als fachspezifisches Unterrichtsqualitätskriterium bewertet. Am Beispiel des Grenzwertbegriffs für Folgen wurden in einer Vorstudie 13 Verstehenselemente identifiziert, die sich zum Teil unterschiedlich für schulische bzw. akademische Mathematik ausdifferenzieren lassen.

Die Ergebnisse zeigen, dass die angehenden Mathematiklehrkräfte in den Unterrichtssimulationen tendenziell wenig Verstehenselemente selbstständig verwendeten, wobei sie (auch auf Nachfrage) primär auf die aus dem schulischen Bereich zurückgriffen. Auch die Qualität, basierend auf der intellektuellen Ehrlichkeit, war insgesamt niedrig, so dass der Grenzwertbegriff eher verfälscht (statt nur vereinfacht) vermittelt wurde. Gleichzeitig deuten sich Zusammenhänge bezüglich des SRCK der Teilnehmenden und der Nutzung der akademischen Verstehenselemente sowie deren Qualität an (mittlere bis starke Korrelationen). Zum Abschluss der Präsentation wurden Aspekte der Validierung des Instruments, die vorläufigen Ergebnisse sowie mögliche Limitationen diskutiert. Ein Ausblick für das weitere Vorgehen, wie beispielsweise die Replikation anhand eines weiteren Themengebiets (Umkehrfunktionen) und die noch ausstehende statistische Konstruktvalidierung, wurde ebenfalls aufgezeigt.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die Diskussion fokussierte sich auf die Methodik der vorgestellten Unterrichtssimulationen sowie auf die Operationalisierung mithilfe der Verstehenselemente. Zentrale Themen waren beispielsweise die Gewichtung der Verstehenselemente und die dichotome Trennbarkeit zwischen schulischen und akademischen Verstehenselementen. Die Diskussion lieferte dahingehend Anregungen die Verstehens-

elemente zukünftig nicht disjunkt zu betrachten, sondern verschiedene Perspektiven auf dasselbe Verstehenselement (als Kontinuum) zu bewerten. Insgesamt stießen die Unterrichtssimulationen auf positives Feedback und großes Interesse, sodass neben den noch ausstehenden Validitätsuntersuchungen auch weitere Analysen aufgezeigt wurden, die im aktuellen Projekt (bisher) nicht angedacht waren, langfristig aber zur Frage beitragen könnten, welchen Unterschied SRCK für die Kompetenz von Mathematiklehrkräften macht.

Lokale vs. globale Sicht von Schüler*innen auf Datenverteilungen: Eine klassenstufenübergreifende Analyse mittels Eye-Tracking Saskia Schreiter, Markus Vogel (Pädagogische Hochschule Heidelberg)

Die Fähigkeit, Datenverteilungen zu interpretieren und zu vergleichen, ist ein wichtiges Bildungsziel (Burrill et al., 2023). Um dem statistischen Konzept der Verteilung gerecht zu werden, reicht es nicht, dass nur einzelne Datenpunkte oder kleine Gruppen von Datenpunkten in den Blick genommen werden. Darüber hinaus ist auch die Verteilung als Ganzes zu betrachten, sodass globale Merkmale wie Lage, Streuung und Form berücksichtigt werden können (*lokale vs. globale Sicht auf Datenverteilungen*; Bakker & Gravemeijer, 2004). Dies ist für Schüler*innen jedoch häufig mit Schwierigkeiten verbunden, die über die Klassenstufen hinweg bestehen bleiben (Konold & Higgins, 2003). Obwohl viele Autoren die Vorstellungen und Schwierigkeiten von Schüler*innen im Zusammenhang mit ihrer Sicht auf die Daten (lokal vs. global) adressieren, wurde das eigentliche Blickverhalten in diesem Zusammenhang bisher noch nicht empirisch untersucht.

Im Vortrag wurde eine Studie vorgestellt, die eine methodische Triangulation von Eye-Tracking und Eye-Tracking Stimulated Recall Interviews verwendete, um die visuelle Aufmerksamkeit und das statistische Denken von Schüler*innen ($N = 68$ der Klassenstufen 4, 6 und 8) bei vier Aufgaben zum Vergleich von je zwei Datenverteilungen zu untersuchen. Hierbei zeigte sich, dass lokale und globale Strategien beim Verteilungsvergleich mit unterschiedlichen Blickmustern einhergehen. In Übereinstimmung mit unseren theoretisch abgeleiteten Hypothesen hatten Schüler*innen mit einer globalen im Vergleich zu einer lokalen Sicht auf Datenverteilungen im Durchschnitt signifikant weniger Fixationen, längere Sakkadenamplituden und eine höhere relative Anzahl von horizontalen Sakkaden. Diese Ergebnisse weisen auf das Potenzial dieser Eye-Tracking Maße als Indikatoren für eine lokale vs. globale Sicht auf Datenverteilungen hin. Ein weiteres Forschungsinteresse bestand in der Un-

tersuchung eines potenziellen Einflusses der Klassenstufe auf die Art und Weise, wie Schüler*innen Datenverteilungen wahrnehmen und vergleichen. Trotz Variationen im spezifischen Vorwissen zeigten die Ergebnisse keine signifikanten klassenbezogenen Unterschiede, weder im Blickverhalten der Schüler*innen noch in ihrer Fähigkeit, globale Merkmale beim Verteilungsvergleich zu berücksichtigen. Dieses Ergebnis legt nahe, dass es keine signifikanten Entwicklungen in Bezug auf die Fähigkeiten der Schüler*innen gibt, Datenverteilungen global wahrzunehmen. Neben möglichen Ansätzen zur Interpretation der Ergebnisse wurden im Vortrag Implikationen für weitere Forschung präsentiert und diskutiert.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Im ersten Teil der Diskussion wurde zunächst auf unterschiedliche Verfahren der Datenanalyse eingegangen. Alternativ zum gewählten Verfahren der multivariaten Varianzanalyse auf der Schüler*innen-Ebene wurden Analyse-Verfahren auf der Item-Ebene, sowie komplexere Mehrebenenanalysen vorgeschlagen und mit ihren Vor- und Nachteilen diskutiert. Dies eröffnete gewinnbringende neue Perspektiven für weitere Analyseschritte mit einem erweiterten Forschungsfokus. Weiterhin wurden hilfreiche Fragen zur methodischen Kombination von Eye-Tracking und Eye-Tracking Stimulated Recall Interviews erörtert, was dabei half, die Wahl dieser Methodenkombination vor dem Hintergrund unserer Forschungsinteressen nochmals zu präzisieren. Der konzentrierte Blick auf die kognitiven Prozesse der Schüler*innen, die einer datenbasierten Entscheidung zum Verteilungsvergleich zugrunde liegen, wurde hierbei als sehr gewinnbringend hervorgehoben. Zudem wurden weitere Perspektiven für zukünftige Forschung eingebracht und diskutiert, die gezielt die Zusammenhänge zwischen diesen kognitiven Prozessen, der folgenden datenbasierten Entscheidung und der anschließenden Begründung beleuchtet und empirisch untersucht. Abschließend wurden Implikationen für die Schulpraxis adressiert (z. B. warum sich keine klassenstufenbezogenen Unterschiede zeigten oder wie und wann entsprechende inhaltsbezogene Kompetenzen curricular verankert sind und wie die Schulrealität tatsächlich aussieht) und potenzielle Nutzen der vorgestellten Forschungsergebnisse für diagnostische Zwecke diskutiert.

Messung von Indikatoren diagnostischer Kompetenz im Rahmen simulierter Diagnoseinterviews

Stephanie Kron, Stefan Ufer (LMU München)

Die diagnostische Kompetenz von Lehrkräften wird als zentrale Voraussetzung für einen adaptiven Un-

terricht verstanden. Für eine handlungsnaher Messung und Förderung dieser und anderer professioneller Kompetenzen wird zunehmend der Einsatz von simulationsbasierten Lernumgebungen diskutiert. Basierend auf theoretischen Modellen diagnostischer Kompetenz, wurde im Vortrag ein Ansatz zur Messung diagnostischer Kompetenz anhand einzelner Indikatoren vorgestellt, die individuelle Ressourcen (kognitiv und affektiv-motivational), die Leistung und den Prozess, der dieser Leistung vorangegangen ist, umfassen (Heitzmann et al., 2019). Um die diagnostischen Prozesse und die diagnostische Leistung angehender Mathematiklehrkräfte handlungsnah aber dennoch standardisiert messen zu können, wurde eine Rollenspielsimulation diagnostischer, aufgabenbasierter Einzelinterviews entwickelt.

Nach einer Operationalisierung diagnostischer Kompetenz anhand konkreter Indikatoren und einem Überblick über die Simulation wurden die Hauptergebnisse drei bereits publizierter Studien berichtet, die die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Indikatoren untersuchen.

In der ersten Studie wurde der Zusammenhang zwischen professionellem Wissen und der Auswahl von Aufgaben unter Berücksichtigung deren diagnostischen Potentials untersucht. Es zeigte sich ein signifikant negativer Effekt des Fachwissens auf die Auswahl von Aufgaben mit niedrigem diagnostischem Potential (Kron et al., 2021). Aufbauend auf diesen Ergebnissen und der Frage, wie affektiv-motivationale Ressourcen mit Prozess- und Leistungsindikatoren zusammenhängen, wurden Haupt- und Interaktionseffekte zwischen einzelnen Komponenten des professionellen Wissens und dem Interesse der Studierenden untersucht. Die beobachteten signifikanten Interaktionseffekte zwischen fachdidaktischen Wissen und Interesse an Mathematikdidaktik bzw. Fachwissen und Interesse an Diagnostik auf Prozess- und Leistungsindikatoren, deuten darauf hin, dass affektiv-motivationale Ressourcen die Effekte kognitiver Ressourcen moderieren (Kron et al., 2022a). Angesichts der zentralen Rolle des Interesses für die Aktivierung relevanter Wissensinhalte wurde mit der dritten Studie die Entwicklung von Interesse im Verlauf von vier Simulationssitzungen in Abhängigkeit von dem Erleben der Simulation untersucht. Um Effekte des Präsentationsformats untersuchen zu können, wurde zusätzlich zur rollenspielbasierten Simulation eine videobasierte Version entwickelt. Es zeigten sich positive Zusammenhänge zwischen dem Erleben von Authentizität und Immersion und dem Interesse der Studierenden sowie negative Zusammenhänge zwischen dem Erleben von extrinsischer kognitiver Belastung und dem Interesse der Studierenden (Kron et al., 2022b).

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Aus der Diskussion ergaben sich interessante Hinweise zur Methodik und zur Darstellung der Ergebnisse. Dabei wurden insbesondere statistische Fragen zur Erhebung des professionellen Wissens der Lehramtsstudierenden, der Auswertung der Daten anhand (generalisierter) linearer Mischmodelle, sowie der Messung der Prozess- und Leistungsindikatoren diskutiert. Darüber hinaus wurde die Frage diskutiert, wie der Begriff der Authentizität im Kontext simulierter Lernumgebungen zu definieren sei und auf die Unterscheidung zwischen der Authentizität der Darstellung der professionellen Handlungssituation und der Authentizität der Handlungsmöglichkeiten in der Simulation eingegangen (Chernikova et al., 2023).

Mathematisches Beweisverständnis in Sekundarstufe und Hochschule

Femke Sporn, Daniel Sommerhoff und Aiso Heinze (IPN Kiel)

Beweise sind für die Generierung von Evidenz zentral im Fach Mathematik (Hanna & Jahnke, 1996). Entsprechend sind Beweise auch Teil der mathematischen Ausbildung. So sollen Lernende die Mathematik als deduktives System begreifen und argumentative Herausforderungen erfolgreich bewältigen können (Winter, 1995). Empirische Studien belegen jedoch wiederholt, dass Lernende inhalts- und altersübergreifend Schwierigkeiten im Bereich mathematischer Beweise zeigen. In diesem Zusammenhang wird in der Forschungsliteratur verschiedentlich berichtet, dass Lernende ein Verständnis von mathematischen Beweisen aufbauen sollen (z. B. Buchbinder & Zaslavsky, 2011; Healy & Hoyles, 2000; Stylianou et al., 2015). Dabei bleibt jedoch unklar, was genau unter einem Beweisverständnis zu verstehen ist. Entsprechend ist der Vergleich bisheriger Ergebnisse sowie deren Verortung im Sinne eines Beweisverständnisses schwierig.

Um dieses Desiderat zu adressieren, wurde zunächst ein theoretisches Rahmenmodell zum mathematischen Beweisverständnis präsentiert. Anschließend wurden zwei empirische Studien vorgestellt, welche die Operationalisierung des Beweisverständnisses der Lernenden basierend auf diesem Rahmenmodell fokussierten. Die Ergebnisse der empirischen Studien wurden genutzt, um (i) zentrale Unterscheidungen im Rahmenmodell zu validieren, (ii) zu verdeutlichen, wie auf Basis des Rahmenmodells als einheitliche Grundlage eine systematische Untersuchung des Beweisverständnisses von Lernenden möglich wird und (iii) um ein Beweisverständnis von Lernenden in unterschiedlichen Phasen im Verlauf der mathematischen Ausbildung zu beschreiben. Dabei wurde deutlich, dass die Lernen-

den in den verschiedenen Ausbildungsphasen ein moderates bis schwaches Beweisverständnis zeigen und dass sich das Beweisverständnis der Lernenden im Verlauf der mathematischen Ausbildung kaum steigert. Aufbauend auf diesen ernüchternden Ergebnissen wurden anschließend Forschungsansätze diskutiert, die vertiefende Einblicke in das Beweisverständnis ermöglichen und beispielsweise längsschnittliche Zusammenhänge analysieren oder Erklärungen für die geringen Entwicklungen liefern können.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Die Diskussion konzentrierte sich zunächst auf die Operationalisierung des Beweisverständnisses der Lernenden. Dabei wurde vor allem die Bedeutung sozio-mathematischer Normen für die Akzeptanz einer Argumentation als gültiger mathematischer Beweis und die daraus resultierenden Einschränkungen für die Erfassung des Beweisverständnisses der Lernenden diskutiert. Auch auf sprachliche Herausforderungen sowohl bei der Operationalisierung als auch bezogen auf das theoretische Rahmenmodell wurde an dieser Stelle hingewiesen. In der weiteren Diskussion wurden die Ergebnisse der empirischen Studien zur Beschreibung des Beweisverständnisses im Verlauf vor allem hinsichtlich der Unterschiede und Zusammenhänge zwischen einzelnen Aspekten des Beweisverständnisses und möglicher Erklärungen hierfür diskutiert.

Für die weitere Forschung zum Beweisverständnis wurde unter anderem vorgeschlagen, weitere Zusammenhänge zwischen einzelnen Aspekten in einem längsschnittlichen Untersuchungsdesign zu fokussieren sowie eine Differenzierung des Beweisverständnisses von Lernenden hinsichtlich verschiedener mathematischer Themenbereiche zu betrachten.

Organisatorisches und Ausblick

Daniel Sommerhoff (IPN Kiel) wurde für weitere vier Jahre als Sprecher des AKs bestätigt und als neue Sprecherin wurde Silke Neuhaus-Eckhardt (JMU Würzburg) gewählt. Wir danken hiermit der ausscheidenden Sprecherin Anke Lindmeier noch einmal herzlichst für Ihre jahrelange hervorragende Leitung des AKs. Da die traditionelle Tagungsstätte des Arbeitskreises aufgrund von Renovierungsarbeiten weiterhin geschlossen ist, wird aktuell noch nach einem passenden Tagungsort für nächstes Jahr gesucht. Anvisierter Termin ist 18. und 19. Oktober 2024.

Haben Sie Lust bekommen, an unserer Tagung teilzunehmen und mitzudiskutieren? Eine kurze E-Mail an den Sprecher Daniel Sommerhoff (sommerhoff@leibniz-ipn.de) oder die Sprecherin

Silke Neuhaus-Eckhardt (neuhaus@dmuw.de) genügt, wenn Sie in den Emailverteiler des Arbeitskreises aufgenommen werden möchten, der unser Hauptkommunikationsmittel ist. Aktuelle Informationen finden Sie auch immer auf unserer Internetpräsenz unter akpsy.didaktik-der-mathematik.de/.

Wenn Sie vortragen möchten, melden Sie sich bitte ebenfalls per E-Mail. Die Teilnehmenden unserer Herbsttagung interessieren sich vornehmlich für Studien, bei denen die Bezugsdisziplin Psychologie eine Rolle spielt. Bis zu vier Arbeiten, die eher fortgeschritten oder kurz vor dem Abschluss sind, können vorgestellt werden, egal ob es ein Promotionsprojekt, Ausschnitt aus einer laufenden Studie oder eine Arbeit im Publikationsprozess ist. Sie sollten dazu bereit sein, die Arbeiten im Sinne eines ausführlichen Werkstattberichts zur Diskussion zu stellen. Unterjährig wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich keine weitere planmäßige Aktivität anbieten.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

- Albu, C., Lindmeier, A. (2023). Performance assessment in teacher education research – A scoping review of characteristics of assessment instruments in the DACH region. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaften*, 26, 751–778. DOI:10.1007/s11618-023-01167-7
- Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 147–168). Springer Netherlands.
- Buchbinder, O., & Zaslavsky, O. (2011). Is this a coincidence? The role of examples in fostering a need for proof. *ZDM*, 43(2), 269–281.
- Burrill, G. F., de Oliveira Souza, L., & Reston, E. (eds.), *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives*. Springer. DOI:10.1007/978-3-031-29459-4
- Chernikova, O., Holzberger, D., Heitzmann, N., Stadler, M., Seidel, T., & Fischer, F. (2023). Where salience goes beyond authenticity. *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*. DOI:10.1024/1010-0652/a000357
- Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. (2022). Welches Fachwissen brauchen Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe?. In: Halverscheid, S., Kersten, I., Schmidt-Thieme, B. (Hrsg.) *Bedarfsgerechte fachmathematische Lehramtsausbildung. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 297–319). Springer Spektrum. DOI:10.1007/978-3-658-34067-4_17
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Waxmann.
- Hanna, G., & Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 877–908). Springer.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4), 396–428. DOI:10.2307/749651
- Heitzmann, N., Seidel, T., Opitz, A., Hetmanek, A., Wecker, C., Fischer, M., Ufer, S., Schmidmaier, R., Neuhaus, B., Siebeck, M., Stürmer, K., Obersteiner, A., Reiss, K., Girwidz, R., & Fischer, F. (2019). Facilitating diagnostic competences in simulations: A conceptual framework and a research agenda for medical and teacher education. *Frontline Learning Research*, 7, 1–24.
- Konold, C., & Higgins, T. L. (2003). Reasoning about data. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 193–215). National Council of Teachers of Mathematics.
- Kron, S., Sommerhoff, D., Achtner, M., Stürmer, K., Wecker, C., Siebeck, M., & Ufer, S. (2022a). Cognitive and motivational person characteristics as predictors of diagnostic performance: Combined effects on pre-service teachers' diagnostic task selection and accuracy. *Journal für Mathematik-Didaktik*. DOI:10.1007/s13138-022-00200-2
- Kron, S., Sommerhoff, D., Achtner, M., Stürmer, K., Wecker, C., Siebeck, M., & Ufer, S. (2022b). Simulation-based learning environments: Do they affect learners' relevant interests? In C. Fernández, S. Llinares, Á. Gutiérrez, & N. Planas (eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 67–74). PME. rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/126600/1/proceedings-pme-45-vol3-09.pdf
- Kron, S., Sommerhoff, D., Achtner, M., & Ufer, S. (2021). Selecting mathematical tasks for assessing student's understanding: Pre-service teachers' sensitivity to and adaptive use of diagnostic task potential in simulated diagnostic one-to-one interviews. *Frontiers in Education*, 6:604568. DOI:10.3389/educ.2021.604568
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L., & Rotou, O. (2015). Undergraduate students' understanding of proof: relationships between proof conceptions, beliefs, and classroom experiences with learning proof. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(1), 91–134. DOI:10.1007/s40753-015-0003-0
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 4(2). DOI:10.1515/dmvm-1996-0214

Silke Neuhaus-Eckhardt, JMU Würzburg
E-Mail: neuhaus@dmuw.de

Daniel Sommerhoff, IPN Kiel
E-Mail: sommerhoff@leibniz-ipn.de

Bericht zur GDM-Nachwuchskonferenz 2023

Sebastian Geisler, Tanja Hamann, Thekla Kober und Karyna Umgelter

Die GDM-Nachwuchskonferenz 2023 hat vom 18. bis 22. September in Duderstadt stattgefunden. Erstmals wurde die Nachwuchskonferenz in Zusammenarbeit von zwei Standorten geplant und durchgeführt – von je zwei Mathematikdidaktiker*innen aus der Universität Hildesheim und der Universität Potsdam. Als Tagungsort mit Unterkunft, Verpflegung sowie Tagungsräumlichkeiten diente das Jugendgästehaus in Duderstadt.

Insgesamt nahmen 61 Promovierende aus der Mathematikdidaktik in Deutschland, der Schweiz und Österreich an der Nachwuchskonferenz teil, was das Interesse an diesem Format bestätigt. Alle Anmeldungen konnten in diesem Jahr berücksichtigt werden.

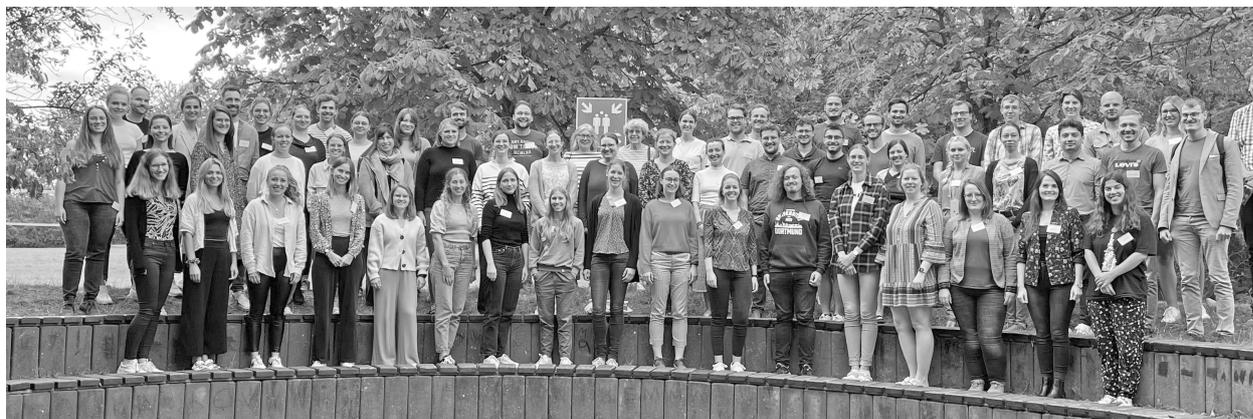
Akademisches Programm

Wie in den vergangenen Jahren diente die Nachwuchskonferenz sowohl der Vernetzung mit anderen Promovierenden und Expert*innen als auch der inhaltlichen und methodischen Weiterentwicklung der Promotionsprojekte. Dazu wurde auf die seit der ersten Nachwuchskonferenz bewährten Formate Hauptvorträge, Workshops, Runde Tische und Einzelberatungen gesetzt. Als neues Format fand zusätzlich am ersten Abend ein Kamingespräch mit Lisa Hefendehl-Hebeker mit Tipps und Tricks rund um die Promotion statt. Lisa Hefendehl-Hebeker und Sebastian Schorcht standen den Teilnehmer*innen auch die restliche Woche beratend zur Seite.

Maïke Vollstedt gab in ihrem Hauptvortrag persönliche Einblicke in die Bandbreite qualitativer Forschung in der Mathematikdidaktik; einen Überblick über quantitative Forschungsmethoden erhielten die Teilnehmenden im Hauptvortrag von Stanislaw Schukajlow. Am dritten Tag sprach Gabriele Kaiser über Möglichkeiten und Fallstricke beim kumulativen Promovieren und verband dies mit einem Überblick über das Publizieren in nationalen wie internationalen Fachzeitschriften. Reinhard Oldenburg diskutierte in seinem Hauptvortrag die Relevanz stoffdidaktischer Forschung in der Mathematikdidaktik. Die Hauptvorträge und gleichzeitig die gesamte NWK wurden von Nils Buchholtz passend abgerundet mit dem Thema Mixed Methods in der mathematikdidaktischen Forschung.

Bei einer Auswahl von insgesamt 14 Workshops hatten die Promovierenden die Möglichkeit sich mit einzelnen Forschungsmethoden und Querschnittsthemen ausführlich zu beschäftigen. Das Angebot umfasste sowohl Themen zu empirischer Forschung mit qualitativen und quantitativen Ansätzen, als auch stoffdidaktische und forschungsstrategische Inhalte. Einen Überblick über alle angebotenen Workshops findet sich in der Tabelle.

Um über das eigene Promotionsprojekt zu diskutieren und zielgerichtetes Feedback zu erhalten, standen den Promovierenden die Formate des Runden Tisches und der Einzelberatungen zur Verfügung. Während die Einzelberatungen als Gespräch unter vier Augen mit Expert*innen aus der Mathematikdidaktik gedacht sind, bei denen aktuelle Bau-



Teilnehmende der GDM-Nachwuchskonferenz 2023 in Duderstadt (Quelle: Sebastian Geisler)

Workshopslot 1	Workshopslot 2	Workshopslot 3	Workshopslot 4	Workshopslot 5
Michael Meyer: Interpretative Verfahren	Bärbel Barzel: Qualitative Daten fundiert analysieren	Ulrike Bohle-Jurok: Wissenschaftliches Schreiben	Birgit Brandt: Interaktionsanalyse – Prozesse der Bedeutungsaushandlung im Blick	Birte Friedrich: Forschungsformat Design Research konkret
Stefanie Rach: Fragebogenkonstruktion und Analyse von Fragebogenbearbeitungen	Stanislaw Schukajlow: Wissenschaftliches Publizieren	Alexander Salle: Stoffdidaktische Analyse: Grundvorstellungen	Ulrike Bohle-Jurok: Zeitmanagement	Boris Girnat: Raschmodellierung in R
Andreas Eichler: Halbstrukturierte Interviews	Barbara Schmidt-Thieme: „Ich frag mal aus ‘ner anderen Richtung“. Erweiterte Perspektiven auf die eigene Forschung	Sebastian Geisler: Einführung in regressionsbasierte Verfahren	Sebastian Geisler: Fortgeschrittene regressionsbasierte Verfahren	

stellen im Projekt individuell und vertraulich angesprochen werden können, bieten die Runden Tische die Möglichkeit – moderiert von Expert*innen – das eigene Projekt mit anderen interessierten Promovierenden zu diskutieren. Beide Angebote wurden sehr gut angenommen. Insgesamt fanden 44 Runden Tische und Einzelberatungen statt.

Rahmenprogramm

Ein Rahmenprogramm aus Ausflügen, einem gemeinsamen Restaurantbesuch und Partyabend rundete die Nachwuchskonferenz ab. Am Mittwoch konnten die Teilnehmenden sich entweder im Grenzlandmuseum Eichsfeld über die Teilung Deutschlands und die innerdeutsche Grenze informieren oder zwischen einer klassischen und mittelalterlichen Stadtführung durch Duderstadt wählen.

Obwohl wir als Orga-Team mit unvorhersehbaren Situationen zu kämpfen hatten (coronabedingte Abwanderung von Hauptvorträgen und Workshops ins Digitale, Totalausfall des Internets), entschädigten die Eindrücke, die wir in diversen Gesprächen

mit allen Beteiligten und nicht zuletzt bei den verschiedenen sozialen Events gewinnen konnten, sowie das Feedback der Teilnehmenden. So fuhren die Promovierenden nach fünf Tagen voller Input mit vielen neuen Ideen zur Weiterarbeit an ihren Projekten wieder nach Hause, und wir können auf eine schöne und gelungene GDM-Nachwuchskonferenz 2023 zurückblicken.

Wir bedanken uns bei allen Expert*innen, die uns unterstützt haben, sowie der GDM für die finanzielle Unterstützung der Nachwuchskonferenz. Die nächste Nachwuchskonferenz wird durch das IPN Kiel ausgetragen und findet vom 9. bis 13. September 2024 in Bad Malente statt.

Sebastian Geisler, Universität Potsdam
E-Mail: sebastian.geisler@uni-potsdam.de

Tanja Hamann, Universität Hildesheim
E-Mail: hamann@imai.uni-hildesheim.de

Thekla Kober, Universität Hildesheim
E-Mail: kober@imai.uni-hildesheim.de

Karyna Umgelter, Universität Potsdam
E-Mail: karyna.umgelter@uni-potsdam.de

Friedhelm Padberg

Thomas Rottmann



Quelle: Dr. Anja Padberg

Am 31. Mai 2023 verstarb Friedhelm Padberg nach schwerer Krankheit im Alter von 83 Jahren. Friedhelm Padberg wurde am 19.1.1940 geboren. Er studierte in den Jahren 1960 bis 1965 die Fächer Mathematik, Geographie, Physik und Philosophie an der Universität Münster und legte

im Jahr 1966 das Erste Staatsexamen für das Lehramt an Gymnasien in den Fächern Mathematik und Geographie ab. Das anschließende Referendariat schloss er 1968 mit dem Zweiten Staatsexamen ab.

Im Jahr 1970 promovierte Friedhelm Padberg an der Universität Münster zum Dr. rer. nat. und wurde als Studienrat im Hochschuldienst an die Pädagogische Hochschule Westfalen-Lippe, Abteilung Münster, abgeordnet. An dieser Hochschule habilitierte er sich 1973 in Mathematikdidaktik und wurde noch im selben Jahr zum Professor an der Abteilung Bielefeld ernannt. Mit der Integration der Pädagogischen Hochschule in die Universität Bielefeld wurde Friedhelm Padberg dann im Jahr 1980 Professor an der Fakultät für Mathematik, wo er bis zu seiner Pensionierung im Februar 2005 forschte und lehrte.

Friedhelm Padberg war im wahrsten Sinne des Wortes ein begeisterter Hochschullehrer. In seinen Veranstaltungen gewann man als Teilnehmer stets den Eindruck, dass es ihm nicht nur ein wichtiges Anliegen, sondern auch eine große Freude war, Studierende zu unterrichten und sie für die Mathematik zu begeistern. In seiner Lehre vertrat er die Mathematikdidaktik für die Primar- und Sekundarstufe in der gesamten Breite. Als Student durfte ich Friedhelm Padberg in fachdidaktischen Seminaren ebenso erleben wie als Teilnehmer und studentische Hilfskraft in fachwissenschaftlichen Vorlesungen für das Lehramt. In Erinnerung geblie-

ben sind mir dabei seine ruhige, wertschätzende Art, sein sehr klar strukturierter Arbeits- und Vortragsstil und die Fähigkeit, sich auf die teils sehr unterschiedlichen Kompetenzen der Studierenden einzustellen.

In seiner Forschung hat sich Friedhelm Padberg mit unterschiedlichen Themenfeldern vor allem aus dem Arithmetikunterricht der Primar- und Sekundarstufe befasst und dabei einen Fokus auf Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern gelegt. Besonders der Analyse von Fehlvorstellungen und Fehlerstrategien kommt eine große Bedeutung in seiner Forschung zu, verbunden mit der Perspektive, Studierende und Lehrkräfte für zentrale Problembereiche zu sensibilisieren und Wege zur Vermeidung typischer Fehler aufzuzeigen.

Diese praxisorientierte Arbeit hat sich in einer Vielzahl an Publikationen als Autor und als Herausgeber niedergeschlagen. Es ist ihm gelungen, als Herausgeber die Reihe „Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II“ bei Springer Spektrum zu etablieren und diese mit rund 80 erschienenen Bänden und Auflagen zu einer der im deutschsprachigen Raum führenden und bekanntesten Buchreihe von Werken zur Mathematikdidaktik sowie von Mathematikwerken für Studierende auszubauen. Seine intensiven Gespräche auf so mancher GDM-Jahrestagung oder Herbsttagung des Arbeitskreis Grundschule gaben nicht selten den Startschuss für ein neues Buchprojekt in dieser Reihe. Er selbst hat als Autor Standardwerke wie „Didaktik der Arithmetik“, „Didaktik der Bruchrechnung“ oder „Einführung in die Arithmetik“ verfasst und diese bis vor wenigen Monaten stetig selbst aktualisiert und überarbeitet. So dürften auch heute, 18 Jahre nach seinem Ausscheiden aus dem aktiven Universitätsdienst, nur wenige Studierende ihr Mathematik-Lehramtsstudium abschließen, ohne mit einer seiner Publikationen gearbeitet zu haben.

Thomas Rottmann, Bielefeld
E-Mail: thomas.rottmann@uni-bielefeld.de

Nachruf auf Willi Schipper

Jens Holger Lorenz



Foto: Pressestelle der Universität

Die Mathematikdidaktik trauert um Willi Schipper, der unerwartet und zu früh von uns gegangen ist. Ich trauere um einen guten Freund, mit dem mich mehr als nur die wissenschaftliche Nähe und das ähnliche Forschungs- und Lehrfeld verband. Unsere Familie haben viele

Stunden zusammen verbracht, Willis Frau Bärbel hat in Bielefeld für uns, meine Frau und mich, Streifzüge und Besichtigungen durch die Stadt organisiert und kenntnisreich kommentiert. Beeindruckend war die mehr als freundliche Atmosphäre, mit der wir immer im Hause Schipper aufgenommen wurden. Die Feste, zu denen Willi anlässlich seiner Geburtstage oder akademischer Feiern geladen hatte, ließen alles Formale vermissen zugunsten einer zwanglosen, heiteren Runde. Er war anders, als ich mir bis dahin einen Westfalen vorgestellt hatte.

Auch wenn ich Willi persönlich sehr nahe stand, so komme ich an dieser Stelle nicht um eine Würdigung seines akademischen Werdegangs herum, auch wenn sie, wie die meisten solcher Nachrufe, formal ausfällt und die Persönlichkeit teilweise zu kurz kommen lässt. Willi wurde am 13. 7. 1946 in Kamen geboren und entschied sich 1968, das Studium für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen mit den Fächern Mathematik, Biologie und Chemie an der PH Ruhr in Dortmund aufzunehmen. 1971 schloss er dieses Studium mit dem ersten Staatsexamen zügig ab, welchem nach dem direkt anschließenden Referendariat 1972 das zweite Staatsexamen folgte. Auch hierin zeigt sich seine zielstrebige, gradlinige Vorgehensweise, eine Persönlichkeitseigenschaft, die ihn bis zuletzt auszeichnete.

Der Hochschule blieb er vorläufig erhalten, er war von 1972 bis 1975 in Dortmund, anschließend von 1975 bis 1981 in Göttingen als wissenschaftlicher Mitarbeiter tätig. Die Zeit in Göttingen nutzte er, um seine Dissertation mit dem Titel „Untersuchung zur Stellung der Topologie im geometrischen Anfangsunterricht“ zu verfassen. Hier entwickelte

sich auch die Kooperation und Freundschaft mit Hendrik Radatz, mit dem zusammen er das sehr einflussreiche „Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen“ konzipierte und veröffentlichte.

Zu dieser Zeit existierte eine Gruppe aus ehemaligen Frankfurter Kollegen, Bauersfeld, Homann, Lorenz, Rickmeyer, Radatz, die an dem damaligen „Alef-Projekt“ mitgearbeitet, sich aber nach der Auflösung in Frankfurt über die Bundesrepublik verstreut hatte. Diese Gruppe traf sich jedes Jahr zu einer einwöchigen Wanderung, meist entlang romanischer Kirchen und Bauten in Niedersachsen, denn die meisten hatten in dieser Gegend ihre ersten wissenschaftlichen Meriten verdient. Willi wurde sofort in diese Gruppe aufgenommen und begleitete sie auf den folgenden „wissenschaftlichen“ Exkursionen.

Willi verließ die Hochschule, um sich seiner zweiten (der eigentlichen?) Bestimmung zu widmen: Er war 1983 bis 1993 Lehrer und Leiter einer Grund-/Hauptschule mit Sonderschulzweig, zwischenzeitlich (1984–1988) erst stellvertretender, dann kommissarischer Leiter des Dezernats Elementarbereich, Grund- und Sonderschulen am Niedersächsischen Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung (NLI) in Hildesheim. Ich muss zugeben, dass mich seine Lehrertätigkeit sehr beeindruckt hat, sie war mir zum damaligen Zeitpunkt sehr neu und ungewohnt. Ich besuchte ihn einmal in seiner Schule in seinem Rektorenzimmer, wo er mit Verwaltungsarbeit beschäftigt war. Auf meine Frage, was denn seine Schüler, die doch sicher in der Klasse auf ihn warteten, ohne ihn gerade machten, antwortete er nur lakonisch: „Sie kommen morgens um 8, wissen genau, was sie zu tun haben und gehen um 1 mit hochroten Köpfen nach Hause. Mich brauchen sie nicht, um zu lernen.“ Diese Unterrichtsform muss etabliert werden, bevor sie in dieser Form funktioniert! Dies erreicht man nur, wenn man wie Willi von Herzen Lehrer ist, seine Kinder kennt und fit in classroom management ist.

Im Jahr 1993 waren Willi und ich zusammen an der PH Ludwigsburg und teilten uns ein Arbeitszimmer sowie die Pension, in der wir anfangs übernachteten. Tagsüber waren wir in lebhaften Diskussionen über die Mathematikdidaktik der Grundschule im Allgemeinen und die rechenschwachen

Kinder im Besonderen verwickelt, unser gemeinsames Thema, denn nach Bielefeld bauten wir in Ludwigsburg gerade die zweite Beratungsstelle für Dyskalkulie auf. Die Abende verliefen hingegen entspannt, weit weg von der Wissenschaft, im Garten des Gasthofs bei Bier und Schach.

Seine Lehrveranstaltungen waren hochbeliebt, denn Willi wusste die theoretischen Ausführungen immer mit seinen praktischen Erfahrungen anzureichern, wobei sich seine Begeisterung für die Lehrertätigkeit auf die Studierenden übertrug. Leider war das gemeinsame Intermezzo in Ludwigsburg nur von kurzer Dauer, denn Willi trat 1994 seine Professur in Bielefeld an. Dort leitete er dann die Beratungsstelle für Kinder mit Rechenstörungen, und diese Arbeit floss ein in seine hochgeschätzten Expertisen für Lehrplanentwicklung und Bildungsstandards.

Seine Publikationen erstrecken sich nicht nur auf das Thema „Rechenschwierigkeiten“, wobei sein Beitrag für die SINUS-Reihe und die Entwicklung des „Bielefelder Rechenschwäche-Tests

(BIRTE)“ hervorzuheben ist, sondern auch auf allgemeine Themen der Grundschulmathematikdidaktik, wie die Fortführung der vierbändigen, die einzelnen Klassenstufen abbildenden Reihe „Handbuch für den Mathematikunterricht“ ausweist. In diesem Sinne war Willi noch lange nach seiner Pensionierung aktiv, ebenso in seiner Mitwirkung an Schulbüchern. Seine Werke sind vielfältig, und seine Fortbildungsveranstaltungen haben Generationen von Grundschullehrkräften besucht und genossen.

Nun ist er am 8.9.2023 nach einer schweren Krankheit gestorben. Dass seine Schülerinnen und Schüler sein Werk fortführen werden, steht für mich außer Frage, auch wenn die Spuren, die Willi Schipper hinterlässt, tief sind und schwer zu füllen. Wir werden ihn vermissen, als Lehrer, Hochschullehrer, Wissenschaftler, Mentor und vor allem als Freund.

Jens Holger Lorenz, Frankfurt
E-Mail: jensholgerlorenz@gmail.com

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

- *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Reinhard Oldenburg, Universität Augsburg, Universitätsstraße 14, 86159 Augsburg. Tel.: 0821 . 598-2494, reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de
- *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Katja Lengnink, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut für Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen. Tel.: 0641 . 99-32221, katja.lengnink@math.uni-giessen.de
- *Kassenführerin:* Jun.-Prof. Dr. Carina Büscher (geb. Zindel), Universität zu Köln, Institut für Mathematikdidaktik, Gronewaldstraße 2 (Gebäudeteil C, R. 2.310), 50931 Köln Tel: 0221 . 470-6378, carina.buescher@uni-koeln.de

- *Schriftführerin:* Prof. Dr. Daniela Götze, Technische Universität Dortmund, Fakultät für Mathematik, Lehrstuhl IEEM, Vogelpothsweg 87, 44227 Dortmund. Tel. 0231 . 755-7835, daniela.goetze@math.tu-dortmund.de
- *Geschäftsführung:* Franziska Sommerlade, geschaeftsfuehrung@didaktik-der-mathematik.de
- *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
- *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

- Verleger: GDM ■ Herausgeberin: Prof. Dr. Daniela Götze (Anschrift s. o.) ■ Umschlagentwurf: Prof. Dr. Daniela Götze
 - Grafische Gestaltung: Christoph Eyrich, Berlin ■ Druck: Oktoberdruck GmbH, Berlin
- Der Bezugspreis der GDM-Mitteilungen ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

FREDERIK DILLING, DANIEL THURM
 & INGO WITZKE (Hrsg.)
 DIGITALER MATHEMATIKUNTERRICHT
 IN FORSCHUNG UND PRAXIS
 TAGUNGSBAND ZUR VERNETZUNGSTAGUNG 2022 IN SIEGEN



WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

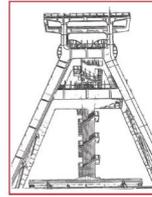
Mathematiklernen mit digitalen Medien

**F. Dilling, D. Thurm & I. Witzke (Hrsg.):
 Digitaler Mathematikunterricht in Forschung
 und Praxis.** Tagungsband zur Vernetzungst-
 agung 2022 in Siegen.

Band 3 der Reihe *Mathematiklernen mit
 digitalen Medien*. Münster: WTM-Verlag 2023.
 Ca. 280 S., mit ca. 30 farbigen Seiten, DIN A5.
 Print: ISBN 978-3-95987-203-4, 59,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-204-1 Open Access

Jörg Härterich, Michael Kallweit,
 Katrin Rolka und Thomas Skill (Hrsg.)

HANSE-KOLLOQUIUM ZUR
 HOCHSCHULDIDAKTIK DER
 MATHEMATIK 2021
 BEITRÄGE ZUM GLEICHNAMIGEN ONLINE-SYMPOSIUM
 AM 12. NOVEMBER 2021
 AUS BOCHUM



WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Schriften zur Hochschuldidaktik Mathematik

**J. Härterich, M. Kallweit, K. Rolka & T. Skill
 (Hrsg.): Hanse-Kolloquium zur Hochschuldi-
 daktik der Mathematik 2021.** Beiträge zum
 gleichnamigen Online-Symposium am
 12. November 2021 aus Bochum.

Band 9 der Reihe *Schriften zur
 Hochschuldidaktik Mathematik*. Münster 2023.
 Ca. 300 S., DIN A5.
 Print: ISBN 978-3-95987-263-8, 39,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-264-5, 36,90 €



**IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt
 (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht
 2022.** 56. JAHRESTAGUNG DER GESELLSCHAFT
 FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK vom
 29.08.2022 bis 02.09.2022 in Frankfurt am
 Main. Münster 2023: WTM-Verlag 2023. DIN
 A5, ca. 1.600 Seiten.

Print: ISBN: 978-3-95987-207-2, 119,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987208-9, 108,90 €

Nora Kühme, Nikola Leufer
 Katrin Schröder & Jana Thiele

SPRACHE IM
 MATHEMATIKUNTERRICHT
 BAUSTEINE UND IMPULSE FÜR DIE HOCHSCHULDIDAKTIK



WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Schriften zur Hochschuldidaktik Mathematik

**N. Kühme, N. Leufer, K. Schröder & J. Thiele
 Titel: Sprache im Mathematikunterricht.** Bau-
 steine und Impulse für die Hochschuldidaktik.
 Band 8 der Reihe *Schriften zur Hochschul-
 didaktik Mathematik*

Münster 2023, ca. 150 S., DIN A5
 Print: ISBN 978-3-95987-233-1, 25,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-234-8, 23,90 €

Matthias Ludwig, Simon Barlovits,
 Amélia Caldeira und Ana Moura
 (Editors)

Research On STEM Education
 in the Digital Age

Proceedings of the ROSEDA Conference



WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Conference Proceedings in Mathematics Education

**M. Ludwig, S. Barlovits, A. Caldeira & A.
 Moura: Research On STEM Education in the
 Digital Age.** Proceedings of the ROSEDA Con-
 ference.

Band 10 der Reihe *Conference
 Proceedings in Mathematics Education*.
 Münster 2022, DIN A5
 Print: ISBN 978-3-95987-251-5, 29,90 € Ebook:
 ISBN 978-3-95987-252-2 Open Access

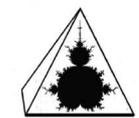
The Mathematics Education for the Future Project

Symposium Proceedings

Innovative Teaching Practices

Held at The Queen's College
 Oxford University, UK
 August 14-18, 2023

Edited by Janina Morska and Alan Rogerson



WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Conference Proceedings in Mathematics Education

**J. Morska & A. Rogerson (editors): Sympo-
 sium Proceedings Innovative Teaching Prac-
 tices.** Held at The Queen's College Oxford
 University, UK August 14-18, 2023.

Band 9 der Reihe *Conference Proceedings in
 Mathematics Education*. Münster 2023.
 DIN A5, ca. 275 S.
 Print: ISBN 978-3-95987-249-2, 39,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-250-8, 36,90 €



Diversität und Inklusion im Kontext mathematischer Lehr-Lern-Prozesse

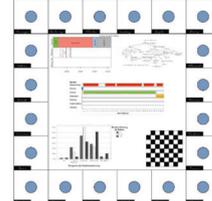
**G. Pfeiffer: Beliefs von Lehrkräften zum Einsatz
 von Arbeitsmitteln im arithmetischen Anfangs-
 unterricht für Kinder mit Förderbedarf im
 Bereich Lernen.**

Band 6 der Reihe *Diversität und Inklusion im
 Kontext mathematischer Lehr-Lernprozesse*.
 Münster: WTM-Verlag 2023. Ca. 560 Seiten,
 viele davon farbig, 17 cm x 24 cm.
 Print: ISBN 978-3-95987-247-8, 75,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-248-5, 68,90 €

Nina Sturm, Lukas Baumanns und Benjamin Rott (Hrsg.)

Wenn es sein muss,
 dann halt in Distanz

Tagungsband der Herbsttagung
 des GDM-Arbeitskreises Problemlösen 2021



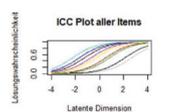
WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Ars Inveniendi et Dejudicandi

**N. Sturm, L. Baumanns & B. Rott (Hrsg.):
 Wenn es sein muss, dann halt in Distanz.** Tag-
 ungsband der Herbsttagung des GDM-Ar-
 beitskreises Problemlösen online 2021.

Band 19 der Reihe *Ars inveniendi et
 Dejudicandi*. Münster: WTM-Verlag 2023. Ca.
 150 Seiten, DIN A5.
 Print: ISBN 978-3-95987-269-0, 22,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-270-6, 20,90 €

Jana Thiele
 DIE OPTIMIERUNG VON
 ONLINE-MATHEMATIKTESTS
 DURCH ITEMREVISION
 EIN VERFAHREN AUF DER GRUNDLAGE
 DER ANALYSE STATISTISCHER DATEN
 UND FEHLERTYPEN



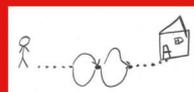
WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Evaluation und Testentwicklung in der Mathematik-Didaktik

**J. Thiele: Die Optimierung von Online-Ma-
 thematiktests durch Itemrevision.** Ein Verfah-
 ren auf der Grundlage der Analyse statistischer
 Daten und Fehlertypen.

Band 7 der Reihe *Evaluation und
 Testentwicklung in der Mathematik-
 Didaktik*. Münster: WTM-Verlag 2023. Ca.
 325 S., mit ca. 60 farbigen Seiten,
 17 cm x 24 cm
 Print: ISBN 978-3-95987-267-6, 59,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-268-3, 54,90 €

Alena Witte



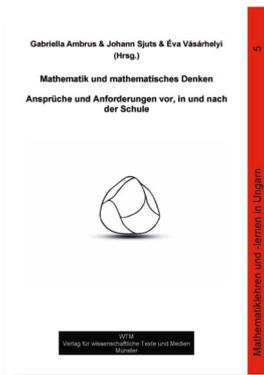
Selbstregulative Zielfokussierungen
 mathematisch potenziell begabter
 Dritt- und ViertklässlerInnen
 Theoretisch-analytische und empirische
 Untersuchungen

WTM
 Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
 Münster

Schriften zur mathematischen Begabungsforschung

**A. Witte: Selbstregulative Zielfokussierungen
 mathematisch potenziell begabter Dritt- und
 ViertklässlerInnen.** Theoretisch-analytische
 und empirische Untersuchungen.

Band 13 der Reihe *Schriften zur
 mathematischen Begabungsforschung*.
 Münster: WTM-Verlag 2023. DIN A5, ca. 500 S.
 Print: ISBN 978-3-95987-265-2, 56,90 €
 Ebook: ISBN 978-3-95987-266-9, 51,90 €



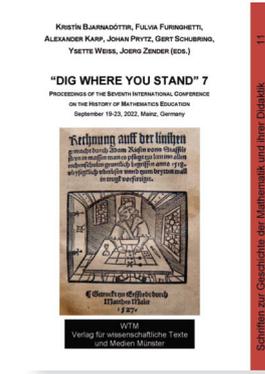
**G. Ambrus & J. Sjuts & É. Vásárhelyi (Hrsg.):
 Mathematik und mathematisches Denken –
 Ansprüche und Anforderungen vor, in und
 nach der Schule.**
 Band 5 der Reihe *Mathematiklehren und -
 lernen in Ungarn*. Münster: WTM-Verlag 2023,
 DIN A5, ca. 450 S.
 Print: ISBN 978-3-95987-271-3 55,90 €
 Ebook: ISBN 978-3-95987-272-0 50,90 €



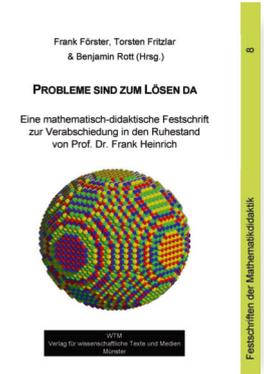
**W. Auhagen: Katalysatorwirkungen einer
 Drehtürmodellförderung auf die Entfaltung
 mathematischer Begabungen und Potenziale.**
 Theoretische und empirische Studien.
 Band 7 der Reihe *Diversität und Inklusion im
 Kontext mathematischer Lehr-Lernprozesse*.
 Münster: WTM-Verlag 2023. Ca. 560 Seiten,
 viele davon farbig, 17 cm x 24 cm.
 Print: ISBN 978-3-95987-259-1, 64,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-260-7, 58,90 €



**Nina Berlinger & Timo Dexel (Hrsg.):
 Mathematisches Tätigsein ist vielfältig –
 Begabungsfördernder Mathematikunterricht
 für alle Kinder.**
 Band 8 der Reihe *Diversität und Inklusion im
 Kontext mathematischer Lehr-Lernprozesse*.
 Münster: WTM-Verlag 2023. Ca. 220 Seiten,
 viele davon farbig, 17 cm x 24 cm.
 Print: ISBN 978-3-95987-261-4, 35,90 €
 E-Book: ISBN 978-3-95987-262-1 32,90 €



**K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, A. Karp, J.
 Prytz, G. Schubring, Y. Weiss, J. Zender (eds.)
 "DIG WHERE YOU STAND" 7. Proceedings of
 the Seventh International Conference on the
 History of Mathematics Education
 September 19-23, 2022, Mainz, Germany.**
 Band 9 der Reihe *Schriften zur Geschichte der
 Mathematik und ihrer Didaktik*
 Münster: WTM-Verlag 2023, Ca. 380 Seiten,
 17 cm x 24 cm
 Print: 978-3-95987-255-3 51,90 €
 E-Book: 978-3-95987-256-0 **Open Access**



**F. Förster, Torsten Fritzlär & B. Rott (Hrsg.):
 Probleme sind zum Lösen da.** Eine
 mathematisch-didaktische Festschrift zur
 Verabschiedung von Prof. Dr. Frank Heinrich in
 den Ruhestand.
 Band 8 der Reihe *Festschriften der
 Mathematikdidaktik*. Münster 2023, ca. 350 S.,
 davon viele farbig, DIN A5.
 Print: 978-3-95987-181-5 46,20 €
 E-Book: 978-3-95987-182-2 42,90 €



**F. Strübbe: Mathematisch begabte Kinder
 im Übergang von der Kita in die
 Grundschule.** Theoretische Grundlegung und
 empirische Untersuchungen zur
 Rekonstruktion von Gelingensbedingungen
 Band 14 der Reihe *Schriften zur
 mathematischen Begabungsforschung*
Erscheint Dezember 2023
 Münster 2023, ca. 630 Seiten, davon 45
 farbig.
 Print: ISBN 978-3-95987-289-8 81,90 €
 Ebook: ISBN 978-3-95987-290-4 73,90 €

Der WTM-Verlag begrüßt drei neue Buchreihen

Mehrsprachigkeit als Ressource beim Lernen von Mathematik nutzen (MaRLen)

fokussiert den Themenbereich Sprache und Mathematiklernen unter besonderer Berücksichtigung der Bedingungen von sprachlicher Diversität im Unterricht. Auf der Grundlage theoretischer und empirischer Studien sowie schulpraktischer Erfahrungen wird die Bedeutung der Sprache für das Lernen von Mathematik vielfältig diskutiert. Dabei werden aktuelle Erkenntnisse zur Mehrsprachigkeit im Mathematikunterricht der Primarstufe thematisiert. Neben der Reflexion von Herausforderungen der Mehrsprachigkeit nimmt die Buchreihe insbesondere die Ressource ‚Mehrsprachigkeit‘ für das Lernen von Mathematik in den Blick. In der Reihe werden vielfältige Projekte vor dem Hintergrund von Mehrsprachigkeit beim Mathematiklernen adressiert. Die Reihe wird herausgegeben von E. Baschek, M. Fetzer, R. Klose, C. Schreiber und E. Söbbeke.

Argumentieren, Begründen, Beweisen

Die Aktivitäten Argumentieren, Begründen und Beweisen stellen einen zentralen Kern mathematischen Handelns dar und sind somit von hoher Relevanz für didaktische Überlegungen zum Lehren und Lernen von Mathematik auf allen Stufen des Bildungsgangs. Entsprechend lassen sich viele Diskurse zur Thematik ausmachen, die sich mit theoretisch-philosophischen Aspekten auseinandersetzen, sich der empirischen Anregung und / oder der Rekonstruktion entsprechender Handlungen widmen.

Diese Buchreihe zum Argumentieren, Begründen und Beweisen bietet die Möglichkeit, Originalarbeiten aus der Mathematikdidaktik zum Argumentieren, Begründen und Beweisen an einer Stelle zu bündeln, Sichtbarkeit zu schaffen, Vernetzungen zu initiieren und sowohl praxis- als auch wissenschaftsorientierte Einblicke zu ermöglichen.

Die Reihe wird herausgegeben von M. Meyer und L. Kempen.

Mathematiklernen mit digitalen Medien

Die Reihe bietet aktuelle Einblicke in die Integration digitaler Technologien für das Lehren und Lernen von Mathematik und richtet sich an Lehrkräfte Lehramtsstudierende, Dozierende der Mathematik, Mathematikdidaktik und Bildungsforschung. Die Werke in dieser Reihe behandeln theoretische und empirische Grundlagenforschung, praktische Anwendungsssettings sowie konkrete Forschungsergebnisse, um einen effektiven und nachhaltigen Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge in mathematischen Lehr- und Lernprozessen zu fördern. Die nächste Ausgabe thematisiert die Nutzung generativer KI-Sprachmodelle für den Mathematikunterricht, die mathematische Bildung in der Hochschule und die Professionalisierung im Fortbildungsbereich.

Die Reihe wird herausgegeben von F. Dilling, I. Witzke und G. Stoffels.