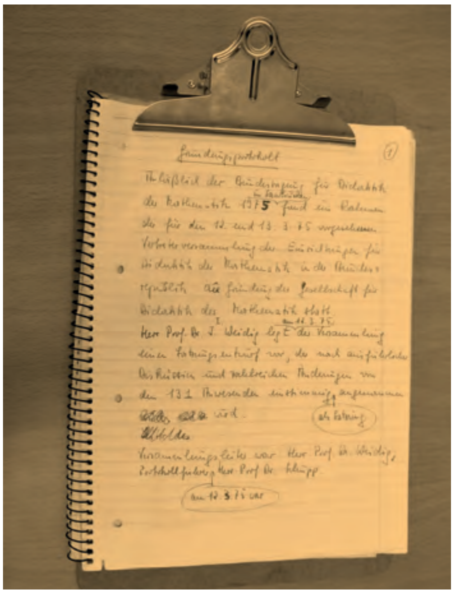
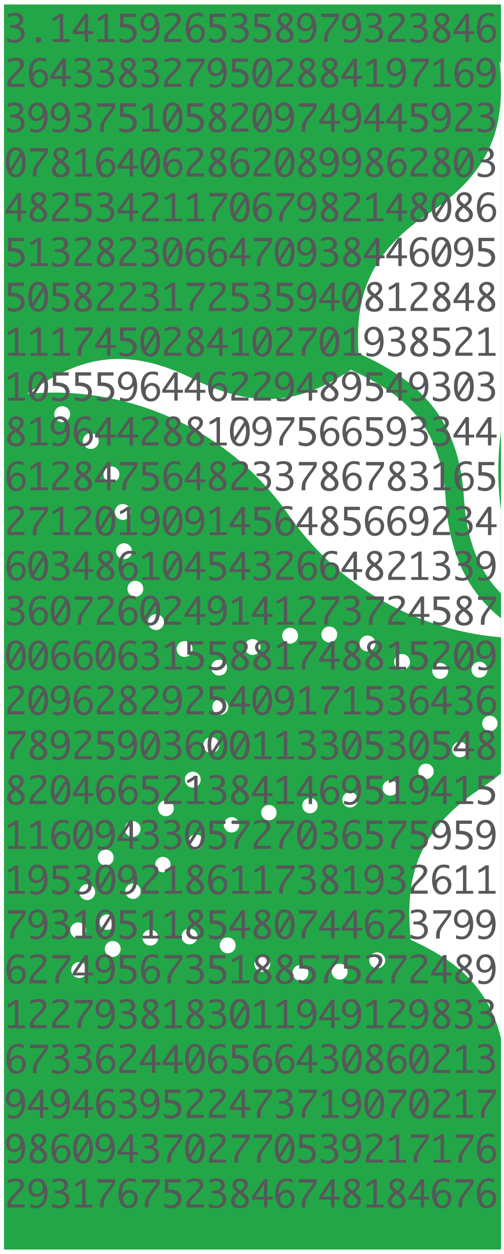
MITTEILUNGEN
DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK





GDM

98
Januar 2015

Editorial: 67, 75, 90, 2014

Liebe Lesende,
auch wenn ich in diesem Heft lesen darf, dass meinem Vorgänger im Herausgeberamt die Sphäre des Fußballerischen „supekt“ und „nicht akademisch“ erscheint, konnte ich mir eine Anspielung darauf im Titel nicht verkneifen. Wofür stehen nun aber die Jahreszahlen oben?

Im Jahr 1967 fand die erste „Bundestagung für Didaktik der Mathematik“ in Osnabrück statt, die 50. Tagung können wir also im Jahr 2016 (!) in Heidelberg feiern. Am 12. 3. 1975 wurde unsere Fachgesellschaft im Rahmen der Bundestagung in Saarbrücken gegründet (der Autor dieser Zeilen lag da selbst noch in den Windeln). Auf der Mitgliederversammlung vom 1. 3. 1990 in Salzburg wird aus aktuellem Anlass beschlossen, „Mitgliedern aus der DDR, ehemaligen Ostblockländern, Entwicklungsländern“[1] den Beitritt zur GDM zu erleichtern. Ein Jahr später gibt es die DDR nicht mehr, der Anteil der Mitglieder aus „O-BRD“ beträgt knapp zehn Prozent. Ebenfalls etwa zehn Prozent unserer Mitglieder (aber mehr als doppelt so viele Personen) gründen dann im Jahr 2014 mit der GDM Schweiz unseren ersten Landesverband.

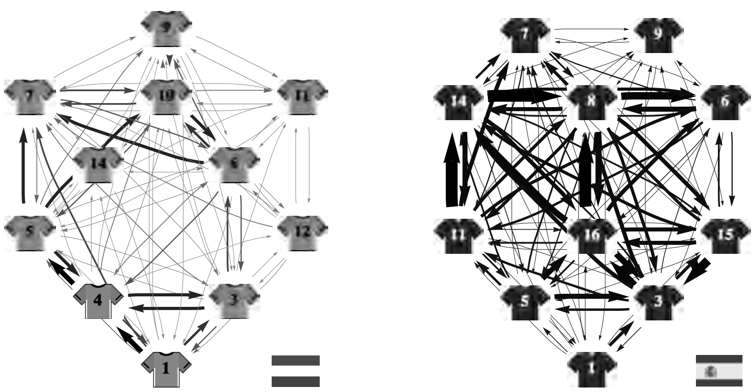
Es stehen uns demnächst also einige Jubiläen in enger zeitlicher Abfolge ins Haus, über einige andere (leider nicht nur feierliche) Anlässe können Sie sich im vorliegenden Heft informieren. Marianne Nolte berichtet im Magazinteil aus Anlass des 15-jährigen Bestehens über das Hamburger Begabtenförderprojekt „PriMa“. Reinhard Koch, langjähriger Mitarbeiter am Zentralinstitut für Kernforschung in Rossendorf, gratuliert seinem (hier anonym bleibenden) Mathematiklehrer zum achtzigsten Geburtstag, indem er ihm und uns aus seiner persönlichen Sicht Einblicke in die Rolle der Mathematik im Leben eines Physikers gewährt.

Ebenfalls mit einem persönlichen Blick auf seine Erfahrungen mit Abiturprüfungen bereichert Horst Hischer die schon in den letzten beiden Heften präsente Diskussion um das Mathematikabitur. Gert Schubring steuert zur Diskussion um die Stoffdidaktik eine historische Perspektive bei.

Im Magazinteil finden Sie außerdem einen Beitrag zu Arnold Kirschs Auseinandersetzung mit dem Begriff *Größenbereich*, den Heinz Griesel aus Anlass von Arnold Kirschs Tod verfasst hat. Der Beitrag sollte bereits im letzten Heft aufgenommen werden, wegen meiner eigenen Unachtsamkeit erscheint er nun erst jetzt.

Wie üblich enthält die Winterausgabe überdies zahlreiche Berichte aus den Arbeitskreisen und eine kleine Vorschau auf die unmittelbar bevorstehende Jahrestagung. Auch an dieser Stelle noch einmal der Hinweis, dass sich der Herausgeber insbesondere für die Sommerausgabe auch über ausgewählte, längere Einzelbeiträge aus den Arbeitskreisen für den Magazinteil freut.

Ihnen nun aber viel Freude beim Lesen, Ihr
Andreas Vohns



Pass-Netzwerk Niederlande und Spanien, nach Daten der WM 2010 bis zu den Semifinalen (Quelle: http://arxiv.org/pdf/1206.6904.pdf)

[1] http://didaktik-der-mathematik.de/pdf/Mitgliederversammlung/1990-03-01.pdf

ISSN 0722-7817

Inhalt

1 Editorial: 67, 75, 90, 2014
4 Vorwort des 1. Vorsitzenden

Magazin

7 *Marianne Nolte*
15 Jahre PriMa – Kinder der Primarstufe auf verschiedenen Wegen zur Mathematik
14 *Heinz Griesel*
Arnold Kirsch und der Begriff *Größenbereich*
17 *Benjamin Rott, Ulrich Schönbach und Thomas Gawlick*
Modellprojekt Fachpraktikum an der Leibniz Universität Hannover
20 *Reinhard Koch*
Brief eines Physikers an seinen Mathematiklehrer zu dessen 80. Geburtstag

Diskussion

28 *Horst Hischer*
Abitur im Wandel der Zeiten: 1962 und 1982 – ein subjektiver Rückblick
35 *Gert Schubring*
Ein historischer Blick auf die Stoffdidaktik

Aktivitäten

37 Mitteilungen aus dem Landesverband GDM Schweiz
38 Pressemitteilung der Mathematik-Kommission „Übergang Schule–Hochschule"
39 Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM, Universität Basel, 12. 2. 2015

Arbeitskreise

40 *Markus Helmerich*
Arbeitskreis Bildung
41 *Gabriele Kaiser und Timo Leuders*
Arbeitskreis Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik
45 *Renate Motzer*
Arbeitskreis Frauen und Mathematik
47 *Claudia Lack*
Arbeitskreis Grundschule
48 *Birgit Brandt und Frank Förster*
Arbeitskreis Interpretative Forschung
50 *Edith Schneider*
Arbeitskreis Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich
52 *Ana Kuzle und Benjamin Rott*
Arbeitskreis Problemlösen
53 *Anke Lindmeier*
Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik
56 *Astrid Brinkmann, Thomas Borys und Matthias Brandl*
Arbeitskreis Vernetzungen im Mathematikunterricht
58 *Hans-Stefan Siller und Gilbert Greefrath*
Die ISTRON-Gruppe – Anwendungen und Modellieren in Forschung und Praxis

Tagungsberichte

59 *Ulrike Dreher und Rebecca Uhing*
GDM Seasonschool 2014 in Hagen – „Ist alle Forschung Entwicklungsforschung?!“
60 *Eileen Angélique Braun, Michael Liebendörfer und Sebastian Schorcht*
Initiative Bottom-Up – Nachtreffen zum Doktorandenkolloquium der GDM

Tagungseinladungen

62 *Die Veranstalter/Nachwuchvertretung der GDM*
48. Jahrestagung der GDM
64 *Astrid Beckmann*
MACAS – Jubiläumssymposium an der PH Schwäbisch Gmünd
65 Einladung zur 13. Tagung *Allgemeine Mathematik:* Mathematik und Gesellschaft

Rezensionen

66 Uwe Gellert und Michael Sertl (Hrsg.): Zur Soziologie des Unterrichts
Rezensiert von David Kollosche
69 Jürgen Kühl: Recheneinschreibebücher aus Schleswig-Holstein (1609–1867)
Rezensiert von Stefan Deschauer
70 Timo Leuders u. a. (Hrsg.): matheWerkstatt 7 – Schulbuch
Rezensiert von Thomas Jahnke
76 Neuerscheinungen im Jahr 2014
Zusammengestellt von Martin Stein und R. Weiland

Personalia

79 *Rudolf vom Hofe*
Grußwort des 1. Vorsitzenden zum 80. Geburtstag von Hans-Joachim Vollrath und zu seiner Ehrenmitgliedschaft in der GDM
81 *Andreas Vohns*
Grußwort des Schriftführers zur Verabschiedung von Thomas Jahnke in den Ruhestand – Potsdam, 11. 7. 2014
84 *Thomas Jahnke*
90. Geburtstag von Prof. Josef Lauter
85 *Herbert Möller*
Bundesverdienstkreuz für Heinz Böer

87 Hinweise für Autor(inn)en
87 Die GDM/Impressum

Bildnachweise der Umschlagseite:
Linke Spalte (von oben nach unten): © Jan Growe, © Fritz Hasselbeck, © Ulrike Dreher
Rechte Spalte (von oben nach unten): © Fritz Hasselbeck, net-efekt (CC BY-NC-SA 2.0) (Nachberabeitet),
Corey Seeman (CC BY-NC-SA 2.0)

Vorwort des 1. Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,

bereits seit vielen Jahren ist die Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses ein wichtiges Thema für unsere Gesellschaft. Eine zentrale Rolle nimmt dabei die Unterstützung von mathematikdidaktischen Promotionen ein. Hierfür wurde das GDM-Doktorandenkolloquium ins Leben gerufen, eine Veranstaltung, die für Promovierende ein Forum bilden soll, um ihre Arbeiten in einer noch nicht fertigen Phase in einem geschützten Raum vorzustellen, zu diskutieren und mit der Hilfe von Experten zu optimieren.

Während dieses Veranstaltungsformat zunächst gut angenommen wurde, hat das Interesse in den letzten beiden Jahren spürbar nachgelassen, zumindest legen die geringen Anmeldungszahlen eine solche Vermutung nahe. Im letzten Jahr gab es – ungeachtet eines attraktiven Programms und eines ausgewiesenen Expertenteams – so wenige Anmeldungen, dass diese Veranstaltung abgesagt werden musste.

Diese Entwicklung ist Grund für uns, über dieses Veranstaltungsformat nachzudenken: über Entstehung, Entwicklung und Erfolge sowie über Aktualität und Perspektiven für die Zukunft.

Die Anfangszeit der GDM – ein schwieriges Umfeld für den wissenschaftlichen Nachwuchs

In den ersten zwanzig Jahren der nun vierzigjährigen Geschichte der GDM spielte das Thema Nachwuchsförderung bei Weitem nicht die Rolle wie heute. Nach der Gründung der GDM im Jahr 1975 ging es zunächst darum, die Gesellschaft als anerkannte Wissenschaftsorganisation zu positionieren und Professuren an den Universitäten und Pädagogischen Hochschulen zu etablieren und zu stabilisieren. Nicht überall wurde der Einzug der Didaktik in die Hochschulen begrüßt und nicht selten wurden neue Professuren für Fachdidaktik mit Skepsis und in Einzelfällen auch mit Ablehnung betrachtet.

Ungeachtet solcher anfänglichen Vorbehalte gelang es der zunächst kleinen Gruppe universitärer Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker, sich zu stabilisieren und zu vergrößern und bald stellte sich auch die Frage nach einer sinnvollen Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses. Diese Frage war alles andere als trivial, da es bislang noch keine mathematikdidaktischen Promotionen gab. Die bisherigen Vertreter hatten in der Fachmathematik oder den Erziehungswissenschaften promoviert und sich dann der Didaktik zugewandt; diesen Weg gab es nach wie vor. Aber wie sollte eine spezifisch mathematikdidaktische Promotion aussehen und welchen Titel sollte man dafür vergeben?

In dieser Frage gab es bis in die neunziger Jahre hinein harte Auseinandersetzungen innerhalb mancher Fakultäten, besonders da, wo die Mathematikdidaktik nicht den Erziehungswissenschaften, sondern den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultäten zugeordnet wurde. Der Streit entzündete sich insbesondere in der Frage, ob mathematikdidaktische Promotionen den Titel Dr.rer.nat. erhalten sollen und wenn ja, mit welcher Berechtigung? Hier gab es erbitterten Widerstand zahlreicher Mathematiker.

Manche mathematischen Fakultäten lösten dieses Problem dahingehend, dass neben dem Titel Dr. rer. nat. für didaktische und historische Arbeiten auch der Titel Dr. phil. oder Dr. paed. eingeführt wurde. In anderen Fakultäten setzte sich die Praxis durch, aus pragmatischen Gründen auch mathematikdidaktischen Promotionen den Titel Dr. rer. nat. zuzuordnen.

Angesichts dieser z. T. schwierigen Bedingungen und einer zunächst geringen Anzahl an Promotionen, die selten in eine größere Gruppe von Promovierenden eingebettet waren, entstand zunehmend der Wunsch nach mehr inhaltlichem Austausch über die eigenen Institute hinaus. Gleichzeitig wuchs das Interesse an der Entwicklung von Leitlinien für die neuen mathematikdidaktischen Promotionen. Mit dieser Zielsetzung gab es im Jahr 1993 eine von Hans-Georg Steiner, Professor am damaligen IDM in Bielefeld, organisierte Tagung in Ohrbeck bei Osnabrück, wo gezielt junge Forscherinnen und Forscher und z. T. auch ihre Betreuerinnen und Betreuer eingeladen wurden, um über ihre Arbeiten zu berichten und um eine über die Institute hinausgehende Diskussion in Gang zu setzen. Diese Veranstaltung kann als eine Art Vorläufer des späteren Doktorandenkolloquiums betrachtet werden. In den folgenden Jahren entwickelte sich in unserer Gesellschaft zunehmend die Überzeugung, dass die Nachwuchsförderung durch Doktorandenkolloquien eine Aufgabe der GDM sei, die es nun umzusetzen gelte.

Entstehung des GDM-Doktorandenkolloquiums

Im September 1995 wurde auf der gemeinsamen Sitzung von Vorstand und Beirat das Thema Nachwuchsförderung diskutiert. Vor dem Hintergrund der damals dünnen wissenschaftliche Personaldecke wurden verschiedene Vorschläge zur Nachwuchsförderung gemacht; so sollten etwa qualifizierte Lehrkräfte aus den Schulen zu wissenschaftlichem Arbeiten motiviert oder interessierte Studierende durch didaktische Oberseminare als potentielle Nachwuchskräfte gewonnen werden. Ein weiter Vorschlag bestand darin, ein Doktorandenkolloquium ins Leben zu rufen. Vorbilder waren unter anderem die Nachwuchsseminare der ehemaligen DDR, wo es bereits früher üblich war, dass Promovierende auf Landestreffen der Methodiker ihre laufenden Projekte vorstellten, sich einer überregionalen Kritik stellten und sich auch von externen Wissenschaftlern beraten lassen konnten.

Das erste GDM-Doktorandenkolloquium fand dann 1996 in Flensburg statt. In der Ankündigung des Organisators, Michael Neubrand, heißt es:

> Ein solches Seminar soll einen möglichst intensiven, breiten, persönlichen und kritischen Dialog unter den Doktorandinnen und Doktoranden selbst, sowie einen Gedankenaustausch mit weiteren Wissenschaftlern ermöglichen. Dabei sollen alle Aspekte wissenschaftlicher Arbeit in der Mathematikdidaktik diskutiert werden können: Problemstellungen, Methoden, Einordnungen, etc.

Es gab neun Teilnehmer, eine Anzahl, die damals als Erfolg gewertet wurde. Gerald Wittmann, einer dieser Teilnehmer, schreibt in den anschließend erschienenen GDM-Mitteilungen:

> Die Doktoranden referierten über die Ziele, den Stand und die Probleme ihrer Projekte. Das Themenspektrum war breit gefächert von grundschul- bis hochschuldidaktischen Fragestellungen und spiegelte die Vielfalt mathematikdidaktischer Forschungsinhalte und -methoden wider. Das Seminar erwies sich als ein Forum, in dem nicht nur gesicherte Forschungsergebnisse, sondern auch noch ungeklärte Fragen und Probleme zur Diskussion gestellt werden können. Durch die Vielzahl offener und konstruktiver Diskussionsbeiträge erhielten die Teilnehmer wertvolle Anregungen für ihre weitere Arbeit.

Positiv erwähnt werden in dem Bericht auch flankierende Vorträge der geladenen Experten über Methoden und Stand der empirischen Unterrichtsforschung und eine intensive Grundsatzdiskussion über Situation und Aufgaben der mathematikdidaktischen Forschung. Als ein wichtiger Teil wurde seitens der Teilnehmer auch die Möglichkeit gewertet,

> durch das Seminar neue Kontakte innerhalb der Mathematikdidaktik knüpfen zu können, da den meisten Doktoranden, bedingt durch ihre Situation im Schuldienst oder als einziger Doktorand an der Hochschule, oftmals Gelegenheiten zum fachlichen Austausch fehlen.

Es folgten von 1997 bis 1999 Doktorandenkolloquien in jährlichem Abstand. Das für 2000 geplante Kolloquium fiel aufgrund einer zu geringen Interessentenzahl aus; danach fanden diese Veranstaltungen, wieder gut besucht, alle zwei Jahre statt. Seit 2012 wurde das GDM-Doktorandenkolloquium aufgrund der stark angewachsenen Zahl von Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern wieder jährlich angeboten.

Für die vielen Organisatoren und Experten, die diese Aufgabe als GDM-Mitglieder jeweils ohne Honorar erfüllten, war diese Veranstaltung mit viel Aufwand verbunden: Man musste sich in unterschiedliche Projekte hineindenken, bisweilen den richtigen Ton zwischen Kritik und Ermutigung suchen und darauf achten, dass bei allem wissenschaftlichen Anspruch die Atmosphäre eines geschützten Raumes erhalten bleibt. In den GDM-Mitteilungen finden sich zahlreiche Belege für die positive Einschätzung der Teilnehmer und für Erfolge dieser Veranstaltungen. Den vielen Beteiligten sei an dieser Stelle im Namen der GDM nochmals ganz herzlich gedankt.

Insgesamt wuchsen die Teilnehmerzahlen bis zum Jahr 2012. Bei manchen Veranstaltungen gab es über 30 Teilnehmende, so dass in mehreren thematischen Gruppen gearbeitet wurde. 2013 gingen die Anmeldungszahlen dann deutlich zurück und 2014 musste das Kolloquium, wie bereits Anfangs erwähnt, wegen der geringen Interessentenzahl ganz ausfallen.

Soll das Doktorandenkolloquium weitergeführt werden?

Die für uns wichtige Frage ist nun, wie es mit diesem Veranstaltungsformat weitergehen soll. Hierbei ist zu bedenken, dass sich gegenüber der Anfangszeit viel geändert hat: Promotionen in Didaktik sind heute an den meisten Hochschulen zur Normalität geworden und stellen keine formalen Probleme mehr dar. Weiterhin ist sowohl die Anzahl als auch die Größe der Institute stark gewachsen, viele Universitäten haben ihr eigenes Doktorandenkolloquium. Hinzu kommt, dass es zahlreiche neue Foren gibt, bei denen Nachwuchskräfte die Möglichkeiten haben, ihre Projekte auch bereits in der Entstehungsphase vorzustellen, sich beraten zu lassen und sich wissenschaftlich und sozial und zu vernetzen. Hierzu gehören beispielsweise Expertensprechstunden, Nachwuchstage und spezielle Präsentationsmöglichkeiten auf den GDM-Jahrestagungen genauso wie die seit einigen Jahren angebotenen GDM-Summerschools. Hinzu kommen internationale Tagungen, die sich speziell bzw. auch an junge Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler richten.

Eine erste Umfrage der Nachwuchsvertretung der GDM zu den Gründen des geringen Interesses und zu den zukünftigen Perspektiven des Doktorandenkolloquiums ergab uneinheitliche und z. T. widersprüchliche Hinweise. So wurden Terminprobleme und zeitliche Überschneidungen mit anderen Veranstaltungen genannt, andere Meinungen lassen sich dahingehend deuten, dass sie kaum Bedarf an weiterer Beratung sehen; es gibt aber auch Stimmen, die ein grundsätzliches Interesse an einer Weiterführung dieses Angebots dokumentieren.

Um ein genaueres Bild zu erhalten und Hinweise darauf, ob wir dieses Format weiterführen, modifizieren oder ggf. durch neue Formate ersetzten sollen, möchten wir uns hiermit an potentielle Teilnehmerinnen und Teilnehmer sowie ihre Betreuerinnen und Betreuer wenden.

Wir bitten daher einerseits um eine allgemeine Einschätzung über die Zukunft des Doktorandenkolloquiums und über die Akzeptanz der anderen bestehenden Nachwuchsveranstaltungsformate wie Expertensprechstunde, Nachwuchstag und Summerschool. Andererseits geht es auch darum, eine konkrete Planungsgrundlage für das diesjährig geplante Doktorandenkolloquium in Würzburg zu gewinnen.

Hierzu werden in Kürze auf der madipedia-Seite zwei Online-Befragungen ins Netz gestellt, die von der Nachwuchsvertretung in Absprache mit Vorstand und Beirat erstellt wurden. Sobald diese online stehen, werden wir hierauf in einer gesonderte GDM-Rundmail mit den entsprechenden Links hinweisen mit der Bitte um eine zügige Beantwortung, so dass wir möglichst bereits auf der kommenden Jahrestagung in Basel eine Entscheidung treffen und mitteilen können.

Mit freundlichen Grüßen
Rudolf vom Hofe
(1. Vorsitzender der GDM)

15 Jahre PriMa – Kinder der Primarstufe auf verschiedenen Wegen zur Mathematik

Marianne Nolte

„15 Jahre PriMa sind eine super Sache. Ich hoffe, dass es noch viele Jahre dieses Programm gibt. Und ich bin sehr dankbar im 1. Jahrgang dabei gewesen zu sein. Alles Gute für die nächste 15."
(Ein Teilnehmer des ersten Jahrganges)

Überblick

Am 22. und 23. August 2014 wurde an der Universität Hamburg das 15-jährige Bestehen der Maßnahme PriMa gefeiert. PriMa ist eine Maßnahme der Behörde für Schule und Berufsbildung (BSB) in Kooperation mit der Fakultät für Erziehungswissenschaft der Universität Hamburg sowie der William-Stern-Gesellschaft Hamburg (WSG).[1] Wie der Name „Maßnahme" sagt, ist PriMa inzwischen mehr als das vor 15 Jahren begonnene Projekt. PriMa fördert mathematisch besonders begabte Kinder der dritten bis sechsten Klasse an der Universität[2], bietet mathematisch besonders interessierten Kindern in der Grundschule Mathe-Zirkel an, in denen sie sich außerhalb des Unterrichts mit mathematischen Problemstellungen befassen können und bildet Mathematiklehrerinnen und -lehrer zu Mathematikmoderatorinnen und -moderatoren für die Grundschule weiter.[3]

PriMa Kinder der **Pri**marstufe auf verschiedenen Wegen zur **Ma**thematik		
Uni-Projekt	Mathe-Zirkel	Mathe-Moderatorinnen

Bevor auf einige Aspekte der Förderung mathematisch besonders begabter Schülerinnen und Schüler im Rahmen des sogenannten Uni-Projekts eingegangen werden soll, erfolgt hier ein kurzer Überblick über die Gesamtmaßnahme.

In den vergangenen Jahren haben etwa 5600 Kinder an der Talentsuche für das „Uniprojekt" teilgenommen, etwa 1000 Schülerinnen und Schüler wurden bisher an der Universität gefördert. Weil nicht nur mathematisch besonders begabte Kinder Interesse am Mathematiktreiben außerhalb des Regelunterrichts zeigen und von den jährlich etwa 400 an der Talentsuche interessierten Kindern nur 50 pro Jahr an der Universität angenommen werden können, wurden für alle anderen Mathe-Zirkel eingerichtet. Davon gibt es inzwischen 70 an verschiedenen Grundschulen. Hier wurden in den letzten 15 Jahren etwa 16 000 Schülerinnen und Schüler gefördert. Da sich in den Mathe-Zirkel der Unterricht in den verschiedenen Gruppen unterscheidet, aber ein . vergleichbares Niveau der Anforderungen gewünscht wird, bearbeiten alle Kinder eine „Aufgabe des Monats". Regelmäßige Treffen der Lehrkräfte, die einen Mathe-Zirkel leiten, bilden die Grundlage für einen interkollegialen Austausch sowie für eine Weiterentwicklung des Konzepts.

Die zweijährige Qualifizierung zu Mathematik-ModeratorInnen beginnt im ersten Jahr an der Universität mit einer je vierstündige Veranstaltung im Winter- und im Sommersemester und wird von kollegialen Hospitationen begleitet (Leitung: im Wechsel G. Krauthausen, M. Nolte). Im zweiten Jahr wird diese am Landesinstitut für Lehrerbildung fortgeführt (Koordination B. Hering). Seit Beginn der Maßnahme PriMa haben etwa 310 Lehrkräfte die Weiterbildung abgeschlossen. Sie bieten im Anschluss schulintern Fach-Fortbildung und Beratung an, leiten Mathe-Zirkel und werden für die Diagnostik und Förderung schwacher Schülerinnen und Schüler eingesetzt.

Auf diese Weise sollen günstige Rahmenbedingungen für eine Steigerung der Effizienz des Mathematikunterrichts in der Grundschule geschaffen werden. Sowohl auf Seiten der Lehrenden als auch auf der der Lernenden hängt die tatsächlich gezeigte Leistung von einer Wechselwirkung verschiedener Faktoren ab, die hier in Anlehnung an das Aktiotopmodell von (Ziegler, 2008) beschrieben werden soll. Die Entwicklung von Leistungsexzellenz basiert in seinem Modell auf dem Zusammenwirken des subjektiven Handlungsraums, das sind Handlungen, die eine Person sich zugesteht, den subjektiven Zielsetzungen sowie dem

[1] Die Federführung der Maßnahme liegt auf Seiten der Behörde bei der Leitung des MINT-Referats.
[2] Wissenschaftliche Leitung M. Nolte
[3] Wissenschaftliche Leitung G. Krauthausen und M. Nolte

Handlungsrepertoire einer Person, alles bezogen auf spezifische Situationen in einem bestimmten Umfeld.

Einflussfaktorenmodelle zeigen die gegenwärtig vorherrschende Auffassung, dass die Entfaltung von Begabungen als Prozess verläuft, in dem Anlagen und ökopsychologische Katalysatoren in Wechselwirkung zueinander stehen (Gagné, 2004; Heller, 2000). Ziegler verweist darüber hinaus darauf, dass sich die Faktoren in einem System permanent verändern und deshalb die Anpassung aller am System Beteiligten Einfluss auf die Entwicklung des Aktiotops hat (Ziegler, 2009).

(Ziegler 2008, S. 55)

Anhand des Aktiotopmodells lässt sich die Entwicklung der beteiligten Personen darstellen:

Schülerinnen und Schüler, sowohl an der Universität als auch in Mathezirkeln, werden zunehmend vertraut mit Heuristiken und kognitiven Komponenten des Problemlösens. Damit erweitern sie ihr Handlungsrepertoire.

Sie arbeiten mit anderen zusammen, die sich ebenfalls auf hohem Niveau für Mathematik interessieren. Dies verändert eigene Zielsetzungen.

Sie erhalten herausfordernde Aufgaben. Ungewöhnliche und kreative Ideen, ein besonderes Interesse an Mathematik können nicht nur gezeigt werden, sondern werden als erwünscht erlebt. Das beeinflusst den subjektiven Handlungsraum.

Im Rahmen der Weiterbildung erweitern Lehrkräfte ihr mathematisches und ihr mathematikdidaktisches Wissen, ihr Professionswissen. Der Austausch mit anderen über das, was sich theoretisch fundiert im Unterricht realisieren lässt, ermutigt sie zu Erprobungen. Damit erweitern sie ihr Handlungsrepertoire.

Die Auseinandersetzung mit anderen Inhalten und Methoden verbunden mit einer erfolgreichen Erprobung in der Praxis erweitert nicht nur das Handlungsrepertoire, sondern auch den subjektiven Handlungsraum.

Das wirkt sich unmittelbar auf die Veränderung subjektiver Ziele aus.

Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler, wir alle arbeiten in einem bestimmten Umfeld, das uns beeinflusst. Die Maßnahme kann nicht das gesamte Umfeld von Schülerinnen und Schülern sowie deren Lehrkräften verändern. Die Realität führt uns immer wieder an die Grenzen des Umsetzbaren, die aus dem Umfeld mit seinen Einflüssen und Wechselwirkungen erwachsen.

Zum Uni-Projekt

Die Förderung besonderer mathematischer Begabung sowie die Erforschung von Hochbegabung hat in Hamburg eine lange Tradition. Im Rahmen des Hamburger Modells fördert Prof. Dr. K. Kießwetter mathematisch besonders begabte Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufen bereits seit Beginn der 80ger Jahre. Das Uni-Projekt entstand aus der Frage, wieweit sich mathematisch besonders begabte Schülerinnen und Schüler bereits im Grundschulalter identifizieren und fördern lassen. Zu Beginn der 90ger Jahre gab es dazu nur sehr wenig Erfahrungen.[4]

Auf der Grundlage des konzeptionellen Ansatzes des Hamburger Modells und im Anfang insbesondere von Herrn Kießwetter unterstützt, entwickelten und erprobten wir Problemstellungen (Kießwetter & Nolte, 1996; Nolte, 1995; Nolte & Kießwetter, 1996) für Grundschulkinder. Fragestellungen zu konzipieren, die wenig Vorkenntnisse erfordern, aber Kinder und Jugendliche zu anspruchsvollen mathematischen Denkprozessen anregen, ist eine Kunst, auf der die Förderung im Hamburger Modell der William-Stern-Gesellschaft (WSG) basiert. Gemeinsam mit Frau Pamperien (Koordination Uni-Projekt), die während ihres Studiums im Hamburger Modell mitgearbeitet hatte und als Mathematiklehrerin in der Grundschule regelmäßig Aufgaben aus der Förderung mathematisch besonders begabter Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufen für ihren Unterricht

[4] Das Projekt von (Käpnick, 1994) in Neubrandenburg war eines der ersten, das sich mit der Förderung besonderer mathematischer Begabung in dieser Altersgruppe befasste.

[5] Auch Herr Käpnick arbeitete zeitweise in dieser Gruppe mit. Eine Arbeitsgruppe aus Mathematikdidaktikern diskutierte regelmäßig über Ansätze zur Förderung mathematischer Begabungen im Grundschulalter. Daraus entstand später das Buch (Bauersfeld & Kießwetter, 2006).

in der Grundschule modifizierte, entwickelten und erprobten wir für eine Pilotgruppe besonders begabter Drittklässler Aufgaben.[5] Insbesondere der Ansatz, Kinder der Grundschule im Sinne der WSG an komplexe Problemfelder heranzuführen, war neu. Auch wenn wir auf Erfahrungen der Arbeit in den Sekundarstufen zurückgreifen konnten, mussten wir doch für die Förderung in der Grundschule neue Ansätze entwickeln.

Neben der Entwicklung von Aufgaben ist die Talentsuche ein entscheidendes Element in unserer Arbeit mit mathematisch besonders begabten Kindern. Wir bieten allen Kindern der dritten Klasse, die sich dafür interessieren, eine Art Probeunterricht an einem Wochenende an, den Mathe-Treff für Mathe-Fans (Nolte, 2004b), der zum einen der Selbstevaluation und zum anderen der Vorbereitung auf einen Mathematiktest dient. Alle Kinder, die an der Talentsuche bis zum Ende teilgenommen haben, erhalten entweder einen Platz an der Universität oder einen Platz in einem Mathe-Zirkel.

Zum Förderkonzept des Uni-Projekts

Das Förderkonzept soll anhand des folgenden Beispiels verdeutlicht werden.

1
1 1
1 2 1
1 3 7 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Das Pascal'sche Dreieck bietet reichhaltige Möglichkeiten nach Mustern und Strukturen zu suchen und mit großen Zahlen zu rechnen. Es ist sehr motivierend für Kinder und eignet sich deshalb auch für einen Einsatz im Regelunterricht. Aber die Untersuchungen der Kinder können in viele verschiedene Richtungen gehen. Das macht es schwer, ein gemeinsames Gespräch über die Ideen der Kinder zu führen. Der hohe Reiz, das Dreieck weiter zu führen, hat zudem die Konsequenz, dass die Kinder sich im Rechnen üben, aber weniger in anderen mathematischen Denktätigkeiten.

Deshalb setzten wir in den vergangenen Jahren im Mathe-Treff für Mathe-Fans sehr häufig die Plus-Dreiecke ein. Auch hier steht unter jeweils zwei Zahlen deren Summe. Die Grundidee ist fast allen Kindern als Zahlenmauer (Wittmann & Müller, 1992) bekannt. Die Verwendung dieses Aufgabenformats zeigt auch, dass sich die Zielsetzung für eine Förderung besonders begabter Kinder nicht von der des Regelunterrichts unterscheidet. Der Unterschied liegt in der Eindringtiefe in den mathematischen Kontext und in der Komplexität möglicher Fragestellungen.

Was man so alles an den Plus-Dreiecken entdecken kann:

Zur Information:

Bei Plus-Dreiecken steht unter zwei Zahlen jeweils deren Summe.

Beispiel:

(1)	(2)	(3)
3 5 1	5 1 2	0 1 1
8 6	6 3	1 2
14	9	3

Aufgabe 1

(A) Kann man in solchen Plus-Dreiecken auch 5, 6, 11 und 12 herstellen? Gib jeweils ein Beispiel dafür an!

(B) …

(C) Welche Zahlen kann man herstellen, wenn man in der ersten Zeile keine 0 verwenden darf? Warum ist es so?

(D) …

(Nolte, 2004a)

Eine Reduktion auf einen Ausschnitt der Grundstruktur des Pascal'schen Dreiecks (unter zwei Zahlen steht jeweils deren Summe) macht es leichter mathematische Denkprozesse anzuregen. Die ersten Beispiele sind leicht verständlich, aber bewusst ausgewählt. So bietet das dritte Beispiel die Möglichkeit, sich mit der Rolle der Null zu befassen, bzw. Strukturen leichter zu erkennen. Die Beispiele dienen dazu, das Aufgabenverständnis abzusichern.

Die Einstiegsaufgabe soll den Kindern weitere Erfahrungen mit dem Problemfeld ermöglichen. Auf diese Weise erweitern sie ihre Informationsgrundlage zur jeweiligen Fragestellung. Sie kann auf unterschiedliche Weise bearbeitet werden. Einige Kinder entdecken die verborgenen Hinweise und erkennen darin ein Muster, andere probieren aus und erweitern damit ihre Kenntnisse des Problems.

Weiterführende Fragen, z. B. welche Rolle die Null für die Bearbeitung der Aufgabe spielt, führen zu einer tiefergehenden Analyse. So entsteht aus verschiedenen Fragen ein Problemfeld (siehe (Nolte, 2004a).[6] Nicht alle Kinder sind es gewohnt, sich mit Mustern und Strukturen zu befassen, zu erklären und zu begründen, was sie herausgefunden haben und zu erfahren, dass die

[6] Weitere Problemfelder zu dieser Fragestellung finden sich in (Krauthausen, 2006).

Wesentliche Gesichtspunkte des Konzepts (entwickelt mit Kirsten Pamperien und unserer Arbeitsgruppe)

Problemstellungen	*Schülerinnen und Schüler*	
Hinreichend komplexe Aufgaben orientiert am Curriculum	Rasch selbstständiges Arbeiten, schnell erste Lösungen	Hinführung zu ersten mathematischen Theoriebildungsprozessen
Nichtredundante Aufgabenvorgabe mit notwendigen Informationen	Verständnisabsicherung	
Eingegrenzte Einstiegsaufgabe		
Weiterführende Fragen: Öffnung der Eingrenzung	Arbeiten auf eigenen Wegen, Zwischenerfolge, Prozessmotivation, Volition	
Unterschiedliche Bearbeitungsmöglichkeiten	Diskussion und Zusammenführung der Ideen, Entwicklung von verschiedenen Perspektiven auf das Problem, Argumentationskompetenzen	
Anschlussprobleme	Hinführung zu forschendem Lernen	

Herangehensweisen sehr unterschiedlich sein können.[7] Dies liegt an den unterschiedlichen Kompetenzen, die Kinder im vorausgegangenen Mathematikunterricht erworben haben. Deshalb haben wir einige Aufgaben so konstruiert, dass nach etwa 30 Minuten Bearbeitungszeit und einem gemeinsamen Plenumsgespräch das Problemfeld auf analoge Aufgabenstellungen erweitert wird. Diese Vorgehensweise ist insbesondere für Kinder unterstützend, die, verunsichert durch die ungewohnte Umgebung Universität, ihre mathematischen Problemlösepotenziale nicht zeigen können, weil sie noch nicht wissen, wie wir arbeiten.

Ein wesentlicher Ansatz des Konzepts basiert darauf, dass die Aufgaben zwar hinreichend komplex sind, aber nicht mehr als das Vorwissen erfordern, das Kinder in der dritten Klasse üblicherweise haben. Dieser Aufbau unterstützt die Ausschüttung von Dopamin, ein Neurotransmitter, der für die Aufrechterhaltung von Informationen im Arbeitsgedächtnis wichtig ist und der – verkürzt gesagt – nur dann ausreichend ausgeschüttet wird, wenn die Aufgabe auch interessant genug ist und der Schwierigkeitsgrad angemessen erscheint (Durstewitz, Kelc, & Güntürkün, 1999; Korte, 2009). Auf diese Weise können alle Kinder einen Einstieg finden. Das ist uns sehr wichtig, denn oft gelingt über eine einfache Herangehensweise wie etwas abzuzählen ein Zugang zu einer anspruchsvollen mathematischen Idee.

Dass wir die Eingangsaufgabe so stark eingrenzen, halten wir aufgrund der begrenzten Kapazität des Arbeitsgedächtnisses insbesondere in diesem Alter für erforderlich. Ebenso wichtig ist, dass eine Eingrenzung den Kindern rasch einen selbstständigen Zugang zur Aufgabe ermöglicht. Sie finden schnell etwas heraus und merken, dass sie etwas „Können". Dies wirkt sich positiv auf ihr Durchhaltevermögen aus, das durch den Umfang und die Komplexität der Aufgaben herausgefordert wird. Auf diese Weise werden motivationale Aspekte berücksichtigt, auf die Kießwetter in seinen Vorträgen immer wieder verweist: die Anfangsmotivation der Kinder durch Zwischenerfolge zu einer Prozessmotivation zu führen und diese Prozessmotivation aufrechtzuerhalten (Pamperien, 2008). Das damit verbundene Durchhaltevermögen wird in der Motivationsforschung als Volition bezeichnet oder mit dem Hochbegabtenforschern Renzulli als Task-Commitment (Renzulli, 1986, 2012).

Wenn die Kinder Ideen entwickelt oder etwas herausgefunden haben, werden sie aufgefordert, diese zu erläutern und zu begründen. Die Interaktion mit dem einzelnen Kind basiert darauf, dass die Unterrichtenden sich wirklich erklären lassen, was das Kind denkt. Wir schulen unsere TutorInnen darin, in den Gesprächen mit den Kindern nicht in die Erleichterungsfalle (siehe (Demirel et al., 2011) zu tappen, d. h. zu vermeiden, Äußerungen von Kindern vorschnell zu interpretieren oder ihre Gedanken zu steuern (siehe z. B. Bauersfeld, 1978; Voigt, 1994). Dies setzt profundes mathematisches Wissen im Problemkontext sowie hohe Kompetenzen in der Gesprächsführung voraus. Einen weiteren Anspruch stellen Plenumsphasen dar, in denen die verschiedenen Herangehensweisen diskutiert werden.

7 Insbesondere der Umgang mit Mustern und Strukturen hat sich in den letzten Jahren deutlich verändert. In den Anfangsjahren gab bereits die Suche nach Mustern und Strukturen einen Hinweis auf ein mögliches Potenzial. Heute ist das nicht mehr der Fall. Viele der Kinder, die an der Talentsuche teilnehmen, suchen und erkennen Muster.

Von einem Aufgabenaspekt zum nächsten zu gelangen führt dazu, dass aus einem Problem ein Problemfeld wird. Im Verlauf der Förderun lernen die Kinder weiter zu fragen und eigene Probleme zu entwickeln. In der Mittel- und Oberstufe gelangen die Schülerinnen und Schüler im Hamburger Modell teilweise zur Entwicklung kleiner mathematischer Theorien. Davon sind Grundschulkinder noch weit entfernt, aber wir zeigen ihnen erste Schritte dazu.

Forschungsergebnisse

Unsere wichtigste Aufgabe bestand zunächst in der Entwicklung und Evaluation der Talentsuche (siehe (Nolte, 2011, 2012a, 2004b) sowie in der Entwicklung von Fördermaterialien (siehe z. B. (Depner & Nolte, 1999; Nolte, 1999, 2006; Pamperien, 2004, 2008). Ergebnisse von Befragungen von Eltern und TeilnehmerInnen zu einzelnen Aspekten sollen hier kurz vorgestellt werden:

Wie zeigt sich das besondere mathematische Potenzial in der Entwicklung vor der Schulzeit?
Diese Studie basiert auf einem Fragebogen, den wir über mehrere Jahre an die Eltern ausgegeben haben sowie auf Fallstudien. Die Ergebnisse des Fragebogens zeigen, dass sich das Potenzial der Kinder nicht über herkömmliche Leistungstests ermitteln lässt. Die meisten Kinder sind der Altersgruppe in der Entwicklung ihrer mathematischen Kenntnisse weit voraus. Allerdings orientiert sich deren Entwicklung am individuellen Interesse sowie an dem, was sie sich zufällig aneignen. Das zeigt z. B. eine Fallstudie von Johannes (Käpnick & Nolte, 2012). Johannes konnte mit fünf Jahren im Zahlenraum bis zu einer Million Vorgänger und Nachfolger nennen. Er konnte allerdings Zahlen nicht richtig schreiben, er wusste nicht, wie multipliziert wird und er konnte noch nicht lesen.

Die Befragung ergab, dass es unter den später als mathematisch besonders begabt identifizierten Kindern solche gibt, die bereits mit drei Jahren anfangen zu multiplizieren, dass sich viele Kinder weit bevor sie in die Schule kommen, in großen Zahlenräumen bewegen und viele vor Schulbeginn alle Grundrechenarten kennen. Eine wichtige Aussage ist jedoch, dass das nicht für alle Kinder zutrifft. Einigen Eltern fiel im Vorschulalter nichts auf, das auf eine besondere mathematische Begabung hinweisen könnte. In diesen Fällen lernten die Kinder, sobald sie in die Schule kamen quasi im Schnelldurchlauf. Innerhalb weniger Monate fiel Lehrkräften oder Eltern ein besonderes Potenzial auf (Nolte, 2012b).

Ist die Förderung erfolgreich?
Eine weitere Befragung der Eltern zur Entwicklung ihrer Kinder ergab überwiegend positive Effekte. Insbesondere wurde auf die sprachlichen Fähigkeiten verwiesen, auf die Entwicklung der Kinder auch im häuslichen Kontext zu argumentieren und Begründungen einzufordern.

> Meine Tochter stellt, wenn sie mit Erwachsenen über das Projekt spricht, Sachverhalte sehr differenziert dar. Sie zeigt deutlich, dass sie gelernt hat analytisch zu denken. Sie erkennt, dass es oft verschiedene Wege zum Ziel gibt und diese Wege oft wichtiger sind als das Ergebnis. Zu Hause erzählt sie auch, dass es wichtig sei seine Lösungswege beschreiben zu können. Die differenzierte und analytische Denkweise ist ein Verdienst des Projekts. (Aussage einer Mutter)

Einige Eltern äußerten zu Recht Bedenken, die Entwicklung ihrer Kinder auf unser Projekt zurück zu führen. Gerade in der dritten und vierten Klasse entwickeln sich Kinder sehr schnell. Diese kritischen Stimmen verweisen auf ein Problem, das generell für Förderungen gilt: Es ist schwer nachzuweisen, welche Effekte zu einer Veränderung führen. Seit einigen Jahren wiederholen wir deshalb den Mathematiktest am Ende des vierten Schuljahrs. Darin zeigen fast alle Kinder deutliche Leistungssteigerungen. Bezogen auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen können wir deshalb von einem Erfolg der Förderung ausgehen.

Was wird aus den Teilnehmerinnen und Teilnehmern?
Eine Frage, die häufig gestellt wird, bezieht sich auf die langfristige Wirksamkeit der Maßnahme. Aus der Sicht der ehemaligen Teilnehmerinnen und Teilnehmer nimmt die Bedeutung des Projekts mit zunehmendem Alter ab. Allerdings gibt es viele, die sich auch heute noch sehr positiv über das Projekt äußern. Teilweise verweisen ihre Äußerungen auf allgemeine Einflüsse, z. B. auf das Interesse an Mathematik.

> Da mein Interesse an Mathe gefördert worden ist und ich mich immer gerne mit Mathe auseinander gesetzt habe, verstehe ich neue Themen sehr schnell und es fällt mir allgemein sehr leicht.

Um zu erfassen, wie das Projekt aus der Retrospektive beurteilt wird und wie sich die Schülerinnen und Schüler weiter entwickelt haben, führten wir eine Befragung der ersten zehn Jahrgänge der ehemaligen Teilnehmerinnen und Teilnehmer durch.[8] Von den 354 angeschriebenen Ehemaligen antworteten 117 (ca. 33 %).[9] Antworten erhielten wir aus allen Jahrgängen.

Die meisten Teilnehmer gehen noch zur Schule. Fast alle anderen studieren, darunter etwa 61 % ein Fach aus dem MINT-Bereich. An die Förderung in der Grundschule erinnern sich viele gerne und erklären, dass diese das Interesse an Mathematik gestärkt habe. Dabei kommt den Aufgaben eine besondere Bedeutung zu: 85 % gaben an, dass sie Spaß bei der Bearbeitung der Aufgaben hatten:

> Durch PriMa habe ich gelernt, dass Mathe auch Spaß machen kann.
>
> Denn es hat mich früh stark mit Mathe verbunden. Dieser Spaß hält an und den führe ich gerne weiter.

Es ist nach so einer langen Zeit nicht leicht, sich noch an unsere Aufgaben zu erinnern, aber viele betonten das Besondere an den PriMa-Aufgaben.

> Weil man dort Aufgaben gestellt bekommt, bei denen man um die Ecke denken muss und beim Lösen auch noch Spaß mit den anderen Kindern hat.
>
> Bei PriMa werden mathematische Aufgaben gestellt und kreative Lösungsansätze gefordert. Diese Kombination, ist meiner Ansicht nach das Faszinierendste, was die Mathematik bietet, dieses wird im Schulunterricht nahezu völlig übergangen.

Die Zusammenarbeit mit anderen Kindern ist für besonders begabte Kinder sehr wichtig. Es ist davon auszugehen, dass nur die wenigsten im Unterricht so tief in mathematische Problemstellungen eindringen und darüber mit anderen kommunizieren können, wie in unseren Gruppen. Deshalb unterstützt die Förderung die Flexibilität ihres mathematischen Denkens in einer für die Klassenstufe ungewöhnlich komplexen Lernumgebung. Sie lernen ihre Vorgehensweise zu versprachlichen, sie lernen zu verallgemeinern und zu argumentieren. Auch wenn dies Kompetenzen sind, die für jeden Mathematikunterricht wichtig sind, gibt es im Unterricht häufig kaum Gelegenheit sich mit so anspruchsvollen Problemstellungen zu befassen und auszutauschen. Diese Herausforderungen werden überwiegend positiv bewertet. Insgesamt gaben 100 von den 117 befragten Personen an, sich auf die Förderung gefreut zu haben.

Zu Beginn der Uniförderung äußern viele Eltern die Befürchtung, ihr Kind würde sich durch die Teilnahme am Projekt im Mathematikunterricht (noch mehr) langweilen. Dies wird durch die Aussagen in dieser Studie nicht unterstützt.

> So gaben z. B. 66 der Befragten an, dass ihr Interesse an der Mathematik bereits in der Grundschule durch die Teilnahme am PriMa-Projekt gestärkt wurde. Lediglich zwei der 115 TeilnehmerInnen, die diese Frage beantwortet hatten, meinten, dass ihr Interesse an der Mathematik kaum durch das PriMa-Projekt gestärkt worden sei, dieses entspricht nur 1,7 %. Dieses positive Ergebnis setzt sich in allen Jahrgangstufen eindeutig fort, so haben sogar 8 der Befragten angegeben, dass sie selbst noch in der Oberstufe meinten, durch das PriMa-Projekt in ihrem mathematischen Interesse gestärkt zu sein. (B. Pamperien 2014)
>
> Nach 8 Jahren erinnert man sich leider nur noch dunkel an vieles ... Trotzdem bin ich mir sicher dass PriMa mir vor allem in der Oberstufe bei der Lösung von Problemen in allen Fächern hilfreich war. Eine strukturierte Herangehensweise an Probleme aller Art entwickelt sich also besser, je früher sie gefördert wird. (Ein Teilnehmer)

Abschließende Bemerkungen

An dieser Stelle soll nur kurz auf weitere Fragen verwiesen werden, die wir untersucht haben:

- Aufgabenentwicklung und Erprobung verschiedener Darstellungsformen
- Aufgabenerprobung in verschiedenen Settings:
- Einsatz in Regelklassen
- Einsatz in verschiedenen Altersstufen und Leistungsniveaus
- Zum Zusammenhang zwischen Intelligenztestergebnissen und Ergebnissen in einem Mathematiktest
- Talentsuche für Kinder mit Migrationshintergrund
- Besondere mathematischen Begabungen und umschriebene Entwicklungsstörungen

Literatur

Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. In H. Bauersfeld (Ed.), Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover.

Bauersfeld, H., & Kießwetter, K. (Eds.). (2006). Wie fördert man mathematisch besonders begabte Kinder? Offenburg: Mildenberger Verlags GmbH.

Demirel, Ü., Deseniss, A., Drews, C., Grulich, C., Hohenstein,

[8] Für die Auswertung des Fragebogens möchte ich mich an dieser Stelle herzlich bei Björn Pamperien bedanken.

[9] Viele ehemalige TeilnehmerInnen konnten wir nicht mehr erreichen.

C., Schachner, A., Winter, C. (2011). eins zwei drei – Mathematik: 1. Schuljahr: Cornelsen.

Depner, B., & Nolte, M. (1999). Die Stern-Aufgabe. Grundschule, 3, 14–18.

Durstewitz, D., Kelc, M., & Güntürkün, O. (1999). A Neurocomputational Theory of the Dopaminergic Modulation of Working Memory Functions. The Journal of Neuroscience, April 1, 19(7), 2807–2822.

Gagné, F. (2004). Transforming gifts into talents: the DMGT as a developmental theory. High Ability Studies, 15 No 2, 119–148.

Heller, K. A. (2000). Begabungsdefinition, Begabungserkennung und Begabungsförderung im Schulalter. In H. Wagner (Ed.), Begabung und Leistung in der Schule. Modelle der Begabtenförderung in Theorie und Praxis (pp. 39–70). Bad Honnef: Verlag Karl Heinrich Bock.

Käpnick, F. (1994). Erste Erfahrungen mit einem Projekt zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Grundschulkinder Beiträge zum Mathematikunterricht 1994, Vorträge auf der 28. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in vom 28. 2. bis 4. 3. 1993 in Duisburg (pp. 179–182). Hildesheim: franzbecker.

Käpnick, F., & Nolte, M. (2012). Adelina und Johannes. Vorschulkinder mit erstaunlichen mathematischen Fähigkeiten. Die GRUNDSCHULZEITSCHRIFT. Friedrich Verlag GmbH, Juli 10–13.

Kießwetter, K., & Nolte, M. (1996). Analysen: Förderung von mathematisch begabten Grundschulkindern. Einführung. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), Heft 5, 129–130.

Korte, M. (2009). Im Gespräch zum Vortrag: Lernen lernen – Lehren lernen – Lernen fördern: Anmerkungen aus Sicht der Hirnforschung. XIX. Fachtagung FiL, Erkner 8./9. Mai 2009. Tagungsreader XIX. interdisziplinäre Fachtagung 2009 Lernen lernen – Lehren lernen – Lernen fördern.

Krauthausen, G. (2006). Zahlenforscher 1: Zahlenmauern. CD-ROM & Didaktisches Handbuch. Donauwörth: Auer

Nolte, M. (1995). Die Faltaufgabe im Unterricht. Eine anspruchsvolle und reizvolle Aufgabe für alle? In B. Zimmermann (Ed.), Kaleidoskop elementarmathematischen Entdeckens. Festschrift anläßlich der Pensionierung von Prof. Dr. Karl Kießwetter (pp. 85–96). Hildesheim: franzbecker.

Nolte, M. (1999). Are elementary school pupils already able to perform creatively substantial bricks of knowledge? – A report on first striking findings from working with smaller groups of highly gifted and motivated elementary school pupils aged 8-10. In H. Meissner, M. Grassmann & S. Mueller-Philipp (Eds.), Creativity and Mathematics Education. Proceedings of the International Conference July 15–19, 1999 in Münster, Germany. Münster: Westfälische Wilhelms-Universität Münster.

Nolte, M. (2004a). Entdeckungsreisen im Land der Plus-Dreiecke. In M. Nolte (Ed.), Der Mathe-Treff für Mathe-Fans (pp. 82–116). Hildesheim: Franzbecker.

Nolte, M. (2006). Waben, Sechsecke und Palindrome. Zur Erprobung eines Problemfelds in unterschiedlichen Aufgabenformaten. In H. Bauersfeld & K. Kießwetter (Eds.), Wie fördert man mathematisch besonders begabte Kinder? – Ein Buch aus der Praxis für die Praxis (pp. 93–112). Offenburg: Mildenberger Verlags GmbH.

Nolte, M. (2011). „Ein hoher IQ garantiert eine hohe mathematische Begabung! Stimmt das?“ – Ergebnisse aus neun Jahren Talentsuche im PriMa-Projekt Hamburg Beiträge zum Mathematikunterricht 2011, Vorträge auf der 45. Tagung für Didaktik der Mathematik in Freiburg. Münster: WTM Verlag.

Nolte, M. (2012a). „High IQ and High Mathemarical Taltent!“ Results from Nine Years Talent Search in the PriMa-Project Hamburg. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education, 8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea

Nolte, M. (2012b). Mathematically gifted young children – questions about the development of mathematical giftedness. In H. Stöger, A. Aljughaiman & B. Harder (Eds.), Talent development and excellence (pp. 155–176). Berlin, London: Lit Verlag.

Nolte, M. (Ed.). (2004b). Der Mathe-Treff für Mathe-Fans. Fragen zur Talentsuche im Rahmen eines Forschungs- und Förderprojekts zu besonderen mathematischen Begabungen im Grundschulalter. Hildesheim: franzbecker.

Nolte, M., & Kießwetter, K. (1996). Können und sollen mathematisch besonders befähigte Schüler schon in der Grundschule identifiziert und gefördert werden? Ein Bericht über einschlägige Überlegungen und erste Erfahrungen. ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 5, 143–157.

Pamperien, K. (2004). Strukturerkennung am Dreiecksschema. In M. Nolte (Ed.), Der Mathe-Treff für Mathe-Fans. Fragen zur Talentsuche im Rahmen eines Forschungs- und Förderprojekts zu besonderen mathematischen Begabungen im Grundschulalter. Hildesheim: franzbecker.

Pamperien, K. (2008). Herausfordernde und fördernde Aufgaben für alle? Teil 2. Erfahrungen mit Aufgaben zur Förderung besonders begabter Kinder in einer Regelklasse. In M. Fuchs & F. Käpnick (Eds.), Mathematisch begabte Kinder. Eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft (pp. 162–172). Berlin: LIT Verlag.

Renzulli, J. S. (1986). The three-ring conception of giftedness; a developmental model for creative prductivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions of giftedness. Cambridge, New York.

Renzulli, J. S. (2012). Reexamining the Role of Gifted Education and Talent Development for the 21st Century: A Four-Part Theoretical Approach. Gifted Child Quarterly, 56(3) 150–159. DOI: 10.1177/0016986212444901

Voigt, J. (1994). Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In H. Maier & J. Voigt (Eds.), Verstehen und Verständigung: Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung (Vol. 19). Köln: Aulis Verlag Deubner.

Wittmann, E. C., & Müller, G. (1992). Handbuch produktiver Rechenübungen Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett.

Ziegler, A. (2008). Hochbegabung. München Basel: Ernst Reinhardt.

Ziegler, A. (2009). „Ganzheitliche Förderung“ umfasst mehr als nur die Person: Aktiotop- und Soziotopförderung. Heilpädagogik online, 02. doi: www.psycho.ewf.uni-erlangen.de/mitarbeiter/ziegler/publikationen/Publikation01.pdf

Marianne Nolte, Universität Hamburg, Fakultät für Erziehungswissenschaft, Fachbereich 5, Binderstraße 34, 20146 Hamburg

Email: marianne.nolte@uni-hamburg.de

www.prima-mathematik.uni-hamburg.de

Arnold Kirsch und der Begriff *Größenbereich*

Heinz Griesel

Defizite in der wissenschaftlichen Bearbeitung von Inhaltsbereichen der Schulmathematik

Als die Didaktik der Mathematik sich in den 1950er Jahren anschickte, eine eigenständige wissenschaftliche Disziplin zu werden, musste konstatiert werden, dass Teile des mathematischen Schulstoffes bisher noch keine grundlegende, zusammenhängende fachinhaltliche Bearbeitung erfahren hatten. Dieses Defizit betraf u. a. den *genetischen, anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems* und die sog. *Schlussrechnung (Dreisatzrechnung)*.

Zwar existierte ein genetischer Aufbau des Zahlensystems, doch war dieser rein innermathematisch, also anwendungsfern. So klaffte z. B. zwischen der in der Schule unterrichteten *Bruchrechnung* und der an den Universitäten üblichen *Einführung der (positiven) rationalen Zahlen* und deren Verknüpfungen Addition und Multiplikation eine große Lücke.

Natürlich wurde im Zuge der Wissenschaftsorientierung des Unterrichts (Griesel 1997a) der Versuch unternommen, das Curriculum zum Aufbau des Zahlensystems stärker an die Universitätsmathematik anzugleichen. Diese Tendenz war in der DDR stärker zu erkennen als in der BRD. Alle diese Versuche mussten jedoch letztlich als gescheitert angesehen werden.

Aus ersten Versuchen von mir (Griesel 1959), diese Lücke zu schließen, kam es zu einer Zusammenarbeit und späteren persönlichen Freundschaft zwischen Arnold Kirsch und mir.

Auch für Gebiete des *Sachrechnens*, z. B. für die *Dreisatzrechnung* (sog. *Schlussrechnung*) existierte keine wissenschaftliche Bearbeitung in der Wissenschaft *Mathematik*.

Zur Definition des Begriffs *Größenbereich*

Wir stellten schnell fest, dass *Größen* eine zentrale Rolle spielten, und zwar vor allem die Größen *Anzahl, Länge, Flächeninhalt, Volumen, Masse, Zeitdauer* und *Geld*. Sie kommen als Unterrichtsgegenstand schon in der Grundschule vor und mussten daher genauer betrachtet und wissenschaftlich bearbeitet werden. Die Worte *Größe* oder *Größenwert* kamen bis dahin fast nicht in Lehrplänen und Schulbüchern vor. Man sprach bei Termen wie 7 cm oder 250 kg von *benannten Zahlen*. Das änderte sich jetzt, übrigens auch in der DDR.

Größen spielten aber auch eine Rolle beim *anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems.*

Doch wie war der Begriff *Größe* zu definieren? Als erster hat dies Lugowski versucht (Lugowski 1962). Er führte den Begriff *Größenbereich* ein. Größen waren Elemente eines solchen Größenbereichs. Dies geschah in seiner Habilitationsschrift an der PH Potsdam (DDR).

Durchgesetzt hat sich jedoch die Definition von Kirsch (1970). Im seinem Buch *Elementare Zahlen- und Größenbereiche* gibt Arnold Kirsch einen anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems auf der Basis des Begriffs *Größenbereich* nach dem damaligen Erkenntnisstand an. Das war eine epochale Leistung.

Arnold Kirsch definiert den Begriff *Größenbereich* als angeordnete, kommutative Halbgruppe $(G, +, <)$, für die zusätzlich gilt: $x < y \Leftrightarrow \exists z \in G : x + z = y$ (für alle $x, y \in G$).

Die oben aufgezählten Größen bilden jeweils einen Größenbereich.

Einen anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems, wie ihn Arnold Kirsch in seinem Buch angibt, hatte schon der weltberühmte Pionier der modernen Logik Gottlob Frege in seinem Werk *Grundgesetze der Arithmetik* (Frege 1893 und 1903) durchführen wollen, allerdings nicht vollständig zu Ende gebracht, weil Bertrand Russel inzwischen aus den mengentheoretischen Überlegungen Freges die später sog. *Russellsche Antinomie* gefolgert hatte. Frege war so schwer getroffen, dass er sein Werk *Grundgesetze der Arithmetik* unvollendet ließ.

Frege lehnte einen anwendungsfreien, innermathematischen Aufbau des Zahlensystems ab, wie er überhaupt eine Mathematik ohne ontologische Bindung, wie sie Hilbert propagierte, ablehnte. Er verlangte, dass die *Verwendung der Zahlen zum Messen* in deren Definition mit einzubeziehen sei (vgl. Griesel 2007). Er führte dazu den Begriff *Größengebiet* ein. Doch verwendete er dabei seine *Begriffsschrift*, die nur sehr mühsam zu lesen und zu verstehen ist. Wir Didaktiker haben das nie versucht, so dass wir auch nicht entdeckt haben, dass eine Rekonstruktion der Überlegungen Freges mit den Mitteln der modernen Strukturmathematik zu dem Ergebnis geführt hätte, dass *Größengebiet nach Frege* und *Größenbereich nach Kirsch* übereinstimmen. Erst die philosophische Neo-Frege-Bewegung mit Crispin Wright (St.

Andrews) und Bob Hale (Sheffield) als Hauptvertreter hat das Werk *Grundgesetze der Arithmetik* von Frege aufgearbeitet und dieses Ergebnis erkennbar gemacht (Hale and Wright 2001, S. 405, Griesel 2007). Immerhin wird dadurch die grundsätzliche Bedeutung der Definition von Kirsch unterstrichen.

Größenbereich und Schlussrechnung

Der Begriff *Größenbereich* erwies sich noch in einer weiteren Hinsicht als bedeutsam.

In seiner ebenfalls epochalen Arbeit *Eine Analyse der sogenannten Schlussrechnung* (Kirsch 1969) zeigte Arnold Kirsch nämlich, dass bei den Aufgaben der Schlussrechnung jeweils Situationen vorliegen, bei denen eine sog. *proportionale Abbildung eines Größenbereichs auf einen anderen Größenbereich* bzw. *auf denselben Größenbereich* existiert und entsprechend definiert werden kann.

Diese Arbeit hat einen großen Einfluss auf die Lehrpläne der Bundesländer und die Curricula der Schulbücher ausgeübt. Statt von *ist proportional zu* wurde jetzt in fast allen Lehrplänen, in den Lehrbüchern und im Unterricht von *proportionalen Zuordnungen* gesprochen. Das wäre möglicherweise nicht so gekommen, wenn es nicht auf Anhieb gelungen wäre, ein sehr praktikables Curriculum der Schlussrechnung zu entwickeln, das in der Lehrerschaft Zuspruch und in Lehrbüchern nachahmende Anregung fand. Das war damals (in den 1970er Jahren) eine Gemeinschaftsarbeit, an der außer Arnold Kirsch und mir vor allem Helmut Postel, Erwin Hollmann und Gerhard Holland beteiligt waren.

Übrigens hat man damals auch in der ehemaligen DDR versucht, der sog. Schlussrechnung eine mathematische Grundlegung zu geben, deren Ergebnisse auch bis in das Curriculum des dortigen Einheitsschulbuchs vorgedrungen waren. Es würde zu weit führen, das hier im Einzelnen darzustellen. Immerhin hat man damals in Ost und West das gleiche Problem erkannt und wissenschaftlich zu bearbeiten versucht.

Vom Begriff *Größenbereich* zum Begriff der *Größe*

Nichts ist so gut, dass es nicht weiterentwickelt werden sollte.

Arnold Kirsch hatte damals noch nicht die Relation *ist proportional zu* definieren können. Nur der Begriff der *proportionalen Zuordnung* war von ihm eingeführt worden. Es gelang nämlich nicht, mathematische Objekte zu identifizieren, zwischen denen diese Relation besteht. Das ist erst später gelungen. Dazu bedurfte es der Unterscheidung von *Größe* und *Größenwert*. Zwischen Größen, die in dieselbe Anwendungssituation eingebunden sind, kann die Relation *ist proportional zu* bestehen.

Auch war es nicht möglich, bestimmte Größen als Größenbereich aufzufassen. Dazu gehörten u. a. die *thermodynamische Temperatur* mit der Einheit K (Kelvin) sowie physiologische Größen, wie die *Lautheit*. Das lag darin begründet, dass der Begriff *Größenbereich* eine additive Struktur hat, das Messen aber eine multiplikative Struktur darstellt. Messen ist nämlich multiplikatives Vergleichen. Eine Strecke ist 25 cm lang bedeutet, sie ist 25-*mal* so lang wie 1 cm.

Größen sind also Merkmale mit (in der Regel) mehreren Werten (Ausprägungen), die multiplikativ verglichen werden können. Das multiplikative Vergleichen, also das Messen, kann man durch einen Quotienten $x/y = \mu$ mit Werten μ in einer Zahlenmenge (lies: x gemessen mit y ergibt μ) beschreiben. Dieser Quotient muss (und darin besteht die Präzision des Begriffs *multiplikatives Vergleichen*) die folgenden Bedingungen erfüllen (Griesel 1997):

(1) $(x/y) \cdot (y/z) = (x/z)$

(2) Wenn $x/y = 1$, dann $x = y$.

Der Begriff *Größenbereich* ist dadurch nicht überflüssig geworden. Man sollte aber besser von einem *Zusammenfügungsbereich* sprechen, weil das eher der begleitenden Vorstellung entspricht, die zu diesem Begriff gehört. (Griesel 2013)

Arnold Kirsch hat diese Weiterentwicklung seiner Theorie mit großem Interesse verfolgt und sogar in einzelnen Briefen an junge Nachwuchsleute ausführlich verständlich gemacht und erklärt.

Zum anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems

Man kann den Inhalt des Buchs *Elementare Zahlen- und Größenbereich* von Arnold Kirsch (1970) als die Realisierung des Programms ansehen, das Gottlob Frege mit seinem unvollendeten Werk *Grundgesetze der Arithmetik* in Angriff genommen hatte.

Doch hat sich auch hier eine Weiterentwicklung ergeben. In dem Buch erfolgt nämlich ein anwendungsorientierter Aufbau nur für die *positiven* Zahlen. Inzwischen ist es auch gelungen, den Aufbau für negative Zahlen, ja sogar für komplexe Zahlen so zu gestalten, wie Frege es wollte, nämlich die *Verwendung der Zahlen zum Messen* als zentral anzusehen. Auch ist es gelungen, beim Aufbau des Zahlensystems von vornherein eine *einheitliche ontologische Bindung der Addition und Multiplikation* einzubeziehen. (Griesel 2003, 2005, 2006, 2011, 2011a, 2013, 2013a)

So sind die Überlegungen von Arnold Kirsch fruchtbar weiterentwickelt worden.

Primat der Didaktik, Aufgabe der didaktisch orientierten Sachanalysen

Die hier dargestellten Untersuchungen und Entwicklungen von Arnold Kirsch und deren Weiterentwicklungen gehören zu den *didaktisch orientierten Sachanalysen*. Arnold Kirsch hat jedoch die Auffassung vertreten und immer wieder bekräftigt, dass für Curriculum Entwicklungen der *Primat der Didaktik gilt.* Auch ich stimme dieser Auffassung ausdrücklich zu. Die didaktisch orientierten Sachanalysen liefern Gesichtspunkte, sind aber bei didaktischen Entscheidungen im Rahmen der Curriculum Entwicklung nicht allein maßgebend.

Welchen Beitrag können sie dann leisten? Eine wichtige Aufgabe ist, die *mathematische Substanz, den mathematischen Kern* eines Unterrichtsgegenstandes ans Licht zu ziehen. Das hat schon Walter Breidenbach so gesehen, wenn er schreibt: „Wir werden [. . .] immer von einer Sachanalyse auszugehen haben, um damit jene Stellen mit Sicherheit zu erkennen, auf denen der Hauptnachdruck des Unterrichts und der methodischen Überlegungen liegen muss“ (Breidenbach 1963, S. 20).

Die didaktisch orientierten Sachanalysen sollten auch zum Kern der fachinhaltlichen Ausbildung der zukünftigen Lehrer gehören. Diese ist m. E. gegenwärtig noch zu weit von den später zu unterrichtenden Gegenständen entfernt. Arnold Kirsch hat immer wieder die Auffassung vertreten, dass die *fachinhaltliche Ausbildung möglichst dicht an den später zu unterrichtenden Stoffen* erfolgen solle. Es wäre wünschenswert, wenn die didaktisch orientierten Sachanalysen hier einen nachhaltigen Einfluss ausüben würden.

Zum Tode von Arnold Kirsch

Noch vier Tage vor seinem Tod habe ich Arnold Kirsch besucht. Er war schon sterbenskrank. Als er mich sah, streckte er die Hand zu mir aus. Ein Lächeln ging über sein Gesicht. Ich werde das nie vergessen. Doch denke ich auch gerne an die vielen Gespräche zurück, die wir in wissenschaftlichen und persönlichen Angelegenheiten führten. Arnold Kirsch war ein brillanter Denker und großartiger Mensch.

Literatur von Arnold Kirsch zum Thema

Kirsch, A. (1957): Einige Bemerkungen zur Einführung der negativen und gebrochenen Zahlen. In: Math. Physik. Sem. Berichte 5/1957, S.281

Kirsch, A. (1962/63): Das Kettenrechnen und die affine Gruppe der Geraden, MNU 1962/63, S. 68

Kirsch, A. (1963): Über die Bedeutung der Relation „zerlegungsgleich“ in der elementaren Flächeninhaltslehre; Math. Physik. Sem. Berichte IX/ 1963, Heft 2, S. 190

Kirsch, A. (1969): Eine Analyse der sogenannten Schlussrechnung, in Math.-Phys. Semesterberichte XVI/1, S. 41 - 55

Kirsch, A. (1969a): Die Einführung der natürlichen Zahlen als Operatoren. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1969, (Teil 2), Hannover 1971

Kirsch, A. (1970): *Elementare Zahlen- und Größenbereiche*. Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht 1970

Kirsch, A. (1972): Ein didaktisch orientiertes Axiomensystem der Elementarmathematik. MNU 25 (1972), S. 142

Kirsch, A. (1976): Eine „intellektuell ehrliche“ Einführung des Integralbegriffs in Grundkursen. In: Didaktik der Mathematik 4 (1976) 2. Heft S. 87-105

Kirsch, A. (1977): Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. In: WPB 29 (1977) Heft 4, S. 151 - 157

Weitere Literatur

Breidenbach W. (1963): Methodik des Rechnens, 12. Auflage, Hannover

Frege G. (1893 und 1903): Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet, 2 Bände, Jena, Neudruck Darmstadt 1963

Griesel, H. (1959): Eine verbandstheoretische Analyse der Bruchrechnung, In: Math.-Physik. Semesterberichte Band 6 Heft 3/4 (1959) S. 195–216 Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen

Griesel, H. (1996a): Proportionalität als Relation zwischen Größen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Hildesheim Franzbecker 1996, S. 146–149

Griesel, H. (1996b): Grundvorstellungen zu Größen. In: *Mathematik lehren*, Heft Oktober, Velber, Friedrich 1996, S. 15–19

Griesel, H. (1997): Zur didaktisch orientierten Sachanalyse des Begriffs Größe. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 18 (1997), S. 259–284

Griesel, H. (1997a): Wissenschaftsorientierung des Mathematikunterrichts, Zur Geschichte und den Perspektiven eines Leitbegriffs in Ost und West. In: Beiträge zum Mathematikunterricht (1997), S. 23–30, Franzbecker Hildesheim

Griesel, H. (1998): Messen als zentrale Idee. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Hildesheim Franzbecker 1998, S. 236–238

Griesel, H. (2003): Messen und Aufbau des Zahlensystems. In: Hefendehl-Hebecker, Lisa; Hußmann, Stephan (Hrsg.) *Mathematikdidaktik zwischen Fachorientierung und Empirie*, Festschrift für Norbert Knoche, Hildesheim, Franzbecker 2003, S. 53–64

Griesel, H. (2005): Modelle und Modellieren. In: Henn Hans-Werner; Kaiser Gabriele (Hrsg.) *Mathematik im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation*, Festschrift für Werner Blum, Hildesheim, Franzbecker, 2005, S.

Griesel, H. (2006): *Quantitative Messsyteme*; ein Beitrag zu den Grundsatzfragen: Was ist quantitatives Messen? Wie hängen einerseits Messen und andererseits die Zahlen und deren Rechenoperationen zusammen? NATG (Normenausschuss Technische Grundlagen) im DIN, Berlin 2006, NA 152-01-56 AA N45, 11 Seiten

Griesel, H. (2007): Reform of the Construction of the Number System with Reference to Gottlob Frege. In: *Mathematics Education*, ZDM, Vol 39, 1–2, March 2007, S. 31–38, Springer Verlag, Heidelberg

Griesel, H. (2011): Eckpunkte zu einem anwendungsorientierten Aufbau des Zahlensystems. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Heft 91, (2011) S. 17-22

Griesel, H (2011a): Genetischer anwendungsorientierter Aufbau des Zahlensystems. NATG (Normenausschuss Technische Grundlagen) im DIN, Berlin 2011, NA 152-01-01-06 AK N18 (36 Seiten)

Griesel, H. (2012): Fünf Grundformen der Konstitution einer Größe. NATG (Normenausschuss Technische Grundlagen) im DIN, Berlin 2012, NA 152-01-01-06 AK N19

Griesel, H. (2013): Elementarmathematik als empirische Theorie der Lebenswirklichkeit, Hintergründe und Analysen zum Prozess des Aufbaus dieser Theorie; in: M. Rathgeb, M. Helmerich, R. Krömer, K. Lengnink, G. Nickel (Hrgb.) Mathematik im Prozess; Springer Fachmedien Wiesbaden 2013, S. 305–318.

Griesel, H. (2013a): Wissenschaftstheorie im Einsatz bei didaktisch orientierten Sachanalysen; in: Meyer M., Müller-Hill E., Witzke I. (Hrsg.) Wissenschaftlichkeit und Theorieentwicklung in der Mathematikdidaktik, Festschrift zum sechzigsten Geburtstag von Horst Struve, Hildesheim, S. 19–33

Hale B. and Wright C. (2001): The Reason's Proper Study, Essays towards a Neo-Fregean Philosophy of Mathematics, Oxford

Lugowski, H. (1962): Eine axiomatische Grundlegung des anschaulich-genetischen Aufbaus der Arithmetik in der Schulmathematik. Wiss. Zeitschrift der Päd. Hochschule Potsdam, Math. – Naturw. Reihe, Band 7, S. 297–329

Heinz Griesel, Zeisigweg 6, 34225 Baunatal bei Kassel, Email: hgriesel@web.de

Modellprojekt Fachpraktikum an der Leibniz Universität Hannover

Benjamin Rott, Ulrich Schönbach und Thomas Gawlick

Einleitung

Schulpraktische Erfahrungen im Rahmen von geblockten oder semesterbegleitenden Praktika sind ein sehr wichtiger Bestandteil in der ersten Phase der Lehrerausbildung. Insbesondere die Praktika in der Endphase des Studiums, die nicht (hauptsächlich) der Orientierung und der Evaluation der Berufswahl, sondern bewusst der fachdidaktischen Ausbildung dienen, sind hierbei von besonderer Bedeutung. Die organisatorische und inhaltliche Gestaltung solcher oft als „Fachpraktikum" bezeichneten Veranstaltungen unterscheidet sich relativ deutlich nicht nur zwischen den einzelnen Universitäten, sondern bereits zwischen verschiedenen Fächern derselben Universität. Unterschiedliche Ideen wurden beispielsweise im März 2014 auf der Tagung „Praxisphasen" in Freiburg vorgestellt und diskutiert. Durch die Einführung so genannter „Praxissemester" in mehreren Bundesländern wird die angedeutete Vielfalt in kommender Zeit vermutlich eher noch zu- als abnehmen.

Als Beitrag zu dieser Diskussion möchten wir an dieser Stelle die Gestaltung des Fachpraktikums im Studiengang „Mathematik für das Lehramt an Gymnasien" an der Leibniz Universität Hannover vorstellen. Der dortige Ansatz bietet unserer Meinung nach ein innovatives Konzept, dessen Vorzüge benannt und erläutert werden sollen.

Fachpraktikum Mathematik an der Leibniz Universität Hannover

Zielsetzung

Aus unserer Sicht sollte das Fachpraktikum einen substanziellen Beitrag zur fachdidaktischen Bildung der Studierenden leisten. Im Sinne einer Vorbereitung auf die zweite Ausbildungsphase (Referendariat) kann der „Praxisschock" beim Einstieg in den Lehrerberuf gedämpft werden. Zudem erkennen und erfahren Studierende, dass didaktische Werkzeuge für die Praxis hilfreich sein können, sodass eine erkennbare Verknüpfung der Ausbildungsphasen an der Universität einerseits und an Studienseminar/Schule andererseits erfolgt.

Organisationsstruktur

Die Studienordnung in Hannover sieht vor, dass die zukünftigen Mathematiklehrkräfte im Masterstudiengang des Lehramts an Gymnasien in beiden Fächern ein jeweils fünfwöchiges Fachpraktikum absolvieren. Im Fach Mathematik kann dieses Praktikum, zu dem ein Vorbereitungsseminar von zwei Semesterwochenstunden gehört, „entweder in der vorlesungsfreien Zeit als Block […] oder in entsprechendem Umfang semesterbegleitend oder als Mischform stattfinden." (Verkündungsblatt 7/2001, S. 16)

Die Mathematikdidaktik in Hannover hat für das Fachpraktikum die „Mischform" gewählt:

Anstelle von fünf Wochen absolvieren die Studierenden nur vier Wochen als Blockpraktikum in der vorlesungsfreien Zeit. Hinzu kommen vorgezogene Schulbesuche während des Semesters (Abb. 1), wodurch eine wesentlich engere Theorie-Praxis-Vernetzung ermöglicht wird.

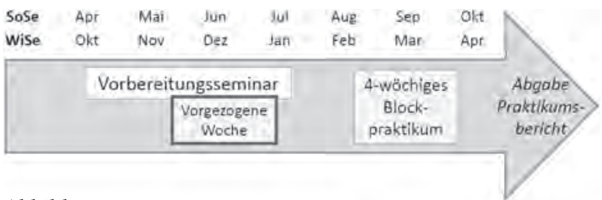


Abbildung 1

Das Blockpraktikum findet im Zeitraum nach der Zeugnisvergabe an den Schulen statt – in Wintersemestern im Februar und März vor den Osterferien, in Sommersemestern im August und September vor den Herbstferien. Die genaue Terminierung wird mit der jeweiligen Schule abgesprochen.

Die Studierenden sollen während dieser vier Wochen hospitieren und vor allem möglichst viel selbst unterrichten. Je mehr Möglichkeiten sich den Studierenden bieten, selbst vor einer Klasse zu stehen, desto besser – schließlich geht es auch darum, das verkürzte Referendariat wenigstens teilweise zu kompensieren.

Im vorgezogenen Teil des Praktikums, das wie in Abb. 1 dargestellt in die Vorlesungszeit fällt, muss die Präsenz in den Schulen mit den Lehrveranstaltungen an der Universität abgestimmt werden. Im Regelfall hospitieren die Studierenden in Kleingruppen von zwei bis drei Personen, bereiten eine Unterrichtsstunde oder Doppelstunde vor und unterrichten diese abwechselnd, gegebenenfalls in Form eines Teamteaching.

Betreuungskonzept

Die Praktikantinnen und Praktikanten werden von der Leiterin oder dem Leiter des Vorbereitungsseminars in Gestalt von Unterrichtsbesuchen auch vor Ort betreut. Angestrebt werden insgesamt zwei bis drei Besuche, von denen einer anlässlich des selbst erteilten Unterrichts in der vorgezogenen Woche durchgeführt wird. Wie bei allen Besuchen wird der Unterricht besprochen; in aller Regel unmittelbar im Anschluss an den besuchten Unterricht. Zudem wird im Vorfeld auch dieser Stunde ein Unterrichtsentwurf verfasst und anschließend eine Reflexion verschriftlicht. Um authentische Unterrichtssituationen direkt in das Vorbereitungsseminar einbringen zu können, wird der erste Unterrichtsbesuch nach Möglichkeit mit einer Videokamera gefilmt. Während des vierwöchigen Blockpraktikums besucht die betreuende Dozentin oder der betreuende Dozent alle Studierenden ein bis zwei weitere Male. Die für diese Unterrichtsbesuche angefertigten schriftlichen Entwürfe und Reflexionen bilden zugleich den Kern des bewerteten Praktikumsberichts.

Anmerkungen zur „vorgezogenen Woche"

Das Vorziehen einer Woche in das laufende Semester ist für alle Beteiligten, sowohl für die Schulen als auch für die Studierenden und ihre Betreuer, organisatorisch nicht einfach (Klausur- bzw. Abiturzeit, Vorlesungen an den Vormittagen etc.) – trotzdem hat sich die Organisationsstruktur in mehrfacher Hinsicht bewährt:

- Für die Arbeit in den vorbereitenden Seminaren ergibt sich die Möglichkeit, die theoretische Ebene zu vernetzen mit konkreten Unterrichtssituationen und -erfahrungen. Die Studierenden lernen auf diese Weise, in ihrer Stundenreflexion didaktische Betrachtungen auf konkret erlebte Unterrichtselemente wie zum Beispiel Tafelbild, Unterrichtsgespräch oder Bearbeitungen der Lernenden[1] zu beziehen.
- Die zeitliche Parallelität von Vorbereitungsseminar und erster Praktikumswoche ermöglicht das Einbringen und gemeinsame Diskutieren authentischer Unterrichtserfahrungen, sodass die Seminararbeit erkennbar bereichert wird.
- Die Schulen und die ihnen zugeteilten Praktikanten lernen sich schon während des Semesters näher kennen und können so im Vorfeld Absprachen für das Blockpraktikum treffen.
- Die Studenten erhalten eine *unbenotete* Rückmeldung zu ihrem ersten Unterrichtsentwurf und der zugehörigen Reflexion, sodass eine Trennung von Lern- und Leistungssituationen erfolgt.
- Während des Blockpraktikums lässt sich die Besuchsdichte für die Studierenden, für die betreuenden Dozentinnen und Dozenten, aber auch für die Lerngruppen an den Schulen durch das Vorverlagern eines Besuches in die vorgezogene Woche deutlich verringern.

Im Folgenden möchten wir mit einem exemplarischen Auszug aus der Seminargestaltung und aus einem Praktikumsbericht verdeutlichen, in welcher Weise die Mischform aus betreuter Schulerfahrung und Blockpraktikum eine vertiefte didaktische Auseinandersetzung ermöglicht.

Beispiel

Im Rahmen des Vorbereitungsseminars wird intensiv mit fachdidaktischer Literatur gearbeitet. Einer der ausgewählten Zeitschriftenartikel thematisiert Stundeneinstiege im Sinne von Ankerpunkten für den weiteren Lernprozess (Puscher & Vernay 2009); in diesem Zusammenhang stellten zwei Studierende u.a. das Spiel „Differenz trifft" (Eichler & Vogel 2009, Kap. 5) vor.

Dieses Spiel wurde von einer Kommilitonin und einem Kommilitonen aufgegriffen. Bereits während der vorgezogenen Praktikumswoche konnten vorsorgliche Absprachen getroffen werden, die es ermöglichten, innerhalb des vierwöchigen Blockpraktikums eine Lerngruppe zu unter-

[1] Für das Aufgreifen realer Unterrichtssituationen aus der vorgezogenen Praktikumswoche, in denen Studierende in der Rolle einer Lehrkraft auftreten, werden bevorzugt Videoaufnahmen genutzt.

richten, für die ein Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung in Betracht kam.

Das Vorhaben wurde in einer 6. Klasse eines hannoverschen Gymnasiums umgesetzt. Dazu wurde die Spielidee mithilfe eines selbst gestalteten Arbeitsblatts (Abb. 2) präsentiert.

Insgesamt ergab sich eine sehr produktive Doppelstunde, in der im Vorbereitungsseminar herausgearbeitete didaktische und methodische Prinzipien wie Handlungsorientierung und lernergerechte Begriffsbildung erkennbar Berücksichtigung fanden.

Im Praktikumsbericht wird das Unterrichtsvorhaben unter dem (etwas ungeschickt gewählten[2]) Titel „Begriff der relativen Häufigkeit“ in Planung und Durchführung ausführlich beschrieben. Im Rahmen der Planungsüberlegungen wird angedeutet, welche Rolle das Spiel „Differenz trifft“ im Zusammenhang mit einem Begriffsbildungsprozess in Richtung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes übernehmen kann: Sprechweisen wie „zunächst gleichmäßig verteilen“, „Zahl, die individuell häufig erreicht wurde“, „Strategie [. . .], mit der [. . .] Gewinnchancen erhöht werden“ knüpfen unmittelbar an die „Ankerpunkt-Diskussion“ im Vorbereitungsseminar an, indem sie eine erfreuliche Zurückhaltung und Behutsamkeit bei der Bildung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs belegen. Die im Seminar herausgearbeitete These, dass auf diese Weise ein Beitrag zur Ausprägung tragfähiger Grundvorstellungen geleistet werden könne, wird sachgerecht aufgegriffen und konkretisiert.

Das vorgelegte Arbeitsblatt 2 (Abb. 3), das im weiteren Verlauf der Doppelstunde zum Einsatz kam, wird in der abschließenden Reflexion auch von den Studierenden im Hinblick auf die eigene Intention einer behutsamen Begriffsbildung als optimierungsbedürftig eingeschätzt (Abb. 4).

Mit dem Aspekt „Lehrerecho“ (Abb. 5) stellt der Praktikumsbericht im Rahmen der weiteren Reflexion des erlebten Unterrichtsverlaufs den direkten Bezug zu Diskussionen her, die sich im Vorbereitungsseminar aus der gemeinsamen Betrachtung authentischer Lehrerfahrungen in der vorgezogenen Praktikumswoche ergeben hatten. Bemerkenswert erscheint der zweite Satz in Abb. 5, der das „Lehrerecho“ nicht vordergründig als häufigen „Anfängerfehler“ stehen lässt, sondern mit der Interaktionsstruktur verknüpft und den Aspekt damit in die im Seminar thematisierte Problematik fragend-entwickelnden Unterrichts einbettet.

Arbeitsblatt 1

„Differenz trifft“

Spielblatt

Spiel 1

0	1	2	3	4	5

Spielregeln

– Jeder Spieler hat ein Guthaben von 18 „Kreisen“, die er beliebig auf die Spalten des Spielplans verteilen kann.
– Es wird reihum jeweils mit zwei Würfeln gewürfelt. Das Ergebnis eines Wurfes ist die Differenz der Augenzahlen.
– Aus der Spalte mit dem Ergebnis wird ein Kreis „entfernt“, also durchgestrichen. Beispielsweise wird ein Kreis aus der Spalte „3“ gestrichen, wenn eine Fünf und eine Zwei gewürfelt wurden. Befindet sich in der Spalte kein Kreis (mehr), so hat man Pech gehabt.
– Gewonnen hat, wer zuerst alle Kreise abgeräumt hat.

Abbildung 2

Arbeitsblatt 2

„Will man eine gute Wahl treffen, wie die Chips zu verteilen sind, dann ist es hilfreich zu wissen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, eine bestimmte Differenz zu würfeln.“

Experiment: Würfelt in Partnerarbeit mit zwei Würfeln 30-mal. Notiert, wie häufig die Differenzen 0, 1, 2, 3, 4 und 5 jeweils aufgetreten sind.

Differenz	0	1	2	3	4	5
Häufigkeit						

Auswertung: Welche Differenzen treten am häufigsten, welche am seltensten auf?

Zusatz: *Mit welchen relativen Häufigkeiten sind die Differenzen 0, 1, 2, 3, 4 und 5 innerhalb Eurer Würfelserie aufgetreten?*

Abbildung 3. Ausschnitt aus Arbeitsblatt 2 zum Unterrichtsvorhaben

[…]
In der zweiten Erarbeitungsphase, welche einem angemessenen Zeitrahmen entsprach, sollten die Schüler erneut in Partnerarbeit das Arbeitsblatt ausfüllen. Hierbei war die Gestaltung des Arbeitsblattes kritisch, da die Schüler durch die neuen Begriffe „Häufigkeit“ und „relative Häufigkeit“ verwirrt waren. Sie nahmen fälschlicherweise an, dass in die Zeile „relative Häufigkeit“ die Anzahl der eingetretenen Ereignisse eingetragen werden muss. Weiterhin kamen Fragen zum Begriff an sich auf. Hierbei wird deutlich, dass das Arbeitsblatt nicht gründlich genug durchdacht wurde.
[…]

Abbildung 4. Textauszug aus der Reflexion zum Unterrichtsvorhaben – Gestaltung von Arbeitsblatt 2

[…]
Hinsichtlich der Gesprächsführung ist uns im Nachhinein vor Augen geführt worden, dass sich die Unart des Lehrerechos bei uns eingeschlichen hat. Weiterhin wurde zu voreilig die Interaktionskette zwischen den Schülern unterbrochen, sodass die sich abwechselnde Lehrer-Schüler Kommunikation eintrat.
[…]

Abbildung 5. Textauszug aus der Reflexion zum Unterrichtsvorhaben – „Lehrerecho“

Rückmeldungen der Studierenden

Das Feedback der Studierenden zu unserem Praktikumskonzept fällt durchweg positiv aus. Auch aus Sicht der Studierenden rechtfertigt der Nutzen, der sich durch die intensive Verzahnung von didaktischer Theorie und konkreter schulpraktischer Umsetzung ergibt, den organisatorischen Mehraufwand durch die vorgezogene Praktikumswoche.

[2] Treffender im Sinne der Intention erscheint eher ein Titel wie „Wahrscheinlichkeit – hinführende Erfahrungen und Betrachtungen im Vorfeld der Begriffsbildung“.

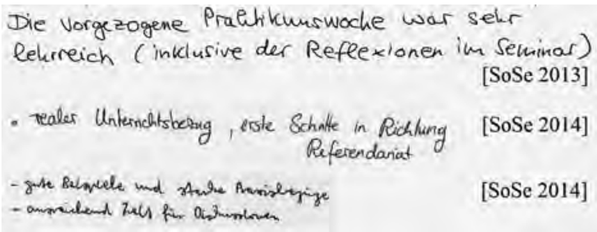


Abbildung 6. Kommentare anlässlich der Evaluation der Lehrveranstaltung *Fachpraktikum Mathematik – Vorbereitungsseminar*

Beispielhaft sind dazu einige Stellungnahmen aus Evaluationen zum „Verbund“ Fachpraktikum–Vorbereitungsseminar angefügt (Abb. 6).

Derzeit wird in Hannover darüber diskutiert, ob unserem Wunsch, das Fachpraktikum in der beschriebenen Form fortzusetzen, entsprochen werden kann.

Literatur

Eichler, A. & Vogel, M. (2009). *Die Leitidee Daten und Zufall*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner. (Kap. 5)

Puscher, R. & Vernay, R. (2009). Tragfähige Einstiege. *Mathematik 5 bis 10*, Heft 9, 4–5.

Wedekind, J. (2009). „Differenz trifft“ – ein Spiel zum Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (Klasse 7). *Mathematik 5 bis 10*, Heft 9, 18–21.

Benjamin Rott, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Mathematik, Thea-Leymann-Straße 9, 45127 Essen, Email: benjamin.rott@uni-due.de

Ulrich Schönbach, Universität Hannover, Institut für Didaktik der Mathematik und Physik, Abteilung Didaktik der Mathematik, Welfengarten 1, 30167 Hannover, Email: schoenbach@idmp.uni-hannover.de

Thomas Gawlick, Universität Hannover, Institut für Didaktik der Mathematik und Physik, Abteilung Didaktik der Mathematik, Welfengarten 1, 30167 Hannover, Email: gawlick@idmp.uni-hannover.de

Brief eines Physikers an seinen Mathematiklehrer zu dessen 80. Geburtstag

Reinhard Koch

Lieber Herr B.,

Sie begehen Ihren 80. Geburtstag, zu dem meine Frau und ich Ihnen ganz herzlich gratulieren. Im Oktober des Jahres 2013 ging eine Schlagzeile durch die Presse, z. B. war im SPIEGEL ONLINE zu lesen: „Der Osten hat die Musterschüler: Sachsen und Thüringen führen beim bundesweiten Schulvergleich in Mathematik und Naturwissenschaften. Schlusslichter sind die Stadtstaaten und NRW. Dort liegen Schüler um bis zu zwei Jahre zurück.“[1] Als Erklärung bemühen Bildungsexperten für das gute Abschneiden der Ost-Bundesländer die mathematisch-naturwissenschaftliche Schultradition der DDR. Dort lag an polytechnischen Oberschulen ein Schwerpunkt auf diesen Fächern. Das ist auch meine Meinung. An Ihrem Ehrentage möchte ich Ihnen für Ihr Wirken in diesem Sinne als meinem Mathematiklehrer an der Martin-Luther-Oberschule in E. danken. Den Schuh, den Schülern eine solide mathematische Bildung weitergegeben zu haben, dürfen Sie sich bei all Ihrer bekannten Bescheidenheit getrost anziehen.

Ich vermute, dass der tiefere Grund die geringe gesellschaftliche Wertschätzung der Mathematik und der Naturwissenschaften in den alten Bundesländern sein könnte, was sich direkt auf Lehrerausbildung, Unterricht und Motivation auswirkt. Das wiederum könnte auf den Einfluss der Philosophen der Frankfurter Schule auf die Achtundsechziger zurückzuführen sein. Max Horkheimer (1895–1973), Adorno, Marcuse und ihre Schüler waren vielleicht doch nicht so weise, wie manche Grüne heute noch annehmen.

Ich möchte Ihren Geburtstag, lieber Herr B., zum Anlass nehmen, Ihnen grob zu umreißen, welchen Stellenwert die Mathematik in meinem Leben als Physiker bisher gehabt hat. Was sind eigentlich Physiker für Leute? Ich will es mal so sagen:

[1] www.spiegel.de/schulspiegel/wissen/laendervergleich-ostdeutsche-schueler-in-mathe-besser-als-westdeutsche-a-927216.html

Physiker

Ein unvollkommenes Bild erstellt
der Physiker sich von der Welt,
und hofft, das Werden und Vergehen
in Zukunft besser zu verstehen.

Sein Handwerkszeug ersetzt ihm glatt
Erfahrungen, die er nicht hat.
So kramt er in der Welt Bestand
mit dem geringsten Denkaufwand.

Er glaubt an das, was er auch misst,
an das, was ihm verständlich ist,
an ew'gen Teilchen-Wellen-Streit.
An IHN auch? Nach der Arbeitszeit.

Ich streue nachfolgend in diese Zeilen ein paar solche Reimereien speziell zur Mathematik ein, die ich bisher noch niemandem zugemutet habe. Sie müssen das ja nicht alles an Ihrem Geburtstag lesen. Es gibt ja auch, wie ich Ihnen wünsche, noch viele nachfolgende Tage.

Eine Vorbemerkung möchte ich voranstellen. Das, was wir *Mathematik* nennen, hat sich in der Physik seit etwa hundert Jahren anders entwickelt als in der abstrakten Mathematik. Fachfremde sind sich dessen meist nicht bewusst. Der Begriff *Abstrakte Mathematik* ist kein etablierter Name für das, was ich hier meine, vermittelt aber vielleicht intuitiv eine Vorstellung von der Richtung, in die die moderne Mathematik voranschreitet. Jeder bedient sich im Denkprozess der Abstraktion, ist aber gut beraten, wenn er sich von den konkreten Objekten der Wirklichkeit nicht zu weit entfernt. Es gibt selbstverständlich auch Mathematiker, die sich dessen bewusst sind. So trägt ein Buch von Donald E. Knuth (*1938), Urvater des Textsatzsystems TEX, aus gutem Grund den Titel *Concrete Mathematics* (mit R. L. Graham und O. Patashnik, 2. Auflage, Addison-Wesley, Reading (MA) 1994). Knuth hat mit dem Physikstudium begonnen und dann den Weg zur Mathematik eingeschlagen.

Studierte Mathematiker schauen nicht selten auf die mathematische Physik herab. Im Gegenzug gibt es Physiker, die behaupten, dass alles, was in der Mathematik wirklich bahnbrechend war, von Physikern erfunden worden sei. So krass würde ich es nicht formulieren. Ich will es charmanter sagen:

Soll ich das Los des Mathematikers umreißen?
Was er hervorbringt, muss er auch beweisen.
Wie einfach hat's der Physiker indessen,
was er zu Recht behauptet, lässt sich messen.

Der Physiker Georg Joos (1894–1959) schrieb im Vorwort seines im Jahr 1932 erstmals erschienenen „Lehrbuch der theoretischen Physik" (das 15 Auflagen bis zum Jahr 1989 erreichte): „Der Mathematiker, der vielleicht über manche Kühnheit in den heutigen theoretisch-physikalischen Arbeiten entrüstet ist, möge bedenken, daß der Physiker ebensowenig auf eine vollkommen exakte Grundlegung seiner Hilfsmittel warten kann, wie etwa der Chemiker auf die physikalische Klärung der Valenzkräfte wartet."

Was mich betrifft, so weiß ich heute noch nicht, warum ich mir in den 1970er Jahren neun Bände der *Eléments de mathématique* par N. Bourbaki in russischer Übersetzung gekauft habe. Dabei soll der streng logische Stil der Bücher die heutige Mathematik entscheidend mitgeprägt haben. Zum Kauf hatte mich die Erwartung bewogen, in den Büchern verborgene Schätze zu finden, die sich vielleicht zum Nutzen der Physik heben ließen. Dass sie solche Schätze enthalten, bezweifle ich auch heute nicht, aber sie sind mir zu tief verborgen. Ich hätte schon beim Kauf stutzig werden müssen, weil es in den Bänden keine Abbildung gibt. In der deutschsprachigen Wikipedia ist unter Nicolas Bourbaki zu lesen: „In Frankreich beherrscht Bourbakische Axiomatik häufig noch den gesamten Hochschulunterricht in Mathematik als Haupt- oder Nebenfach; ausländische Beobachter wie Wladimir Igorewitsch Arnold (1937-2010) halten diesen dogmatischen Formalismus für ein Verbrechen an den Studenten."

Ende der 1960er Jahre gab es einen Wettstreit zwischen dem Leiter der Abteilung Rechentechnik im Institut, einem „reinen" Mathematiker, der sich als solcher schon einen Namen gemacht hatte, und einem Physikerkollegen. Es ging darum, wer das schnellere Programm zur iterativen Lösung eines linearen Gleichungssystems in Algol 60 schreibt. Das des Physikers war nicht nur viel schneller als das des Mathematikers bei gleicher Genauigkeitsgrenze, sondern brauchte auch noch deutlich weniger Speicherplatz.

Zu einem kleinen Eklat kam es, als der außergewöhnliche Physiker Klaus Fuchs (1911–1988), von 1959 an bis zum Jahr 1974 stellvertretender Direktor des Zentralinstituts für Kernforschung, zum Leiter des Forschungsbereiches Physik, Kern- und Werkstoffwissenschaften der Akademie der Wissenschaften der DDR berufen wurde. Da forderte er nämlich eine radikale Richtungsänderung der Mathematik in der DDR hin zur *Konkreten Mathematik*. Erreicht hat er aber wohl nichts.

Schisma der Mathematik

Als Ausgangspunkt der Spaltung der Mathematik der Physiker und Mathematiker würde ich die Arbeiten von Évariste Galois (1811–1832) ansehen. Seine Arbeiten zur Lösung algebraischer Gleichungen, der so genannten Galoistheorie, fanden erst elf Jahre nach seinem Tod, um das Jahr 1843 herum also, Anerkennung. Er starb im Alter von nur 20 Jahren bei einem Duell wegen eines Mädchens namens Stéphanie. Von seinen Ideen ausgehend trat bei den Mathematikern die Gruppentheorie ihren Siegeszug an. Von da an sprechen Mathematiker von Zahlen meist nur im Notfall. Ich zitiere die Wikipedia unter *Évariste Galois*, um zu umreißen, was er gefunden hatte. Man darf sich gleichzeitig auch über die Ausdrucksweise heutiger Mathematiker freuen: Die Galoissche Gruppe G ist „die Gruppe der Automorphismen des Erweiterungskörpers L über dem Grundkörper, der durch Adjunktion aller Nullstellen definiert ist. Galois erkannte, dass sich die Untergruppen von G und die Unterkörper von L bijektiv entsprechen."

Als nächsten großen Scheideweg sehe ich die Überbetonung der Mengenlehre von Georg Cantor (1845–1918) an. Es ist vielleicht mit seiner manisch-depressiven Erkrankung zu begründen, dass er glaubte, seine Theorie der Mächtigkeit des Kontinuums sei ihm von Gott übermittelt worden. Natürlich nicht die Mengenlehre selbst erscheint mir dabei das Problematische zu sein, sondern die in der Folge entstandene Axiom-, Symbol- und Definitionsmanie. Vor mehr als dreißig Jahren habe ich vier Strophen darüber geschrieben:

> *Menge*
> Die Menge ist nach Cantor etwas Eig'nes.
> Ein Töpfchen für Objekte, wie er meint,
> Objekte, die vorhanden,
> oder erst im Kopf entstanden,
> die alle etwas haben, was sie eint.
>
> Der Mathematiker, nach kurzem Stöhnen,
> ergreift die Menge, denn sie kommt ihm recht,
> und startet ein Spektakel,
> denn er glaubt, sie nähm' den Makel,
> er sei ja letztlich nur ein Zahlenknecht.
>
> Er bastelt sich Axiome und Symbole,
> und sieht die Welt fortan mit diesem Tick
> nur durch das Mengenprisma,
> doch das führt zum Großen Schisma
> von seinem Fache und dem Fach Physik.
>
> Er hätschelt diesen Geist, den er gerufen,
> und der ihn von der Praxis hat entfernt.
> Und hofft, es wird nicht enden
> als Verbrechen an Studenten,
> und dass ein Kind das Zählen niemals lernt.

Anlass für das Lied war ein Briefwechsel mit meinem Bruder, der sich darüber beklagte, dass seine Tochter in der Schule in Österreich statt Rechnen mit Zahlen Rechnen mit Mengen lernen müsse.

Zum Problemkreis *Mengenlehre und Moderne Mathematik in der Grundschule* gab es im Spiegel Nr. 13 aus dem Jahr 1974 einen interessanten und amüsanten Leitartikel *Macht Mengenlehre krank?*[2], der auch heute noch im Netz nachzulesen ist. Daraus einen kurzen Auszug:

> Die Mengenlehre beschäftigte und empörte mehr Eltern als irgendein anderes Schulthema. Sie wird an fast jeder Schule in der Bundesrepublik betrieben, wie es die deutschen Kultusminister 1968 einstimmig beschlossen haben. Um Mengenlehre an Gymnasien gibt es keinen Streit, nur um die Mengenlehre an den Grundschulen geht es. In den meisten Bundesländern müssen die Schulanfänger seit dem Schuljahr 1972/73, in einigen seit 1973/74 die moderne Mathematik lernen.

Kurzzeitig Ende 2006 wurde Cantor sogar zum Opernhelden. Der österreichische Komponist Ingomar Grünauer (* 1938) komponierte die Oper *Cantor – Die Vermessung des Unendlichen*, die aber kein Publikumsrenner des Halleschen Opernhauses wurde. Die Arbeiten von Cantors Lehrer Leopold Kronecker (1823–1891) habe ich in meiner Arbeit bedeutend öfter gebraucht als die von Cantor. Kronecker stand bekanntlich Cantors Ideen skeptisch gegenüber. Von dessen Äußerungen ist mir der vielzitierte Satz immer gegenwärtig: „*Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.*"

Daran denke ich oft schmunzelnd, wenn ich in Halle an Cantors Wohnhaus Händelstraße 13 vorbeigehe, und das kommt öfter vor, weil in der Nähe meine Schwester lebt und wirkt. Meist fällt mir dann auch meine Reimerei *Mathematikermotiv* ein:

> Wem die Natur im Grunde gleich,
> weil zu verspielt und artenreich,
> der flieht, na ja, sie wissen schon,
> in Mengen und in Abstraktion.

Physikalisches Rechnen und Mathematikvorlesungen

Die Spaltung zwischen mathematischer Physik und moderner Mathematik wurde schon im Studium deutlich. Neben den Mathematikvorlesungen im mathematischen Institut bot das physikalische Institut eine praxisorientierte Vorlesung *Physikalisches Rechnen* an. Schon nach wenigen Stunden

[2] http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-41784469.html

wurde als erster Höhepunkt der Satz vom totalen Differential und die Regeln der Fehlerfortpflanzung erreicht. Es folgten Vektorrechnung, Differentialgleichungen und die Berechnung von Momenten von Verteilungen. Wir wurden eingeweiht in die mathematischen Kniffe der Thermodynamik und Statistik, der Wellenoptik und der elektromagnetischen Felder. Ich habe mich besonders, schon die Quantenmechanik im Blick, insbesondere mit Matrizenrechnung und Statistik beschäftigt. Die Vorlesung *Physikalisches Rechnen* lieferte so ziemlich alles, was ein durchschnittlicher Physiker in seinem Berufsleben braucht.

Die eigentlichen Mathematikvorlesungen waren in der Regel gut und hatten nicht die Strenge der sich unter dem Pseudonym *Bourbaki* versteckenden französischen Mathematiker. Für meine späteren mathematisch-numerischen Arbeiten dürfte es ein Glücksfall gewesen sein, dass es im Mathematischen Institut der Universität Leipzig eine Tradition der mathematischen Physik gab, die durch den polnisch-deutschen Mathematiker Leon Lichtenstein (1878–1933) begründet worden war. Lichtenstein war 1922 in Leipzig zum Professor berufen worden. Bekannt wurde er u. a. durch grundlegende Ergebnisse zur Lösungstheorie für Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Die Lichtensteinsche Schule der Analysis wurde am Mathematischen Institut weitergeführt, auch durch die Professoren Herbert Beckert (1920–2004), Joachim Focke und Paul Günther (1926–1996). So zum Beispiel mit Forschungen auf den Gebieten Partielle Differentialgleichungen, Funktionalanalysis, Differentialgeometrie und Variationsrechnung. Focke führte uns in die Differential- und Integralrechnung ein, Günter vermittelte uns die analytische Geometrie und bei Beckert hörten wir Funktionentheorie.

Betreut wurden wir auch vom Algebraiker Günther Eisenreich (* 1933), der als Assistent am Mathematischen Institut wirkte. Er wurde 1970, also nach unserer Studienzeit, zum Professor für Theoretische Mathematik an der Universität Leipzig berufen. Er pflegte sein Image als ein etwas weltfremder Gelehrter. Ihm widmete ich in unserer Zeitung zum Studienabschluss zwei Strophen:

> Ich bin der Doktor Eisenreich,
> ich werd' vor keiner Gleichung bleich!
> Doch als Dozent erschein' ich in
> Krachledernen und Filzpantin'.
>
> Macht nichts, Herr Doktor Eisenreich,
> die Schale ist uns völlig gleich,
> und unsrer Stichelei entgeht
> der Mann, der recht sein Fach versteht.

Wenn ich von den eigenen Erfahrungen auf Mathematiker insgesamt schließen wollte (was nur einem Physiker erlaubt ist), so komme ich zu dem Schluss, dass sie wenig zu lachen haben. Was den Humor unserer Mathematik-Professoren betrifft, so wich Prof. Günther nur ein einziges Mal von seinem Lehrstoff ab und zitierte den Rocco-Satz:

> Wenn sich nichts mit nichts verbindet,
> Ist und bleibt die Summe klein;

Bis zum nächsten Vers des Kerkermeisters Rocco aus der Oper Fidelio kam er aber nicht mehr:

> Wer bei Tisch nur Liebe findet,
> Wird nach Tische hungrig sein.

Ich habe als erste bescheidene Leistung während des Studiums im Vordiplom ein Gerät zur Magnetfeldmessung auf Grundlage der Kernspinresonanz für einen großen Magneten am Van-de-Graaff-Generator, als Protonenbeschleuniger genutzt, gebaut. Das Gerät hat bis zum Jahr 1997, dreißig Jahre lang, ohne Ausfälle funktioniert. Dann wurde der Generator außer Betrieb genommen. Physik hatte ich dazu gebraucht, Mathematik weniger. Für die Berechnungen zu meiner Diplomarbeit über elastische Streuungen von Protonen am Kern ^{12}C haben noch ein Zahlenschieber (auch Griffeladdierer genannt) und ein mechanischer Tischrechner mit Kurbel ausgereicht.

Mathematik im Leben eines Physikers

Ich schätze, dass ich etwa 30 % meiner aktiven Arbeitszeit über mathematischen Problemen, insbesondere solchen der numerischen Mathematik, gesessen habe. Ich habe versucht nachzuvollziehen, was all die weisen Männer und Frauen vor uns gedacht haben, was ich besser machen würde und wie ich, wenn möglich, Ideen in praktische Währung, also in Rechenprogramme mit Zahleneinund Ergebnisausgabe, für meine Aufgaben ummünzen kann.

Mein Job über zwanzig Jahre war es, die reaktorphysikalische Größe *Neutronenfluss* in einem Reaktor und seiner Nähe zu berechnen. Dazu muss ein System von partiellen elliptischen Differentialgleichungen irgendwie gelöst werden. Diskretisiert wird es zu einem Allgemeinen Eigenwertproblem, wobei nur eine der Eigenfunktionen, die knotenfreie Eigenfunktion (Fundamentalmode genannt) und ihr zugehöriger Eigenwert (der effektive Neutronenmultiplikationsfaktor) berechnet werden muss. Dabei spielt auch die Energie der Neutronen einer Variablen die Rolle als Unbekannte, so dass sich zusammen mit den drei Ortsvariablen ein vierdimensionales Problem ergibt.

Ein Beispiel: Es sei der Neutronenfluss für drei Energiewerte der Neutronen für einen Reaktor in

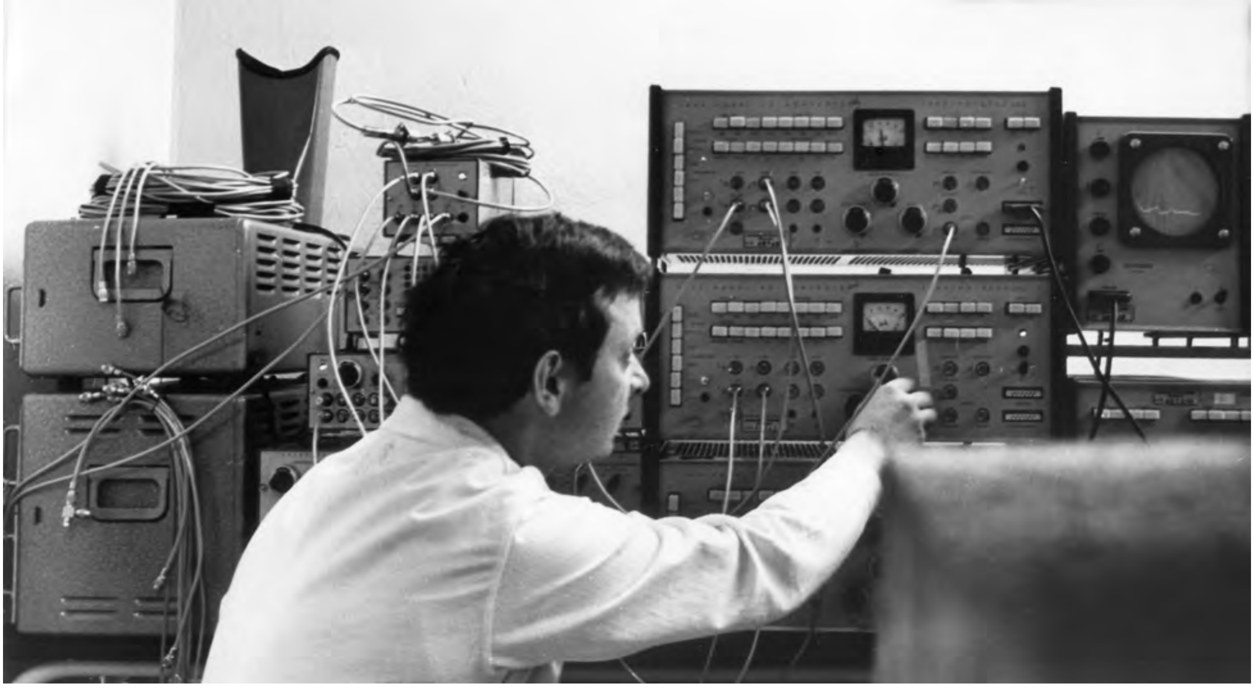


Abbildung 1. Der Autor als Aspirant im Jahr 1970 an einer Apparatur, die Gammaspektren aufzeichnet (Foto: Privat).

der Form eines Würfels mit einem Meter Kantenlänge zu berechnen. Der erste Schritt ist die räumliche Diskretisierung des Würfels. Wählen wir kleine würfelförmige Zellen mit einer Kantenlänge von einem Zentimeter, haben wir schon eine Million Unbekannte, je eine Unbekannte für eine Zelle. Zusammen mit drei Energiegruppen verdreifacht sich die Anzahl. Hätte ein lineares Gleichungssystem mit 3 Millionen Unbekannten eine „volle" Koeffizientenmatrix, hätte man $9*10^{12}$ Zahlenwerte zu speichern. Glücklicherweise reduziert sich die Koeffizientenmatrix wegen der Bandstruktur (5 bis 9 Bänder) ganz erheblich. Sie ist dünn besetzt. Trotzdem konnte man die erforderliche Menge an Zahlen in den bis zum Jahr 1980 existierenden Rechner nicht speichern und berechnen. Man kann sie auch heute nicht mit direkten Lösungsmethoden, etwa dem Gaußschen Eliminationsverfahren, lösen, weil sich die Koeffizientenmatrix sukzessive füllen würde. Es müssen Iterationsmethoden verwendet werden.

Iterationsmethoden zur Lösung eines linearen Gleichungssystems waren seit langem bekannt, zum Beispiel das Jacobi-Verfahren und das Gauß-Seidel-Verfahren. Aber erst aus der reaktornumerischen Forschung heraus entstanden Weiterentwicklungen des letztgenannten Verfahrens, die den Anforderungen der Reaktornumerik gewachsen waren.

Der Schlüssel für Myriaden von Verfahren,
die Lösung schrittweis' zu approximier'n,
das sind die Reste, die noch übrig waren,
die's zu verkleinern gilt, zu reduzier'n.

Man kann an jedem drehen,
doch wird man darauf sehen,
dass deren Summe oder Integral
wenn schon nicht Null wird, so doch minimal.

Weniger Rechenoperationen verkürzen nicht nur die Rechenzeit, sondern verringern auch Rundungsfehler, die zwangsläufig bei der Darstellung einer Zahl als Maschinenwort endlicher Länge auftreten. Andersherum, auch ein im Prinzip konvergentes Verfahren liefert dann die richtige Lösung nicht, wenn sich Rundungsfehler ungebührlich aufsummieren.

Eine herausragende Rolle spielt in der Reaktornumerik das SOR-Verfahren, das Verfahren der sukzessivern Überrelaxation, das im Jahr 1950 von David M. Young, Jr. (1923–2008) im reaktorphysikalischen Kontext entwickelt und tausendfach programmiert wurde. Mein spezielles Interesse in der numerischen Mathematik lag dabei auf Verfahren mit partieller Faktorisierung linearer Systeme, ein Gebiet, das ich zusammen mit einem polnischen Kollegen bearbeitet habe.

Die Reaktornumerik war etwa in den Jahren zwischen 1950 bis 1980 das Feld, das die numerische Mathematik wie kein anderes befruchtet hat. Ich will das nicht weiter ausführen, nur anmerken, dass in meinem Keller noch massenweise Listings zu allen möglichen Iterationsverfahren lagern, in denen Lebenszeit steckt und die zu entsorgen ich mich, zum Leidwesen meiner Frau, immer noch nicht aufraffen konnte.

Um 1982 herum habe ich zum ersten Mal seit der Inbetriebnahme des Forschungsreaktors im

Jahr 1957 eine echt dreidimensionale Berechnung der Neutronenflussverteilung in Diffusionsnäherung für drei Neutronenenergiegruppen ausführen können, die dann in einem Institutsreport 1986 beschrieben wurde. Der Report war übrigens auch der erste im Institut, der mit einem Textverarbeitungssystem geschrieben worden ist. Der Rechner, ein originaler Großrechner vom System/370 der Firma IBM, stand in Karl-Marx-Stadt und war der modernste, der damals in der DDR existierte. Ich saß abends und nachts am Terminal. Der Lösungsprozess dauerte viele Stunden und das Ergebnislisting wog einige Kilogramm und wurde von vielen Experimentatoren am Forschungsreaktor zu Rate gezogen.

Ab etwa dem Jahr 2000 bin ich noch weiter in die Tiefen der neutronenphysikalischen Berechnungsmethoden hinabgestiegen, in die Lösung der Boltzmannschen Transportgleichung der Reaktorphysik, allerdings mit einem gekauften Programmsystem. Mathematische Physik mit einem fremden Programm zu betreiben kommt mir vor, als würde ich in die Welt durch eine Milchglasscheibe blicken.

Der Aufstieg des maschinellen Rechnens, miterlebt

Der Eintritt in mein Berufsleben 1968 markiert etwa auch den Zeitpunkt, in dem die Entwicklung des Computers soweit vorangeschritten war, dass er eine wichtige Rolle zu spielen begann, vorerst insbesondere in den Naturwissenschaften. Bänker wussten noch kaum was von Computern. An das Wort *Computer* kann ich mich noch heute nicht richtig gewöhnen und spreche lieber von einem *Rechner*. Mein erstes Algol-Programmchen schrieb ich etwa um diese Zeit. Der erste Rechner war eine für damalige Zeit von uns bewunderte Maschine aus Großbritannien, eine Elliott 503 mit dem Spitznamen *Nellie*, und stand in dem „Blaues Haus“ genannten Gebäude in D. nahe dem Zoo. Sein Programm tippte man auf einem schreibmaschinenähnlichen Gerät und speicherte es auf Lochstreifen. Mit den Lochstreifen in der Tasche setzte man sich meist abends in die Straßenbahn, um zum Blauen Haus zu kommen. Hatte man sich auf der Lochstreifenschreibmaschine vertippt oder hatte man einen Programmierfehler verzapft, war der Besuch kurz und man war eine halbe Stunde später wieder zu Hause.

Ich will Ihnen meine Mühen und Sorgen in der Zeit des Aufstiegs der Rechentechnik hier nicht näher ausführen. Wie ich selbst die Zeichenkodierung in meinen Programmen umsetzen musste, um sie in die nächste Rechnergeneration zu retten. Nur soviel möchte ich festhalten, dass ich mir bewusst bin, in der außergewöhnlichen Zeit gelebt zu haben, in der der Rechner das Leben der Menschen grundlegend verändert hat. Für meine fachlichen Aufgaben war dann die Programmiersprache Fortran über zwei Jahrzehnte die bestimmende. Im Jahr 1972 mit meinem Eintritt in die Abteilung *Reaktortheorie* im Zentralinstitut für Kernforschung R. habe ich begonnen, das erste mathematisch anspruchsvolle Programm zu schreiben, für das ich im Jahr 1976 einen bescheidenen Preis erhalten habe. Den Themenbereich will ich nur nennen: Es handelte sich um ein Neutronenfluss-Syntheseprogramm mit dem Namen *SISSY*. Neutronenfluss-Synthese ist ein Verfahren, um die räumlich dreidimensionale Lösung speicherplatz- und rechenzeitsparend anzunähern. Immer wieder hatte ich, wie schon erwähnt, dabei Eigenwertprobleme numerisch zu lösen.

> Mit einem Eigenwertproblem
> man sich die Frage stellt,
> welch Vektor bei Transformation
> die Richtung beibehält.
>
> Welch' Vektor, wird die Matrix A
> auf diesen angewandt,
> bleibt bis auf einen Zahlenwert
> ansonsten invariant.

Die Stapelverarbeitung meiner Programme an Großrechnern habe ich nie gemocht. Im Jahr 1979 nahm ich die erste Gelegenheit war, die sich mir bot, auf Dialogverarbeitung an besagtem Großrechner IBM Sytem/370 umzusteigen. Seit dem Jahr 1975 besaß ich einen elektronischen Taschenrechner der Firma Sharp für die vier Grundrechenoperationen, ab dem Jahr 1986 einen schlichten Personalcomputer Sinclair QL. Von dessen neuen Möglichkeiten überzeugte mich insbesondere das Tabellenkalkulationsprogramm *Abacus*, das den Grundstein legte für spätere breitgefächerte Anwendungen der Tabellenkalkulation für physikalische Aufgaben.

In den letzten Jahren der DDR-Zeit entwickelte sich, was die Rechentechnik, betrifft, eine Art Goldgräberstimmung. Manche Leiter glaubten vielleicht, es bedürfe nur entsprechender Rechner, um die DDR zu retten. Das führte zu kuriosen Auswüchsen. So kaufte der staatliche An- und Verkauf ganz legal einen West-PC, der um die 1000 DM gekostet haben mag, für eine hohe Summe auf und verkaufte ihn für 20000 Mark der DDR an volkseigene Betriebe oder Institute weiter. Wohl dem, der da eine betuchte West-Oma hatte. Mit dem Gewinn konnte sich der Glückliche im Jahr 1988 ein Häuschen kaufen, das wenige Jahre später das Zigfache gekostet hätte.

Heute programmiere ich häufig in Visual Basic für Applications (VBA), eine Programmiersprache, die jedem Nutzer der großen Microsoft-Anwendungen Word, Excel und PowerPoint zur Verfügung steht. Ein Beispiel aus der letzten Zeit. Mein Maler-Freund B. aus Berlin, ein Vertreter der sog. konkreten Kunst und Liebhaber der Geometrie wie ich, ruft mich an: „Kannst Du mir nicht schnell mal die 120 Permutationen von 5 Zahlen schicken.“ Keine sehr fordernde Aufgabe! Ehe ich nach einem entsprechenden Programm das Web durchforste[3], mache ich den VBA-Editor des Tabellenkalkulationsprogramms *Excel* auf und schreibe zwei Programm-Varianten dafür, eine ohne und eine mit Rekursion. Nach zwei Stunden sende ich ihm per E-Mail die 120 Tupel an Permutationen. Ohne PC hätte ich das in der gleichen Zeit auch spielend geschafft. Eine Woche später ruft er mich an, er habe nun alle Varianten zweimal mit je 5 Farben in 20×20 cm große Bilder umgesetzt. Doch ich lerne auch noch was bei dieser simplen Aufgabe. B. sagt: „Ich habe die Bilder so nummeriert, wie Du mir die Permutationen gegeben hast.“ Gibt es eigentlich eine natürliche Reihenfolge? Ich stutze und schlage in der Wikipedia unter *Permutation* nach. Tatsächlich kann die Reihenfolge mit der sog. Inversionstafel und der Umrechnung in ein fakultätsbasiertes Zahlensystem festgelegt werden. Wieder ein Wissensatom erworben! Hat mir doch mein Mathematikpauker in der Oberschule glatt was unterschlagen. In den 1980er Jahren habe ich übrigens selbst einmal Bilder in einer Ausstellung „Computerkunst“ in der Hochschule für Bildende Künste gezeigt. Es handelte sich um Schwarz-Weiß-Bilder von Eigenfunktionen der Helmholtz-Gleichung für ein gleichseitiges Dreieck mit unterschiedlichen Randbedingungen, um reine Mathematik letztlich also.

Natürlich habe ich mich oft als Rechenknecht viel zu schwachbrüstiger Rechner (Computer) gefühlt. Aber wer nie eine Nacht lang darüber gebrütet hat, wie er Speicherplatzmangel überlisten kann und wo sich wohl ein falsches Vorzeichen in den Code eingeschlichen haben könnte, dem sind auch die Weihen einer hohen Kunst für immer versagt geblieben. Ich habe übrigens persönlich nie einen studierten Mathematiker getroffen, der diese Kunst einigermaßen beherrscht hätte. Kleine Seitenhiebe am Rande gegen die Herren der Ringe, Gruppen, Körper, Formen und Module werden Sie, lieber Herr B., mir verzeihen!

Gegenwärtig haben Datenbanken, Bildbearbeitung und die kritische Analyse reaktorphysikalischer Größen bei mir einen hohen Stellenwert. Aber die Schwerpunkte ändern sich ständig. Computeralgebrasysteme, also symbolische Mathematik auf dem Rechner (im Unterschied zur numerischen Mathematik) gehören zu meinen Interessengebieten, seit einer der Pioniere solcher Programme, Prof. Anthony C. Hearn, einen Vortrag in D. gehalten und uns sein Lisp-Programm Reduce zur Verfügung gestellt hat. Er sagte 1978 übrigens schon den künftigen portablen Rechner voraus und beschrieb genau das, was wir seit ein paar Jahren einen Tablet-Computer nennen. Heute nutze ich gelegentlich die Computeralgebrasysteme Mathematica, Maple und Mathcad.

Meine Mathematiker

Von den Mathematikern, denen ich besonders viel verdanke, fällt mir spontan Ferdinand Georg Frobenius (1843–1917) ein, ein Mitglied der verzweigten fränkisch-thüringischen und schweizerischen Verleger- und Beamtendynastie.

> Eine Matrix heißt zerlegbar,
> wenn sie Nullen viel enthält
> und in Blockdreiecksgestalt sich bringen lässt,
> das heißt, zerfällt.
>
> Für so manche schönen Sätze,
> wie Frobenius sie ersann,
> hat man’s gern, dass man die Matrix
> wirklich nicht zerlegen kann.

Praxisorientiert bis hin zur Entwicklung eines neuen Flugzeuges im Jahr 1916 war der österreichische Mathematiker Richard von Mises (1883–1953), der Erfinder der Potenzmethode zur Berechnung des betragsgrößten Eigenwertes einer Matrix.

> Regulär, regulär
> ist die Matrix, bitte sehr.
> Heißt, sie lässt sich invertieren
> und natürlich iterieren
> nach dem größten Eigenwert,
> wie von Mises es gelehrt.

Für praktisches Programmieren war mir das Lehrbuch *Matrizen und ihre technische Anwendung* (Springer Verlag, 1950) von Rudolf Zurmühl (1904–1966) eine große Hilfe. Von den US-Amerikanern möchte ich Richard Hamming (1915–1998) (*Numerical Methods for Scientists and Engineers*. McGraw-Hill, 1962) und Richard Varga (* 1928) (*Matrix Iterative Analysis*, Prentice Hall, 1962) hervorheben. Letzterer lebt und residiert noch als geehrter, greiser „Papst“ der numerischen

[3] Allein auf der Webseite http://rosettacode.org/wiki/Permutations gibt es dafür je ein Programm in 60 Programmiersprachen, von denen ich 10 als Compiler oder Interpreter auf meinem Rechner habe.

Mathematiker. Von den russischen Mathematikern sind es Pafnuti Lwowitsch Tschebyschow (1821–1894) und das Ehepaar Dmitri Konstantinowitsch Faddejew (1907–1989) und Wera Nikolajewna Faddejewa (1906–1983), das zusammen das gewichtige Lehrbuch *Numerische Methoden der linearen Algebra* (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1965) geschrieben hat. Das Buch habe ich einem Kollegen für 50 Mark abgeschwatzt. Alle genannten sind praxisorientierte Leute.

Ein herausragender Mathematiker des 20. Jahrhunderts ist für mich Richard Courant (1888–1972). Sein Lehrbuch *Methoden der mathematischen Physik* mit David Hilbert (2 Bde.; Springer Verlag, 1924) ist auch heute, fast 90 Jahre nach seinem Erscheinen, ein Standardwerk, das ich leider nicht besitze, aber immer wieder mal ausborge. Die Grundlage für das Buch bilden Vorlesungen von Hilbert, es wurde aber nahezu vollständig von Richard Courant allein geschrieben. Es dürfte für Wissenschaftshistoriker eine dankenswerte Aufgabe sein, herauszufinden, welche Rolle gerade dieses Buch bei der Entwicklung der Quantenmechanik gespielt hat. Nicht vergessen möchte ich das *Taschenbuch der Mathematik* von Bronstein und Semendjajew, das zu den Büchern gehört, zu denen ich täglich mehrfach greife.

Dass ich die numerisch-praktische und insbesondere die Diskrete Mathematik bevorzuge, dürfte ja schon deutlich geworden sein. Das erste, was ich tue, wenn ich eine Differentialgleichung zu lösen habe, ist, sie zu diskretisieren. Zur *Diskreten Mathematik* gehört auch die Zahlentheorie, bei der ein Physiker die Schwerpunkte manchmal anders setzt als der Mathematiker:

> Seit Euler es den Glauben gibt
> die Welt basier' auf Primzahlpfeilern.
> Der Physiker dagegen liebt
> die Zahlen mit sehr vielen Teilern.

Eine meiner obigen Aussagen will ich noch korrigieren. Hatte ich gesagt, in den Bourbaki-Bänden gäbe es keine Abbildungen? Ich habe sie mir noch einmal vom Boden geholt. Im ersten Band der „Allgemeinen Topologie" gibt es zwei, im zweiten immerhin elf Abbildungen. Wenn das die Vorstellungskraft eines Studenten nicht beflügelt! In einem der beiden Bände hatte ich mir notiert:

> Die Topologie sei, nach Meinung von Spöttern,
> die Lehre von Henkeln und Hühnergöttern.

Was bleibt

Gerade weil in meinem Leben die Mathematik eine nicht unwichtige Rolle gespielt hat, beunruhigt mich das Auseinanderdriften von Mathematik und Physik doch sehr, wie mir immer wieder vor Augen geführt wird, wenn ich gewisse mathematische Artikel in der deutschsprachigen Wikipedia nachschlage. Meist wechsle ich sofort auf den analogen Artikel in der englischsprachigen Wikipedia, atme auf und sage: „Geht doch!". Auch in der theoretischen Physik gibt es Entwicklungen, die einen Physiker alter Schule nachdenklich machen.

Vielleicht trifft auch auf mich zu, was David Hilbert (1862–1943) sinngemäß einmal gesagt haben soll und ich in folgende Zeilen gefasst habe:

> David Hilbert klagte sehr
> (Fürst der Mathematiker):
> Die Physik von heute wär
> für den Physiker zu schwer,
> viel zu schwer, viel zu schwer.

Für mich schwer nachzuvollziehen sind in der Regel physikalische Arbeiten, die über das Standardmodell und insbesondere über die Große vereinheitlichte Theorie (englisch Grand Unified Theory, GUT) hinausgehen. GUT ist der Name für eine physikalische Theorie, die drei der vier bekannten physikalischen Grundkräfte vereinigt, nämlich die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung. Auch Physiker hantieren neuerdings mit abstrakten Lie-Gruppen und Eichgruppen, dass es nur so seine Art hat. Wenn Ernesto Cardenal im 69. Gesang seines grandiosen Werks „Cántico cósmico" schreibt „Heute reden die Physiker wie die Mystiker", so klingt das in meinen Ohren nicht wie ein Lob.
Was bleibt sonst noch?

> Wenn meine Welle abgeebbt,
> so bleiben doch die Teilchen,
> die ich mit mir herumgeschleppt,
> noch existent ein Weilchen.

Hoffentlich auch einer meiner Verse, von denen sich natürlich mehr physikalische als mathematische angesammelt haben. Mit großer Wahrscheinlichkeit hinterlasse ich kein nach mir benanntes mathematisches Theorem. Dabei hätte ich es Ihnen so gegönnt, sagen zu können: „Er war mein Schüler!" Trösten wir uns beide mit meinem Vierzeiler:

> Es ist das Schicksal eines braven Knaben
> viel Wissen nutzlos angehäuft zu haben.
> Die Zeitvergeudung nie bereut' ich.
> Ich tat es in der Regel freudig.

So bin ich denn ein optimistischer Bürger und Reimer geblieben, als den Sie mich zu Oberschulzeiten gekannt haben, der immer noch nicht an die grenzenlose Weisheit politischer Autoritäten und die zeitweise Aufhebung physikalischer (oder gar mathematischer) Gesetze glaubt.

Die Gesetze der Propheten
achten, ist des Bürgers Pflicht.
Doch er kann sie übertreten.
Die Naturgesetze nicht.

Viele Grüße an Ihre Frau, auch von der meinigen.
Herzlichst Reinhard Koch

Reinhard Koch, Dresden, Email: r.koch-dd@t-online.de

Hinweis: Die elektronische Fassung ist mit zahlreichen weiterführenden Links versehen.

Abitur im Wandel der Zeiten: 1962 und 1982

Ein subjektiver Rückblick

Horst Hischer

Dem Thema „Abitur“ wurden in den letzten beiden Ausgaben dieser Mitteilungen der GDM recht unterschiedliche Beiträge gewidmet (in Nr. 96 von Alexander Wynands und in Nr. 97 von Gabriele Kaiser und Andreas Busse). Der hier vorliegende Beitrag möge diesen bisherigen Betrachtungen einen andersartigen, subjektiven Rückblick auf vergangene Abituranforderungen an die Seite stellen: So ergab sich für mich kürzlich die Möglichkeit, meine eigenen Abiturklausuren von 1962 aus dem Archiv meiner damaligen Schule zu erhalten, was mir einen spannenden Einblick in mir kaum mehr gegenwärtiges früheres eigenes Tun ermöglichte.

In Niedersachsen gab es damals (erfreulicherweise) noch kein Zentralabitur. Die Fachlehrer mussten daher für ihre Abiturgruppe jeweils zwei komplette Aufgabenvorschläge entwickeln und erfuhren selber erst beim Öffnen des versiegelten Umschlags in Anwesenheit der Abiturienten *in spe*, welcher ihrer beiden Vorschläge von der zuständigen Schulbehörde ausgewählt worden war.

1 Die Abiturklausuren von 1962 im Überblick

Es handelt sich hier um Klausuren zu den Fächern Französisch (geschrieben am 22. 2. 1961 im sog. „Vorabitur“ in Jahrgang 12), Deutsch (geschrieben am 9. 1. 1962), Mathematik (geschrieben am 10. 1. 1962), Chemie (geschrieben am 12. 1. 1962) und Latein wahlfrei (geschrieben am 13. 1. 1962, einem Sonnabend – damals noch ein regulärer Schultag).

Zunächst fällt auf, dass in allen Klausuren die Aufgaben vom Lehrer nur diktiert wurden, nicht aber – wie heute und schon seit vielen Jahren üblich – gedruckt ausgeteilt wurden. Das zwang die Aufgabensteller bei der Aufgabenformulierung zur Beschränkung auf Wesentliches. Und es wurde vom Referenten moniert, wenn eine Aufgabe vom Kandidaten nicht korrekt notierend erfasst worden war. Eigentliche „Aufgabenstellungen“ in schriftlicher Form gab es dabei nicht in jedem Fall.

So bestand die Französisch-Klausur aus einer anzufertigenden Nacherzählung: Der Lehrer las die in *Französisch* abgefasste Geschichte *„Le Trombone“* vor und erteilte dann mündlich den Auftrag, diese originalsprachlich nachzuerzählen; einzig zugelassenes Hilfsmittel war das einsprachige Wörterbuch „Larousse de Poche“.

In *Latein* wurden sechs Sätze aus *„Bellum Gallicum“* diktiert, die (gemäß meiner Erinnerung ohne Hilfsmittel) zu übersetzen waren.

In *Deutsch* wurde Folgendes diktiert: *Deutscher Aufsatz – Schuld und Sühne in der Gretchentragödie in Goethes „Faust“*. Aus meiner Bearbeitung ist zu erkennen, dass uns ein konkreter Textauszug zur Verfügung stand, auf den zitierend Bezug zu nehmen war. Der Aufsatz begann dann gemäß unserer erprobten Vorgehensweise mit einer Gliederung, die bei mir aus neun Punkten bestand.

In *Chemie* war in individuellen Schülerversuchen eine qualitative Analyse durchzuführen, und dazu wurde folgende Aufgabe diktiert: *„Untersuchen Sie Caseïn auf dem Wege einer qualitativen Elementaranalyse, und versuchen Sie, zumindest einige der aufbauenden Aminosäuren festzustellen. Die praktische Arbeit ist durch eine Beschreibung des Aufbaus und der Sonderheiten der Eiweißstoffe zu ergänzen.“* Schriftliche Hilfsmittel standen nicht zur Verfügung.

In *Mathematik* wurden drei Aufgaben diktiert, jedoch detaillierter als in den anderen Fächern, gleichwohl viel kürzer als heute oft anzutreffen.

2 Die Mathematikaufgaben

Der ausgewählte Aufgabenvorschlag enthielt (o Wunder!) keine Kurvendiskussion, sondern je eine Aufgabe aus den drei Bereichen Kegelschnitte, Sphärische Trigonometrie und Vektorgeometrie:

1. Wie lauten die Gleichungen der gemeinsamen Tangenten an die Kurven $4x^2 + 9y^2 - 144 = 0$ und $8x - y^2 + 16 = 0$ (mit maßstäblicher Skizze)?
2. In zwei verschiedenen Orten auf dem gleichen Meridian wird die Sonne zur gleichen Zeit in 28°24′ bzw. 33°48′ Höhe beobachtet. Ermittle durch Konstruktion,
   a. welches Azimut a_2 sich für den zweiten Ort ergibt, wenn man für den ersten Ort $a_1 =$ S67°30′W mißt,
   b. in welcher Breite φ_1 der erste Ort liegt, wenn die des zweiten $\varphi_2 =$ 39°12′N beträgt!
3. Der Ursprung O und die durch die Ortsvektoren $\mathfrak{r}_A = \mathfrak{i} + \mathfrak{j} - 3\mathfrak{k}$, $\mathfrak{r}_B = 3\mathfrak{i} + 4\mathfrak{j} + \mathfrak{k}$, $\mathfrak{r}_C = -\mathfrak{i} + 3\mathfrak{j} + 2\mathfrak{k}$ festgelegten Punkte A, B, C bilden ein Tetraeder. Berechne das Volumen und die Oberfläche und das Lot von O auf die Ebene ABC!

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, Logarithmentafel, trigonometrische Tafel, Rechenstab, Zirkel, Lineal, Winkelmesser und Kurvenlineal.

Die Bearbeitung der Aufgaben sei angedeutet:

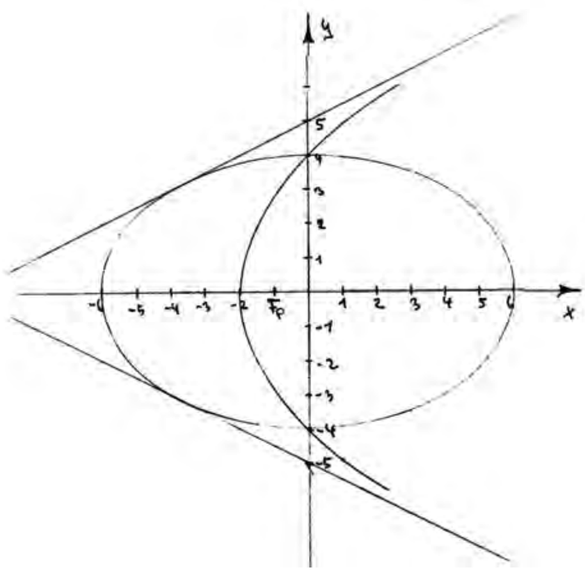
2.1 *Aufgabe 1: Kegelschnitte*

Die erste Gleichung ergibt durch Umstellung auf die Normalform eine Ellipse mit den Halbachsen $a = 6$ und $b = 4$, die zweite eine Parabel mit der Gleichung $y^2 = 8(x + 2)$ und also mit den Parametern $2p = 8$ und $\alpha = -2$. Für die Kurven führt die Tangentenbedingung auf $a^2m^2 - n^2 + b^2 = 0$ (Ellipse) bzw. $p = -2(n + \alpha m) = 0$ (Parabel). Da die Tangenten identisch sein sollen, müssen die Werte für m und n in beiden Tangentenbedingungen jeweils gleich sein, und das führt nach längerer Rechnung zu zwei Lösungspaaren für m und n:

$$m_1 = +\frac{1}{2}, \quad n_1 = +1 \quad \text{und} \quad m_2 = -\frac{1}{2}, \quad n_2 = -5.$$

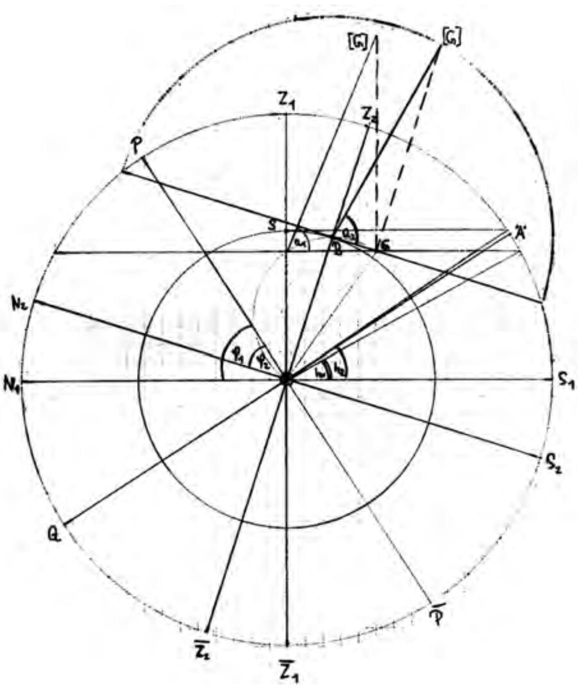
Die beiden gesuchten Tangenten haben damit die Gleichungen $y = \frac{1}{2} + 5$ und $y = -\frac{1}{2} - 5$.

Nachfolgend ist die geforderte, im Original maßstäbliche (und dort farbige!) Zeichnung zu sehen, die mittels Kurvenlineal erstellt wurde. Der Referent hatte hierzu angemerkt: „*Die Parabel sollte besser mindestens bis zu den Berührungspunkten gezeichnet werden.*“ Aus meiner Bearbeitung geht hervor, dass ich wohl die Berührungspunkte zunächst berechnen wollte, die Ansätze dazu dann aber durchgestrichen habe, möglicherweise deshalb, weil sie ja nicht explizit gefordert waren …



2.2 *Aufgabe 2: Sphärische Trigonometrie*

Die Bearbeitung der Aufgabe beginnt mit einer umfangreichen Zeichnung, die von den Voraussetzungen bis zur Lösung alles enthält (siehe die folgende Abbildung), gefolgt von einer ausführlichen Konstruktionsbeschreibung auf den folgenden beiden Seiten. (Die Abbildung ist von schlechter Qualität, denn sie ist ein Scan einer 52 Jahre alten Bleistiftzeichnung; die tatsächliche, hier nicht wiedergebbare „blasse Farbigkeit“ möge man konstruktiv hineindenken).



Es folgt der Originaltext der *Aufgabenbearbeitung* aus meiner Abiturklausur:

Die gegebenen Größen habe ich grün, die ermittelten Größen rot dargestellt.

Ich zeichne einen Kreis mit dem Horizontsystem (Z_1).

Im Ursprung O trage ich am Horizont h_1 und h_2 an. Am Höhenkreis von h_1 trage ich a_1 an und ermittele somit das Gestirn G (die Sonne). Der Höhenkreis von h_2 schneidet die Achse $\bar{Z}_1 Z_1$ in S. Mit dem Radius OS ziehe ich an den Kreis die Tangenten, von welchen aber nur die (hier rot gezeichnete) richtig ist, da bei der anderen Tangente der Pol in den Quadranten zwischen Z_1 und S_1 zu liegen kommt, das heißt, die zweite ist nicht real.

Den Berührungspunkt der Tangente mit dem Kreis verbinde ich mit O und verlängere diese Gerade nach beiden Seiten. Ich erhalte die Punkte Z_2 und Z_2 und $\bar{Z}_2$.

In O errichte ich die Senkrechte nach beiden Seiten und erhalte N_2 und S_2. In B errichte ich die Senkrechte (den Höhenkreis von h_2) und projiziere G auf den umgeklappten Höhenkreis.

Ich kann das Azimut ablesen mit dem Wert

$$a_2 = 78°$$

In P *(Schreibfehler!)* trage ich an $N_2 O \varphi_2$ an. Seine freien Schenkel schneiden den Umriß in P und $\bar{P}$.

Der Winkel zwischen PO und $N_1 O$ ist die gesuchte Breite φ_1.

Sie hat den Wert

$$\varphi_1 = 57°.$$

Beide Ergebnisse sind richtig.

2.3 Aufgabe 3: Vektorgeometrie

Der Rechenaufwand ist wie bei Aufgabe 1 recht hoch. Mein Bearbeitungs- und Gedankengang sei nur angedeutet:

Das Volumen eines Tetraeders beträgt ein Drittel des Volumens eines dreiseitigen Prismas gleicher Grundfläche und Höhe, ein Prisma hat das halbe Volumen eines Paralellepipeds (Spats), somit beträgt das Volumen eines Tetraeders ein Sechstel des Volumens eines entsprechenden Spats. Das Spatvolumen berechnet sich (bekanntlich) mit Hilfe des Spatprodukts:

$$V = \mathfrak{a} \cdot (\mathfrak{b} \times \mathfrak{c})$$

Somit ist das Volumen des Tetraeders:

$$V = \frac{1}{6} \mathfrak{a} \cdot (\mathfrak{b} \times \mathfrak{c})$$

Dabei stehen $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$ für die drei Ortsvektoren $\mathfrak{r}_A, \mathfrak{r}_B, \mathfrak{r}_c$ der Eckpunkte A, B, C, also gilt:

$$V = \frac{1}{6} \mathfrak{r}_A \cdot (\mathfrak{r}_B \times \mathfrak{r}_C)$$

Für die weitere Berechnung werden die Regeln für das *Kreuzprodukt* und für das *Skalarprodukt* verwendet, also z. B.

$$\mathfrak{a} \times \mathfrak{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\mathfrak{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\mathfrak{j} - (a_x b_y - a_y b_x)\mathfrak{k}$$

Damit errechnet man $V = \frac{41}{6}$.

Die Berechnung der Oberfläche *(eigentlich: des Oberflächeninhalts)* ist deutlich rechenaufwendiger: Es müssen die Flächeninhalte der vier Dreiecksflächen des Tetraeders berechnet werden. Der Flächeninhalt eines Dreiecks wird vektoriell über das halbe Kreuzprodukt zweier Kantenvektoren berechnet, weil der Betrag des Kreuzprodukts gleich dem Flächeninhalt des aus den beiden Kantenvektoren gebildeten Parallelogramms ist. Für die Flächeninhalte der Seitenflächen des Tetraeders ergibt sich auf diese Weise der Reihe nach:

$$\frac{3}{2}\sqrt{30}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{243}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{138}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{473}$$

Dies liefert schließlich (natürlich damals ganz ohne Taschenrechner …) angenähert 32,8 für die Oberfläche des Tetraeders.

Das Lot vom Ursprung auf die Ebene durch die Punkte A, B und C ist die Höhe des Tetraeders mit der Grundfläche ABC. Für das Volumen des Tetraeders als einer Pyramide gilt

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h.$$

Mit $V = \frac{41}{6}$ und $G = \frac{1}{2}\sqrt{473}$ folgt für die Länge des Lots $h \approx 1{,}89$.

2.4 Kommentierung

Der thematische Schwerpunkt der drei Aufgaben war Geometrie, und zwar bei Aufgabe 1 ebene analytische Geometrie, während die anderen Aufgaben solide räumliche Anschauung erforderten.

Aufgabe 1 und Aufgabe 2 erforderten zwingend sauberes und sorgfältiges Zeichnen, Aufgabe 2 darüber hinaus ein Umdenken der dreidimensionalen realen Situation in eine zweidimensionale „umgeklappte" Darstellung und eine gedankliche Rückübertragung ins Dreidimensionale. Ich bin heute überrascht, dass uns Letzteres damals abverlangt wurde, aber es war andererseits hinreichend eingeübt, auch durch praktische geodätische Vermessungen. Genaues händisches Rechnen und sichere Anwendung verfügbarer Näherungsmethoden waren weitere Anforderungen, die damals zum Unterrichtsalltag gehörten.

2.5 *Mündliche Prüfung*

Die damalige Struktur dieses letzten Prüfungsteils mag aus einer Perspektive *nach* der Oberstufenreform in den 1970er Jahren unglaublich klingen: Alle Abiturienten *in spe* mussten sich einige Wochen nach dem schriftlichen Abitur an einem bestimmten Tag gemeinsam in der Schule einfinden (und zwar in dunklem Anzug mit Schlips), um dann vor dem gesamten Kollegium vom Schulleiter (erst dann!) zu erfahren, wer in welchem Fach wann mündlich geprüft werden sollte. Eine vom Prüfer schriftlich formulierte detaillierte Aufgabenstellung (wie es heute üblich ist) gab es ebenso wenig wie eine „Vorbereitungszeit" auf die jeweilige Prüfung (was später üblich wurde). Und es gab auch keine sog. „Fachprüfungsausschüsse".

3 Die Zeit danach

3.1 *1968: Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen*

Am 1. Februar 1968 trat ich meinen Dienst als Studienreferendar für das „Lehramt an höheren Schulen" für Mathematik und Physik an. Es war für fast uns alle (meine Mitreferendare und mich) das erste Mal, dass wir etwas von „Didaktik" hörten (das Wort war uns an der Uni noch nicht begegnet), und das Studienseminar samt Fachleitern war eine Quelle ganz neuartiger Inspirationen, vor allem in Verbindung mit der Zeitschrift „Der Mathematikunterricht". Wir gelangten ganz schnell zu der Auffassung, dass man im Mathematikunterricht viel sorgfältiger in Bezug auf Begriffsbildung und Formulierung sein musste, als wir es hier und da vom Studium her gewohnt waren. Die große Experimentier-Freiheit beim Unterrichten war faszinierend. Und die „Unterrichtsentwürfe" waren nur eine Seite lang, was völlig ausreichte und was ich später in den 1990er Jahren als Leiter eines Studienseminars manchen Fachleitern nur schwer vermitteln konnte (wobei ich das im Prinzip noch immer für richtig halte).

Am 3. und 4. Oktober 1968 beschloss dann die KMK „Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen", die ein halbes Jahr später in Niedersachsen durch Erlass verbindlich wurden – leider (!) erst zum Ende meiner Referendarzeit. Aber gleich nach meiner Einstellung zum 1. 8. 1969 als Studienassessor setzten meine jungen Kollegen und ich gegenüber der Schulaufsichtsbehörde durch, dass das bis dahin etablierte Schulbuch „Reidt – Wolf – Athen" durch den neuen „Schröder – Uchtmann" ersetzt wurde. Ich erinnere mich noch an ein Gespräch, das ich als Vertreter der Mathematikkollegen meiner Schule mit dem zuständigen Oberschulrat, Dr. Mügel, in seinem Dienstzimmer führte, um ihn von unserer Meinung zu überzeugen, wobei er dann vorsichtig und mahnend entgegnete, dass doch im „Reidt – Wolf – Athen" so viele schöne Aufgaben stünden. Recht hatte er, das hatten wir damals (ich war gerade erst 26 Jahre alt) leider „übersehen"! Aber auf der Basis des neuen Schulbuchs in Verbindung mit etlichen selbst entwickelten Konzepten konnten wir uns austoben: Mengen, Aussagen, Aussageformen, Quantoren, Grundmengen, Lösungsmengen, Relationen, Funktionen als Relationen, quotientgleiche Paare (für Proportionalität), produktgleiche Paare (für umgekehrte Proportionalität) usw. Und schnell kam ich über damals schon im Referendariat aktuelle Namen wie Gerhard Holland, Arnold Kirsch und Hans-Georg Steiner mit der zu dieser Zeit gerade stürmisch aufblühenden Didaktik der Mathematik in Berührung, was mich dann schon 1971 als Studienrat im Hochschuldienst an die TU Braunschweig führte, wobei ich aber ständig nebenamtlich am Gymnasium unterrichtete. (1967 und 1968 gab es die ersten „Tagungen der Fachvertreter für Didaktik der Mathematik" und 1969 die erste „Bundestagung für Didaktik der Mathematik" – die Vorläufer der jetzigen GDM-Jahrestagungen!).

3.2 *Mathematikabitur 1982*

Nach meiner hauptamtlichen Rückkehr 1979 ans Gymnasium übernahm ich u. a. einen Leistungskurs Mathematik, der mir die Gelegenheit bot, neue Möglichkeiten im Unterricht zu erproben. Für das Abitur 1982 entwarf ich zwei Aufgabenvorschläge, die mir beide im getippten Original vorliegen: Der ausgewählte Vorschlag A und die zugehörige Beschreibung der „erwarteten Schülerleistungen" und der „Anforderungsniveaus" sind in den beiden vorseitigen Abbildungen original wiedergegeben. Man beachte, wie nach 1962 innerhalb von 20 Jahren eine (verordnete!) Engführung der Prüfungsanforderungen entstand. Ob diese Vorteile brachte, sei hier dahingestellt.

In nahezu gleicher Weise wurden (ebenfalls als Folge der Oberstufenreform) auch die mündlichen Prüfungen durchorganisiert: Im Gegensatz zu 1962 stand nun (recht-)zeitig vor den jeweiligen Prüfungen fest, wer in welchem Fach mündlich geprüft werden sollte, so dass die Kandidaten sich im Grundsatz gezielt darauf vorbereiten konnten. Für jeden Prüfling waren vom Prüfenden individuelle Prüfungsfragen (mit Blick auf die ihnen noch unbekannte Klausurbewertung) schriftlich auszuarbeiten und kurz vor der Prüfung auszuhändigen, so dass sie sich unter Aufsicht auf die Beantwortung der Fragen vorbereiten konnten. Abschlie-

Reifeprüfung Mathematik (LK) Vorschlag A März 1982

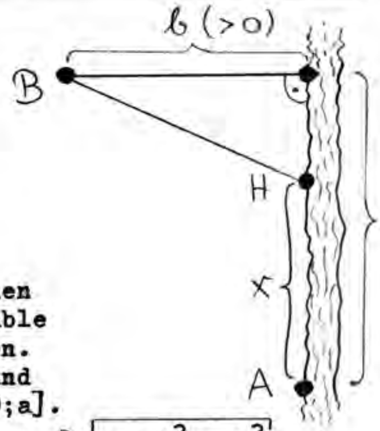
1. Für fest gewähltes $\lambda \in \mathbb{R}^+$ und alle $x \in \mathbb{R}$ sei $f(x) := e^{2\lambda} - \lambda^2 x^2$.

a) Der Graph G_f schließt mit der x-Achse für alle $\lambda \in \mathbb{R}^+$ in der oberen Halbebene ein Flächenstück ein. Dieses rotiere um die x-Achse. Das Volumen des entstehenden Körpers werde mit $V(\lambda)$ bezeichnet.
Zeichnen Sie G_f für $\lambda = 1$!
Untersuchen Sie $V(\lambda)$ auf Extremaleigenschaften und geben Sie ggfs. den/die Extremwert(e) von $V(\lambda)$ an!
Untersuchen Sie, ob nur relative oder auch absolute Extremwerte vorliegen!

b) Für alle zulässigen $x \in \mathbb{R}$ sei nun $g(x) := \dfrac{f(x)}{x - \frac{e^\lambda}{\lambda}}$.
Zeigen Sie, daß es eine stetige Fortsetzung $\bar{g}$ zu g auf $\mathbb{R}$ gibt!
(Verschiedene Lösungswege möglich!)

---

2. An einem geradlinig verlaufenden Fluß soll ein Hafen H so angelegt werden, daß die Transportkosten zu Wasser von A nach H und zu Lande auf einer noch zu bauenden, geradlinig verlaufenden Straße von H nach B insgesamt minimal werden.
Die Transportkosten für eine bestimmte Ware betragen auf dem Wasser α DM pro km, auf dem Lande β DM pro km.
Die in der Zeichnung (nebenstehend) angegebenen festen Entfernungen a und b und die variable Entfernung x werden jeweils in km gemessen.
Die Gesamttransportkosten hängen von x ab und sollen mit f(x) bezeichnet werden, $D_f := [0;a]$.



a) Aus der Zeichnung liest man ab: $f(x) = \alpha x + \beta\sqrt{(x-a)^2 + b^2}$
Begründen Sie das!

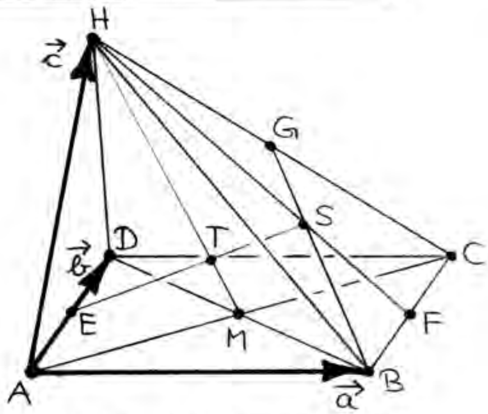
b) Berechnen Sie $f'(x)$ und $f''(x)$!
[Die Ergebnisse können bei der Klausuraufsicht gegen Protokollnotiz erfragt werden. Teil b) gilt dann als nicht gelöst.]

c) Zeichnen Sie für $a=5$, $b=1$, $\beta=1$ und $\alpha=0{,}5$ bzw. $\alpha=2$ die entsprechenden beiden Graphen von f in ein Koordinatensystem! (Millimeterpapier, 1LE=1cm, Wertetabellen für $x \in \{0,1,2,3,4,5\}$).

d) Das im Eingangstext genannte Minimierungsproblem ist nur für $\alpha < \beta$ ein wirkliches "Problem"! Warum ?
Lösen Sie dann dieses Problem unter der Voraussetzung $\alpha < \beta$!

---

3. Durch die drei nicht komplanaren Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ wird eine vierseitige Pyramide festgelegt, wobei noch $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ gilt.
M ist der Diagonalenschnittpunkt der Grundfläche, S ist der Schwerpunkt der Seitenfläche BCH, E ist der Mittelpunkt von $\overline{AD}$, und F ist Mittelpunkt von $\overline{BC}$.



a) Zeigen Sie, daß sich die Geraden ES und MH in einem Punkt schneiden, der mit T bezeichnet werde, und berechnen Sie, in welchem Verhältnis die Strecken $\overline{ES}$ und $\overline{MH}$ von dem Teilpunkt T geteilt werden!
Geben Sie $\overrightarrow{AT}$ als Linearkombination von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ an !

b) Die Figur werde jetzt so verändert, daß Punkt H mit D zusammenfällt, während das Viereck ABCD unverändert bleibt. Fertigen Sie dafür eine Zeichnung an, und lösen Sie dann die in a) genannte Aufgabenstellung!

c) Ist es möglich, H so zu legen, daß $\vec{c}$ und $\overrightarrow{MG}$ kollinear sind ?

d) Es sei $\vec{a}=\vec{i}$, $\vec{b}=\vec{j}$, $\vec{c}=z\vec{k}$ mit $z \in \mathbb{R}$. Kann z so gewählt werden, daß $\overrightarrow{MS} \perp \overrightarrow{FS}$ gilt ?

Dr.Horst Hischer, StD
Reifeprüfung Mathematik (LK), März 1982, Erläuterungen zum Vorschlag **A**

Dieser Vorschlag bezieht sich schwerpunktmäßig auf das 4.Halbjahr des vollentwickelten Kurssystems (ANALYSIS).

Aufgabe	Thema	Niveau	Erwartete Schülerleistung
1.a	Graph	I	Graphtyp erkennen;Scheitelpunkt und Nullstellen angeben; G_f für =1 korrekt zeichnen
	V(λ) = ?	II	Formel für Rotationsvolumen auf die gegebene Funktion mit den ermittelten Grenzen anwenden und auswerten. (Symmetrieüberlegung verringert den Rechenaufwand)
	V(λ) optimieren	I	V'(λ) berechnen, V'(λ)=0 lösen;
		II	Extremsituation diskutieren (entweder mit V"(λ) oder durch Grenzwertbetrachtung an V(λ))
		III	neben rel. Extremeigenschaft auch absolut unters.
		I	Extremalen Volumenwert berechnen
1.b	g stetig fortsetzen	II	Problem erkennen(3 Möglichkeiten): 1)g gebrochenrational, 2) g(x) mit Nenner kürzbar, 3) g ist Sekantensteigungsfunktion von f an Nennernullstelle
		II	Problem lösen(wieder 3 Möglichkeiten):1) Grenzwert von g(x) mit de l'Hospital, 2) "Lücke stopfen", 3) g stetig forstsetzbar, weil f differenzierbar
2.a	f(x) = ?	I	Entfernung H-B mit Satz des Pythagoras berechnen
		III	Bedeutung von α und β erkennen und zur Berechnung von f(x) verwenden
2.b	f'(x), f"(x) = ?	I	Differentiationskalkül auf diese neue, unbekannte Funktion anwenden (Summen-,Produkt-,Quotienten-, Kettenregel; Ableitung von $x \mapsto x$)
2.c	Graph ?	II	Wertetabellen entwerfen und ausfüllen
		I	Die beiden Graphen zeichnen
2.d	Minimierungsprobl.	III	Bedeutung der Voraussetzung $\alpha < \beta$ untersuchen
		II	f'(x)=0 unter der Voraussetzung $\alpha < \beta$ nach x auflösen und begründen, warum eine der beiden Lös.entfällt
		II	Nachweis, daß der Extremwert ein Minimalwert ist
3.a	T ?	II	Begründen, daß T Schnittpunkt ist (geom. od. rechn.)
		II	Geschlossene Vektorkette suchen
		II	Vekt.d.Vektorkette als Linearkomb. von $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ darst.
		I	Vektorgleichung nach $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ ordnen, mit der Vorauss. der lin.Unabhäng. ein lineares Gl.system bilden
		I	Lin.Glsystem nach geeigneter Methode lösen
		I	Teilverhältnisse folgerichtig angeben
		I	$\vec{AT}$ folgerichtig berechnen
3.b	3.a spez. für H = D	III	Situation anschaulich richtig erfassen und durch eine korrekte Zeichnung wiedergeben
		III	Durch geeignete Argumentation das gestellte Problem lösen. (auch rechner.mögl., aber aufwendiger)
3.c	$\vec{c}$ koll. $\vec{MG}$?	II	anschaulich (A,M,C,G,H in einer Ebene, C Strahlenzentr., M und G Seitenmittelp., Strahlensatz) oder formal (Kollinearitätsbedingung ausnutzen)
3.d	$\vec{MS} \perp \vec{FS}$?	II	$\vec{MS} \perp \vec{FS} \Leftrightarrow \vec{MS} \cdot \vec{FS} = 0$ erkennen; $\vec{MS}$ und $\vec{FS}$ als Linearkombination von $\vec{a}=\vec{i}$, $\vec{b}=\vec{j}$, $\vec{c}=z\vec{k}$ darstellen; Skalarprodukt bilden und Gleichung nach z auflösen

Die drei Aufgaben sind in bezug auf Schwierigkeitsgrad und Zeitbedarf ausgewogen; eine Analyse ergibt folgendes Gesamtbild für die drei Niveaubereiche I(Routine), II(Transfer) und III(neues):

I: 32% , II: 54%, III: 14%

Zugelassene Hilfemittel: Formelsammlung Kemnitz/Engelhard, Taschenrechner (alle Prüflinge können gleichwertige Geräte benutzen).
Ich versichere, daß ich die für die Geheimhaltung erforderlichen Maßnahmen getroffen habe.

Prüfungsfragen aus den Gebieten "Vekt.Anal.Geom." und "Kompl.Zahlen"

1. In einer Formelsammlung befindet sich ein Tintenklecks, so daß die Schülerin das Folgende nur noch unvollständig lesen kann:

Definition: Zwei von $\vec{0}$ verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ heißen genau dann wenn gilt: $\bigvee_{\lambda,\mu\in\mathbb{R}} (\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}=\vec{0}\wedge \quad)$

Was fehlt hier?

2. In dem Parallelogramm ABCD halbiere E die Seite $\overline{DC}$, und $\overline{EB}$ schneide $\overline{AC}$ in T.
In welchem Verhältnis teilt T die Diagonale $\overline{AC}$?

3. Mit der imaginären Einheit i sei $z := 1+i$.
Berechnen Sie $|z^3|$ und $\arg(z^3)$.

Prüfungsfragen aus den Gebieten "Logik" und "Vektor.Anal.Geometrie"

1. Es seien p und q Aussagenvariable. Formulieren Sie dann die folgenden sprachlichen Wendungen mit Hilfe aussagenlogischer Junktoren !

a) Nicht nur p , sondern auch q .
b) Wenn p , so außerdem q .
c) Wenn p , dann aber keineswegs q .
d) Wenn nicht p , so zumindest q .
e) Höchstens dann p , wenn q .
f) wenn nicht q , dann bestimmt nicht p .

Welche dieser Aussagen sind gleichwertig ?

2. Es seien $\vec{a}$ und $\vec{b}$ beliebige Vektoren des Anschauungsraumes.
Welche der folgenden Äquivalenzen sind richtig ?
Bei welchen ist zumindest eine Schlußrichtung richtig ?

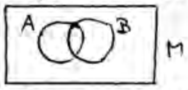
a) $\vec{a}\perp\vec{b} \iff \vec{a}\cdot\vec{b}=0$
b) $\vec{a}\perp\vec{b} \iff \vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$
c) $\vec{a}\perp\vec{b} \iff \vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{0}$
d) $\vec{a}$ kollinear zu $\vec{b} \iff \vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$
e) $\vec{a}$ kollinear zu $\vec{b} \iff \vec{a}\cdot\vec{b}\neq 0$

Prüfungsfragen aus den Gebieten "Mengenalgebra","Logik" und "Analysis"

1.

Definition: Es sei M eine beliebige Menge und $\mathcal{P}(M)$ ihre Potenzmenge. $\bigwedge_{A,B\in\mathcal{P}(M)} \quad A\triangle B := \{x\in M \mid x\in A \veebar x\in B\}$ $A\triangle B$ heißt **symmetrische Differenz** von   und B .

a) Geben Sie eine Definition für $\mathcal{P}(M)$ an .
b) Ermitteln Sie $\mathcal{P}(M)$ speziell für $M=\{1, 2, 3\}$.
c) Begründen Sie die Namensgebung für $\mathcal{P}(M)$.
d) Erläutern Sie die logischen Bestandteile der obigen Definition.
e) Veranschaulichen Sie $A\triangle B$ an einem Mengendiagramm nebenstehender Art.



f) Statt "symmetrische Differenz" sagt man z.T. auch "disjunkte Vereinigung".
Jede dieser beiden Bezeichnungen steht zugleich für je eine mögliche Darstellung von $A\triangle B$ durch die Mengenverknüpfungen $\cap$, $\cup$, $\setminus$.
Versuchen Sie, $A\triangle B$ auf eine dieser beiden Weisen darzustellen!
(Hinweis: An obigem Mengendiagramm orientieren!)

2.

Definition: A und B seien beliebige Mengen. $A\subseteq B \;:\iff \bigwedge_{x} \ldots$

a) Vervollständigen Sie diese Definition.
b) Den Sachverhalt "$A\subseteq B$" kann man auch sprachlich ausdrücken durch "Jedes Element aus ... ."
Vervollständigen Sie das !
c) Es sei nun $a,b\in\mathbb{R}$, $a<b$, D die Menge der auf $[a;b]$ differenzierbaren und I die Menge der auf $[a;b]$ integrierbaren reellen Funktionen.
Welche Beziehung besteht dann zwischen D und I ?

ßend seien drei Prüfungsfragen exemplarisch wiedergegeben.

Es sei hiermit angeregt, weitere Abituraufgaben nebst Bearbeitungen zusammenzustellen.

Horst Hischer, Universität des Saarlandes, Fakultät für Mathematik und Informatik; privat: Roonstraße 7, 38102 Braunschweig
Email: hischer@math.uni-sb.de

Ein historischer Blick auf die Stoffdidaktik

Gert Schubring

In seiner bewegten Klage über eine Vernachlässigung der Stoffdidaktik innerhalb der deutschen Mathematikdidaktik hat Wittmann auch Aussagen zur Geschichte gemacht, die einer Kommentierung bedürfen. Seine Kernaussage ist:

> Die Stoffdidaktik hat den deutschen Mathematikunterricht über Jahrhunderte getragen [...] (Wittmann 2014, 16)

Der Satz ist beeindruckend, aber er hat nichts mit der historischen Realität zu tun.

Tatsächlich gibt es nennenswerten Mathematikunterricht an höheren Schulen (solche sind implizit gemeint von Wittmann) in wenigstens einigen der damals vielen deutschen Staaten erst seit zwei Jahrhunderten, als Teil der Etablierung öffentlicher Bildungssysteme: in Bayern seit 1808 und in Preußen seit 1810. Und materielle Voraussetzungen für die Herausbildung von jedweder Art von Didaktik gibt es erst seit der Begründung von Lehrerbildung – die erste in einem deutschen Staat erfolgte 1810 in Preußen. *Ohne* Lehrerbildung keine Didaktik – aber auch *mit* Lehrerbildung entsteht noch lange keine Didaktik. Die Praxis der Lehrerbildung als Wissenschaftlerausbildung (Schubring 1983a, 111 ff.) ließ – wie in vielen anderen Staaten auch – für lange Zeit keine gymnasiale Didaktik entstehen. Immerhin war mit der Einführung des Probejahres ab 1826 eine gewisse Berücksichtigung der Unterrichtspraxis gegeben.

Die Fortführung der zitierten Aussage engt den zeitlichen Rahmen schon etwas ein:

> [...] und war Ende des 19. und Anfang des 20. Jhdts. Vorbild für andere Länder. (ibid.)

Davon kann schon deswegen keine Rede sein, weil es da noch gar keine Stoffdidaktik gab. Schon ein Blick in die ersten Jahrgänge der 1899 gegründeten, ersten internationalen Zeitschrift *L'Enseignement Mathématique* belegt das. Eine tatsächliche Modellfunktion hatte dagegen die von Felix Klein ab 1902 initiierte Bewegung zur Modernisierung des Mathematikunterrichts: sie wurde zum Modell für die erste internationale Reformbewegung, unter der Ägide von Klein als Präsident der ersten IMUK. Tatsächlich war es auch Klein, der die ersten Initiativen entwickelte zur Etablierung einer gymnasialen Mathematik-Didaktik: Es war sein Mitarbeiter Rudolf Schimmack, der sich 1911 in Göttingen in Didaktik der mathematischen Wissenschaften habilitierte. Sein rascher Tod im folgenden Jahr verhinderte eine akademische Laufbahn. Die deutschen Universitäten boten damals keine Basis für Didaktik in der Lehrerausbildung. Hugo Dingler (1881–1954), der sich 1912 in München für „Methodik, Unterricht und Geschichte der Mathematik" habilitierte, war vornehmlich als Philosoph tätig. In den folgenden Jahrzehnten war es die marginale Figur eines Lehrbeauftragten oder eines Studienrats im Hochschuldienst, der an deutschen Hochschulen neben der Fachausbildung den künftigen Lehrern etwas über die Unterrichtspraxis vermitteln sollte.

Das eigentlich innovierende Element entstand dagegen aus der Volksschul-Lehrerausbildung. Schon Klein hatte den Unterstufenunterricht als die Achillesferse des gymnasialen Mathematikunterrichts gesehen und dafür gewirkt, dort pädagogisch befähigte Volksschullehrer einzusetzen. In der Tat hatte z. B. im Rheinland in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts Diesterweg im Rahmen der Seminarbildung eine Didaktik für den Primarunterricht entwickelt (Schmidt 1991). Der entscheidende Durchbruch auf dem Weg zu einer Didaktik erfolgte schließlich im Zuge der Novemberrevolution 1918: Die Seminare wurden aufgelöst und durch die Pädagogischen Akademien ersetzt, die Hochschulcharakter hatten und das Abitur als Zulassung erforderten. Leitende wissenschaftliche Disziplin an diesen neuen Institutionen der Lehrerbildung für den Primarbereich wurde die Pädagogik; die Dozenten für Mathematik wurden ernannt für „Methodik des Rechen- und

Raumlehre-Unterrichts“ (Schubring 1983b). Es war Friedrich Drenckhahn, Dozent am Pädagogischen Institut in Rostock, der als erster die Denomination für „Didaktik der Mathematik“ erreichte (im Jahre 1930). Einzelne Dozenten engagierten sich in Forschung (Schubring 2013). Nach dem zweiten Weltkrieg setzte sich die Niveauerhöhung fort; in der Bundesrepublik wandelten sich die Pädagogischen Akademien zu Pädagogischen Hochschulen und erhielten schließlich Promotionsrechte; die Dozenten wurden zu Professoren und vielfach wurde ‚Methodik‘ in ‚Didaktik‘ transformiert; und „Rechnen und Raumlehre“ zu „Mathematik“. Allerdings wurden mit dieser Niveau-Erhöhung auch junge Mathematiker berufen, die nicht die pädagogische Tradition fortsetzten, sondern Stoffdidaktik praktizierten.

An den Universitäten verblieb dagegen die gymnasiale Lehrerbildung unter der Dominanz der Fachwissenschaft und mit der marginalen Rolle von Schulpraktikern; sie bildeten die soziale Basis der Stoffdidaktik. Die traditionelle Stoffdidaktik kann daher – in den wissenschaftssoziologischen Termini von Thomas Kuhn – als der vorparadigmatische Stand der Mathematik-Didaktik bezeichnet werden.

Erst ab der zweiten Hälfte der 1960er Jahre, im Zuge der Reform und Expansion des Bildungswesens in der Bundesrepublik, wurde die Mathematik-Didaktik an Universitäten gestärkt – allerdings zunächst nicht an klassischen, sog. „Voll“-Universitäten: Der Ruf von Heinrich Bauersfeld 1966 an die Universität Frankfurt erfolgte an die „AfE“, die Abteilung für Erziehungswissenschaft. Dies war das zu einer Fakultät mit minderen Rechten umgewandelte Pädagogische Institut Jugenheim, u. a. ohne Promotions- und Habilitationsrecht. Auch die zweite Berufung, von Heinz Griesel 1971, erfolgte an einen neuen Typus von Hochschule, die Gesamthochschule Kassel, die im wesentlichen aus früheren Ingenieurschulen gebildet worden war; übrigens erfolgten beide Neu-Einrichtungen also im Bundesstaat Hessen.

Es ist also durchaus nicht zu Unrecht, daß Wittmann eine Verbindung sieht zwischen der Gründung des IDM 1973 (nicht 1972) in Bielefeld und der Reduktion (für Wittmann: „Disqualifizierung“) der traditionellen Stoffdidaktik. Die Arbeit des IDM hatte ja eine entscheidende Bedeutung für die Herausbildung der Mathematik-Didaktik als wissenschaftlicher Disziplin (siehe Biehler et al., 1994).

Wittmann spricht von einer danach erneuerten Stoffdidaktik. Im Gegensatz zur Empirie-freien traditionellen Stoffdidaktik sollte heutzutage eine empirische Komponente für alle Unterrichtsvorschläge selbstverständlich sein.

NB. 1. Es scheint mir unklar, wo und wann der Term ‚Stoffdidaktik‘ entstanden ist. Vor 1945 ist er mir in keiner Publikation begegnet. Der Term ‚Stoff‘ dagegen ist traditionell in der deutschen Methodik und Didaktik, als Kurzform für ‚Unterrichtsgegenstand‘.

NB. 2. Da Geoffrey Howson intensiv mit dem IDM zusammengearbeitet hat, insbesondere in dem Projekt BACOMET, kann er nicht als Kronzeuge für die Propagierung deutscher Stoffdidaktik im Ausland angerufen werden (Wittmann 2014, 16).

Zitierte Literatur

Rolf Biehler et al. (eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (Dordrecht: Kluwer, 1994).

Gert Schubring, *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozeß der Professionalisierung in Preußen (18101870)* (Weinheim/Basel: Beltz 1983). [1983a]

Gert Schubring, “Comparative Study of the Development of Mathematics Education as a Professional Discipline: Western Germany”, *Proceedings of the Fourth International Congress of Mathematics Education*, ed. M. Zweng (Birkhäuser: Boston 1983), 487. [1983b]

Gert Schubring, “From ‘Armchair Pedagogy’ to Experimental Research and to Case Studies”. In: *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (Eds.), vol. 4 (Kiel 2013), 169–176.

Siegbert Schmidt, *Rechenunterricht und Rechendidaktik an den Rheinischen Lehrerseminaren im 19. Jahrhundert : eine Studie zur Fachdidaktik innerhalb der Volksschullehrerbildung an Lehrerseminaren, 1819–1872* (Köln: Böhlau, 1991).

Erich Wittmann, „Die Ideologie der Selbstbeschränkung in der Mathematikdidaktik“, Mitteilungen der GDM, no. 96, 2014, 15–18.

Gert Schubring, Universität Bielefeld, Postfach 100 131, 33501 Bielefeld. Email: gert.schubring@uni-bielefeld.de

Mitteilungen aus dem Landesverband GDM Schweiz

Esther Brunner und Lis Reusser

Im zweiten Halbjahr hat sich der Vorstand des Landesverbandes der GDM Schweiz insbesondere mit zwei Themen beschäftigt: 1) mit der Stellungnahme zur Auszeichnung einer fachlich problematischen Lernsoftware und 2) mit der Organisation und Durchführung einer fachdidaktischen Diskussion.

Stellungnahme zur Preisverleihung an die fachlich problematische Lernsoftware „Calcularis“

Anlässlich der Didacta 2014 wurde die Lernsoftware „Calcularis“ mit einem Worlddidac Award ausgezeichnet. Die Bekanntgabe dieses Preises war für den Vorstand der GDM Schweiz Anlass, sich an die Entwickler von Calcularis sowie an die Jury des Worlddidac Award zu wenden und in einer ausführlichen inhaltlichen Stellungnahme darzulegen, warum der Vorstand der GDM Schweiz Vorbehalte sowohl gegenüber der Preisverleihung als auch gegenüber Calcularis hat. Gleichzeitig wurden die Hauptkritikpunkte in einem Gespräch den Entwicklern der Software persönlich dargelegt.

Die Jury des Worlddidac Award hat unsere Kritikpunkte zwar verdankt und das stattgefundene Gespräch mit den Entwicklern explizit begrüsst, findet die Preisverleihung aber dennoch gerechtfertigt und verzichtet nicht darauf. Der Vorstand der GDM Schweiz bedauert dies ausserordentlich, denn die fachliche Kritik an der Trainingssoftware aus dem Hause Dybuster/Calcularis wiegt unseres Erachtens schwer.

Diese Kritikpunkte lassen sich folgendermassen gliedern: Wir kritisieren aus fachlich-fachdidaktischer Perspektive insbesondere (1) das dem Programm grundgelegte Fachverständnis, (2) das vorherrschende Übungsverständnis, (3) die fehlende Anschlussfähigkeit an empirische Erkenntnisse, (4) die gewählten Veranschaulichungsmittel und (5) die fehlende Anschlussfähigkeit an die in der Schule üblicherweise verwendeten Materialien.

Die vollständige inhaltliche Begründung kann auf der Website der GDM Schweiz eingesehen werden.

Fachdidaktische Diskussion zu App-gestützten Unterrichtsszenarien mit Tablets

Am 8. September 2014 trafen sich rund zwanzig interessierte Mitglieder des Landesverbands Schweiz und einige Studierende der Fachhochschule Nordwestschweiz zu einer fachdidaktischen Diskussion zum Thema Apps und Tablets im Mathematikunterricht. Bernhard Dittli (PH Schwyz) und Philippe Sasdi (PH Bern) zeigten in einem Überblick, wie neue Medien und Technologien Schritt für Schritt Eingang ins Schulzimmer fanden und finden. Im Moment durchläuft das Tablet diesen Prozess.

Nach einen Kurzeinblick in mögliche Einsatzfelder von Tablets im Mathematikunterricht, setzten wir uns intensiver mit einzelnen Mathe-Apps auseinander.

Das erste Fazit dieses Abends: Es gibt eine Vielzahl an Mathe-Apps und es kommen laufend neue auf den Markt. Den Überblick zu behalten oder die Angebote alle fachlich zu beurteilen, ist schlicht unmöglich. Es bräuchte einige griffige Beurteilungskriterien, die eine rasche Einordnung einer App zulassen würden.

Das zweite Fazit: Viele Apps basieren auf einem veralteten Lehr-Lernverständnis. Es werden fragwürdige Veranschaulichungen verwendet und das Übungsverständnis entspricht „bunten Hunden“. Es gibt in einigen Apps interessante Ideen, doch meist scheitert das Produkt daran, dass zu Vieles in ein Programm gepackt wird.

Das dritte Fazit: Dieser Abend war wohl erst der Anfang einer intensiveren Auseinandersetzung. An einem nächsten Anlass soll der Fokus stärker auf die Chancen als auf die Risiken ausgerichtet sein: Wie können Tablets sinnvoll im Mathematikunterricht eingesetzt werden, welche Aufgabenformate eignen sich etc.

Kontakt
Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Unterer Schulweg 3, 8280 Kreuzlingen, Schweiz, Email: esther.brunner@phtg.ch
Lis Reusser, Pädagogische Hochschule Bern, Institut für Heilpädagogik, Fabrikstrasse 8, 3012 Bern, Schweiz, Email: lis.reusser@phbern.ch

Pressemitteilung der Mathematik-Kommission „Übergang Schule–Hochschule“ der Fachverbände DMV, GDM und MNU

Vom 30. 9. 2014 bis zum 1. 10. 2014 veranstaltete die Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule eine Fachtagung zum Thema „Abiturstandards Mathematik: Bildungspläne und Implementation“ in Paderborn, bei welcher 50 Experten aus den Bildungsadministrationen der Länder zugegen waren.

„Kann es bundesweite Lehrpläne geben?“ Dieser Frage ging Prof. Dr. Andreas Büchter im Eröffnungsvortrag nach und machte gleich deutlich, dass dieser Wunsch von den verschiedenen Playern nur dann als Traum angesehen wird, wenn dem Weg des eigenen Bundeslands gefolgt wird. Auch wenn Büchter die Entwicklungskosten pro Lehrplan auf 250 000 Euro schätzt, die mit der Anzahl der Bundesländer und mit der Anzahl der Fächer multipliziert werden muss, sollte einer Vereinheitlichung der Lehrpläne eine Abstimmung vieler struktureller Elemente vorangehen (Stundenzahl, G8/G9, ...).

Mit seinen Ideen und Vorschlägen knüpfte Büchter sinnvoll am Wunsch nach einer stärkeren Vernetzung an, die die Experten aus den Bundesländern zum Thema einheitlicher Abiturstandards bereits bei der ersten Fachtagung 2013 geäußert und nun in dieser Anschlusstagung vertieft haben.

Es gab dann drei Workshops mit den Themen „Basiskompetenzen“, „Digitale Werkzeugkompetenzen“ und „Bildungsstandards für berufliche Schulen“.

Ausgehend von der Frage, ob Basiskompetenzen mit rechnerfrei anwendbaren Kompetenzen gleichzusetzen sind, wurde im ersten Workshop die Einordnung von Basiskompetenzen der Sekundarstufe II zwischen Minimalanforderung an das Abitur bis hin zu adäquaten Eingangsvoraussetzung für WiMINT-Studiengänge intensiv diskutiert.

Im zweiten Workshop ging es um den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht. Hier wurden Aufgabenbeispiele gezeigt und bearbeitet, bei denen der Mehrwert eines digitalen Werkzeugs deutlich wurde, und es ging darum, den Begriff ‚Werkzeugkompetenzen‘ auszuschärfen und in seinem mathematischen Kern von der Bedienung von Geräten und Programmen zu unterscheiden. Schließlich wurden Vorschläge einer angemessenen Dokumentation mit Werkzeugeinsatz in Lern- und Leistungssituationen diskutiert und mögliche Richtungen dazu aufgezeigt.

Die dritte Arbeitsgruppe formulierte den Wunsch, die KMK solle doch zeitnah die „Vereinbarung über den Erwerb der Fachhochschulreife“ überarbeiten. Während nämlich die „Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss“ und die „Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife“ diesen beiden Abschlüssen einen klaren Rahmen geben, trifft dies auf die Fachhochschulreife bislang leider nicht zu.

Die unterschiedlichen Wege zu digitalen Werkzeugen im Mathematikunterricht in den einzelnen Bundesländern wurden in der Podiumsdiskussion deutlich, die Prof. Dr. Volker Bach mit T. Jurke (Baden-Württemberg) und G. Köppen-Castrop (Niedersachsen) führte. Die Positionen reichten vom aktuellen Verbot von Grafik-Taschenrechnern (GTR) und Computeralgebrasystemen (CAS) im Abitur in Baden-Württemberg über die verpflichtende Nutzung von GTR in Niedersachsen und NRW mit Option für CAS bis zum flächendeckenden Einsatz von CAS in Thüringen.

Konstruktive Ideen, wie Vernetzung gelingen kann, zeigten sich in vielfältigen Beispielen im Basar. Angebote des DZLM für Lehrkräfte und insbesondere Multiplikatoren, vor allem auch ein Masterstudiengang für Mathematik-Multiplikatoren (zusammen mit dem IPN in Kiel) wurden hier ebenso vorgestellt wie Vertiefungskurse für mathematische Begabte auch als durchgängige Strukturen an Schulen von Klasse 1-12. Die systematische Entwicklung von Fortbildungsstrukturen von Niedersachen sowie in Rheinland-Pfalz in Verbindung mit Forschungsprojekten wurde als modellhaft herausgestellt.

Im zweiten Hauptvortrag zeigte Prof. Dr. Daniel Grieser von der Universität Oldenburg einen für alle überzeugenden Weg auf, wie in einer Einführungsveranstaltung für Lehramtsstudierende das entdeckende Problemlösen im Mittelpunkt stehen kann. Hier wurde übereinstimmend als Wunsch geäußert, dass ein solch problemorientierter Zugang zu Mathematik auch als Modell für andere Veranstaltungen übertragen werden sollte.

Das gemeinsame Ziel, den Übergang von der Schule an die Hochschule im Fach Mathematik zu verbessern, verfolgen die Deutsche Mathematiker-

Mathematik-Kommission zum Übergang Schule–Hochschule in Paderborn (Foto: Jan Growe)

Vereinigung (DMV), die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und der Deutsche Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU). Die gemeinsame Mathematik-Kommission bündelt die Expertise innerhalb der Verbände und fungiert nach außen als Ansprechpartnerin und Beraterin für die Bildungsadministration.

Ansprechpartner der GDM in der Kommission Übergang Schule–Hochschule
Prof. Dr. Bärbel Barzel, Universität Duisburg-Essen, Email: baerbel.barzel@uni-due.de
Prof. Dr. Rolf Biehler, Universität Paderborn, Email: biehler@math.upb.de
Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Email: greefrath@uni-muenster.de

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM Universität Basel, 12. 2. 2015

Ort: Kollegienhaus der Universität Basel
Beginn: 16:30 Uhr

Tagesordnung

TOP 1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
TOP 2. Bericht des Vorstands
TOP 3. Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers
TOP 4. Entlastung des Vorstands
TOP 5. Wahlen
1. Vorsitzende/r, Kassenführer/in, Beirat
TOP 6. Nachwuchsförderung
TOP 7. MathEduc und Madipedia
TOP 8. Zeitschriften
a. Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)
b. ZDM
c. Mathematica Didactica und Der Mathematikunterricht
TOP 9. Verschiedenes

Arbeitskreis Bildung

Köln, 14./15. 11. 2014

Markus Helmerich

Am 14. und 15. November 2014 fand die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung" an der Universität zu Köln statt.

Ein Schwerpunkt der Herbsttagung lag in diesem Jahr darauf, aus einer didaktischen Perspektive auf naturwissenschaftliche Erkenntnis- und Wissensgenese und -aneignung heraus, wie sie in sog. „Teaching the Nature of Science (NOS)"-Ansätzen beschrieben wird, auch auf das Thema „Mathematik und Bildung" zu schauen. Dabei ging es unter anderem um die Frage, was man unter „Nature of Mathematics" verstehen und welche Bedeutung dies für mathematische Bildung spielen kann und soll.

Als Hauptvortragende führte Frau Prof. Dr. Christiane S. Reiners (Institut für Chemie und ihre Didaktik, Universität zu Köln) in ihrem Beitrag „Die Natur der Naturwissenschaften lehren und lernen" in das Konzept der „Nature of Science" ein. Frau Reiners begann mit der Feststellung, dass sich seit den internationalen Schulleistungsvergleichen die Forderung nach einer naturwissenschaftlichen Grundbildung zunehmend etabliert und nicht zuletzt ihren Niederschlag in den 2006 von der KMK verabschiedeten Bildungsstandards gefunden habe. Die Vermittlung einer fundierten naturwissenschaftlichen Grundbildung im naturwissenschaftlichen Unterricht beinhalte unter anderem ein Lernen über die naturwissenschaftliche Erkenntnisgewinnung und damit ein Wissen um Aspekte, wie sie in der so genannten Nature of Science (NOS) beschrieben werden. Entgegen der in zahlreichen internationalen und nationalen Reformprojekten hervorgehobenen Bedeutung eines Wissens über NOS deuteten zahlreiche Untersuchungsergebnisse an, dass weder Lernende noch Lehrende über ein adäquates Verständnis von NOS verfügten, sondern vielmehr Fehlvorstellungen über Naturwissenschaften weit verbreitet seien. Da nun aber gerade Lehrende als Multiplikatoren ihrer Vorstellungen dazu beitragen könnten, diese Situation zu verbessern, erschiene es notwendig, ihre Voraussetzungen diesbezüglich zu erweitern, auch wenn adäquate Vorstellungen der Lehrenden nur eine notwendige, nicht jedoch schon eine hinreichende Bedingung dafür seien, um NOS Aspekte in die Unterrichtspraxis umzusetzen.

Der zweite Hauptvortrag von Herrn Prof. Dr. Thomas Jahnke (Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Potsdam) reagierte aus Sicht der Mathematik und ihrer Didaktik mit einem Versuch den Terminus „Nature of Mathematics" zu substantiieren: Am einem Beispiel für den Schulunterricht wurde die „Nature of Mathematics" entfaltet. Über die Auseinandersetzung mit den Eigenschaften und Darstellungen von Würfeln in zunehmenden Dimensionen sollten Schülerinnen und Schüler Einblicke in typische Denk- und Handlungsweisen und Strukturen der Mathematik gewinnen und könnten über Beispiele aus dem Alltag (Optimierung einer Telefonkette) die Anwendbarkeit der Theorien und Strukturen erfahren. Das Wesen der Mathematik werde dabei über die Verdichtung mathematischen Denkens in Theorien, das Erleben des Vermögens und Versagens der Anschauung, die Explikation der Abstraktion, der Anwendbarkeit und nicht zuletzt der Gültigkeit, sowie der reflektierenden Verarbeitung für Schülerinnen und Schüler zugänglich.

Zum Thema „Nature of Science – Nature of Mathematics" stand zudem die Diskussion des vorab ausgesandten Textauszugs „The Nature of Mathematics" aus den *Benchmarks for Science Literacy*[1] der American Association for the Advancment of Science auf dem Programm.

Neben den Hauptvorträgen und der Textdiskussion wurden weitere Beiträge von Mitgliedern des Arbeitskreises präsentiert und intensiv diskutiert: Oliver Schmitt (TU Darmstadt) zeigte in seinem Vortrag „Metawissen zur Modellierungskompetenz" auf, inwieweit Metawissen über das Modellbilden die Lernenden beim Erreichen dieses Lernziels unterstützen kann. Dabei wurden befürwortende und kritisierende Einschätzungen der Fachdidaktik bezogen auf den Modellierungskreislauf und dessen explizite Thematisierung abgewogen.

Dr. Franz Picher (Universität Klagenfurt) fragte in seinem Beitrag: „Der Integral-Begriff als Krö-

[1] http://www.project2061.org/publications/bsl/online/index.php?home=true

nung des allgemein bildenden Mathematikunterrichts?“ Picher plädierte für eine reflektierte Betrachtung des Integrals als Erweiterung dessen, was „Messen"– insbesondere im Zusammenhang mit Flächeninhalten – bedeutet. Diese Perspektive verspräche einerseits eine Unterstützung im Verständnis von Anwendungen des Integrals und andererseits eine Hilfe im Aufbau eines authentischen Bildes von Mathematik.

Tanja Hamann (Universität Hildesheim) verglich im Vortrag „Die Neue Mathematik am Beispiel des alef-Programms im Vergleich zu Kühnels Neubau des Rechenunterrichts – Eine didaktische Revolution?“ die Ideen der Neuen Mathematik exemplarisch anhand des alef-Programms von H. Bauersfeld mit einem der verbreiteten Konzepte zum „alten“ Rechenunterricht, namentlich dem von J. Kühnel, im Hinblick auf ihre didaktischen und methodischen Elemente.

Prof. Dr. Katja Lengnink (Universität Gießen) berichtete in ihrem Vortrag „Relevanzeinschätzung zu Items aus TEDS-M durch Lehramtsstudierende“ über Ergebnisse aus der Befragung einer Kohorte aus dem Mathematiklehramtsstudium der Universität Gießen. In der Befragung wurde untersucht, welche Relevanz Studierende des Sekundarstufenlehramts Mathematik ausgewählten Items von TEDS-M beimessen und wie sie dies begründen. Zudem wurden Studierende in einer zweiten Befragung gebeten, die Items selbst zu bearbeiten. Die Relevanzeinschätzungen durch die Studierenden konnten so mit den Lösungskompetenzen verglichen werden, die sich in der Zweitbefragung zeigen.

Der Arbeitskreis bedankt sich für die Ausrichtung und lokale Organisation der Tagung bei Frau Dr. Eva Müller-Hill von der Universität zu Köln, die uns einen so angenehmen Rahmen für den erfolgreichen Verlauf der Tagung geboten haben.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises wird auf der Jahrestagung in Basel stattfinden. Hier sollen einerseits Ideen zur Ausschärfung der „Nature of Mathematics“ gesammelt und beraten und die weiteren Aktivitäten des Arbeitskreises koordiniert werden. Außerdem steht auf der Jahrestagung die Wahl der Sprecher(innen) auf dem Programm.

Markus Helmerich, Universität Siegen, Fakultät IV, Department Mathematik – Didaktik der Mathematik, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Email: helmerich@mathematik.uni-siegen.de

Arbeitskreis Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik

Soest, 14./15. 11. 2014

Gabriele Kaiser und Timo Leuders

Der Arbeitskreis *Empirische Bildungsforschung in der Mathematikdidaktik* beschäftigte sich auf seiner Herbsttagung 2014 schwerpunktmäßig mit dem Themen der Lehrerbildungsforschung im Rahmen von vier Vorträgen. Zum Abschluss wurde anhand eines Impulsvortrages von Aiso Heinze über Ziele und Qualität von mathematikdidaktischer Forschung diskutiert.

Stefan Ufer (Ludwigs Maximilians Universität München): Ergebnisse von Längsschnittstudien zum Lernerfolg in der Studieneingangsphase

Hohe Studienabbruchquoten in Studiengängen mit Mathematik als Hauptfach sind seit langem dokumentiert und es fällt auf, dass Studienabbrüche häufig in den ersten Semestern erfolgen. Als Ursachen werden oft Probleme bei der Bewältigung des Übergangs vom schulischen Mathematikunterricht zu einem universitären Mathematikstudium benannt. Insbesondere werden Umbrüche in Bezug auf den Charakter der Disziplin Mathematik sowie in Bezug auf das Lehrangebot identifiziert, die zu spezifischen Herausforderungen für Studierende der Mathematik führen. Als wesentliche individuelle Merkmale, die die Bewältigung dieser Herausforderung unterstützen können werden neben kognitiven Lernvoraussetzungen wie bereichsspezifisches Vorwissen und allgemeiner schulischer Leistung auch affektiv-motivationale Konstrukte wie Interesse, Selbstkonzept und Motive der Studienwahl diskutiert.

Es wurden Design und Ergebnisse einer Längsschnittstudie mit $n = 333$ Studierenden des

Fachs Mathematik (Bachelor Mathematik, Bachelor Wirtschaftsmathematik) präsentiert, deren Ziel es war Wirkungsketten zwischen den kognitiven und affektiv-motivationalen Lernvoraussetzungen der Lernenden, ihrem Lernverhalten sowie ihrem Studienerfolg im ersten Semester zu identifizieren. Studienwahlmotive wurden mathematikspezifisch variiert und es wurde die Zustimmung zu den Motiven „berufliche und finanzielle Perspektiven", „reale Probleme mit Mathematik lösen", „neue mathematische Inhalte kennen lernen" und „die Mathematik als Wissenschaft kennen lernen" erhoben. Als Indikatoren für das Lernverhalten wurde die selbstberichtete Intensität aktiver, konstruktiver und interaktiver Lernverhaltens (Chi, 2009) sowie die Anzahl der zur Korrektur abgegebenen Übungsblätter erhoben. Studienerfolg im ersten Semester wurde durch die Teilnahme an der Abschlussklausur sowie die Leistung in dieser Klausur operationalisiert.

Die Ergebnisse zeigen, dass insbesondere Motive zur Anwendung von Mathematik mit einem weniger erfolgreichen Studieneinstieg einhergehen – auch unter Kontrolle kognitiver Lernvoraussetzungen. Intrinsische Motive (mathematische Inhalte, Wissenschaft) gehen mit konstruktiven Lernaktivitäten einher, die wiederum den Studienerfolg positiv beeinflussen. Ähnliche Zusammenhänge finden sich für die Anzahl der abgegebenen Übungsblätter. Spezifische Beziehungen zwischen Interesse und Selbstkonzept zu Beginn des Studiums und dem Studienerfolg im ersten Semester konnten nicht nachgewiesen werden.

Diskutiert wurde insbesondere die Rolle allgemeiner schulischer Vorleistung (Abiturnote) in Analysen zu Lernprozessen in der Studieneingangsphase, die Rolle interaktiven Lernverhaltens sowie die Schwierigkeit Wirkungsketten in Form von Mediationseffekten nachweisen zu können.

Chi, M. (2009). Active-Constructive-Interactive: A Conceptual Framework for Differentiating Learning Activities. *Topics in Cognitive Science 1*, 73–105.

Hannah Heinrichs (Universität Hamburg): Messung und Förderung diagnostischer Kompetenz von Mathematik-Lehramtsstudierenden

Diagnostische Kompetenzen von Lehrkräften sind für das erfolgreiche Durchführen von Mathematikunterricht von großer Bedeutung. Insbesondere in einem individualisierten und kompetenzorientierten Unterricht, werden von der Lehrkraft vielfältige diagnostische Handlungen zur Unterstützung und Förderung des Lernens der Schülerinnen und Schüler verlangt. In der Lehrerausbildung gibt es bisher nur wenige Ansätze zur Förderung der dafür notwendigen diagnostischen Kompetenzen. Die durchgeführte Studie widmet sich der Frage widmet, inwieweit sich die diagnostischen Kompetenzen von Mathematik-Lehramtsstudierenden bereits in der ersten Phase der Lehrerbildung durch eine universitäre Lehrveranstaltung fördern lassen. Um dieses zu untersuchen, wurde eine universitäre Lehrveranstaltung entwickelt und deren Effektivität anhand eines Vor- und eines Nachtests evaluiert.

Die universitäre Lehrveranstaltung wurde an vier norddeutschen Universitäten durchgeführt, wobei insgesamt 138 Studierende an der Lehrveranstaltung und beiden Testungen teilnahmen. Der Fokus der Lehrveranstaltung lag auf der Diagnose in Fehlersituationen. Sowohl der Vor- als auch der Nachtest basierte auf mehreren Schülerfehlern, die von den Studierenden zunächst erkannt werden mussten, dann auf ihre Ursachen hin analysiert werden sollten und in einem weiteren Schritt hinsichtlich möglicher Umgangsformen untersucht werden sollten. Da es sich um einen Online-Test handelte bestand zudem die Möglichkeit, Videovignetten in die Testung zu integrieren und somit die fehlerdiagnostische Kompetenz situativ zu erfassen. Die Antworten der Studierenden wurden qualitativ mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse codiert, um daraufhin mithilfe der probabilistischen Testtheorie auf latente Merkmalsausprägungen zu schließen. Die Studie zeigte, dass sich die fehlerdiagnostische Kompetenz der Studierenden im Rahmen der universitären Lehrveranstaltung in beiden Komponenten verändern ließ. Die Kompetenz zur Ursachendiagnose erwies sich im Nachtest als signifikant höher als im Vortest und auch der präferierte Umgang mit dem Fehler zeigte eine Veränderung hin zu einer häufigeren Bevorzugung stärker konstruktivistisch orientierter Herangehensweisen, welche sich dadurch auszeichnen, dass Schülerinnen und Schüler in den Umgang mit dem Fehler aktiver einbezogen werden. Insbesondere zeigte sich, dass Praxiserfahrungen der Studierenden (bspw. in Form von Nachhilfeerfahrung) positiv zu der Ausbildung der fehlerdiagnostischen Kompetenz beitragen. Auch kann vermutet werden, dass hohes mathematisches Fachwissen mit einer höheren Kompetenz zur Ursachendiagnose zusammenhängt. Weiterhin zeigte sich, dass konstruktivistische *beliefs* mit einer positiven Ausprägung der fehlerdiagnostischen Kompetenz zusammen hängen.

Insgesamt konnte somit in der vorliegenden Untersuchung gezeigt werden, dass die fehlerdiagnostische Kompetenz der Studierenden bereits in einer kurzen universitären Lehrveranstaltung beeinflusst werden konnte.

Lena Pankow, Gabriele Kaiser, Andreas Busse (Universität Hamburg) – Antizipationszeit und Lösungserfolg beim Erkennen von Fehlern von Schülerinnen und Schülern bei einem zeitbeschränkten Test – Detailergebnisse aus TEDS-FU

Die schnelle und exakte Wahrnehmung von kritischen Ereignissen in Unterrichtssituationen sowie die von Schülerfehlern in einem kurzen Zeitraum, dessen Interpretation sowie die Entwicklung von Folgerungen für das angemessene Handeln wird in der Expertiseforschung als Indikator professioneller Kompetenz einer Lehrkraft angesehen. (Sherin et al. 2011).

Ein im Rahmen der Follow-up Studie der internationalen Teacher Education Development Study in Mathematics (TEDS-M) – sog. TEDS-FU-Studie - eingesetzter Testteil mit einem zeitbeschränkten Fehlererkennungstest zielt auf die Erfassung dieser Facette von Lehrerexpertise durch die Messung der schnellen und richtigen Wahrnehmung typischer Schülerfehler durch Mathematiklehrkräfte ab. Diese Mathematiklehrkräfte ($n = 171$) für die Sekundarstufe hatten bereits an der Studie TEDS-M teilgenommen und befanden sich beim Testzeitpunkt in der Berufseingangsphase mit ca. dreijähriger Unterrichtserfahrung.

Der in TEDS-FU verwendete Fehlererkennungstest war im Gegensatz zu einem ähnlichen Test in dem COACTIV-Test zeitbeschränkt. Dabei wurden die Proband(in)en aufgefordert, zu einem gezeigten zentralen Thema aus der Sekundarstufe I – wie Bruchrechnung oder Addition von Termen - mögliche Schülerfehler zu antizipieren, wobei diese Zeit nicht begrenzt war. Im Anschluss an diese Antizipationsphase wurden den teilnehmenden Lehrkräften drei Schülerlösungen aus diesem Themenbereich gezeigt, von denen eine einen typischen Schülerfehler enthielt (z.B. bei der Addition von Brüchen: Zähler plus Zähler und Nenner plus Nenner). Die teilnehmende Lehrkraft hatte zur Identifizierung der falschen Lösungen vier Sekunden Zeit. Eine Reproduktion der Rechnung war daher wegen der Kürze der Zeit nicht möglich, vielmehr musste der Fehler aus dem der Lehrkraft zur Verfügung stehenden Repertoire möglicher Schülerfehler abgerufen werden.

Erste Ergebnisse der Detailanalyse zum Verhältnis der antizipierten Zeit und den richtigen oder falschen Antworten der Lehrkräfte weist auf enge Zusammenhänge zum mathematischen Fachwissen hin, das mittels der TEDS-M-Tests gemessen wurde. Des Weiteren zeigen sich unterschiedlich lange Antizipationsphasen bei Lehrkräften aus der Gruppe derer, die richtig geantwortet haben, die daher als Expertenlehrkräfte angesehen wurden. Dieser Befund bestätigt die Ergebnisse der Expertiseforschung, die deutlich machen, dass sich erfahrene Lehrkräfte bei komplexen Situationen verstärkt auf die in dieser Situation auftretenden Probleme fokussieren und sich mehr Zeit nehmen als in einfach konstruierten Situationen (Chi, 2011).

Chi, M. T. H. (2011). Theoretical Perspectives, Methodological Approaches, and Trends in the Study of Expertise. In Y. Li, & G. Kaiser (Eds.), *Expertise in Mathematics Instruction: An international perspective* (pp. 17–39). New York: Springer.

Michael Besser, Dominik Leiss (Universiät Lüneburg): Wirkung von Lehrerfortbildungen auf ausgewählte Aspekte professioneller Handlungskompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des DFG-Projekts Co²CA

Eine Auseinandersetzung mit professioneller Handlungskompetenz von Lehrkräften als Bedingungsfaktor für erfolgreiches Lehren und Lernen stellt ein zentrales Element empirischer Forschung zur Qualität schulischer Lehr-Lern-Prozesse dar. Während verschiedene (mathematikdidaktische) Studien einen Einfluss der Expertise von Lehrkräften auf das Gelingen von Unterricht aufzeigen können (Blömeke et al., 2010a, 2010b; Kunter et al., 2011), ist bisher weitestgehend unklar, wie der Aufbau bzw. die Entwicklung der Expertise von (angehenden) Lehrkräften gezielt unterstützt werden kann (Baumert et al., 2010; Köller, 2012). Im Rahmen des DFG-Forschungsprojekts Co²CA (s. u.) wurde daher die Wirksamkeit von wissenschaftlich begleiteten und evaluierten Fortbildungen auf die Entwicklung der Expertise von Mathematiklehrkräften im Schuldienst untersucht. Am Beispiel sich an allgemeinen Qualitätskriterien orientierenden Fortbildungen (Desimone, 2009; Lipowsky, 2004) zu ausgewählten Aspekten eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts und unter Rückgriff auf neu entwickelte, fortbildungssensitive Expertisetests konnte aufgezeigt werden (siehe u. a. Besser, Leiss & Klieme (im Druck)): (1) Sowohl mathematikdidaktische Expertise als auch allgemein-pädagogische Expertise kann innerhalb von mehrwöchigen Lehrerfortbildungen erfolgreich aufgebaut/weiterentwickelt werden. (2) Eine Wirkung der Fortbildungen auf Überzeugungen und selbstberichtete Unterrichtspraxis der Lehrkräfte zeigt sich jedoch nicht. Weiterführende Analysen zur Auswirkung auf von Schülerinnen und Schülern wahrgenommene Veränderungen der Unterrichtsqualität stehen zum aktuellen Zeitpunkt jedoch noch aus.

Co²CA = *Conditions and Consequences of Classroom Assessment*. Projektleitung: E. Klieme (DIPF,

Frankfurt), K. Rakoczy (DIPF, Frankfurt), W. Blum (Universität Kassel), D. Leiss (Leuphana Universität Lüneburg). Projekt gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft. Geschäftszeichen: KL 1057/10-3, BL 275/16-3, LE 2619/1-3.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47 (1)*, 133–180.

Besser, M., Leiss, D. & Klieme, E. (im Druck). Wirkung von Lehrerfortbildungen auf Expertise von Lehrkräften zu formativem Assessment im kompetenzorientierten Mathematikunterricht. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie.*

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2010a). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich.* Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2010b). *TEDS-M 2008 – Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im nationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: toward better conceptualizations and measures. *Educational Researcher, 38 (3)*, 181–199.

Köller, O. (2012). Forschung zur Wirksamkeit von Maßnahmen zur Professionalisierung von Lehrkräften: ein Desiderat fur die empirische Bildungsforschung. In M. Kobarg, C. Fischer, I. M. Dalehefte, F. Trepke & M. Menk (Hrsg.), Lehrerprofessionalisierung wissenschaftlich begleiten – Strategien und Methoden (S. 9–14). Munster: Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.). (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV.* Munster: Waxmann.

Lipowsky, F. (2004). Was macht Fortbildungen fur Lehrkräfte erfolgreich? Befunde der Forschung und mögliche Konsequenzen fur die Praxis. *Die Deutsche Schule, 96 (4)*, 462–479.

Aiso Heinze (IPN Kiel): Aspekte von Theorien in der mathematikdidaktischen Forschungspraxis

Ein wesentliches Ziel mathematikdidaktischer Forschung liegt in der Entwicklung bzw. Weiterentwicklung von Theorien über das Lehren und Lernen von Mathematik. Als essenzielle Elemente von Theorien können dabei Begriffe und Beziehungen zwischen diesen Begriffen angesehen werden, die je nach Güte der jeweiligen Theorie deskriptive, explikative oder prädiktive Aussagen erlauben. In dem Vortrag sollen zwei wichtige Aspekte im Forschungsprozess diskutiert werden: die Rolle der Modellierung von Begriffen und die Frage, welchen Grad an Kausalität wir durch spezielle Forschungsdesigns bei der Untersuchung von Aussagen erreichen.

Die Tatsache, dass Begriffe und auch Begriffsbeziehungen modelliert werden, ist insbesondere bei einem quantitativ-empirischen Zugang grundlegend. Diese Modelle werden dabei je nach Untersuchungsziel und Untersuchungsbedingung zweckgerichtet entwickelt und durchlaufen bis zur statistischen Auswertung weitere Modellierungen. Es stellt sich an dieser Stelle die Frage, wie gut Begriffe nach dem Durchlaufen verschiedener Modellierungen noch abgebildet werden können und wie in der Forschung die Validität von Aussagen über die jeweiligen Begriffe sicherstellen kann.

Im Hinblick auf die Kausalität von untersuchten Aussagen ist festzustellen, dass viele klassische Forschungsdesigns im empirisch-analytischen Paradigma keine Schlüsse auf kausale Aussagen zulassen bzw. derartige Interpretationen in der Regel auf starken Annahmen einer theoretischen Hintergrundtheorie erfolgen. Prinzipiell sind zum Nachweis kausaler Aussagen experimentelle oder quasiexperimentelle Designs notwendig. Andere Vorgehensweisen wie etwa längsschnittliche Designs begründen kausale Wirkungen nicht durch Effekte von individuellen Veränderungen einer Variablen, sondern liefern „nur“ hilfsweise Plausibilität durch die Analyse von interindividueller Unterschieden. Im Vortrag werden diese beiden Aspekte kritisch diskutiert und anhand von Beispielen – auch unter Einbezug der vorherigen Vorträge dieser Arbeitskreistagung – illustriert.

Ankündigungen

Auf der GDM-Tagung in Basel lädt der Arbeitskreis Mitglieder und interessierte Nichtmitglieder zu einem Vortrag ein: *Benjamin Rott (Universität Duisburg-Essen) und Timo Leuders (Pädagogische Hochschule Freiburg): Ist mathematisches Wissen sicher? Wirklich? Neue Ansätze zur Erfassung epistemologischer Überzeugungen von Studierenden*

Wie sicher ist mathematisches Wissen? Welche Überzeugungen zu dieser Frage vertreten Mathematiklehramtsstudierende und wie entwickeln sich diese Überzeugungen? Wir berichten über eine Studie des BMBF-Verbundprojektes „Kompetenzen im Hochschulsektor“, in der diese und ähnliche Fragen mithilfe von Interviews und Fragebögen untersucht werden. Es zeigt sich, dass die zugrundeliegende Position (sicher/unsicher) weniger aussagekräftig ist als die Argumente, mit denen das jeweilige Urteil gestützt wird.

Auch im Frühjahr (ca. Mai) wird der Arbeitskreises wieder tagen. Termine, Ort und Inhalte finden Sie ab auf der Homepage http://madipedia.de/wiki/Arbeitskreis_Empirische_Bildungsforschung_in_der_Mathematikdidaktik.

Interessenten bzw. Interessentinnen an der Arbeit des Arbeitskreises melden sich bitte bei der Leitung des Arbeitskreises.

Gabriele Kaiser, Universität Hamburg, Fakultät EPB – für Erziehungswissenschaft, Psychologie und Bewegungswissenschaft, Von-Melle-Park 8, 20146 Hamburg
Email: Gabriele.Kaiser@uni-hamburg.de

Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg, IMBF, Kunzenweg 21, 79117 Freiburg
Email: leuders@ph-freiburg.de

Arbeitskreis Frauen und Mathematik

Berlin, 17./18. 10. 2014

Renate Motzer

Die 25. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik" der GDM fand vom 17.–18. Oktober 2014 in Berlin statt. Dass die Tagung zum 25-jährigen Jubiläum wieder in Berlin stattfinden konnte, hat sich gut gefügt. Leider konnte aber von den Gründungsmitgliedern niemand da sein, so dass das Schwelgen in Erinnerung ausfallen musste. Dabei hat es der Beginn des Arbeitskreises wirklich in sich. Schließlich fand die allererste Herbsttagung einen Tag nach dem Fall der Berliner Mauer statt. Näheres zur Geschichte des Arbeitskreises kann man nachlesen in „Mathematik und Gender – Zum 20-jährigen Jubiläum des Ak's Frauen und Mathematik" (franzbecker, 2010). Nach der schönen Jubiläumssitzung vor 5 Jahren schien uns eine erneute feierliche Tagung in diesem Jahr zeitlich zu nahe. So fand also trotz Jubiläum dieses Jahr nur eine Tagung im üblichen Rahmen statt.

Dieses Jahr wurde die Tagung an der Freien Universität (FU) Berlin von Mechthild Koreuber, Anina Mischau und Christine Scharlach organisiert. Neben den Arbeitskreismitgliedern waren auch Studierende aus den Kursen von Anina Mischau und Christine Scharlach anwesend.

Die Tagung begann am Freitag, den 17. 10., pünktlich um 14:00 Uhr. Am Freitag stand die Geschichte von Mathematikerinnen und Naturwissenschaftlerinnen im Vordergrund. Im ersten Vortrag stellte uns Renate Tobies aus Jena die Mathematikerin Cäcilie Fröhlich (1900–1992) vor. Ihr Weg ging von der Mathe/Physik-Lehrerin im Rheinland bis zur Professorin in den USA. Cäcilie Fröhlich (Cecilie Froelich), Tochter eines (jüdischen) Ingenieurs, studierte Mathematik, Physik und Philosophie in Berlin, Bonn und Köln, promovierte in Mathematik und unterrichtete kurze Zeit an einer höheren Mädchenschule in Wiesdorf, die heute zum Verein mathematischnaturwissenschaftlicher Excellence Center an Schulen gehört. Der Vortrag zeigte auf, wie sie trotz einer weniger gut beurteilter Dissertation (sie war in Streitigkeiten ihres Doktorvaters Hans Beck und dessen Doktorvater Eduard Study geraten) und trotz Karrierebruch während der NS-Zeit einen herausragenden Weg nehmen konnte und sich – wie damals wenige Frauen in Positionen – auch für Mädchen in MINT-Fächern einsetzte.

Mechthild Koreuberr, die im Jahre 2014 ihre Dissertation über Emmy Noether an der TU Braunschweig mit summa cum laude verteidigte (die Arbeit erscheint demnächst im Julius Springer Verlag), setzte ab 15:00 Uhr das Programm mit einem Vortrag über Emmy Noether und die Frauen fort. Frau Noether (1882–1935) wirkte bis zu ihrer Emigration in die USA in Göttingen und begründete eine mathematische Schule, deren herausragendster Vertreter der Mathematiker Bartel L. van der Waerden und deren bekannteste Doktorandin sicherlich Grete Hermann waren. Weniger bekannt ist die Tatsache, dass auch einige weitere Frauen bei Emmy Noether studierten und aus verschiedenen Gründen nicht mehr von Frau Noether zum Abschluss begleitet werden konnten. Einigen dieser Spuren konnte Mechthild Koreuber in ihrem Vortrag folgen und zugleich einige Aspekte aufzeigen, ob und wie Emmy Noether selbst sich mit dem Thema der Diskriminierung von Wissenschaftlerinnen auseinandersetzte. Der Vortrag von Mechthid Koreuber machte uns bewusst, wie interessant es gewesen sein musste, zum Kreis der Noether-Schülerinnen und -Schüler zu gehören.

Nach einer kleinen Kaffeepause ging es bei goldenem Oktoberwetter draußen weiter. Wir durften uns in einer 2½-stündigen Führung zum Thema „Wissenschaftlerinnen in Dahlem“ von Claudia v. Gélieu durch das Gelände um die FU führen lassen. Claudia v. Gélieu bietet regelmäßig Themenführungen (sog. Frauentouren) an. Auf unsere Tour erfuhren wir viel vom Leben und Wirken der zahlreichen Naturwissenschaftlerinnen der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft (z. B. Clara Immerwahr, Lise Meitner, Cécile Vogt, Else Knake, Elisabeth Schiemann). Der Freitag endet mit einem gemeinsamen Abendessen.

Der Samstag war geprägt von unterrichtlichen Aktivitäten. Am Vormittag nahmen wir teil an einem Workshop „Von der Theorie zur Praxis. Beispiele für eine gendersensible Gestaltung des Mathematikunterrichts“, den Anina Mischau, Kati Bohnet und Christine Scharlach für uns und für Studierende des Lehramts für die Primastufe vorbereitet hatten. Nach einer kurzen, einführenden Reflexion der Frage „Wieso ‚benötigen‘ wir eine gendersensible Gestaltung des Mathematikunterrichts?“ wurden zunächst zusammenfassend zentrale Kriterien eines „gendersensiblen“ Mathematikunterrichts vorgestellt. Im Zentrum des Workshops standen anschließend praktische Übungen, durch die die Teilnehmerinnen – anhand ausgewählter mathematischer Themen aus den Berliner Rahmenlehrplänen – einige Ideen und konkrete Beispiele einer gendersensiblen Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen kennenlernen und selbst ausprobieren konnten. Abschließend wurden diese Beispiele einerseits unter Bezug auf die vorgestellten Kriterien und andererseits hinsichtlich der mit ihr intendierten (mathematischen) Kompetenzförderung reflektiert.

Diesem Workshop schloss sich die Sitzung des Arbeitskreises an. Hier wurden Renate Motzer und Andrea Blunck in ihren Ämtern als Sprecherinnen des Arbeitskreises wieder gewählt. Weiterhin wurde die Lage von Frauen in der Mathematik heutzutage diskutiert und die nächste Herbsttagung vorgeplant. Diese wird von Nicola Oswald in Würzburg ausgerichtet werden und vom 16.10. bis 18. 10. 2015 stattfinden. Nicola Oswald, die am 7. 11. 2014 ihre Dissertation (Zahlentheorie mit historischen Aspekten) an der Universität Würzburg verteidigte und bereits gemeinsam mit ihrem Doktorvater ein Buch zur Elementaren Zahlentheorie herausgebracht hat (http://www.springer.com/springer+spektrum/mathematik/zahlentheorie/book/978-3-662-44247-0), interessiert sich besonders für das Thema Frauen und Mathematik. Sie hat sich – angeregt durch Renate Tobies – bereit erklärt, unsere Arbeitskreissitzung im Oktober 2015 in Würzburg zu veranstalten. Die Tagung soll zwei Schwerpunkte haben: Frauen in der Geschichte der Mathematik und didaktische Themen, d. h. Schulprojekte mit Genderaspekten. Alle Interessierten sind schon jetzt herzlich aufgefordert, eigene Beiträge einzureichen. Außerdem wurde festgelegt, dass es auch auf der nächsten GDM-Tagung in Basel ein Treffen des Arbeitskreises geben soll.

Nach dem Mittagessen berichtete Andrea Blunck von ihrer Veranstaltung „ Frauen in der Geschichte der Mathematik“. Es handelt sich um eine Master-Lehrveranstaltung für Studierende des Lehramts Primarstufe und Sekundarstufe I an der Universität Hamburg. In der Vorlesung wird durch die Vorstellung von Leben und Werk einzelner Mathematikerinnen ein Einblick verschafft in die Geschichte der Mathematik und die Geschichte der Frauenbildung von der Antike bis ins 20. Jahrhundert. In der Übung bearbeiten die Studierenden verschiedene mathematische Fragestellungen, die mit dem Werk der vorgestellten Frauen verknüpft sind. Damit werden einige im Bachelorstudium gelernte Themen wieder aufgegriffen und vertieft. Insbesondere die Inhalte der Übungen wurden im Vortrag vorgestellt.

Zum Abschluss der Tagung erläuterte Kerstin Kuhn in ihrem Vortrag „Genderunterschiede durch Technik?“ erste Erfahrungen in einer iPad-Klasse der Jahrgangsstufe 8/9 an einem niedersächsischen Gymnasium. Ausgehend von der Beschreibung der in der Klasse bestehenden Situation wurde der Frage nachgegangen, ob in der Arbeit mit dem Tablet Genderunterschiede beobachtbar sind. Die Aussagen wurden getroffen aufgrund eigener Beobachtungen und Befragung der Schülerinnen und Schüler. Dabei zeigte sich, dass es doch ein unterschiedliches Arbeitsverhalten bei Schülerinnen und Schülern gab und einige Schülerinnen das iPad nur für die im Unterricht unbedingt benötigten Arbeiten einsetzen, während Schüler und einige andere Mitschülerinnen auch sonst viel mit ihrem iPad arbeiteten und spielten.

Gegen 16 Uhr endete die Tagung mit einem herzlichen Dank an die Organisatorinnen, die diese Tage sehr schön für uns vorbereitet hatten.

Renate Motzer, Universität Augsburg,
Universitätsstraße 10, 86135 Augsburg
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis Grundschule

Tabarz, 7./9. 11. 2014

Claudia Lack

Aus gegebenem Anlass wählte der Arbeitskreis Grundschule in diesem Jahr das Rahmenthema „10 Jahre Bildungsstandards – Rückblick und Perspektiven“ für die Herbsttagung in Tabarz. Das Interesse war wieder sehr groß und so trafen sich ca. 130 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus den verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung am ersten Novemberwochenende im Thüringer Wald. Die Hauptvortragenden waren *Christoph Selter* (Dortmund), *Christina Drüke-Noe* (Weingarten), *Claudia Fischer* (Kiel) und *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg). Außerdem wurde eine Podiumsdiskussion durchgeführt, welche *Hans Wielpütz* (Köln) moderierte.

Christoph Selter stellte in seinem Vortrag „Bildungsstandards und Unterrichtspraxis“ die große Bedeutung einer qualitätvollen Lehrerausbildung in der Ersten und Zweiten Phase heraus, um die Umsetzung der Bildungsstandards adäquat zu ermöglichen. Hierzu sind nach seiner Ansicht u. a. adressatenorientierte und wissenschaftsbasierte Literatur sowie die Entwicklung und Erforschung qualitätvoller Unterrichtskonzepte, Materialen oder Lernumgebungen von zentraler Bedeutung. Um in der Praxis noch breitenwirksamer und nachhaltiger wirken zu können, sollten diese Elemente ergänzt werden u. a. durch die Intensivierung und Systematisierung der Fortbildung, durch die stärkere Etablierung von Maßnahmen zur fachbezogenen Schulentwicklung und durch den Auf- bzw. Ausbau von Netzwerken auf unterschiedlichen Ebenen. Im Vortrag wurde über diesbezügliche Erfahrungen aus dem Projekt PIKAS berichtet. Hier wird versucht, Erkenntnisse aus Fortbildungs-, Schulentwicklungs- und Implementationsforschung im mathematikdidaktischen Kontext so aufzubereiten, dass die Bildungsstandards in der Unterrichtspraxis noch besser erreicht werden können.

Der erste Teil des Vortrags von *Christina Drüke-Noe* zum Thema „10 Jahre Bildungsstandards: Kein Blick zurück ohne einen Blick nach vorne“ widmet sich dem Rückblick. Mit Bezug zu den Zielen der Verabschiedung von Bildungsstandards in den Jahren 2003 und 2004 gab sie einen Überblick darüber, was in den letzten 10 Jahren hinsichtlich der Implementation der Bildungsstandards geschehen ist. Ein besonderes Augenmerk richtete *Christina Drüke-Noe* dabei auf die mit den Bildungsstandards verbundene Überprüfungs- und Entwicklungsfunktion. Verschiedene Formen der Leistungsüberprüfung, insbesondere durch zentral gestellte Tests (u. a. Ländervergleiche, Lernstandserhebungen, Prüfungen zum Erwerb des Mittleren Schulabschlusses) wurden genauer betrachtet, aber auch Fragen der Unterrichtsgestaltung und -entwicklung diskutiert, die eng mit der Auswertung von Tests verbunden sind. Im zweiten Teil des Vortrages nahm sie dann offene Fragen in den Blick, die sich aus dem ersten Teil ergaben und zeigte mögliche Entwicklungs- sowie Forschungsperspektiven auf.

Einen Einblick in die Arbeit der SINUS-Programme gab *Claudia Fischer* in ihrem Vortrag „Kompetenzorientierung im Unterricht – Erfahrungen aus neun Jahren Sinusprogrammen für Grundschulen“. Der Beitrag stellte den Programmansatz vor und zeigte auf, in welcher Weise er genutzt wurde, um Unterricht stärker mit Blick auf den Erwerb von Kompetenzen zu gestalten. *Claudia Fischer* beschrieb Erfahrungen der Programmarbeit und stellte ausgewählte Befunde der Begleitforschung vor. An einigen Beispielen zeigte sie auf, wie einzelne Bundesländer seit dem Ende des gemeinsamen länderübergreifenden Programms 2013 den SINUS-Ansatz in landesspezifischen Aktivitäten weiterführen. Zum Schluss benannte sie Faktoren, welche ihrer Meinung nach dazu beitragen, Unterricht auf Kompetenzentwicklung auszurichten.

In ihrem Vortrag „Muster und Strukturen zwischen überall und nirgends – Eine Spurensuche“ stellte *Anna Susanne Steinweg* zunächst heraus, dass Muster und Strukturen in ihrer besonderen Bedeutung in Forschung und Lehre der Mathematik Primarstufe nicht erst seit der Veröffentlichung der Bildungsstandards konsensual anerkannt sind. Inzwischen hat dieses Themenfeld in allen Lehrplänen bundesweit einen festen Platz. Vielfältige Forschungsarbeiten und Dissertationen der jüngsten Zeit rekurrieren auf Muster und Strukturen. *Anna Susanne Steinweg* arbeitete jedoch auch heraus, dass dennoch kaum ein Bereich gleichzeitig so divergent gedeutet wird. Muster und Strukturen stehen im Spannungsfeld konkretisierter Leitideen von Unterrichtsinhalten und allgemeiner, fundamentaler Ideen der Mathematik. Chancen und Gefahren dieser Polarisierung geben Anlass zur Bewusstwerdung und Diskussion.

In der von *Hans Wielpütz* moderierten Podiumsdiskussion zum Tagungsthema „10 Jahre Bildungsstandards – Rückblick und Perspektiven" ging es um die drei zentralen Fragen „Was haben die Bildungsstandards bewirkt?", „Welche Probleme zeigen sich?" und „Wie geht es weiter?" Teilnehmerinnen und Teilnehmer auf dem Podium waren *Monika Baum* (Schulamt für die Stadt Köln), *Elke Binner* (HU Berlin / DZLM), *Hedwig Gasteiger* (LMU München) sowie *Jens Holger Lorenz* (Universität Frankfurt). *Wilhelm Schipper* (Universität Bielefeld) war ebenfalls als Teilnehmer vorgesehen, erkrankte leider jedoch kurzfristig. Nachdem die Teilnehmerinnen und Teilnehmer zunächst aus ihrer Perspektive zu den Fragen Stellung nehmen konnten, regte *Hans Wielpütz* eine Diskussion an, an der auch das Publikum rege teilnahm. Es gelang ein offener, kritischer und konstruktiver Austausch, der neben den als zentral gewählten Fragen auch weitere wichtige Aspekte in den Blick nahm.

Während der Tagung in Tabarz wurden zudem die folgenden sieben Arbeitsgruppen angeboten. Hier konnte zu verschiedenen Bereichen gearbeitet werden, wobei vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Arithmetik (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer und Simone Reinhold)
- Lehrerfortbildung (Koordination: Marianne Grassmann, Christoph Selter)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Meike Grüßing)
- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert)
- Lernen und Forschen mit Neuen Medien in der Primarstufe (Koordination: Silke Ladel und Christof Schreiber)

Auch zu dieser Herbsttagung erscheint wieder ein *Tagungsband*. Dieser enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen, und dokumentiert zudem Ergebnisse aus der Podiumsdiskussion und den Arbeitsgruppen. Der Tagungsband erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule" der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel der Tagung und wird von *Anna Susanne Steinweg* (Bamberg) herausgegeben. Über OPUS (http://opus4.kobv.de/opus4-bamberg/home) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule zum Thema „Mathematiklernen von Grundschulkindern" wird vom 6.–8. 11. 2015 in Tabarz stattfinden. In den Arbeitsgruppen dieser Tagung sollen Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler wieder die Gelegenheit bekommen, ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter http://didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/.

Claudia Lack, Universität Paderborn, Institut für Mathematik EIM, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn, Email: cl.lack@web.de

Arbeitskreis Interpretative Forschung

Dresden, 24.–26. 10. 2014

Birgit Brandt und Frank Förster

Nach der Gründungstagung im letzten Oktober in Braunschweig hat der AK Interpretative Forschung von Freitag, 24. 10., bis Sonntag, 26. 10. 2014, seine offizielle *1. Herbsttagung* an der *Universität Dresden* durchgeführt.

Bei bestem Wetter und optimaler Betreuung von *Prof. Marcus Schütte, Judith Jung und ihrem Team* trafen sich 21 Forscherinnen und Forscher von 11 Universitäten bzw. Schulen in der Lern- und Forschungswerkstatt im Weberbau des Instituts für Erziehungswissenschaft der TU Dresden.

Insgesamt wurden elf *Interpretationssitzungen* von etwa zweieinhalb Stunden Länge durchgeführt, wodurch neben der Interpretationsarbeit auch Zeit blieb, über Methodik und Methodologie der Untersuchung zu diskutieren.

Im Einzelnen wurden u. a. folgende *Themen* behandelt:

- *Kirstin Erath (TU Dortmund)* stellte ein Transkript aus dem BMBF-Projekt InterPass bereit, in dem in Kooperation mit Linguisten der TU Dortmund Klassengespräche aus fachkulturell-epistemischer sowie sprachlicher Perspektive analysiert werden.
- *Frank Förster (TU Braunschweig)* berichtete über ViStAD (Video-Studie Analoges Denken), die das Begabungsmerkmal Analogieerkennung und Transfer bei mathematisch begabten Grundschulkindern untersucht und zur Zeit in Kooperation mit der Universität Halle durchgeführt wird.
- *Axel Hoppenbrock (Universität Paderborn)* berichtete über sein Promotionsprojekt, in dem es um den Einsatz von Votingfragen mit Peer Instruction in einer Mathematikvorlesung geht. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Analyse des Peer Instruction mit Hilfe der Methoden der interpretativen Unterrichtsforschung.
- *David Jugel (TU Dresden)* gab Einblick in ein Kooperationsprojekt der Arbeitsbereiche Grundschulpädagogik/Mathematik (Marcus Schütte) und Erziehungswissenschaft mit Schwerpunkt Inklusion (Anke Langner) der TU Dresden. In diesem Kooperationsprojekt wird frühes mathematisches Lernen in der Kita unter inklusiven Bedingungen untersucht.
- *Christian Klostermann (Universität Oldenburg)* stellte Materialien aus seinem Promotionsprojekt vor, in dem in einer Einzelfallstudie geklärt werden soll, inwiefern es angehenden Lehrkräften gelingt, Schülerargumentationen in ihrer Unterrichtsplanung vorherzusehen und ob eine erfolgreiche Antizipation positiven Einfluss auf die Rückmeldungen im Unterrichtsgeschehen haben kann.
- *Jessica Kunsteller (Universität zu Köln)* referierte über „Beziehungen von Ähnlichkeiten im Mathematikunterricht“. Sie stellte ein theoretisches Begriffsnetz basierend auf der Philosophie Wittgensteins vor, welches bei der anschließenden interpretativen Rekonstruktion zum Verstehen von Schüleräußerungen auf seine Viablität geprüft wurde. Im Fokus standen dabei Ähnlichkeitsbeziehungen von und in abduktiven Schlüssen.
- *Stefanie Müller-Heise (MLU Halle-Wittenberg)* stellte ein Transkript aus ihrem Promotionsprojekt „Reflexion von Problemlöseprozessen von Grundschülern“ vor. Dieses wurde zunächst interpretiert und anschließend wurden die Aussagen zu Kategorien zusammengefasst.
- *Alexander Salle (Universität Bielefeld)* stellte eine Feldstudie vor, in der Sechstklässlerinnen und Sechstklässler einer Realschule mit einem interaktiven Lernprogramm Aufgaben zur elementaren Bruchrechnung bearbeiteten. Im Fokus der Analyse stand die Bedeutung von Gesten während der Interaktion der Schülerinnen und Schülern untereinander und mit dem Computer.
- *Susanne Schnell (TU Dortmund)* stellte Transkripte aus dem Projekt do math! bereit, das sich mit der Förderung leistungsstärkerer Lernender sowie der Sensibilisierung von Lehrerinnen und Lehrern für mathematische Potenziale beschäftigt.
- *Marcus Schütte (TU Dresden)* stellte ein Kooperationsprojekt mit der Universität Köln vor. Ziel dieses Projektes ist es, inhaltsspezifisches sprachliches Handeln im Mathematikunterricht der Grundschule zu rekonstruieren. Hierzu wurde ein Transskript aus dem Inhaltsbereich Raum und Form der Jahrgangsstufe 4 analysiert.
- *Kerstin Tiedemann (Universität zu Köln/ Universität Bielefeld)* stellte ein Projekt zum Sprachgebrauch in unterschiedlichen mathematischen Inhaltsbereichen vor. Es wurde an einem Beispiel zur Arithmetik in der zweiten Jahrgangsstufe gearbeitet.

Aber auch der informelle Teil der Tagung kam mit abendlichen Besuchen in der Dresdener Alt- und Neustadt nicht zu kurz.

Birgit Brandt, Universität Halle, Franckeplatz 1, Haus 31, 06099 Halle (Saale)
Email: birgit.brandt@paedagogik.uni-halle.de

Frank Förster, Universität Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik, Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig
Email: f.foerster@tu-bs.de

Arbeitskreis Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich

Wiener Neustadt, 16./17.10. 2014

Edith Schneider

Die Herbsttagung 2014 des AK „Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich" fand vom 16.–17. Oktober 2014 in Wiener Neustadt statt. Es nahmen ca. 30 Kolleginnen und Kollegen von verschiedenen österreichischen Universitäten und Pädagogischen Hochschulen teil. Auch dieses Jahr war wieder eine gute Durchmischung von Universitäten und Pädagogischen Hochschulen gegeben, sodass diesbezüglich von einer Stabilisierung ausgegangen werden kann.

Ein Schwerpunkt der Herbsttagung lag auch dieses Jahr auf der sich in Österreich im Umbruch befindenden *Lehrer(innen)bildung*, die Neuorientierungen auf verschiedenen Ebenen erfordert: Für alle Lehrämter (Sekundarstufe wie auch Primarstufe) ist einheitlich ein 8-semestriges Bachelorstudium und ein 1–2 jähriges Masterstudium vorgesehen; im Sekundarstufenbereich wird nicht mehr zwischen der Ausbildung von Gymnasiallehrer(inne)n und Lehrer(inne)n für Hauptschulen (HS) und Neue Mittelschulen (NMS) unterschieden – es werden künftig nur mehr „Sekundarstufenlehrer(innen)" ausgebildet; die klare institutionelle Trennung, Gymnasiallehrer(innen) werden an Universitäten ausgebildet und HS- und NMS-Lehrer(innen) sowie Volks- bzw. Grundschullehrer(innen) an Pädagogischen Hochschulen, wird aufgehoben; Lehrverbünde zwischen Institutionen und Standorten sollen gebildet werden. Die Vorgaben der Lehrer(innen)bildung Neu sollen bis spätestens 2016 österreichweit organisatorisch und inhaltlich/curricular umgesetzt werden. Dies bedeutet, dass aktuell an allen Standorten mit Lehrer(innen)bildung intensiv an der Entwicklung neuer Curricula und Strukturen gearbeitet wird. Auf der Herbsttagung wurden einige Curriculaentwürfe für den Sekundarstufen- und Primarstufenbereich diskutiert und insbesondere Probleme aufgezeigt. Konkret waren dies für den Sekundarstufenbereich die vorliegenden Entwürfe des Entwicklungsverbunds Süd-Ost (Werner Peschek) und des Entwicklungsverbunds West (Christa Juen-Kretschmer) sowie der Universität Wien (Stefan Götz), die keinen Entwicklungsverbund eingegangen ist. Dem Entwicklungsverbund Süd-Ost gehören die Universitäten Klagenfurt und Graz sowie die Pädagogischen Hochschulen Kärnten, Steiermark und Burgenland an, dem Entwicklungsverbund West die Universität Innsbruck und die Pädagogischen Hochschulen Tirols und Vorarlbergs. In diesen Entwicklungsverbünden werden gemeinsam Curricula entwickelt, wobei die Art der Zusammenarbeit und Kooperation unterschiedlich organisiert ist. Während im Entwicklungsverbund West Verantwortlichkeiten („Leadership") für die einzelnen Lehrämter bereits im Vorhinein festgelegt wurden, sollen im Entwicklungsverbund Süd-Ost Kooperationen in der Ausbildung erst im Prozess festgelegt werden. Die zum Teil deutlichen Unterschiede in der inhaltlichen Ausgestaltung/Schwerpunktsetzung der Curricula und der Einbindung der Praxis sowie und insbesondere in der Aufteilung der ECs zwischen fachlichen und fachdidaktischen Lehrveranstaltungen innerhalb der drei präsentierten Curricula waren äußerst interessant und führten zu angeregten Diskussionen. Probleme, die im Rahmen der Präsentationen aufgezeigt werden, betreffen insbesondere

- die inhaltliche Gestaltung eines Curriculums für die Ausbildung von Lehrer(inne)n für alle Schultypen des Sekundarstufenbereichs (Hauptschulen, Neue Mittelschulen, Gymnasien, berufsbildende mittlere und höhere Schulen) mit ihren deutlich unterschiedlichen Anforderungen,
- die Organisation von einem hohen Ausmaß an (betreuten und begleiteten) Praxisphasen sowie die Verbindung einer (von einer Anstellung an einer Schule abhängigen) Induktionsphase und dem Masterstudium,
- sowie die Gestaltung einer Lehramtsausbildung in einem Verbund zwischen Universitäten und Pädagogischen Hochschulen mit tw. regional weit auseinander liegenden Standorten.

Für den Primarstufenbereich wurden Curriculaentwürfe aus dem Entwicklungsverbund Süd-Ost (Michael Gaidoschik) sowie von den Pädagogischen Hochschulen Salzburg (Myriam Burtscher) und Oberösterreich (Sabine Reindl) präsentiert. Hier liegt das Kernanliegen auf dem Ausmaß und der Art der Verankerung der Mathematik und Mathematikdidaktik im Curriculum, das nach wie vor die Ausbildung von Grund- bzw. Volksschullehrer(inne)n zu Generalist(inn)en im Auge hat, wodurch die Mathematik(didaktik) stets in Konkurrenz zu den anderen Fächern („Bildungsbereichen") steht.

Ein weiterer Schwerpunkt der Herbsttagung lag im *Primarstufenbereich auf dem Thema „Zeitgemäßer Einmaleinsunterricht: was genau verstehen wir darunter"* (Inputs von Michael Gaidoschik) und *im Sekundarstufenbereich auf der Diskussion von ausgewählten Lehrveranstaltungen zu Themen/Inhalten der Sekundarstufe I und II* (Inputs von Christa Juen-Kretschmer: LV zur Begleitung von Praktika im Unterrichtsfach Mathematik; Günter Maresch: LV zur Geometrie; Stefan Götz: LV zur Schulmathematik – Differentialrechnung). Das Parallelangebot mit Fokussierung auf jeweils eine der beiden Ausbildungsstufen wurde gut angenommen und von den Teilnehmer(inne)n positiv rückgemeldet.

Der letzte Teil der Herbsttagung des AK war Berichten aus für die österreichische Mathematikdidaktik relevanten Kommissionen, dem Austausch über aktuelle institutionelle Entwicklungen, Besonderheiten, Probleme an österreichischen Universitäten und Pädagogischen Hochschulen sowie organisatorischen Punkten gewidmet. Hier ein kurzer Einblick in einige ausgewählte Punkte:

Zum gegenseitigen *Austausch von Unterlagen im Zuge der Curriculumsentwicklungen* an den einzelnen Institutionen und Standorten wurde auf Wunsch der AK-Mitglieder eine (interne) Moodle-Plattform eingerichtet, die bislang allerdings wenig genutzt wurde.

Der jährlich in Klagenfurt stattfindende *Fachdidaktiktag Mathematik* fand 2014 am 23. September statt. Das Programm umfasste Vorträge von G. Kadunz zu „Mathematiklehrer(innen)bildung in der Pädagog(inn)enbildung Neu", von A. Wynands und Ch. Drüke-Noe zu „Basiskompetenzen – Was sollte jeder am Ende der allgemeinen Schulpflicht in Mathematik können?" und von M. Gaidoschik zu „Probleme der aktuellen Didaktik der Erarbeitung des dezimalen Stellenwertsystems – nicht nur, aber gerade auch mit Blick auf sogenannt ‚rechenschwache' Kinder".

Die *Österreichische Gesellschaft für Fachdidaktik (ÖGFD)* veranstaltete am 22. September in Klagenfurt ein Symposium zu „Selbstverständnis und Positionierung der österreichischen Fachdidaktik" mit anschließender Mitgliederversammlung („Delegiertenversammlung"). Die GDM wurde dabei durch die beiden Sprecherinnen des AKs vertreten. Die *Didaktikkommission der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft* veranstaltete auch 2014 wieder den schon traditionellen Lehrer(innen)tag am Freitag nach Ostern in Wien.

Neben den schon bestehenden Entwicklungsverbünden zur Lehrer(innen)bildung Neu ist ein *weiterer Entwicklungsverbund* (Universitäten und Pädagogische Hochschulen von Linz/Oberösterreich und Salzburg) im Entstehen.

E. Sattlberger (bifie) berichtet über den Stand der *neuen schriftlichen zentralen Reifeprüfung* und Probleme bei Festlegungen betreffend die (Gesamt)Beurteilung und einen passenden Punkteschlüssel für Teil I und Teil II sowie über den Stand der Diskussionen zum Technologieeinsatz bei der Zentralmatura. Es wird angemerkt, dass das Gesamtkonzept der Zentralmatura durch die verschiedensten Änderungen immer weiter zerstückelt wird, was zu Inkonsistenzen und mangelnder Qualität des gesamten Projektes führen kann.

Die auf der Mitgliederversammlung 2014 der GDM beschlossene Satzungsänderung ermöglicht es künftig *GDM Landesverbände* per Antrag an die GDM einzurichten. Der GDM-AK „Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich" entscheidet sich nach Diskussion sehr deutlich dafür als GDM-Arbeitskreis bestehen zu bleiben und keine Umwandlung in einen GDM-Landesverband Österreich zu beantragen.

Im Rahmen des *AK-Treffens auf der GDM-Tagung 2015 in Basel* sind die Sprecher(innen) des AK neu zu wählen.

Edith Schneider, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Institut für Didaktik der Mathematik, Sterneckstraße 15, 9010 Klagenfurt, Österreich
Email: edith.schneider@aau.at

Arbeitskreis Problemlösen

Münster, 17./18. 10. 2014

Ana Kuzle und Benjamin Rott

Am Freitag und Samstag, 17. und 18. 10. 2014, fand in Münster die erste Herbsttagung des neu gegründeten Arbeitskreises Problemlösen zum Thema „Problemlösen – gestalten und beforschen" statt. Es wurde eine sehr angenehme und gut organisierte Tagung, wofür besonderer Dank dem örtlicher Tagungsleiter Martin Stein und seiner Arbeitsgruppe von der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster gebührt.

Überschattet wurde die Tagung von einem sehr kurzfristig angekündigten Bahnstreik, der den Schienenverkehr das ganze Wochenende lahmlegen sollte. Einige Teilnehmer mussten deswegen während der Anreise wieder umkehren, andere fuhren am Freitagabend zurück, da sie sonst vor Montagmittag nicht mehr nach Hause gekommen wären. Mit diesen spontanen Reiseplanänderungen, gemieteten Autos und kurzfristig organisierten Mitfahrgelegenheiten konnten sich die Tagungsteilnehmer aber allesamt als erfolgreiche Problemlöser erweisen und die Tagung konnte (fast) wie geplant stattfinden – nur ein Vortrag musste ausfallen.

Die Gruppe der Teilnehmer bestand aus einer guten Mischung von Forschern, die schon lange im (Problemlöse-) Geschäft tätig sind, und Nachwuchswissenschaftlern, die zum Teil gerade erst mit ihrer Promotion begonnen haben. Insgesamt waren es 20 Personen, die an drei „Langvorträgen", drei „Kurzvorträgen" und einem Workshop teilgenommen haben.

Den Eröffnungsvortrag hielten Daniela Aßmus und Frank Förster von der Martin Luther Universität Halle-Wittenberg bzw. der Universität Braunschweig. Sie stellten das Projekt ViStAD (Analoges Denken beim Problemlösen) vor, in dem Analogieerkennung und Analogienutzung erforscht werden. In dieser Videostudie wurden verschiedene analoge Aufgabenpaare bei mathematisch begabten Grundschulkindern eingesetzt. Mit einem Verlaufsmodell wurde an Fallbeispielen diskutiert, an welchen Stellen Analogien konstruiert und genutzt worden sind, und es wurden förderliche und hindernde Bedingungen hierzu herausgearbeitet. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer des Arbeitskreises hatten am kommenden Tag die Gelegenheit, an einem von Frau Aßmus und Herrn Förster durchgeführten Workshop teilzunehmen, um sich mit diesem Thema vertiefend auseinanderzusetzen. Insbesondere haben wir gemeinsam einen Beispielprozess aus dem Projekt ViStAD interpretiert, um in dieser Expertenrunde unterschiedliche Perspektiven auf die Interviews und die theoretische Diskussion zu gewinnen.

Den zweiten Hauptvortrag hielt Regina Bruder von der Universität Darmstadt, die über das vom Land Niedersachsen geförderte Projekt LEMAMOP (Lerngelegenheiten für Mathematisches Argumentieren, Modellieren und Problemlösen) für Mathematikunterricht an Gymnasien und Gesamtschulen in Niedersachsen berichtete, mit dem Schwerpunkt auf das Problemlösen. Dieses Projekt knüpft an die erfolgreichen, mittlerweile ausgelaufenen niedersächsischen Modellversuche CAliMERO und MABIKOM an. Die grundlegende Idee von LEMAMOP ist die Förderung des schrittweisen Erwerbs von intelligentem Wissen für einen langfristigen, nachhaltigen Aufbau der zentralen Kompetenzen mathematischen Argumentierens, Modellierens und Problemlösens unter Beachtung der Sicherung soliden mathematischen Grundwissens. Hierzu stellte Frau Bruder auch die dafür entwickelten Unterrichtsmaterialien für problemorientierten Mathematikunterricht vor.

Mit dem Vortrag „Wesen der Problemlöseprozesse in einem dynamischen Geometrie-System: Effekte mit, von und durch Technologie" befasste sich Ana Kuzle (Universität Osnabrück). Im Vortrag wurden eine qualitative Studie und deren Ergebnisse im Hinblick auf die Problemlöseprozesse von drei Teilnehmern mit verschiedenem mathematischen Hintergrund und unterschiedlichen Problemlöseerfahrungen vorgestellt. Das Hauptziel der Studie war es, das Wesen der Problemlöseprozesse beim Lösen von offenen Problemen in einem dynamischen Geometrie-System zu entdecken und zu untersuchen, wie offene Probleme mit dem Einsatz von Technologie verbunden wurden, um die Problemlöseprozesse zu verbessern. Hierzu stelle Frau Kuzle Ergebnisse vor, die zeigen, inwieweit die Probanden das dynamische Geometrie-System als flexibel nutzbares kognitives Hilfsmittel eingesetzt haben sowie dessen Auswirkungen auf das Problemlöseverfahren.

Ein Blick in ein gerade begonnenes Forschungsprojekt hinsichtlich der Gestaltung des Mathematikunterrichts warf Benjamin Rott (Universität Duisburg-Essen). Untersucht wird, wie Lehrkräfte Stunden zum Problemlösen gestalten, insbesondere wenn sie bislang keine Fortbildungsveranstaltungen zu diesem Thema besucht haben. Bereits die ersten videographierten Unterrichtsstunden zeigen einen deutlichen Kontrast zwischen Lehrpersonen, die sich bewusst zurückhalten und wenig eingreifen, sowie Lehrkräften, die in die Prozesse ihrer Schülerinnen und Schüler stark steuernd eingreifen.

Am Ende des Tages haben wir kurz über die für den Arbeitskreis relevanten Themen diskutiert, bevor wir den Abend im Restaurant Mongo's gemeinsam ausklingen ließen.

Thomas Gawlick und Elisabeth Lucyga der Universität Hannover eröffneten mit ihrem langen Vortrag „Analyse von Problemlöseprozessen mit Hilfe von Lösungsgraphen und verfeinerten Pólya-Phasen“ den Tagungsbetrieb am Samstag. Im Fokus stand die Analyse von Neuntklässler-Bearbeitungsprozessen der TIMSS-Aufgabe K10 in einem erweiterten Phasenmodell nach Pólya aus einer Piaget'schen Perspektive: Falls die Aufgabe nicht assimiliert oder routinemäßig akkommodiert werden kann, ist K10 für den Löser ein Problem. Die Akkommodation verläuft dann in Schleifen, die seine heuristische Struktur verdeutlichen. Im Rahmen des vorgestellten Phasenmodells wurden beispielbasiert Typen sicht- und unterscheidbar (herumprobieren, „trial and error“, planmäßiges Vorgehen).

Den letzten Vortrag der Herbsttagung hielt Axel Brückner (Universität Potsam) zu „Woher weiß ich, ob das stimmt?“. An einem Beispiel wurde diskutiert, inwiefern man sich als Mathematiker absichern kann, wenn man ein gefundenes Ergebnis überprüfen möchte.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet in Basel auf der Bundestagung in Februar 2015 statt. Die Herbsttagung 2015 wird – gemeinsam mit der jährlichen Tagung der europäischen ProMath-Gruppe – am ersten Septemberwochenende in Halle von Torsten Fritzlar ausgerichtet.

Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen. Bitte wenden Sie sich ggf. an die Sprecherin bzw. den Sprecher des Arbeitskreises: Ana Kuzle: akuzle@uni-osnabrueck.de und Benjamin Rott: benjamin.rott@uni-due.de.

Ana Kuzle, Universität Osnabrück, Institut für Kognitive Mathematik, Albrechtstr. 28a, 49076 Osnabrück
Email: akuzle@uni-osnabrueck.de
Benjamin Rott, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Mathematik, Thea-Leymann-Straße 9, 45127 Essen
Email: benjamin.rott@uni-due.de

Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik

Rauischholzhausen, 10./11. 10. 2014

Anke Lindmeier

Der Arbeitskreis „Psychologie und Mathematikdidaktik“ traf sich mit seinen knapp 25 Teilnehmerinnen und Teilnehmern zur Herbsttagung wieder im Schloss Rauischholzhausen, der Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen.

Ausführlich vor- und zur Diskussion gestellt wurden vier Forschungsprojekte von Kay Achmetli/Stanislaw Schukajlow, Julia Weinsheimer, Julia Ollesch und Katrin Bochnik/Stefan Ufer. Gemäß der Ausrichtung des AKs wird in diesen Arbeiten insbesondere die Nähe zur Bezugswissenschaft Psychologie deutlich, die sich in theoretischen und methodischen Bezügen niederschlägt.

Die Arbeiten von Kay Achmetli/Stanislaw Schukajlow und Katrin Bochnik/Stefan Ufer nehmen dabei Bedingungsfaktoren für mathematische Kompetenzentwicklung bei Schülerinnen und Schülern in den Blick. Während im ersten Fall Effekte von der Bearbeitung multipler Lösungen, also einer instruktionalen Variable untersucht werden, wird im zweiten Fall mit dem Einfluss von Familiensprache auf den Kompetenzerwerb auf eine individuelle Variable fokussiert. Die beiden Arbeiten von Julia Weinsheimer und Julia Ollesch befassen sich hingegen mit je spezifischen Fähigkeiten von (angehenden) Lehrkräften. Während im ersten Fall diagnostische Fähigkeiten von Grundschullehrkräften im Bereich Arithmetik umfassend charakterisiert werden, konzentriert sich Julia Ollesch auf spezielle Erfordernisse im Umgang mit multimedialen Repräsentationen.

Das Spektrum an Themen war dieses Jahr außerordentlich reichhaltig und forderte so die Teilnehmerinnen und Teilnehmer in den Diskussionen. Die Rückschau zeigt jedoch, dass die Vortragenden den Diskurs im Anschluss an ihre Vorträge durch eine rundum konstruktiv-kritische Diskussionskultur als bereichernd erfuhren. Neben den wissenschaftlichen Programmpunkten – die im Folgenden detailliert berichtet werden – stand auch die Neuwahl einer der beiden Sprecherinnen an. Dabei wurde Anke Lindmeier einstimmig wieder gewählt. Vielen Dank für das entgegengebrachte Vertrauen!

Kay Achmetli und Stanislaw Schukajlow, Uni Münster:
Multiple Lösungen beim mathematischen Modellieren und Schülerleistungen: Eine Wirkungsstudie

In didaktischen Diskussionen wird die Bedeutsamkeit der Behandlung von multiplen Lösungen schon lange hervorgehoben. Dieses Unterrichtselement fand den Eingang in die Bildungsstandards verschiedener Länder und wird als Merkmal „guten" Unterrichts angesehen. Allerdings gibt es nur wenige methodisch kontrollierte Studien, die den Einfluss der Behandlung von multiplen Lösungen im Unterricht auf Leistungen, Strategien und motivational-affektive Merkmale von Lernenden untersuchen. Dieses Forschungsdesiderat wird im Rahmen des DFG-Projekts „Multiple Lösungen in einem selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht" bearbeitet. In der ersten Phase des Projekts wurden die Lösungen untersucht, die durch *Annahmen zu fehlenden Angaben* entstehen, und der positive Einfluss auf Interesse nachgewiesen (Schukajlow & Krug, 2014).

Im ersten Teil des Vortrags wurden leistungsbezogene Effekte der Behandlung dieser multiplen Lösungen analysiert. Es zeigte sich, dass die Behandlung von multiplen Lösungen keinen direkten Effekt auf Leistungen von Lernenden im Modellieren und im technischen Arbeiten hatte. Die Analyse des theoretisch hergeleiteten Mediationsmodells zeigte zugleich leistungsfördernde Effekte der multiplen Lösungen für solche Lernende, die im Unterricht mehr Lösungen entwickeln und sich kompetenter fühlen.

Im zweiten Teil des Vortrags wurden die Anlage und erste Ergebnisse aus der zweiten Projektphase berichtet, in der multiple *mathematische* Lösungswege untersucht werden. In der dargestellten experimentellen Studie haben Lernende Modellierungsaufgaben entweder mit Hilfe des numerischen, inhaltlichen oder mit beiden Lösungswegen bearbeitet (Krämer, Schukajlow, & Blum, 2012). Die Auswertungen deuten auf differenzielle Effekte des jeweiligen mathematischen Lösungsweges bzgl. der Leistungen hin. Dabei zeigte die Gruppe, in der beide mathematische Lösungswege behandelt wurden, mindestens genau so gute Leistungen, wie die anderen Untersuchungsgruppen.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
In der Diskussion im Anschluss an den Vortrag wurden theoretische Anbindungen von Studien, Auswertungsmethoden und die Interpretation der Ergebnisse diskutiert. U.a. wurde besprochen, in wieweit Effekte von multiplen Lösungen erwartet werden können und wie diese im vorliegenden Setting entstehen. Weiterhin stellte sich die Frage, ob die Anzahl der entwickelten Lösungen besser als Treatmentkontrolle oder als Mediator behandelt werden sollte. Die Bedeutung und Interpretation von Mediationsmodellen bildeten einen weiteren Punkt der Diskussion. Kritische Anmerkungen betrafen die Vollständigkeit der Spezifikation der Mediatoren im aufgestellten Modell. Die neuen Perspektiven in der Auswertung der Ergebnisse betreffen gewonnene Erkenntnisse über eine didaktische Akzentuierung von erhobenen Leistungsdimensionen mit Bezug zu den Grundvorstellungen des Funktionsbegriffs.

Julia Weinsheimer, Pädagogische Hochschule Weingarten:
Erfassung diagnostischer Fähigkeiten von Grundschullehrkräften im Bereich Arithmetik

Diagnostische Fähigkeiten von Lehrkräften gelten als eine „Voraussetzung für angemessene Unterrichtsgestaltung und gezielte individuelle Förderung wie auch als Grundlage pädagogischer Entscheidungen und Handlungen" (Artelt & Gräsel, 2009). Im Rahmen des vorgestellten Dissertationsprojekts wurde ein Instrument zur Erfassung der diagnostischen Fähigkeiten von Lehrkräften speziell im Bereich Arithmetik im Anfangsunterricht entwickelt und erprobt. Um hierbei die beruflichen Anforderungen adäquat abzubilden, kamen neben der Beurteilung von Mathematikaufgaben und Schülerdokumenten auch Videosequenzen zum Einsatz, in denen Lehr-Lern-Situationen eingeschätzt und mögliche Reaktionen in Form von Lehrerhandeln formuliert werden sollten. Das anschließende mehrstufige Analysevorgehen erlaubt eine qualitative Einschätzung verschiedener Facetten diagnostischer Fähigkeiten. Durch die Visualisierung der Diagnosefacetten in Kompetenzprofilen wird ein Vergleich der diagnostischen Fähigkeiten von Lehramtsstudierenden, Lehrkräften und Experten möglich. Im Vortrag wurden das Analysevorgehen vorgestellt und erste Ideen zur Ergebnisdarstellung präsentiert.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
In der anschließenden Diskussion wurden die Ideen zur Analyse der diagnostischen Fähigkeiten aufgegriffen. Hierbei richtete sich der Fokus zunächst auf das zugrunde gelegte Konstrukt, welches unterschiedliche Diagnoseaspekte bei der Begleitung von Lernprozessen zu fassen versucht. Die Rückmeldungen gaben dazu Anlass, das Konstrukt der diagnostischen Fähigkeiten – speziell im Hinblick auf einzelne Facetten diagnostischer Fähigkeiten in Arithmetik der 1. und 2. Klasse – weiter zu präzisieren. Die angedachte Darstellung der einzelnen Diagnose-Facetten in Kompetenzprofilen scheint sich als geeignet zu erweisen (vgl. Weinsheimer & Rathgeb-Schnierer, 2014). Ebenso wurde angeregt, durch vertiefende Analysen die Beschreibung von Elementen, die Expertise und Qualität bedingen, noch weiter zu verfeinern. Die Erkenntnisse, die sich durch die Herangehensweise im Projekt ergeben könnten, wurden als interessante Ansatzmöglichkeiten zur Förderung der diagnostischen Fähigkeiten von Lehrkräften und angehenden Lehrkräften in der Aus- und Weiterbildung diskutiert.

Julia Ollesch, Pädagogische Hochschule Heidelberg: Fachdidaktische Kompetenzen im Umgang mit multimedialen Repräsentationen im Mathematikunterricht. Konstruktion und Evaluierung computergestützter Vignetten

Multimediale Repräsentationen erlauben Arbeitsweisen, die prinzipiell ein tieferes Durchdringen des repräsentierten Sachverhalts ermöglichen können (vgl. Ainsworth, 1999). Durch den Einsatz multimedialer Repräsentationen im Unterricht ergeben sich jedoch auch neue Herausforderungen für die Schüler(innen) und damit auch für die Lehrkräfte bei der Unterrichtsgestaltung, wie z. B. die Vermeidung darstellungsbedingter kognitiver Überforderung (vgl. Chandler & Sweller, 1991).

Im Vortrag wurde ein Teilprojekt des FuN-Kollegs „Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung“ (EKoL) vorgestellt, das die Kompetenzentwicklung während der Ausbildung von Lehrkräften in Bezug auf den Einsatz multimedialer Repräsentationen im Mathematikunterricht untersucht. Für die Erhebung wird – im Austausch mit den Realschulseminaren Ludwigsburg und Karlsruhe – ein Testinstrument auf der Basis unterrichtsnaher Videovignetten entwickelt.

Anhand zweier Vignetten wurden der theoretische Hintergrund sowie der Aufbau der Vignetten beispielhaft erläutert. Des Weiteren wurden erste Ergebnisse einer Vorstudie sowie der derzeit laufenden mehrstufigen Validierung vorgestellt. Die bisherigen Ergebnisse zeigen, dass die Vignetten sowohl von Studierenden als auch von Experten der Realschulseminare als eindeutig formuliert und relevant für den Unterricht wahrgenommen wurden. Aktuell befindet sich das Projekt im ersten Schritt der quantitativen Validierung.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Zunächst fokussierte sich die Diskussion vor allem auf die Einordnung des Forschungsvorhabens in den aktuellen Stand der Forschung und die Abgrenzung der spezifischen Kompetenz, die den Umgang mit Computern im Mathematikunterricht betrifft, gegenüber einem umfassender gefassten Kompetenzbegriff, wie er in größer angelegten Studien (z. B. COACTIV) zugrunde gelegt wurde.

Ein weiterer Diskussionspunkt betraf die aktuelle Phase des Projekts, die Validierung der Vignetten. Es wurde diskutiert, welchen Zweck die einzelnen Stufen der Validierung jeweils erfüllen, wie die Stufen verzahnt sind und welche weiteren Möglichkeiten von Validierungsmaßnahmen sich anbieten. Es wurden hilfreiche Vorschläge für das weitere Vorgehen vorgebracht, welche sowohl die Validierung als auch die Einordnung in den Forschungsstand betrafen. Die Diskussion war durchweg kritisch-konstruktiv und nicht zuletzt dadurch sehr gewinnbringend.

Katrin Bochnik und Stefan Ufer, LMU München: LaMa – Language and Mathematics. Mathematische Kompetenzunterschiede zwischen Kindern mit deutscher und nicht-deutscher Familiensprache im Verlauf der dritten Klasse

Wiederholt zeigte sich die Notwendigkeit einer differenzierten Betrachtung mathematischer Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nicht-deutscher Familiensprache (Heinze et al., 2009; Prediger et al., 2013). Vornehmlich in Bereichen des konzeptuellen Verständnisses stellen Sprachkenntnisse im Deutschen die wichtigste Erklärungsvariable dar.

Um dieses Phänomen systematisch zu untersuchen, wurden im Projekt LaMa Aufgaben zu vier Facetten mathematischer Kompetenz (arithmetische Basisfertigkeiten, konzeptuelles Verständnis, Textaufgaben, Umgang mit Arbeitsmitteln) entwickelt und in einer Längsschnittstudie zu Beginn ($N = 412$) und zum Ende ($N = 286$) des dritten Schuljahres eingesetzt. Dabei wurden allgemein- und fachsprachliche Kenntnisse sowie kognitive Grundfähigkeiten und die Wahrnehmung unterrichtlicher Lerngelegenheiten erhoben. Erste Ergebnisse unterstreichen die Relevanz sowohl allgemein- als auch fachsprachlicher Kenntnisse für den mathematischen Kompetenzerwerb in allen vier erhobenen Facetten.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
In der Diskussion wurde die gegenseitige Abhängigkeit von mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und inhaltlichem Verständnis thematisiert. Diese wird in der weiteren theoretischen und methodischen Auseinandersetzung explizit Berücksichtigung finden. Weitere Punkte bezogen sich auf die Einbettung der erhobenen Lerngelegenheiten in den Rahmen bereits bestehender Konstrukte sowie auf die Sensitivität der Mathematikaufgaben für die Lerngegenstände der dritten Jahrgangsstufe. Die gesammelten Rückmeldungen trugen zu einer umfassenden Reflexion der bisherigen Ergebnisse und deren Interpretation bei und regten damit weiterführende Analysen an.

Organisatorisches und Ausblick

Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer darf ich den Vortragenden für ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten ausführlich vor- und zur Diskussion zu stellen!

Im Jahr 2015 werden sich die Mitglieder des AKs Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 16. bis 17. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um bis zu vier neue Projekte ausführlich zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten – die nicht notwendigerweise Promotionsarbeiten sein müssen – offen stehen. Ihr Interesse an der Tagung können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch (ruwisch@uni.leuphana.de) oder Anke Lindmeier (lindmeier@ipn.uni-kiel.de) bekunden. Auf der GDM 2015 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik – wie im letzten Jahr erfolgreich erprobt – wieder im Rahmen eines normalen Sektionsvortrags in Erscheinung treten und über seine Arbeit informieren. Somit werden wir nicht parallel zu den anderen Arbeitskreisen der GDM tagen. Wenn Sie also Interesse haben und Kontakt zu uns aufnehmen möchten, so achten Sie bitte auf entsprechende Ankündigungen oder schreiben Sie uns an. Herzlichen Dank.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education, 33*(2-3), 131–152.
Artelt, C., & Gräsel, C. (2009). Diagnostische Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 23(3–4), 157–160.
Chandler, P., & Sweller, J. (1991). Cognitive Load Theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction, 8*(4), 293–332. doi:10.1207/s1532690xci0804_2
Heinze, A., Reiss, K., Rudolph-Albert, F., Herwartz-Emden, L., & Braun, C. (2009). The development of mathematical competence of migrant children in German primary schools. In M. Tzekaki (Hrsg.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 3). Thessaloniki, Greece: PME.
Krämer, J., Schukajlow, S., & Blum, W. (2012). Bearbeitungsmuster von Schülern bei der Lösung von Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen. *mathematica didactica, 35*, 50–72.
Prediger, S., Renk, N., Büchter, A., Gürsoy, E., & Benholz, C. (2013). Family background or language disadvantages? Factors for underachievement in high stakes tests. In A. Lindmeier & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 4). Kiel, Germany: PME.
Schukajlow, S., & Krug, A. (2014). Do multiple solutions matter? Prompting multiple solutions, interest, competence, and autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(4), 497–533.
Weinsheimer, J., & Rathgeb-Schnierer, E. (2014). Diagnostische Fähigkeiten von Grundschullehrkräften im Bereich Arithmetik erfassen und analysieren. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014.* Münster: WTM-Verlag, 1291–1294.

Anke Lindmeier, IPN Kiel, Olshausenstraße 62, 24118 Kiel, Email: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

Arbeitskreis Vernetzungen im Mathematikunterricht

Tübingen, 8. 10. 2014

Astrid Brinkmann, Thomas Borys und Matthias Brandl

Die 7. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ fand als internes Treffen ehemaliger und zukünftiger Sprecher/innen am 08. Oktober 2014 bei Michael Bürker in Tübingen statt. Dafür sei ihm noch einmal ein herzliches Dankeschön ausgesprochen.

Tagungsordnungspunkte betrafen vor allem Organisatorisches:

Von links: Das neue Sprecherteam Astrid Brinkmann, Thomas Borys und Matthias Brandl zusammen mit dem ehemaligen Sprecher und Organisator der Tagung Michael Bürker

Sprecherwahl

Das neue Sprecherteam besteht aus Astrid Brinkmann (Münster), Thomas Borys (Karlsruhe) und Matthias Brandl (Passau).

Planung der nächsten Tagung

Matthias Brandl organisiert die 8. Tagung des Arbeitskreises am 24./25. April 2015 an der Universität Passau. Bei dieser Tagung wird am 24. April wieder ein Lehrerfortbildungsprogramm angeboten (Themen bislang: MINT-Lernumgebungen, Maps als Unterrichtsmittel, Kryptographie, Minkowski-Geometrie in der Schule).

Ein Schwerpunkt des internen Programms wird „Narrative Didaktik" sein (Vorträge von Matthias Brandl und Michael Bürker).

Nähere Infos sind zu finden unter www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html, Anmeldung unter dida-anmeldung@fim.uni-passau.de.

Schriftenreihe „*Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht*" des Arbeitskreises, herausgegeben von Astrid Brinkmann:

Die Fertigstellung von *Band 4* ist für 2015 vorgesehen. Er wird von Thomas Borys, Matthias Brandl und Astrid Brinkmann herausgegeben. In diesem Band werden zu den Artikeln auch Schüler-Arbeitsblätter und Kopiervorlagen direkt mitveröffentlicht. Band 4 wird als E-Book erscheinen.

Autoren, die einen Artikel für die Schriftenreihe anbieten möchten, wenden sich bitte an Astrid Brinkmann: astrid.brinkmann@math-edu.de. Informationen und Formatvorlage findet man unter: www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html

"AK Vernetzungen im Mathematikunterricht goes international"

Bereits auf der 6. Tagung des Arbeitskreises im Mai in Karlsruhe wurde ein englischsprachiger Vortrag von Ana Donevska Todorova (Berlin) angeboten: „Connecting Multiple Modes of Description and Thinking of the Concept Dot Product of Vectors in a Dynamic Geometry Environment."

Der Arbeitskreis wurde von Matthias Brandl im September/Oktober als Bestandteil eines englischsprachigen Posters auf der *ISDDE 2014 – Design in Practice* an der University of Cambridge (UK) unter dem Titel „Inner- and Outer-Mathematical Connections and Joined-Up Thinking in Mathematics Education" vorgestellt.

Es ist geplant, zusätzlich zur deutschsprachigen Arbeitskreisseite (www.math-edu.de/Vernetzungen.html) eine *englischsprachige Homepage* einzurichten (Betreuung: Matthias Brandl).

An die interne Besprechung schloss sich bei schönem Wetter eine gelungene Stadtführung durch das schöne Tübingen von Michael Bürker an.

Weitere Informationen zu den Tagungen des Arbeitskreises können im Internet unter der Adresse www.math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen.html abgerufen werden. Allgemeine Informationen zum Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht" findet man unter: www.math-edu.de/Vernetzungen.html. Interessierte sind als weitere Mitglieder herzlich willkommen.

Astrid Brinkmann, Universität Münster, Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, Fliednerstraße 21, 48149 Münster
Email: astrid.brinkmann@math-edu.de

Thomas Borys, Pädagogische Hochschule Karlsruhe, Bismarckstraße 10, 76133 Karlsruhe
Email: borys@ph-karlsruhe.de

Matthias Brandl, Universität Passau, Fakultät für Informatik und Mathematik, Innstraße 33, 94032 Passau
Email: matthias.brandl@uni-passau.de

Die ISTRON-Gruppe – Anwendungen und Modellieren in Forschung und Praxis

Hans-Stefan Siller und Gilbert Greefrath

Seit 1991 gibt es eine deutschsprachige ISTRON-Gruppe, die sich dem Ziel widmet, Modellierungen und Realitätsbezüge in den Mathematikunterricht zu integrieren. Diese deutschsprachige Gruppe ist Teil einer internationalen Gruppe, die sich im Jahr 1990 mit dem Ziel konstituiert hat, durch Koordination und Initiierung von Innovationen – insbesondere auch auf europäischer Ebene – zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beizutragen. Diese internationale Gruppe besteht aus acht Mathematikern und Mathematikdidaktikern aus Europa und den USA, darunter als deutsches Mitglied Werner Blum aus Kassel. Der Name ISTRON stammt von dem Gründungsort der internationalen Gruppe, einer Bucht auf Kreta.

Die deutschsprachige Sektion von ISTRON veranstaltet jährliche Tagungen und gibt eine Schriftenreihe, bestehend aus mittlerweile 18 Bänden, mit Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht (bei Franzbecker) und 2 Bänden (bei Springer) Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht heraus, um speziell die Lehrenden bei der Implementierung von Modellierungen zu unterstützen. Ziel, sowohl der Tagungen als auch der Schriftreihe, ist es Themen aufzugreifen, die die Lehrerinnen und Lehrer ansprechen und für den Unterricht nutzbar sind.

Auf der Homepage der ISTRON-Gruppe gibt es eine Datenbank, in der in den mittlerweile mehr als 150 Beiträgen aus den ISTRON-Bänden nach Autor, Band oder Stichwort gesucht werden kann – eine einfache Recherchemöglichkeit für Lehrende, die häufig ganz gezielt nach bestimmten Themen zum realitätsbezogenen Mathematikunterricht suchen.

Auch die ISTRON-Fortbildungstage werden gezielt nach den Bedürfnissen der Lehrenden ausgerichtet. Lokale Organisatoren aus dem Kreis der ISTRON-Gruppe nutzen lokale Netzwerke, um gezielt Lehrende einzuladen. So fand z. B. die Tagung im Herbst 2014 in Koblenz statt und wurde von Hans-Stefan Siller organisiert. Die Hauptvorträge beim überwiegend von Gymnasiallehrkräften gut besuchten Lehrertag wurden vom Kollegen Hans-Wolfgang Henn aus Dortmund und Frank Förster aus Braunschweig gehalten.

Wolfgang Henn beschäftigte sich mit der Einkommensteuer aus mathematischer Sicht. Aktuell wird in Deutschland mit einem komplizierten Regelsystem das zu versteuernde Einkommen x bestimmt, aus dem sich der zu zahlende Steuerbetrag $t(x)$ bemisst. Dabei wird im Einkommensteuergesetz $t(x)$ in mehreren Intervallen durch Polynome definiert. Ein solcher „Formeltarif“ ist (fast) einmalig in der Welt und macht die Beschäftigung mit der Einkommensteuer aus mathematischer Sicht sehr interessant. Man betrachtet die Steuerfunktion t als reelle Funktion, um sie so einer mathematischen Analyse zugänglich zu machen. Begriffe wie mittlerer und Grenzsteuersatz, Elastizität, Grund- und Splittingtarif können so mathematisch beschrieben werden.

Frank Förster stellte in seinem Hauptvortrag die Frage „Wofür braucht man das eigentlich?“. Er präsentierte Beispiele und Reflexionen zum Kompetenzbereich Modellieren. Neben Forschungsergebnissen zu Anwendungen von Mathematik sind in die Reflexionen auch Erprobungen von Unterrichtseinheiten, Erfahrungen bei der Erstellung von Schulbüchern und Begleitmaterialien und bei der Förderung mathematisch begabter und rechenschwacher Kinder im Rahmen der Mathematischen Lernwerkstatt der TU Braunschweig mit eingeflossen.

Zusätzlich zu den Hauptvorträgen gab es zwei Workshopschienen und eine Reihe von Sektionsvorträgen.

Doch bei ISTRON geht es nicht nur um die Implementierung der mathematischen Modellierung im Schulalltag. Charakteristisch für ISTRON – im Sinne der Vernetzung, die auch im Logo ausgedrückt wird – ist die Vernetzung von Forschung und Praxis. Daher gibt es auf jeder Tagung auch einen ISTRON-internen Teil, bei dem neueste Forschungsergebnisse ausgetauscht, wesentliche Fragen diskutiert und Projekte vorgestellt werden.

Mehr Informationen zu ISTRON finden Sie auf der Homepage, die neben den Informationen zur Schriftenreihe auch Informationen zu den Tagungen enthält. Haben Sie Interesse bei ISTRON mitzumachen? Über Ihr Interesse freuen wir uns!

Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, Fliednerstraße 21, 48149 Münster

Hans-Stefan Siller, Universität Koblenz-Landau, Mathematisches Institut, Universitätsstraße 1, 56070 Koblenz

E-mail: istron@uni-koblenz.de
www.istron-gruppe.de

GDM Seasonschool 2014 in Hagen

„Ist alle Forschung Entwicklungsforschung?!“

Ulrike Dreher und Rebecca Uhing

Die GDM Seasonschool (bisher Summerschool) für Nachwuchswissenschaftler_innen wurde in diesem Jahr vom 28. 9. bis 2. 10. 2014 in Hagen von der TU Dortmund ausgerichtet. Ihr thematischer Fokus lag auf der fachdidaktischen Entwicklungsforschung, die sich sowohl mit der Entwicklung von Lehr- und Lerngelegenheiten wie auch der Beforschung initiierter Lernprozesse beschäftigt. Zum ersten Kennenlernen wurden einige statistische Daten der Teilnehmer_innen erhoben. Um nur ein Ergebnis zu erwähnen – der südlichste Standort war die Pädagogische Hochschule Freiburg, der nördlichste die Universität Oldenburg. Die 28 Teilnehmerinnen und Teilnehmer starteten mit unterschiedlichen Erwartungen: Während einige bereits Vorstudienergebnisse im Gepäck hatten, befanden sich andere in ihrer allerersten Arbeitswoche und konnten die Seasonschool als Einführung in ihr Vorhaben und Startschuss für eine Ideensammlung nutzen. Bereits am Anreisetag (Sonntag) stellten Prof. Dr. Susanne Prediger und Prof. Dr. Stephan Hußmann (beide TU Dortmund) die inhaltliche Ausrichtung dar durch die Erläuterung des Dortmunder Modells aus dem interdisziplinären Forschungs- und Nachwuchskolleg FUNKEN als exemplarische Ausdifferenzierung der Fachdidaktischen Entwicklungsforschung.

Die Teilnehmer_innen (Foto: Ulrike Dreher)

Am Folgetag wurde der Fokus zunächst auf die Konstruktion bzw. (Weiter-)Entwicklung von Lerngegenständen gelenkt. Zunächst wurde durch Prof. em. Dr. Rudolf Sträßer– der uns die komplette Woche begleitet hat – eine angeleitete Auseinandersetzung mit einer Form der Stoffanalyse initiiert. Unter dem Titel „Systematische Herangehensweisen zur Spezifizierung und Strukturierung von Lerngegenständen“ konnten die Tragweite und Notwendigkeit der intensiven Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand vermittelt und die Metapher: „Kein Stricken ohne Wolle.“ als tragfähiges Konzept zur Hand gegeben werden. Stephan Hußmann gab in einem weiteren Workshop unter dem Titel „Wie empirische Analysen und stoffliche Analysen zusammenhängen können“ einen Einblick in die Umsetzung der didaktischen Rekonstruktion. Im Anschluss erläuterte Susanne Prediger die Design- und Theorieentwicklung, die Entwicklungsforschung anstrebt, indem sie aufzeigte, welche Ergebnisse Forschung im Allgemeinen und Entwicklungsforschung im Speziellen erzielen kann.

Der Dienstagvormittag bot Gelegenheit die eigenen Projekte zu verorten und in Kleingruppen unter den Doktorand_innen vertieft in die fachliche Diskussion zu kommen. An diesem Tag hielten Dr. Susanne Schnell und Dr. Alexander Meyer (TU Dortmund) einen Workshop zum wissenschaftlichen Schreiben, während Rudolf Sträßer dazu passend seine Erfahrungen mit der Publikation in mathematikdidaktischen Journals ergänzte. Anschließend stand die Diskussion mit Expert_innen zu ausgewählten Projekten in mehreren Round Tables im Vordergrund. Es zeigte sich einmal mehr, dass der Austausch zwischen Promovierenden und etablierten Wissenschaftler_innen sehr gewinnbringend ist. Allen teilnehmenden Expert_innen sei an dieser Stelle nochmals herzlich gedankt.

Nachdem wir uns mit der Strukturierung und Spezifizierung von Lerngegenständen als auch mit Möglichkeiten zur Entwicklung lokaler Theorien auseinandergesetzt hatten, verlagerte sich der inhaltliche Schwerpunkt am Mittwoch auf die Analyse von Lehr- Lernprozessen. Während Herr Prof. Dr. Heinz Steinbring (Universität Duisburg-Essen) „Methoden und Hintergründe für epistemologische Lernprozessanalysen“ in seinem Vortrag vermittelte, konnte die Arbeit mit dem epistemologischen Dreieck in einer selbstständigen Arbeitsphase anhand einer vorgestellten Unterrichtssequenz erprobt werden. Im Anschluss thematisierte Prof. Dr. Marcus Nührenbörger (TU Dortmund), welche „Aussagen über Wirkungsweisen und Gelingensbedingungen von Design-Elementen" mit Hilfe der Analyse von Interaktion gewonnen werden können. Am späteren Nachmittag fand bei schönstem Spätsommerwetter ein Ausflug in die Zeche Zollern in Dortmund statt.

Am letzten Tag der Seasonschool gewährte Prof. Dr. Lieven Verschaffel (K. Universiteit Leuven) Einblick in diverse Interventionsstudien und deren jeweiligen Designelemente gemäß eines 10-Punkte-Analyseinstrumentes. Die Präsentationen der Gruppenarbeit und der Austausch erfolgten in dieser Phase auf Englisch, was einen Trainingsanlass auf ganz anderer Ebene geboten hat. Prof. Dr. Christoph Selter (TU Dortmund) bildete mit dem Workshop „Wie Implementationsstrategien eine praxisrelevante Entwicklung ermöglichen" den inhaltlichen Abschluss. Anhand des Projektes PIK AS wurden den Teilnehmer_innen die zahlreichen Faktoren aufgezeigt, die für eine sich durchsetzende Innovation notwendig werden können.

In fünf Tagen intensiven Diskurses, umfassender Vorträge und anregender Workshops konnten für alle Doktorandinnen und Doktoranden für sie wesentliche Fragen angestoßen, vertieft und weitergedacht werden. Aber ist nun alle Forschung Entwicklungsforschung? Natürlich nicht, genau das wurde immer wieder betont und herausgearbeitet. Es wurde für alle Teilnehmer_innen deutlich, dass jede Forschungsfrage je eigene Zugänge benötigt, um beantwortet zu werden. Die Entwicklungsforschung als eine Forschungsrichtung vorzustellen, bot dem einen Teil der Teilnehmer_innen einen vertieften Einblick in die eingeschlagene Forschungsrichtung, den anderen einen absolut gewinnbringenden Blick über den Tellerrand.

An dieser Stelle möchten wir uns bei allen Vortragenden für ihre interessanten Beiträge bedanken. Ein besonderer Dank gilt sowohl Rudolf Sträßer für die kontinuierliche Begleitung und den wertschätzenden Austausch und Susanne Schnell und Alexander Meyer (Nachwuchsvertretung der GDM), die die Organisation vor, während und nach der Seasonschool sehr intensiv, detailreich und wunderbar übernommen haben. Für die Promovierenden untereinander war der Kontakt zu Gleichgesinnten sehr gewinnbringend, sodass der nächste persönliche Austausch bei der GDM-Tagung in Basel 2015 fest terminiert ist.

Ulrike Dreher, Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematische Bildung, Kunzenweg 21, 79117 Freiburg, Email: ulrike.dreher@ph-freiburg.de

Rebecca Uhing, Universität Siegen, Didaktik der Mathematik, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen
Email: uhing@mathematik.uni-siegen.de

Initiative Bottom-Up – Nachtreffen zum Doktorandenkolloquium der GDM

Eileen Angélique Braun, Michael Liebendörfer und Sebastian Schorcht

Vor zwei Jahren, im September 2012, fand in Bad Wildbad das Doktorandenkolloquium der GDM statt. Jetzt, zwei Jahre danach, hatten wir das Bedürfnis, dieses Format zu wiederholen. Auf der Jahrestagung der GDM 2014 fanden sich einige Doktorandinnen und Doktoranden von damals zusammen. Sie initiierten ein Nachtreffen, das alle damals Anwesenden einbeziehen sollte. Stark war der Drang zu erfahren, welche Fortschritte die einzelnen Arbeiten aufzeigten und wohin es die Doktorandinnen und Doktoranden von damals verschlagen hat. Schnell wurde ein zentraler Treffpunkt veranschlagt und Hannover als idealer Standort identifiziert. Die Einladung zum Nachtreffen stieß auf große Zustimmung unter den damaligen Teilnehmerinnen und Teilnehmern.

Doktorandenkolloquien im Allgemeinen sind Treffen, organisiert von Professorinnen und Professoren der GDM. Es bietet sich die Möglichkeit das eigene Promotionsprojekt Expertinnen und Experten vorzustellen. In thematisch passenden Kleingruppen und einem geschützten Rahmen werden konstruktive Rückmeldungen gegeben. Wir, die Teilnehmerinnen und Teilnehmer von damals, empfanden dieses Format als sehr bereichernd für den Fortgang unseres eigenen Dissertationsprojekts und der Arbeit in der wissenschaftlichen

Community. Dabei haben wir folgende bereichernde Punkte besonders in Erinnerung behalten:

- Vorbereitung auf einen Vortrag zwingt zur Strukturierung der eigenen Gedanken;
- Ehrliche und kritische Rückmeldung zu den Methoden und der Stimmigkeit des Inhalts der eigenen Arbeit;
- Die Verteidigung der eigene Arbeit, ohne Rückendeckung durch die Betreuerinnen oder den Betreuer;
- Der geschützte Raum sorgt für den Mut etwas Kritisches zu sagen;
- Kontakt zu Professorinnen und Professoren, außerhalb des eigenen „Dunstkreises“;
- Soziale Kontakte zu neuen Doktorandinnen und Doktoranden von anderen Universitäten;
- Durch die Diskussion fremder Projekte kann man aus Fehlern lernen, noch bevor man sie selbst begeht.

Die in unserem speziellen Fall neue Auflage des Doktorandenkolloquiums, fand am 13. September 2014 statt. Besonderes Augenmerk legten wir dabei auf die ersten drei Punkte unserer Erfahrungsliste. Die Organisation übernahmen Eileen Braun und Christian Dohrmann. Besonderen Dank geht an die Leibniz-Universität Hannover, die uns die Räumlichkeiten durch Michael Liebendörfer zur Verfügung stellte. Für das Treffen wurde – wie auch beim ersten Doktorandenkolloquium – von jeder Teilnehmerin und jedem Teilnehmer ein Abstract angefertigt. Ziel war die Darstellung der momentanen Baustellen im Dissertationsprojekt. Es wurden Vorträge gehalten, Probleme diskutiert und Kapitel vorgestellt. Finanzielle Unterstützung erhielten wir von der GDM, der wir an dieser Stelle herzlich für die erneute Erfahrung danken. Wir sind froh, dass es diese Möglichkeit des produktiven Austauschs gibt.

Mit einem guten Gefühl und anregungsreichen Rückmeldungen verließen wir Hannover wieder. Wir können der wissenschaftlichen Nachwuchsleserin und dem -leser nur empfehlen, solche Formate voll auszuschöpfen.

Eileen Angélique Braun, Universität Münster, Fliednerstraße 21, 48149 Münster
Email: eileen.braun@uni-muenster.de

Michael Liebendörfer, Leuphana Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1, 21335 Lüneburg
Email: liebendoerfer@khdm.de

Sebastian Schorcht, Justus-Liebig-Universität Gießen, Institut Didaktik der Mathematik, Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen
Email: sebastian.schorcht@math.uni-giessen.de

49. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz, in den Gebäuden der Universität Basel 9.–13. Februar 2015

Einladung und Überblick über das Programm

Franco Caluori, Torsten Linnemann, Helmut Linneweber-Lammerskitten, Christine Streit und Christof Weber

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und die Pädagogische Hochschule der Fachhochschule Nordwestschweiz laden vom 9. bis 13. Februar 2015 zur 49. Jahrestagung der GDM nach Basel (Schweiz) ein. Im Rahmen von Vorträgen, Arbeitskreistreffen und Poster-Präsentationen besteht die Möglichkeit, sich über den aktuellen Stand der mathematikdidaktischen Forschung zu informieren, sich mit Kolleginnen und Kollegen auszutauschen und fachbezogen zu diskutieren.

Am Mittwoch findet der *Tag für Lehrerinnen und Lehrer* statt, an dem u. a. vielfältige und praxisrelevante Workshops für Lehrkräfte angeboten werden. Interessierte Lehrerinnen und Lehrer sind hierzu herzlich eingeladen.

Wie schon letztes Jahr in Koblenz soll auch in Basel der intensive Austausch mit dem wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM gepflegt werden. Dazu findet am Dienstag der *Predoctag für den wissenschaftlichen Nachwuchs* mit Vorträgen von nichtpromovierten Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern statt. In diesem Forum sollen Ideen für Forschungs- oder Dissertationsprojekte vorgestellt werden können, die sich noch in der Anfangsphase befinden. Im Vergleich zu anderen Vorträgen ist dabei eine längere Diskussionszeit vorgesehen. Durch diese Rahmenbedingungen sollen Rückmeldungen von möglichst vielen Kolleginnen und Kollegen zu den vorgestellten Forschungsansätzen und -ideen ermöglicht werden. Um die Diskussionen am Predoctag möglichst ertragreich werden zu lassen, werden die Vorträge in inhaltlich zueinander passenden „Schienen" angeordnet und von erfahrenen „Chairs" moderiert, die selbst in dieser oder einer ähnlichen Richtung forschen. Erfahrene Mitglieder der GDM sind, damit dieser Tag seinen Zweck erfüllt, aufgerufen, die Vorträge des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM zu besuchen: einerseits, um neue Forschungsfragen und -ansätze kennenzulernen und andererseits, um in der Diskussion konstruktive Rückmeldungen zu geben.

Auch für die Tagung in Basel konnten kompetente *Hauptvortragende* gewonnen werden, die das Lehren und Lernen von Mathematik aus unterschiedlichen Forschungsperspektiven analysieren und reflektieren. So setzt sich Lisa Hefendehl-

Basel (Foto: Andreas Zimmermann)

Hebeker (Universität Duisburg-Essen) in ihrem Vortrag mit der „Rolle der Mathematik in der Mathematikdidaktik“ auseinander. Anna Sfard (Universität Haifa) wird in „Metaphors in mathematical thinking and in research on mathematical thinking: a prop or a trap?“ über die Rolle, Beziehungen sowie Stärken und Schwächen von Metaphern beim Betreiben und Lernen von Mathematik nachdenken. Kathleen Philipp (Pädagogische Hochschule Zürich) beleuchtet mit ihrem Vortrag „Kinder experimentieren mit Zahlen: eine mathematische Tätigkeit unter der Lupe“ einen spezifischen Aspekt von Mathematiklernen. Fritz Staub (Universität Zürich) stellt in seinem Vortrag „Fachspezifisches Unterrichtscoaching in der Aus- und Weiterbildung“ einen Ansatz zur Gestaltung praxisbezogener Lernsettings vor. Den Abschluss der Tagung bildet der Vortrag „Skalierbare Themen im Mathematikunterricht“ von Norbert Hungerbühler (ETH Zürich), in dem er ein Thema vorstellt, das sich in aufsteigender Komplexität, Anwendbarkeit, Methodenvielfalt und Tiefe vom Kindergarten bis hin zur aktuellen mathematischen Forschung bearbeiten lässt.

Den Kern der Jahrestagung in Basel bilden jedoch die zahlreichen Vorträge, die im Rahmen von moderierten Sektionen oder als Einzelbeiträge stattfinden und über aktuelle Forschungsprojekte in der Mathematikdidaktik informieren.

Nicht zuletzt bietet Basel, die Geburtsstadt der Bernoullis und von Euler, viele Sehenswürdigkeiten und ein buntes kulturelles Angebot. Ausführlichere Informationen zur 49. Jahrestagung der GDM sowie zur Anmeldung finden Sie unter www.gdm2015.ch.

Als Veranstalter der Tagung freuen wir uns darauf, Sie vom 9. bis 13. Februar 2015 im Kollegiengebäude der Universität Basel begrüßen zu dürfen!

Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs seitens der Nachwuchsvertretung

Georg Bruckmaier, Raja Herold, Alexander Meyer, Angel Mizzi, Christine Plicht, Stefanie Rach, Florian Schacht, Susanne Schnell, Sebastian Schorcht, Ulrike Siebert und Daniel Thurm

Erfreulicherweise hat sich in den letzten Jahren die Anzahl an Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftlern in der Mathematikdidaktik erhöht. Für diesen Personenkreis ist aus unserer Sicht ein breiteres Angebot an speziellen Fördermaßnahmen hilfreich, um das Erlernen wissenschaftlichen Arbeitens und das Hineinwachsen in die Community zu erleichtern. Solche Angebote werden in vielfältiger Weise durch die GDM gefördert, zum Beispiel indem die Gesellschaft die beiden Veranstaltungen Doktorandenkolloquium und Summerschool finanziell unterstützt. Nicht zuletzt wird auch in Basel wieder ein *Predoc-Tag für den wissenschaftlichen Nachwuchs* durchgeführt (siehe oben).

Diese Maßnahme der GDM wird durch mehrere Aktivitäten der Nachwuchsvertretung – Promovierenden und Postdocs verschiedener Einrichtungen – ergänzt. Da wir selbst noch promovieren oder erst vor kurzem promoviert haben, sind wir mit den besonderen Bedürfnissen des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM bestens vertraut. Wir bemühen uns deshalb um die Unterstützung der Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler der GDM. Unter dem Begriff „wissenschaftlicher Nachwuchs“ verstehen wir dabei nicht nur alle Personen, die in der Mathematikdidaktik promovieren, sondern auch Postdocs, die ihre Promotion vor kurzem abgeschlossen haben und auch danach wissenschaftlich weiterarbeiten. Unsere Bemühungen sind darauf ausgerichtet, für beide Gruppen unterstützende Angebote zu schaffen. Dazu bieten wir einerseits selbst Workshops an, in denen wir unsere eigenen Erfahrungen zum Beispiel zur Literaturrecherche oder zum wissenschaftlichen Schreiben weitergeben; andererseits organisieren wir Fortbildungsangebote beispielsweise zu Karrierewegen nach der Promotion. Hierzu konnten wir renommierte Expertinnen und Experten gewinnen.

Unsere Workshops und Fortbildungsangebote finden – aus organisatorischen und finanziellen Gründen – jeweils auf der Jahrestagung der GDM statt. Für die Jahrestagung 2015 in Basel setzt sich unser Angebot aus „alt Bewährtem“ und „neu Konzipiertem“ zusammen. Die folgenden bewährten Angebote sind in den letzten Jahren auf positive Resonanz gestoßen:

(a) *Nachwuchstag* vor der Tagung. Diese Aktivität bietet für Doktorandinnen und Doktoranden zu Beginn ihrer Promotion die Möglichkeit, Tipps und Tricks zu wissenschaftlichen Arbeitsprozessen zu erhalten, Probevorträge zu halten und andere Promovierende aus dem deutschsprachigen Raum kennenzulernen.

(b) *Talkrunde* vor der Tagungseröffnung. In dieser Talkrunde diskutieren Henrike Allmendinger und Benjamin Rott mit den Promovierenden. Beide haben ihre Promotionszeit erfolgreich abgeschlossen und beantworten Fragen wie „Welche Herausforderungen sind in der Promotionszeit zu bewältigen?“ oder „Welche Berufswege stehen nach der Promotion offen?“.

(c) *Expertinnen- und Experten-Sprechstunde*, individuell während der Tagung: Promovierende können in Einzelgesprächen mit erfahrenen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern das eigene Promotionsprojekt diskutieren.

(d) *Kneipenabend.* Dieses soziale Ereignis für Promovierende und Postdocs dient dem gegenseitigen Kennenlernen. Startpunkt ist das Tagungsgelände in Basel (Haupteingang am Petersplatz). Adresse der Kneipe wird zeitnah auf der Madipedia-Seite „Nachwuchsvertretung der GDM" veröffentlicht.

Des Weiteren bieten wir auf der GDM-Tagung 2015 neu an:

(e) *Postdoc-Workshop*, während der Tagung. Da wir unter wissenschaftlichem Nachwuchs auch Postdocs kurz nach ihrer Promotionszeit verstehen, bieten wir eine spezielle Fördermaßnahme für diesen Personenkreis an. Eines der Ziele der Postdoc-Phase ist es, die eigene wissenschaftliche Karriere durch entsprechende Publikationen zu gestalten. Für dieses Thema konnten wir Rudolf Sträßer gewinnen, der die Chancen und Herausforderungen beim Publizieren wissenschaftlicher Texte in einem Postdoc-Workshop beleuchtet. Im Anschluss an diesen Workshop soll ein kurzer Postdoc-Dialog stattfinden, um Bedürfnisse der Postdocs für weitere Fortbildungsangebote diskutieren zu können.

(f) *Informationsveranstaltung „Publizieren – wie denn?"*, während der Tagung. Die zweite neue Aktivität richtet sich an Promovierende und Postdocs. Für die Informationsveranstaltung zum Publizieren konnten wir Aiso Heinze und Gabriele Kaiser gewinnen, die Fragen beispielsweise zum Prozedere beantworten werden.

Informationen zu allen Aktivitäten finden sich auf der Tagungshomepage der GDM 2015 oder auf der Madipedia-Seite der Nachwuchsvertretung. Wir laden den wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM hiermit herzlich ein, an unseren Angeboten teilzunehmen!

▷ http://gdm2015.ch/programm/tagungsprogramm/nachwuchsprogramm/

▷ http://madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM

MACAS – Jubiläumssymposium an der PH Schwäbisch Gmünd

28.–30. Mai 2015

Astrid Beckmann

Die Symposiumsreihe *MACAS – Mathematics And It´s Connections To The Arts And Sciences* kehrt zum zehnjährigen Jubiläum 2015 wieder an ihren Gründungsort PH Schwäbisch Gmünd zurück.

Alle GDM-Mitglieder und interessierte internationale Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aus Mathematik und allen anderen Disziplinen mit einem Forschungsbezug zur Mathematik sind herzlich eingeladen.

Mit dem MACAS-Symposium möchten wir Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler zusammenzubringen, die sich mit der Verbindung von Kunst, Natur- und Geistes-/Gesellschaftswissenschaften in Bildungskontexten befassen, die die Rolle der Mathematik in interdisziplinären Anwendungsfragen untersuchen und die z. B. folgende Fragen bewegen:

- Theoretische Untersuchungen zur Beziehung zwischen Mathematik, Kunst und Naturwissenschaften;
- Curriculare Ansätze zur Integration von Mathematik und Naturwissenschaften;
- Bedeutung des mathematischen Modellierens und der Interdisziplinarität für das Mathematiklernen;
- Bedeutung von Kunst und Geisteswissenschaften für das Verstehen der Zusammenhänge zwischen Kunst, Geistes-/Gesellschaftswissenschaften und Mathematik in Alltagssituationen;
- Interkulturelle Dimension von Mathematik.

Anmeldungen sind bis zum 31. März 2015 möglich. Es ist vorgesehen, ausgewählte Vorträge in einem Tagungsband zu veröffentlichen.

Weitere Informationen:
www.macas.ph-gmuend.de

Einladung zur 13. Tagung Allgemeine Mathematik: Mathematik und Gesellschaft

Philosophische, didaktische und historische Perspektiven

Universität Gießen, Siegen und Wuppertal – Schloss Rauischholzhausen, 18.–20. Juni 2015

Mit der Tagung „Mathematik und Gesellschaft" wird die Tagungsreihe „Allgemeine Mathematik" fortgeführt, die in Darmstadt 1995 begonnen wurde. Die Tagungen sollen dazu beitragen, eine breite Diskussion über Mathematik und ihre Bedeutung für die Allgemeinheit zu fördern; dabei soll es vor allem um eine Reflexion des Selbstverständnisses der Mathematik, ihres Verhältnisses zur „Welt" sowie um Fragen nach Sinn und Bedeutung mathematischen Tuns gehen.

In diesen Rahmen ist auch das Thema „Mathematik und Gesellschaft" einzuordnen. Auf der kommenden Tagung sollen u. a. aus philosophischer, didaktischer und historischer Perspektive Fragen diskutiert werden wie:

- Inwiefern ist Mathematik prägend für unsere Gesellschaft? Wie kann die zunehmende Mathematisierung moderner Gesellschaften beschrieben und bewertet werden? Welchen Einfluss hat sie auf den einzelnen Menschen? Welchen Einfluss haben mathematische Beschreibungen und mathematische Rationalitätskonzepte auf unser menschliches Leben?
- Welche Ansprüche an mathematische Bildung ergeben sich aus dem Verhältnis von Mathematik und Gesellschaft? Welche (individuellen) Sichtweisen auf die Rolle von Mathematik in unserer Gesellschaft sind hilfreich und wie könnten sie im Mathematikunterricht gefördert werden? Welchen Einfluss haben Schule und Mathematikunterricht auf die gesellschaftliche Rolle von Mathematik?
- Wie hat sich das Verhältnis von Mathematik und Gesellschaft historisch entwickelt? Ergeben sich aus der historischen Betrachtung Hinweise, was die aktuelle Situation ausmacht? Wie kam der Mathematikunterricht historisch zu seiner Stellung?

Um die Diskussion dieser Fragen breit anzuregen, wird die Tagung mit folgendem Format stattfinden: Es werden sechs eingeladene Vortragende das Thema aus jeweils einer der drei Perspektiven entfalten. Aus den beiden anderen Perspektiven wird je eine Reaktion zu jedem Vortrag erfolgen. Im Anschluss daran folgt eine intensive, gemeinsame Diskussionszeit. Zudem werden in drei Kurzvorträgen Außensichten auf Mathematik und Gesellschaft eingenommen, die sowohl die fachmathematische Perspektive, wie auch Anwenderperspektiven einbeziehen. Diejenigen Teilnehmer, die nicht für einen Vortrag oder eine Reaktionen angefragt wurden, haben die Möglichkeit einen eigenen Kurzbeitrag als Poster oder Kurzreferat (von maximal 7 Minuten) während der Abendgespräche einzubringen. Reichen Sie bitte ggf. einen Abstract bei der Tagungsanmeldung ein.

Mit der Tagung sollen Wissenschaftler und Wissenschaftlerinnen sowie wissenschaftlich Interessierte aus unterschiedlichen Bereichen wie vor allem der Mathematik, Didaktik, Philosophie, Geschichte, Erziehungswissenschaft, Informatik und anderen Anwendungsbereichen der Mathematik zusammen gebracht werden, um einen fruchtbaren Gedankenaustausch zur gesellschaftlichen Rolle der Mathematik aus „allgemeiner Sicht" zu initiieren. Die Tagung richtet sich auch an interessierte Lehrerinnen und Lehrer.

Die Herausgabe eines Sammelbandes mit den ausgearbeiteten Vorträgen der Tagung und ergänzenden Beiträgen zum Tagungsthema ist geplant.

Veranstalter der Tagung sind: Prof. Dr. *Katja Lengnink* (Universität Gießen), Dr. *Markus Helmerich*, Prof. Dr. *Gregor Nickel*, *Martin Rathgeb* (Universität Siegen) Prof. Dr. *Ralf Krömer* (Universität Wuppertal).

Die elektronische Anmeldung (bis zum 1. 3. 2015) sowie weitere Informationen zur Tagung finden Sie unter www.uni-giessen.de/cms/allgmath2015

Für Rückfragen

Prof. Dr. Katja Lengnink, Universität Gießen
Karl-Glöckner-Straße 21c, 35394 Gießen
E-mail: katja.lengnink@math.uni-giessen.de
Tel: +49 (0)641 99 32 220 (Sekretariat Angelika Joester)

Uwe Gellert und Michael Sertl (Hrsg.): Zur Soziologie des Unterrichts: Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses

Rezensiert von David Kollosche

Mit ihrem Sammelband *Zur Soziologie des Unterrichts* bieten die Herausgeber Uwe Gellert und Michael Sertl einen empfehlenswerten Einblick in mathematik- und allgemeindidaktische Forschungsansätze, die auf der Soziolinguistik des Engländers Basil Bernstein aufbauen. Die Fruchtbarkeit dieser Ansätze liegt darin, dass sie aus der gesellschaftlichen Bedingtheit von Sprache eine Soziologie des Lernens ableiten, die neue Erklärungs- und Forschungsansätze ermöglichen. Anlass der Publikation ist, der – trotz umfangreicher internationaler Beachtung – weitgehenden Unbekanntheit von Bernsteins Theorien zu Schule und Unterricht entgegenzuwirken und seine Theorie und deren Nutzen dem deutschsprachigen Publikum zugänglich zu machen. Dazu enthält der Sammelband auch eine Reihe sorgsam ins Deutsche übersetzter, ursprünglich englischsprachiger Texte. In drei Teilen präsentiert der Sammelband

- eine Einführung in Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes und des pädagogischen Dispositivs,
- fachdidaktische Adaptionen und Weiterentwicklungen von Bernsteins Theorie und
- Anwendungen dieser in empirischen Studien, vornehmlich aus dem Bereich der Mathematikdidaktik.

Die folgende Rezension soll ebendieser Gliederung folgen.

Ein kurzer Einblick in Basil Bernsteins Denken

Basil Bernstein (1924–2000) entstammt einer jüdischen Einwandererfamilie in London und begann nach dem Zweiten Weltkrieg unter schwierigen wirtschaftlichen Bedingungen ein Studium der Soziologie. Später promovierte er sich und wurde schließlich 1967 auf den Lehrstuhl für 'Sociology of Education' am renommierten Institute of Education der University of London berufen. Im deutschsprachigen Raum ist er vor allem durch die soziolinguistische Code-Theorie bekannt. Dieser Arbeit schlossen sich jedoch zahlreiche Studien zur Soziologie des Unterrichts an, die teilweise noch nicht ins Deutsche übersetzt wurden.

Im ersten Beitrag des Buches präsentieren Michael Sertl und Nikola Leufer auf 48 Seiten eine „Zusammenschau" von „Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes und des pädagogischen Diskurses". Dabei spannen sie einen Bogen von der soziolinguistischen Code-Theorie über deren Verallgemeinerung zu einer Theorie der pädagogischen Codes hin zur Theorie des pädagogischen Dispositivs. Dabei gelingt es Sertl und Leufer, das Potential von Bernsteins zuweilen abstrakten Theorien verständlich und gewissenhaft darzulegen.

Für das Verständnis der weiteren Beiträge möchte ich den waghalsigen unmöglichen Versuch unternehmen, einige zentrale Ideen Bernsteins in wenigen Sätzen zusammenzufassen. Der Ankerpunkt von Bernsteins Denken ist die Annahme, dass das Verständnis von Sprache, Denken und Handeln nicht allein vom Denkvermögen bedingt ist, sondern vielmehr von der Eingebundenheit eines Menschen in spezifische Gesellschaftsgruppen. So konnte Bernstein zeigen, dass Sprache je nach Zugehörigkeit zur Arbeiter- oder Mittelschicht eher einem *restringierten Sprachcode* folgt, d. h. ihre Kommunikation kontextgebunden blieb und nur durch gleiche Erfahrungen verstanden werden konnte, oder aber einem *elaboriertem Sprachcode*, welcher durch eine universalistisch-kontextunabhängige Sprache geprägt ist. Später spricht Bernstein verallgemeinernd von *pädagogischen Codes*, die jeweils charakterisiert seien durch den Grad der Explizitheit ihrer *Klassifikation*, d. h. ihrer Abgrenzung gegenüber anderen Codes (etwa Fachsprache vs. Alltagssprache), und ihrer *Rahmung*, d. h. ihrer Steuerung (etwa bzgl. Inhalt, Tempo und Sozialform). Der Unterrichtserfolg des Schülers hängt dann davon ab, inwiefern er den jeweils erwarteten Code *erkennen* und *realisieren* kann. Ausgehend von der Frage, wie solche Codes entstehen, gelangt Bernstein schließlich zur Theorie des *pädagogischen Dispositivs*. Dieses enthält Regeln zur *Distribution* von Wissen auf soziale Akteure, zur *Rekontextualisierung* von Wissen für den pädagogischen Diskurs sowie *Evaluationsregeln*, die die Kriterien für erfolgreiches Lernen angeben.

Brisant ist nun, dass die Voraussetzungen für das Erkennen und Realisieren von Erwartungen sozial unterschiedlich verteilt ist. So sprechen etwa Arbeiterkinder eher im restringierten Code und haben Schwierigkeiten, nicht explizit gemachte Erwartungen zu erkennen und zu realisieren, während dies Mittelschichtkindern, die eher im in der Schule gepflegten elaborierten Code sprechen, auf Grund ihrer sprachlichen Sozialisation deutlich leichter gelingt. Das pädagogische Dispositiv benachteiligt also systematisch bestimmte Schülergruppen, deren Zugang zu Bildung dadurch erschwert wird. Der ethischen und ökonomischen Brisanz dieses Befundes entgegenzuwirken war stets auch ein Antrieb von Bernsteins Schaffen. Nicht zuletzt deshalb bemühte er immer wieder theoretische Verknüpfungen mit kritischen Soziologen, vor allem mit Émile Durkheim, aber auch mit Pierre Bourdieu und Michel Foucault.

Als Beispiel für die Anwendung von Bernsteins Theorie präsentieren Sertl und Läufer das folgende Beispiel aus einer Studie Bernsteins: Achtjährige Kinder wurden aufgefordert, 24 Bildkarten mit unterschiedlichen Nahrungsmitteln zu gruppieren, wobei erwartet wurde, dass die Kinder dies nach objektiven Kriterien (bspw. Gemüse, Milchprodukte etc.) vollziehen würden. Während dies Kindern der Mittelschicht durchaus gelang, sortierten Kinder der Arbeiterschicht nach subjektiven Kriterien, die nur für ihr soziales Umfeld nachvollziehbar sind, etwa danach, was sie mögen oder was es in ihrer Familie zum Frühstück gibt. Während die Erwartungen also stark klassifiziert und gerahmt waren – man erwartete ja einen elaborierten Text im Rahmen eines pädagogischen Diskurses – wurde dies durch die Aufgabenstellung nicht deutlich. Bildungsferne Kinder hatten daher kaum eine Chance, die Erwartungen zu erkennen, von ihren subjektiv-familiären Antworten abzusehen und eine legitime Antwort zu realisieren. Warum schulische Aufgaben dennoch in dieser Form gestellt werden, ist dann eine Frage des pädagogischen Dispositivs.

Angemerkt sei schließlich, dass der Sammelband auch die letzte große Weiterentwicklung in Bernsteins Theorie, jene hin zu einer wissenssoziologischen Diskurstheorie, durch eine erstmalige Übersetzung von Bernsteins Essay "Vertical and Horizontal Discourse" zugänglich macht.

Theoretische Weiterentwicklungen und Adaptionen

Den zweiten Teil des Sammelbandes bilden folgende Beiträge, die die Bildungssoziologie Bernsteins mit dem Ziel einer Anwendung auf die Analyse von (Mathematik-)Unterricht weiterentwickeln:

- Hauke Straehler-Pohl und Uwe Gellert nutzen Bernsteins Klassifikationsbegriff zur Analyse von Interaktion im Mathematikunterricht. Dabei stellen sie zunächst die Analyse von Mathematikschulbüchern von Bernsteins Doktoranden Paul Dowling vor, um anschließend ihre eigene Adaption des Klassifikationsbegriffs vorzustellen. Mit letzterer gelingt es Straehler-Pohl und Gellert, ein theoretisches Werkzeug zur Unterscheidung von Unterrichtsinteraktionen nach der Abgegrenztheit ihres Unterrichtsinhalts, ihrer sprachlichen Mittel und ihrer praxeologischen Organisation vorzulegen, mit dessen Hilfe sich schließlich Verständnisschwierigkeiten im Mathematikunterricht beschreiben lassen.
- Ana Morais und Isabel Neves bauen Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes aus, um ein Modell zur Bewertung von naturwissenschaftlichem Unterricht zu erstellen und die Frage zu beantworten, „wie – insbesondere für benachteiligte Schülerinnen und Schüler – das Lernen verbessert werden kann, ohne eine Verringerung der inhaltlichen Anforderungen in Kauf nehmen zu müssen" (S. 119). Sie können an Hand zahlreicher Studien nachweisen, dass ein Unterricht mit expliziten Evaluationskritierien, offenen Kommunikationsstrukturen, schwacher Raumaufteilung, starken intradisziplinären Verbindungen, Temposteuerung durch die Lernen und Sequenzierung der Inhalte durch die Lehrkraft besonders lernförderlich ist. Schließlich deuten Marais und Neves eine Anwendung ihres Modells in den Bereichen der Hochschulbildung und der Lehrpläne an.
- Gabriele Höhns zeigt auf, wie Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes in die Untersuchung von Berufsbildung im dualen System Deutschlands integriert werden kann und bietet damit einen Blick über den Tellerrand der allgemeinbildenden Schule hinaus.
- Uwe Gellert erläutert die Funktionsweise des pädagogischen Dispositivs am Beispiel der Spannungen zwischen Anwendung und Abstraktheit im Mathematikunterricht. Seine zahlreichen Beispiele helfen dabei, die zentralen Begriffe der Theorie zu verstehen und ihr Potential zur Erklärung von Lernschwierigkeit im Mathematikunterricht zu entdecken. Gellert legt überzeugend dar, wie eine *visible pedagogic practice*, d. h. eine Explizierung der Strukturierungsmerkmale von Unterricht, vielen Schülern Lernerfolge und Teilnahme am Unterricht erst ermöglicht.
- Ausgehend von der Feststellung, dass Unterrichtserfolg nicht nur von äußeren Bedingungen, sondern vor allem von der Unterrichts-

philosophie der Beteiligten abhängt, nutzt Jill Bourne Bernsteins Konzept des vertikalen Diskurses, um die Rolle des Lehrers bei der Übermittlung und Aneignung von ‚Bildungssprache' zu untersuchen und schließlich eine „sichtbare radikale Pädagogik" (S. 208) zu fordern.

Anwendungen bestehender Theorien in empirischen Studien

Der letzte Teil des Sammelbandes umfasst Beiträge, welche die Theorien Bernsteins oder deren im vorherigen Teil vorgestellten Weiterentwicklungen und Adaptionen zur Durchführung und Auswertung empirischer Studien nutzt:

- Christine Knipping untersucht die Entstehung von Leistungsunterschieden im Mathematikunterricht zu Schulbeginn. Sie unterscheidet Unterrichtsdiskurse an Hand der Klassifikation der behandelten Praxis (Verfahren, Algorithmen) und des dahinterstehenden Logos (Begründung des Verfahrens) und zeigt an Hand von Unterrichtstransskripts, wie Probleme beim Erkennen und Realisieren des jeweiligen Diskurses Leistungsunterschiede hervorbringen.
- Ursula Hoadley legt mit Hilfe von Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes und an Hand von Unterrichtstransskripten aus der dritten Klasse dar, wie schichtspezifische Leistungsunterschiede im Mathematikunterricht Südafrikas reproduziert werden. Im Zentrum ihres Beitrags steht vor allem das Lehrerhandeln.
- Hauke Straehler-Pohl zeigt an Hand von Anwendungsaufgaben und transkribierten Interaktionen aus dem Mathematikunterricht einer Berliner Hauptschule, wie im Mathematikunterricht ein legitimer Kommunikationscode konstruiert wird und in der Reibung mit diesem Leistungsunterschiede unter den Schülern entstehen.
- Anke Walzebug nutzt Bernsteins Theorie der Sprachcodes, um an Hand von Mathematikaufgaben aus TIMSS und ihrer Bearbeitung zu untersuchen, wie anstelle von kognitiven Hürden auch oder vornehmlich sprachliche Hürden den Unterrichtserfolg bestimmter Schüler erschweren.

Resümee

Der vorliegende Sammelband leitet den Leser in wohlverträglichen Portiönchen sprachlich und inhaltlich souverän durch das theoretische Dickicht der Bernsteinschen Soziolinguistik. Belohnt wird der Leser durch die zahlreichen Beispiele, vornehmlich aus dem Mathematikunterricht, welche Bernsteins Begriffe und traditionell mathematikdidaktische Fragen erhellend zusammenführen. Selten zeigt sich so transparent wie hier, wie eine Theorie aus den Bezugswissenschaften der Mathematikdidaktik aufgegriffen und für die Analyse von Mathematikunterricht angepasst wird.

Empfehlenswert ist diese Lektüre keineswegs nur für jene, die speziell an der sozioökonomischen Bedingtheit von Leistung im Mathematikunterricht interessiert sind. Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes und ihre Adaption für den Mathematikunterricht lehren stattdessen etwas sehr allgemeines darüber, wie jedermann Mathematik verstehen oder missverstehen kann und wo sich Hürden aufbauen, die Erfolg im Mathematikunterricht erschweren. Damit halten die vorliegenden Beiträge schließlich unserer eigenen Praxis des ‚Mathesprechs', wie wir es etwa beim Formulieren von Aufgaben oder in der unterrichtlichen Interaktion pflegen, einen erfrischend kritischen Spiegel vor, in den zu blicken ich wärmstens empfehlen kann.

Gellert, Uwe & Michael Sertl (Hrsg.): *Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses.* Beltz Juventa, Weinheim 2012, 314 S., ISBN 978-3-7799-1588-1, € 34,95

David Kollosche, Universität Potsdam, Institut für Mathematik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Email: david.kollosche@uni-potsdam.de

Jürgen Kühl: Recheneinschreibebücher aus Schleswig-Holstein (1609–1867)

Rezensiert von Stefan Deschauer[1]

Nicht nur der historisch interessierte oder versierte Leser dürfte mit dem Begriff „Rechenbuch“ und seinen Inhalten vertraut sein, aber was aber ein Recheneinschreibebuch ist, bedarf wohl noch einer Erklärung: Ein Recheneinschreibebuch ist ein Heftmanuskript, das die Rechnungen und Lösungen zu den Aufgaben eines vorliegenden Rechenbuchs (möglichst vollständig und systematisch) enthält.

Offenbar haben gerade im Norden viele Schüler solche Recheneinschreibebücher angelegt, zumal es eine Vielzahl (über 60) von Rechenbüchern gab, die in den Herzogtümern Schleswig und Holstein entstanden sind oder verbreitet waren. Dennoch muss es überraschen, dass Herr Kühl, bis zu seiner Pensionierung 1992 Leiter eines Gymnasiums in Bad Oldesloe und immer noch in Geschichte und Didaktik der Mathematik aktiv, in 15-jähriger Suche über 200 Recheneinschreibebücher gefunden hat. Darüber hinaus hat er sich mit all diesen Manuskripten eingehend beschäftigt, sie analysiert, kommentiert und katalogisiert. Aus all diesen Bemühungen ist eine wahrhaft bibliophile Ausgabe entstanden – als Band 122 der „Quellen und Forschungen zur Geschichte Schleswig-Holsteins“, herausgegeben von der Gesellschaft für Schleswig-Holsteinische Geschichte.

Was hat den Autor bewogen, sich dieser mühseligen Arbeit zu unterziehen, deren Ergebnis er im Untertitel in bestem norddeutschen Understatement wiedergibt: „Ein kommentierter Katalog“? Es ist wohl das, was auch den Leser fasziniert, wenn er dieses 352 Seiten starke Buch in die Hand nimmt, darin blättert und ständig in Gefahr läuft, sich „festzulesen“: Da gibt es auf der einen Seite Hefte, die eher oberflächlich geführt wurden und bei deren Lektüre sich zeigt, dass der Schüler stellenweise überfordert war, auf der anderen Seite aber auch solche, die von einem ganz beachtlichen mathematischen Niveau des Bearbeiters zeugen und den heutigen Leser eventuell sogar vor Herausforderungen stellen, dazwischen natürlich auch ein weites Mittelfeld – da gibt es graphisch schlicht gestaltete Manuskripte bis hin zu herausragenden kalligraphischen Leistungen und auch solche mit Sinnsprüchen, Lehrversen und anderen Einschüben.

Nicht bei allen Recheneinschreibebüchern konnte die bearbeitete Quelle, das zugrunde gelegte Rechenbuch, identifiziert werden. Andererseits steht fest, dass fast alle Manuskripte, die sich mit algebraischen und geometrischen Aufgaben befassen und weit über das kaufmännische Rechnen hinausgehen, im Zusammenhang mit der 1690 gegründeten Kunstrechnungsliebenden Societät in Hamburg stehen, der der Autor einen eigenen Abschnitt in seinem Buch widmet. Er stellt dort die Entstehungsgeschichte, die weitere Entwicklung und die Liste der bis 1850 eingetretenen Mitglieder dar. Schließlich ist aus der Societät die wissenschaftlich weltweit angesehene Mathematische Gesellschaft in Hamburg entstanden.

Kühl hat einige besondere Handschriften herausgestellt, etwa die Bearbeitungen von Personen, die später in Schleswig-Holstein und teilweise auch darüber hinaus bekannt geworden sind: u. a. von Peter Sievert, Kirch- und Schulbedienter, Niss Hoyring, dem späteren Landvermesser, Peter Kier, dem späteren Dorfpastor, Klaus Groth, dem niederdeutschen Dichter, Johann Gripp, dem späteren Kirchspielvogt und Wilhelm F. C. Toosbüy, dem späteren Oberbürgermeister von Flensburg. Auch ließen sich einige Gruppen von Handschriften identifizieren, wie z. B. die Husumer Handschriften oder die Langenhalser Schule in den Elbmarschen. (Auf Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden.) Eine Besonderheit sind auch die Navigationseinschreibebücher (Navigationsschriften), sozusagen ein Seitenzweig der Recheneinschreibebücher. Hier kann der Autor 23 Funde vermelden, darunter 6 in Dänisch und 1 in Niederländisch, und teilweise auch die zugehörigen Navigationslehrbücher identifizieren. Im Buch ist das Titelblatt des Hefts eines gewissen Hans Hansen aus

[1] Die vorliegende Rezension ist bereits im Jahrbuch 2014 des Adam-Ries-Bundes erschienen.

Flensburg, geschrieben 1851, wiedergegeben, der dort seinen Patriotismus für Dänemark mit einer Krone und zwei gekreuzten dänischen Wimpeln zum Ausdruck bringt. (Auch das Schiff am unteren Bildrand ist reichhaltig dänisch geflaggt.) Das Herzogtum Schleswig, das natürlich auch das frühere Nordschleswig umfasste, war historisch ein Zankapfel zwischen Preußen und Dänemark, woran man sich im letzten Jahr erinnerte, dem 150. Jahr des Gedenkens an den Preußisch-Dänischen Krieg. So hat der Autor etliche Funde jenseits der heutigen Grenze, in Nordschleswig, machen können.

Die Funktion der Recheneinschreibebücher im bzw. für den Unterricht war offenbar uneinheitlich, sie können aber mit Sicherheit nicht vollständig in den Schulstunden entstanden sein. Die Erstellung der Handschriften, die enormen zusätzlichen häuslichen Aufwand erforderte, wurde wohl sehr oft vom Lehrer betreut, wie Kühl an entsprechenden Einträgen nachweisen konnte.

Das älteste schleswig-holsteinische Recheneinschreibebuch stammt aus dem Jahre 1609 und bezieht sich auf Franciscus Brasser, Ein nye Rekensboeck, wahrscheinlich auf die Ausgabe von 1594. Dieser „Lehrer von allen deutschen Seestädten“ (nach einem Wort von Ulrich Reich) war offenbar zunächst auch in ganz Schleswig-Holstein dominant. Warum die Schüler dann nach über 250 Jahren (1867) ziemlich plötzlich die Fertigung der Handschriften einstellten, ist bisher nicht bekannt.

Die schleswig-holsteinischen Recheneinschreibebücher befinden in deutschen und dänischen Archiven, Bibliotheken, Museen, aber auch in Privathand, wo ihre Bedeutung oft nicht erkannt wird und evtl. notwendige konservatorische Maßnahmen nicht möglich sind.

Natürlich stellt sich die Frage, ob auch anderswo Recheneinschreibebücher aufgetaucht sind. Seit den Arbeiten von Gerhard Becker (1994, 2007) ist bekannt, dass es auch in Niedersachsen zahlreiche entsprechende Belege gibt. Deutschlandweit wurde der älteste Fund in Nürnberg (1550) gemacht. Leider geht Kühl nicht auf weitere Funde ein, die ihm aber bekannt sind, weil er vermutet, dass die Anfertigung solcher Bücher im gesamten deutschsprachigen Raum üblich war. Hier ergibt sich noch eine lohnenswerte und umfangreiche Aufgabe für die mathematikhistorische Forschung.

Auf diese Aufgabe kann das wunderschöne Buch von Herrn Kühl wirklich Appetit machen. Es sei noch erwähnt, dass die Lektüre durch ein aussagekräftiges, gegliedertes Register erleichtert wird. Hier hätte parallel zur Geometrie auch noch die Algebra Aufnahme finden können.

Kühl, Jürgen: *Recheneinschreibebücher aus Schleswig-Holstein (1609–1867)*. Ein kommentierter Katalog. Quellen und Forschungen zur Geschichte Schleswig-Holsteins, Bd. 122. Wachholtz Verlag, Neumünster/Hamburg, 2013, 352 S., ISBN 978-3-529-02222-7, € 32,00

Stefan Deschauer, TU Dresden, Fachrichtung Mathematik, Professur Didaktik der Mathematik, 01062 Dresden
Email: stefan.deschauer@tu-dresden.de

Timo Leuders u. a. (Hrsg.): matheWerkstatt 7 – Schulbuch

Rezensiert von Thomas Jahnke

Vorweg

Es ist einfach, Schulbücher zu zerpflücken, abfällig zu kommentieren oder gar sich über sie lustig zu machen. Ich habe selbst an zahlreichen Schulbüchern mitgearbeitet, so dass ich auch von innen heraus weiß, dass ihre Erarbeitung und Produktion diversen inneren und äußeren Vorgaben, Bedingungen und Zwängen – nicht zuletzt denen der Verkäuflichkeit – unterliegt. Es geht mir im Folgenden also nicht um eine billige oder unbillige Schulbuchschelte. Eine puristische Betrachtungsweise ist nicht angebracht und führt ins Leere. Das ideale Schulbuch gibt es nicht: zu unterschiedlich sind mögliche Konzeptionen, Ziele und Einsatzmöglichkeiten; der Versuch, allen Ansprüchen zu genügen, muss scheitern. Es geht mir im Folgenden also nicht um eine Defizitanalyse, welche Wünsche das betrachtete Schulbuch nicht erfüllt, sondern schlichter um eine Charakterisierung: wie ist das vorliegende Werk angelegt, was bietet es den Schülerinnen und Schülern, den Lehrerinnen und Lehrern?

Schulbücher ‚machen' keinen Unterricht, sie sind eher liturgische Vorlagen für ihn und geben eine konditionierte Auskunft über die Spielarten der zeitgeistlichen Verfassung der Schulmathematik und ihrer Didaktik. Unsere Mathematikschulbücher sind im Laufe der Jahrzehnte bunter geworden, ihre Optik steht hinter der von Illustrierten und Webseiten (wenn man einmal von deren ubiquitären Pop-Up-Werbung absieht) nicht mehr zurück, ihre Seiten wimmeln von Photographien, Comicelementen, Graphiken, lustigen, historischen und lehrreichen Bemerkungen in Randspalten, einer Fülle von optischen Reizen, die sich gegenseitig die kurzfristige Aufmerksamkeit streitig machen, von Textsorten, Informationen und Links zu weiteren Materialien. Aber welches Bild von Mathematik und Mathematikunterricht transportieren, generieren und induzieren, prolongieren oder festigen sie? Solche Fragen stehen bei dem pragmatischen Nutzer der Schulbücher vielleicht weniger im Vordergrund; didaktisch gesehen halte ich sie aber für erstrangig.

Ein kleiner, ungerechter, weil eiliger und anonymer Rundumschlag

Bei so manchem gängigen Schulbuch steht die Mitteilung von mathematischen Termini und Verfahren im Vordergrund, während ein mathematisches, sinnstiftendes Denken kaum angeregt oder thematisiert wird. Sie sind eigentümlich flach und fraglos geschrieben. Man will mit dem Stoff bündig zu Rande kommen, ihn bewältigen, ihn loswerden, statt ihn zu entfalten, aufzurauen und zu befragen. Das spiegelt den unterrichtlichen Zwang, den Stoff in vorgegebener Zeit hinter sich zu bringen, man will sich seiner eher entledigen, als sich ihn anzueignen. Durchweg steht das Prozedurale im Vordergrund: das macht man doch so! Warum und weshalb ‚man' ‚es' überhaupt macht, erfährt man nicht. Die Gegenstände werden thematisiert, weil Lehrpläne oder Rahmenrichtlinien dies vorgeben, ohne dass es gelingt, ihnen irgendwie Leben einzuhauchen, sie werden abgearbeitet, weil alle Beteiligten, dieses Abarbeiten irgendwie unter obligatorischem Mathematikunterricht verstehen. Vor einem solchen hier eher gefühlten, als belegten Hintergrund ist möglicherweise auch die *matheWerkstatt* entstanden.

Hauptsächlich werde ich das Design – in umfassendem Sinne dieses Begriffs – des Buches mit zentralen mathematikdidaktischen Motiven konfrontieren oder eher abgleichen. Eine detaillierte stoffdidaktische Analyse würde den Rahmen dieser Ausführungen sprengen, unterbleibt also, auch wenn sich mir hier und da die Nackenhaare sträuben.

‚Die erlebte Wirklichkeit'

> Will man zusammenhängende Mathematik unterrichten, so muss man in erster Linie die Zusammenhänge nicht direkt suchen; man muss sie längst der Ansatzpunkte verstehen, wo die Mathematik mit der erlebten Wirklichkeit des Lernenden verknüpft ist. Das – ich meine die Wirklichkeit – ist das Skelett, an das die Mathematik sich festsetzt, und wenn es erst scheinbar zusammenhanglose Elemente der Mathematik sein mögen, so erfordert es Zeit und Reifung, die Beziehungen zwischen ihnen zustande zu bringen. Den Mathematiker möge ein freischwebende System der Mathematik interessieren – für den Nichtmathematiker sind die Beziehungen zur erlebten Wirklichkeit unvergleichlich wichtiger.

fordert Hans Freudenthal in ‚Mathematik als pädagogische Aufgabe (Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1. Klett Verlag 1977², S. 77). Dass und wie die (Herausgeberinnen und Herausgeber, die Autorinnen und Autoren der) *matheWerkstatt* dieser Forderung nachkommen, zeigt schon das Inhaltsverzeichnis, das die ‚erlebte Wirklichkeit' oder zumindest den Sachzusammenhang mit dem behandelten mathematischen Gebiet in den Kapitelüberschriften konsequent paart und diesem voranstellt. In der *matheWerkstatt* 7, deren Kapitel jeweils etwa 20 bis 30 Seiten umfassen, lauten diese nämlich:

> Reisen und Rechnen – Hochrechnen und Runterrechnen
>
> Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen
>
> Spielen, Wetten, Voraussagen – Den Zufall einschätzen
>
> Raus aus den Schulden – Mit negativen Zahlen rechnen
>
> Fliesenlegen und Parkettieren – Wie Winkel zusammenpassen
>
> Unser Zahlenlexikon – Zahlenwissen ordnen und vernetzen
>
> Landschaften vermessen – Dreiecke konstruieren
>
> Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken
>
> Günstig einkaufen – Mit Prozenten rechnen
>
> Wasser und Energie sparen – Rechnen anwenden"

Nur die Kapitelüberschrift ‚Unser Zahlenlexikon – Zahlenwissen ordnen und vernetzen' weicht von dieser Paarung – der Gründung in einem Sachzusammenhang – ab und bleibt sprachlich im Mathematischen, was auch an den Unterüberschriften deutlich wird:

> Welche Situationen werden mit welchen Zahlen beschrieben?
>
> Wie hängen Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zusammen?
>
> Wie kann man mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen?
>
> Wie hängen Multiplizieren und Dividieren bei Brüchen zusammen?

Übrigens sind auch die ein bis drei Unterüberschriften der anderen Kapitel durchweg in Frageform formuliert. Der jeweils gewählte Sachzusammenhang stellt gleichsam den (hauptsächlichen) Wirklichkeitsanker dar, an dem und aus dem die mathematischen Inhalte des jeweiligen Kapitels entwickelt werden. Denkbar wäre, dass solcher Freudenthalschen Emergenz eines mathematischen Begriffs aus der Lebenswirklichkeit nicht nur ein Sachzusammenhang zugrunde gelegt würde, sondern mehrere, um der lebensweltlichen Fundierung eine größere Breite zu geben, die das Missverständnis verhinderte, dass etwa negative Zahlen erfunden wurden, um ‚Raus aus den Schulden' zu kommen oder die Prozentrechnung, um Rabattaktionen in den mathematischen Griff zu bekommen.

‚Mathematik als Tätigkeit und Geistesverfassung'

> Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung . . . .
> Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. ...
> Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie man sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in einer Gruppe – Probleme, in denen Mathematik steckt. (Hans Freudenthal: Mathematik – eine Geisteshaltung. In: Grundschule 14 (1982). Heft 4, S. 140 und 142).

lautet ein oft und gern zitiertes Statement von Hans Freudenthal. Wollte oder sollte man die *matheWerkstatt* nur mit einem Begriff charakterisieren, dann würde man wohl zurecht ‚Aktivitätenbuch' oder ein Analogon wählen. Hier löst sich der Mathematikunterricht auf oder – je nach Perspektive – findet seinen Kern in zahlreichen, phantasievollen, ideenreichen und durchnummerierten Aktivitäten. Sie bilden die Haupttextform dieses Werkes, das keinen Lehrtext kennt. Sicher ist bei jedem Schulbuch zu prüfen, ob der Lehrtext tatsächlich etwas klärt oder vorwiegend nur aus der Perspektive, dass man durch ihn etwas mitteilt, mit dem die anschließenden Aufgaben bearbeiten kann und soll, stimmig gelesen werden kann. Aber ob man dieser Schwierigkeit entgeht, in dem man auf den Lehrtext, ob nun durch Aufträge und Problemstellungen vorbereitet oder nicht, verzichtet, halte ich für diskutabel.

Ohne Interrogativsätze und Imperative wären die Autorinnen und Autoren aufgeschmissen. Hier wird nicht erzählt, nicht mitgeteilt, hier werden Fragen gestellt und Aufträge – weniger im umfassenden Ruf-Gallinschen Sinne als in zuweilen auch kleinschrittiger Aufgabenform – erteilt, Nummer für Nummer für Nummer. Häufig wurde beklagt, dass im Mathematikunterricht nur Antworten gegeben würden auf Fragen, die sich die Schülerinnen und Schüler nicht stellten; hier werden sie nun gefragt, was das Zeug hält. Hier prasseln die sogenannten Operatoren wie ein hoffentlich klärender Gewitterregen auf die bürokratische Normalität des Mathematikunterrichts und seiner Eleven ein, dass es nur so seine Lust hat:

> vergleiche, begründe, zeichne, schreibe, erkläre, suche, erfinde, ergänze, löse, bestimme, recherchiere . . .

und ebenso für die Partner- oder Gruppenarbeit:

> vergleicht, spielt, untersucht, überlegt, schaut, erstellt, überprüft, beschreibt, . . .

Dieser Variantenreichtum widerruft – hoffentlich auch unterrichtlich – das Dictum von Michael Otte: „The Character of School Mathematics is essential algebraic"[1], das Inhalt wie Oberfläche schulischen Mathematikunterrichts nahezu mit Notwendigkeit aufgeprägt scheint. So gaben zum Beispiel in einer Befragung im Rahmen der Studie TIMSS/III[2]

[1] M. Otte: ‚What is a Text¿ in Christiansen, A.G. Howson, and M. Otte (eds.), Perspectives on Mathematics Education, 173-203, 1986 by D. Reidel Publishing Company. S. 191

[2] Baumert/Bos/Lehmann (Hrsg.): TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Band 2. Leske+Budrich. Opladen 2000, S. 275.

im Jahr 2000 mehr als 85 % beziehungsweise 55% der (älteren!) Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II als Merkmal des Mathematikunterrichts an, dass in jeder oder den meisten Stunden ‚Gleichungen zu lösen' beziehungsweise ‚Rechenfertigkeit zu üben' sei, während weniger als 13% beziehungsweise 23 % dies für ‚Mathematik auf Alltagsprobleme anwenden' und ‚Zusammenhänge darstellen und analysieren' bekundeten. Es ist zu hoffen, dass die *matheWerkstatt* auch in höheren Klassenstufen einen Unterricht induziert, der die Schülerinnen und Schule andere Merkmalshäufigkeiten nennen lässt.

Lehrtexte als Hindernis?

Wenn man von den Lehrtexten eines Schulbuchs erwartet, dass es den Schülerinnen und Schülern als Vorlage für ‚rezeptives Lernen' den ‚vollständigen Inhalt von dem, was gelernt werden soll, in seiner fertigen Form übermittelt'[3], dann kann es zum Unterrichtshindernis werden.

> Ein anderes Defizit der Schulbücher besteht darin, dass es für den Schüler kaum möglich ist, mit Hilfe des Buches Lernprozesse selbst zu gestalten. Durch die Formulierung von Texten und Aufgaben wird es den Schülern schwer bis nahezu unmöglich gemacht, eigene Gedanken zu entwickeln, eigene Hypothesen aufzustellen, diese zu überprüfen oder zu verwerfen. Die Texte sind so angelegt, dass den Schülern zwar objektive Kenntnisse vermittelt werden, aber eigene Erkenntnisse ausgeschlossen bleiben. Von den Schülern kommende Fragen und Überlegungen werden von den Herstellern auch nicht erwartet oder gewünscht, da durch die Einbeziehung von nicht vorhersehbaren Schüleraktivitäten das Schulbuch nicht mehr planbar bleibe. (Lucia Bauer: Zur Adressatenbezogenheit des Schulbuchs – Für wen werden die Schulbücher eigentlich wirklich geschrieben? In: Olechowski (Hrsg.): Schulbuchforschung. Peter Lang Verlag. Frankfurt am Main 1995, S. 231)

Dieser didaktischen Falle entgehen die Autorinnen und Autoren der *matheWerkstatt* mit großer und entschiedener Konsequenz. Die *matheWerkstatt* enthält keine Lehrtexte, keine Ergebnisse der noch zu leistenden Entdeckungen, zu denen es anregt. Stattdessen gibt es auf den vorgelochten, ausreißbaren, mit einer Spirale zusammengehaltenen Seiten des zugehörigen ‚Materialblocks' neben ‚Arbeitsmaterial' und ‚Checklisten' zu jedem Kapitel die Rubrik ‚Wissensspeicher'. Diese Wissensspeicherseiten enthalten zunächst in der Regel ein oder mehrere Beispiele, die von den Schülerinnen und Schülern in der Art eines Lückentextes zu ergänzen und auszufüllen sind, und lassen dann gegebenenfalls Raum für einen Merksatz oder eine Regel, die nur im Ansatz vorformuliert ist, zum Beispiel:

> „Plus mal Minus ergibt . . . ".

Wie die Schülerinnen und Schüler angeleitet durch ihre Lehrerinnen und Lehrer mit diesem Angebot umgehen, kann nur die Praxis zeigen. Sicher ist es einfach, hier Bedenken zu erheben:

- Was macht das Kind, das mehrere Tage krank war?
- Werden die Jungen und Mädchen der Jahrgangstufe 7 diese Wissensspeicherseiten richtig und lesbar ausfüllen und mit Sorgfalt in einem Ringbuch abheften?
- Genügt die eigene Darstellung des Wissens für Wiederholungen und späteres Lernen?

Aber gute Gründe für dieses Design sind oben genannt worden und nicht so einfach von der Hand zu weisen.

Dialoge

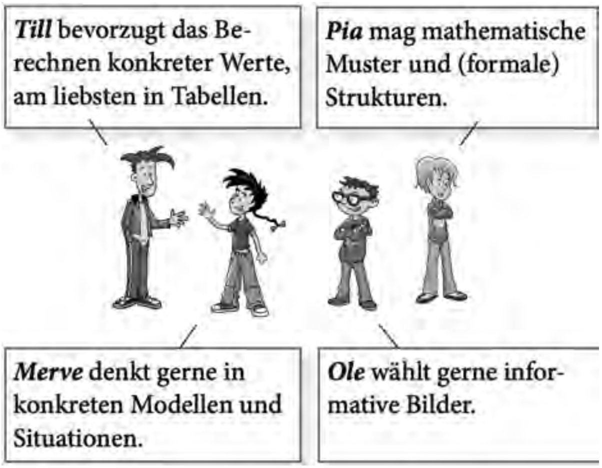
In einer vergleichenden Schulbuchanalyse konstatiert Goffrey Howson:

> There was no evidence of such procedures as the use of dialogue.
>
> The average text is likely to present mathematics in a monolithic way: "this is how it is done, now go and do it, for yourself." No individuality is acknowledged or allowed in the way in which mathematics is approached. The dialogue form, particularly in an extended version, allows something to be done to counter this: varying points of views can be stated and readers can be permitted to see that a problem can be viewed and approached from different standpoints.[4]

Diesem Dialogmangel und seinen monolithischen Konsequenzen entgeht die *matheWerkstatt* mit einem Kunstgriff. Immer wieder tauchen im Text

[3] Vgl. Ausubel/Novak/Hanesian: Psychologie des Unterrichts. Band 1. 2., vollständige überarbeitete Auflage. Beltz Verlag. Weinheim und Basel 1980, S. 47.

[4] Goffrey Howson: Mathematics Textbooks: A Comparative Study of Grade 8 Texts. TIMSS Monograph No. 3. Pacific Educational Press. Vancouver 1995, S. 11 und S. 17.



die Comicfiguren Merve, Till, Ole, Pia auf, die in Sprechblasen oder im Fließtext unterschiedliche und auch gegenläufige oder alternative Feststellungen, Ansichten und Fragen äußern, die Schülerinnen und Schüler zum Dialog und zu eigener Stellungnahme auffordern und anregen.

Ob und bis zu welchem Alter die Comicfiguren ernst genommen werden und die unterrichtliche Kommunikation tatsächlich beflügeln, wird sich in der Unterrichtspraxis zeigen.

Definitionen?

Das Buch verzichtet durchweg auf Definitionen, ob nun unter dieser oder einer anderen, möglicherweise altersgerechteren Bezeichnung. Stattdessen werden neue Begriffe im Text in *kursiver* Schrift hervorgehoben und mit einem hochgestellten Stern indiziert und in der Randspalte als „*Neues Wort*“ erläutert. Ich gebe in der Tabelle unten als Beispiele die drei *Neuen Wörter* des ersten Kapitels „Reisen und Rechnen – Hochrechnen und Runterrechnen“ und die beiden *Neuen Wörter* des zweiten Kapitels „Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen“ an.

Ich will nicht auf diesen Worterklärungen herumhacken, weiß, dass die altersgerechte Einführung von Begriffen, deren Erläuterung und Bezeichnung schwierig ist, und überlasse das letzte Wort und Urteil hier gern dem Leser oder Nutzer des Buches beziehungsweise dieser Rezension. Ich selbst halte aber sowohl das Vorgehen als auch die aufgeführten Beispiele für misslungen:

- Beschreibt eine Zuordnung, wie zwei Größen zusammenhängen, oder gibt sie nicht vielmehr diesen Zusammenhang an?
- Ist Minitabelle ein mathematischer Begriff zum ‚Hoch- und Runterrechnen‘?
- Ist proportional sinnvoll beschrieben/gefasst? Wie lautet eine entsprechende Fassung für antiproportional? Kann man da nicht auch hoch- und runterrechnen, nur eben gegenläufig?

Randspalte	Haupttextspalte
Neues Wort* *Eine **Zuordnung beschreibt, wie zwei Größen zusammenhängen, zum Beispiel die Anzahl der Urlaubstage und die Hotelkosten.*	Merve, Till, Ole und Pia haben sich den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Tage und dem Preis als *Zuordnung** in einer Tabelle aufgeschrieben. (S. 12)
Neues Wort* ***Minitabellen enthalten nur die Werte, die für das Hoch- und Runterrechnen notwendig sind.*	Sie enthalten aber immer nur das Wichtigste der Rechnung, daher nennen die drei sie *Minitabellen**. (S. 13)
Neues Wort* *Zuordnungen, bei denen man durch Hoch- und Runterrechnen unbekannte Werte finden kann, heißen **proportional.*	Solche Zuordnungen heißen *proportional**. Man kann sie durch eine *proportionale Zuordnung** beschreiben. (S. 14)
Neues Wort* *Trägt man die Werte von zwei Größen als Punkte in ein Koordinatensystem ein, so nennt man sie einen **Graphen.*	Vergleicht Tabelle und *Graph**. (S. 33)
Neues Wort* *Zusammenhänge, bei denen es zu einem Wert der ersten Größe genau einen Wert der zweiten Größe gibt, nennt man **funktionale Zusammenhänge oder **Funktionen.***	Welche der folgenden Beispiele sind *funktionale Zusammenhänge**, wird also einem Wert der ersten Größe genau ein Wert der zweiten Größe zugeordnet? (S. 39)

- Besteht ein Graph aus Werten, Wertepaaren oder nicht vielmehr Punkten?
- Ist der Funktion(sbegriff) sinnvoll erfasst?

Die Gretchenfrage

Die Gretchenfrage, an der sich möglicherweise verschiedene Sichtweisen und Einschätzungen der *matheWerkstatt* entwickeln können, ist:

Liegt hier ein nach neuen didaktischen Gesichtspunkten konzipiertes Werk vor, das traditionelle Schulbuchschwächen (z. B. Mathematik als Fertigprodukt und Mathematikunterricht als rezeptiver Museumsrundgang) vermeidet und das bei allem Lob und aller Kritik der inhaltlichen Darstellung im Detail und der Designentscheidungen insgesamt einen Mathematikunterricht zu induzieren hilft, der den Schülerinnen und Schülern einen Zugang zu schulmathematischen Gebieten ermöglicht und eröffnet, sein Metier ernst nimmt und sie in gelungener Form zu eigenen, nachhaltigen Erkenntnissen führt,

oder

handelt es sich eher um ein Spiel-, Spaß- und Beschäftigungsbuch, in dem die klassischen schulmathematischen Gegenstände eher verblassen, unter den zahlreichen Aktivitäten gleichsam wegrutschen und in einem Aktivitätstrubel ersticken – möglicherweise zugunsten der heute gern beschworenen Unterrichtsqualität aber zu Lasten der (Schul-)Mathematik als Weltzugang und Gegenstandsgebiet sui generis?

Um diese Frage prägnant mit einem Begriffspaar des Erziehungswissenschaftlers Gruschka zu stellen: Regt dieses Buch den Unterrichtenden zu einer Didaktik oder einer Didaktisierung an?

Didaktik

> Sobald die Didaktik dazu dient, die Schüler in die Erkenntnisse der Phänomene zu verwickeln, wird es sachlich und spannend im Unterricht. Die Vermittlung regelt sich gleichsam organisch als Bearbeitung der anfälligen Aufgaben zur Erschließung und Beherrschung der Sache. Diese bewahrt und entfaltet ihre Faszinationskraft jenseits ihrer Didaktisierung. Sie stellt den Schülern die interessanten Fragen, fordert sie heraus, sich in Verhältnis zu den Fragen, den Methoden und Erkenntnisse zu setzen. Kurzum, es zeigt sich, dass Unterricht dann wirklich gut ist, wenn er Erziehung als „Lehren des Verstehens" organisiert. (Andreas Gruschka: Verstehen lehren. Ein Plädoyer für einen guten Unterricht. Reclam Verlag. Stuttgart 201, S. 22)

oder Didaktisierung?

> Der Begriff Didaktisierung meint (...), dass die Vermittlung selbstbezüglich geworden ist. Sie dient nicht mehr der bestimmten Sache, sondern betreibt faktisch deren Entsorgung (...).
> Diese Art und Weise der Didaktisierung geht einher mit einer Parteinahme für ein Unterrichtsmodell, das sich für alles Schülerfreundliche der Reformpädagogik offen zeigt. Das, was die Lehrbücher selbst didaktisch ins Werk setzen, demonstriert damit die empfohlene Wende für den Unterricht: Der Unterricht soll schülerorientiert, handlungsorientiert, methodenorientiert und interaktiv sein. [...] Alles soll so weit wie möglich anschaulich sein, soll mit Kopf, Herz und Hand bearbeitet werden. Der Lehrer moderiert eher die Lernprozesse, als dass er lehren würde. Er zeigt nicht, sondern lässt finden. Er stellt den Schülern Aufgaben, die diese oft in Gruppen während des Unterrichts zu lösen haben. ...
> Die didaktische Verpackung des gleichwohl curricular fortbestehenden Programms wird immer umfangreicher, während der Inhalt schrumpft. Das kann man sowohl an der jüngsten Entwicklung der Schullehrbücher wie an den Aufgabensammlungen und Lektüren beobachten." (Andreas Gruschka: Verstehen lehren. Ein Plädoyer für einen guten Unterricht. Reclam Verlag. Stuttgart 201, S. 68)

Aus meiner Sicht machte man es sich zu einfach, wenn man diese Frage nur (!) den Nutzerinnen und Nutzern der *matheWerkstatt* überließe. Schulbücher beeinflussen den Unterricht. Die häufig unter Handlungsdruck stehenden Lehrerinnen und Lehrer werden den vorgelegten Texten und Materialien gerne folgen und das Bild der Schulmathematik und deren konzeptionelle Aufbereitung bewusst oder unbewusst tendenziell übernehmen. Für diesen Transfer tragen Schulbuchautorinnen und -autoren eine eigene, systematische Verantwortung, auch wenn sie die Nutzung ihres Werkes nicht im Einzelnen voraussehen oder bestimmen können. In den Sympathisantenkreisen der Herausgeberinnen und Herausgeber, der Autorinnen und der Autoren und bei Aficionados von Fortbildungen, also engagierten und fachlich gebildeten Lehrpersonen wird das Buch vermutlich den Mathematikunterricht beflügeln und ihn bereichern; aber es wird auch unvermeidlich in die Hände von – möglicherweise gar fachfremd unterrichtenden – Lehrerinnen und Lehren geraten, die sich keinen großen Kopf um den Kern, das Gerüst und die Ergebnisse der Schulmathematik machen. Ich fürchte, dass das Buch auch in solchen Kreisen ‚Schule macht' und mit ebenso gut gemeinten wie laschen

Parolen wie ‚Der Weg ist das Ziel' und ‚Gut, dass wir einmal darüber gesprochen haben' die Erosion der Schulmathematik sanktioniert und befördert.

Eine skeptische Einschätzung

Skeptisch bin ich auch einerseits wegen einer pragmatischen Überforderung anderseits einer lerntheoretischen Unterforderung.

Zum einen sollen die Lernenden natürlich zunehmend Verantwortung für ihr Lernen übernehmen. Aber sind Dreizehnjährige in der Lage die Ergebnisse ihrer Entdeckungen und des Unterrichts durchgängig richtig, sinnvoll und leserlich in die Wissensspeichervorlagen einzutragen und diese Seiten vollständig in einem Ringbuch abzuheften, das weder abhandenkommt, noch im Schulalltag allzu große Blessuren erlebt, oder wird hier nicht den Lehrerinnen und Lehrern aufgebürdet, dafür Sorge zu tragen?

Zum anderen: David P. Ausubel, der dem rezeptiven Lernen mit zunehmenden Alter der Schülerinnen und Schüler ein wachsende Rolle zuspricht, führt in einer Gegenüberstellung von entdeckendem und rezeptiven Lernen aus:

> In der alltäglicheren Schulsituation dagegen ist die Entdeckung neuer Lehrsätze durch die Beschäftigung mit dem Problemlösen kein typischer Vorgang beim Aneignen neuer Begriffe oder Informationen. Soweit es sich um die übliche Ausbildung des einzelnen Schülers handelt, sorgen Schulbehörden für viele fertige Entwürfe, Klassifizierungen und Lehrsätze. Jedenfalls sind die Methoden des auf Entdecken ausgerichteten Unterrichts kaum ein erfolgreiches *primäres* Mittel, den *Inhalt* eines Schulfachs zu vermitteln. (Ausubel/Novak/Hanesian: Psychologie des Unterrichts. Band 1. 2., vollständige überarbeitete Auflage. Beltz Verlag. Weinheim und Basel 1980, S. 49)

Ob man dieser Konstatierung (auch heute noch) folgt oder nicht, es bleibt doch die Feststellung, dass die *matheWerkstatt* neben dem oben angesprochenen Hagelschlag der Operatoren den Schülerinnen und Schülern keine Lehrtexte zur Verfügung stellt, die ein sinnvolles rezeptives Lernen ermöglichen und dazu anregen.

Leuders, Timo; Prediger, Susanne; Barzel, Bärbel; Hußmann, Stephan (Hrsg.): *Mathewerkstatt 7. Schuljahr, Schülerbuch*. Cornelsen Verlag, Berlin, 2014, 272 S., ISBN 978-3-06-040248-9, EUR 17.95

Thomas Jahnke, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Email: jahnke@uni-potsdam.de

Neuerscheinungen im Jahr 2014

Zusammengestellt von Martin Stein und R. Weiland

Bausch, I.: Mathematikdidaktisches Wissen mit TELPS erfassen und fördern. Ein Instrument zur Unterstützung der Kompetenzdiagnose im Lehramtsstudiengang (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Bausch, I., Pinkernell, G., Schmitt, O. (Hrsg.): Unterrichtsentwicklung und Kompetenzorientierung. Festschrift für Regina Bruder. WTM-Verlag, Münster 2014.

Benz, Chr., Peter-Koop, A., Grüßing, M.: Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Besser, M.: Lehrerprofessionalität und die Qualität von Mathematikunterricht. Quantitative Studien zu Expertise und Überzeugungen von Mathematiklehrkräften (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Brand, S.: Erwerb von Modellierungskompetenzen. Empirischer Vergleich eines holistischen und eines atomistischen Ansatzes zur Förderung von Modellierungskompetenzen (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B., Weigand, H.-G. (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik. Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Brunner, E.: Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Grundlagen, Befunde und Konzepte (Mathematik im Fokus). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Bruns, J.: Adaptive Förderung in der elementarpädagogischen Praxis. Eine empirische Studie zum didaktischen Handeln von Erzieherinnen und Erziehern im

Bereich Mathematik (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik Bd. 21). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Buck, H., Freudigmann, H., Roy, R., Jacoby-Schäfer, H., Schatz, T.: Moderner Unterricht: Mathematik im Freien. Klett Verlag, Stuttgart 2012.

Bürgermeister, A.: Leistungsbeurteilung im Mathematikunterricht. Bedingungen und Effekte von Beurteilungspraxis und Beurteilungsgenauigkeit (Empirische Erziehungswissenschaften Bd. 45). Waxmann Verlag, Münster 2013.

Drüke-Noe, Chr.: Aufgabenkultur in Klassenarbeiten im Fach Mathematik. Empirische Untersuchungen in neunten und zehnten Klassen (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Fellmann, A.: Handlungsleitende Orientierungen und professionelle Entwicklung in der Lehrerbildung. Eine Studie zur Umsetzung eines innovativen Lehr-Lernformats im Mathematikunterricht der Klassen 1 bis 6 (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik Bd. 20). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Feyerer, E., Hirschenhauser, K., Soukup-Altrichter, K. (Hrsg.): Last oder Lust? Forschung und Lehrer/-innenbildung. Waxmann Verlag, Münster 2014.

Fuchs, G.: Ein geistiges Rüstzeug für Mathematik (Beiträge zur Mathematik, Bd. 4). Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2015.

Hauer, B.: Entwicklung didaktischer Kompetenzen durch forschendes Lernen: Der Einsatz des AuRELIA-Konzepts in der Lehrer/-innenbildung. Shaker Verlag, Aachen 2014.

Heinrich, F., Juskowiak, S. (Hrsg.): Mathematische Probleme lösen lernen. Vorträge auf dem gleichnamigen Symposium am 27. & 28. September 2013 an der Technischen Universität Braunschweig. WTM-Verlag, Münster 2014.

Hertel, S., Hochweber, J., Mildner, D., Steinert, B., Jude, N.: PISA 2009 Skalenhandbuch. Waxmann Verlag, Münster 2014.

Jungwirth, H.: Beitrag zur Theoriearbeit und LehrerInnenbildung in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung. Waxmann Verlag, Münster 2014.

Kahnert, J.: Das Zentralabitur im Fach Mathematik. Eine empirische Analyse von Abitur- und TIMSS-Daten im Vergleich (Empirische Erziehungswissenschaft Bd. 47). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Kollosche, D.: Gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts. Ein soziologischer Beitrag zum kritischen Verständnis mathematischer Bildung. Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Klinger, K.: Zwischen Gelehrtenwissen und handwerklicher Praxis. Zum mathematischen Unterricht in Weimar um 1800 (Laboratorium Aufklärung Bd. 23). Wilhelm Fink Verlag, Paderborn 2014.

Kramer, M.: Mathematik als Abenteuer Band 2: Algebra und Vektorrechnung. Aulis-Verlag, Hallbergmoos 2014.

Krauthausen, G., Scherer, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Kucharz, D., Mackowiak, K., Ziroli, S., Kauertz, A., Rathgeb-Schnierer, E., Dieck, M. (Hrsg.): Professionelles Handeln im Elementarbereich (PRIMEL). Eine deutsch-schweizerische Videostudie. Waxmann Verlag, Münster 2014.

Ladel, S., Schreiber, Chr. (Hrsg.): Von Audiopodcast bis Zahlensinn (Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien in der Primarstufe Bd. 2). WTM- Verlag, Münster 2014.

Laschke, C., Blömeke, S. (Hrsg.): Teacher Education and Development Study. Learning to Teach Mathematics (TEDS-M 2008). Dokumentation der Erhebungsinstrumente. Waxmann Verlag, Münster 2014.

Leiss, D., Tropper, N.: Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht. Adaptives Lehrerhandeln beim Modellieren (Mathematik im Fokus). Spinger Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Linneweber-Lamerskitten, H. (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek I und II. Friedrich-Verlag, Seelze 2014.

Lotz-Grütz, G.: Elementare Theorie der Fibonacci- und Lucas-Zahlen. BoD, Norderstedt 2014.

Maaß, J., Siller, H.-S. (Hrsg.): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 2 (ISTRON, Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Meyer, M.: Vom Satz zum Begriff. Philosophisch-logische Perspektiven auf das Entdecken, Prüfen und Begründen im Mathematikunterricht (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts Bd. 18). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Paasch, D.: Familiäre Lebensbedingungen und Schulerfolg. Lässt sich bei sozial benachteiligten Schülerinnen und Schülern ein Einfluss von protektiven Faktoren auf die Schulleistungen und die Schulkarriere feststellen? (Empirische Erziehungswissenschaft, Bd. 46). Waxmann Verlag, Münster 2014.

v. Pape, B.: Makro-Mathematik. Schulmathematik auf neuen Wegen. BoD, Norderstedt 2014.

Paravicini, W., Schnieder, J. (Hrsg.): Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2013. Beiträge zum gleichnamigen Symposium am 8. & 9. November 2013 an der Universität zu Lübeck. WTM-Verlag, Münster 2014.

Plackner, E.-M., Wörner, D. (Hrsg.): Grundlagen fördern. (MaMut Materialien für den Mathematikunterricht, Bd. 2). Franzbecker Verlag, Hildesheim 2014.

Plath, M.: Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr. Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 82). Franzbecker Verlag, Hildesheim 2014.

Prenzel, M., Sälzer, C., Klieme, E. Köller, O. (Hrsg.): PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland. Waxmann Verlag, Münster 2013.

Rach, S.: Charistika von Lehr-Lern-Prozessen um Mathematikstudium. Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 22). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Rademacher, S., Wernet, A. (Hrsg.): Bildungsqualen. Kritische Entwürfe wider den pädagogischen Zeitgeist. Springer VS Verlag, Berlin 2014.

Ralle, B., Prediger, S., Hammann, M., Rothgangel, M. (Hrsg.): Lernaufgaben entwickeln, bearbeiten und überprüfen. Ergebnisse und Perspektiven fachdidaktischer Forschung (Fachdidaktische Forschungen, Bd. 6). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Rechtsteiner-Merz, C.: Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung. Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik Bd. 19). Waxmann Verlag, Münster 2013.

Roth, J., Bauer, Th., Koch, H., Prediger, S. (Hrsg.): Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014.

Roth, J., Ames, J. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2014. Vorträge auf der 48. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz. WTM-Verlag, Münster 2014.

Schneuwly, G.: Differenzierungskonzepte sichtbar gemacht. Eine qualitative Fallstudie zur inneren Differenzierung im Mathematikunterricht der Primarstufe (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik Bd. 18). Waxmann Verlag, Münster 2014.

Stein, M.: Basiswissen Geometrie (scripta didactica mathematica Bd. 1). WTM-Verlag, Münster 2014.

Stein, M.: Basiswissen Arithmetik und Zahlentheorie (scripta didactica mathematica Bd. 2). WTM-Verlag, Münster 2014.

Storz, R.: Mathematik differenziert und individualisiert unterrichten. Aulis Verlag, Hallbergmoos 2014.

Thiel, A.: Zahlbegriffsentwicklung und Zehnerübergang: Voraussetzungen und Probleme im mathematischen Anfangsunterricht. Diplomica Verlag, Hamburg 2014.

Vohns, A.: Zur Dialektik von Kohärenzerfahrungen und Differenzerlebnissen. Bildungstheoretische und sachanalytische Studien zur Ermöglichung mathematischen Verstehens. München/Wien: Profil Verlag 2014.

Wille, A.M.: Ein Dreieck, ein Viereck, ein Fünfeck, was nun? Rittel Verlag, Hamburg 2013.

Wörn, C.: Unterrichtliche Erklärsituationen. Eine empirische Studie zum Lehrerhandeln und zur Kommunikation im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I (Didaktik in Forschung und Praxis, Bd. 74). Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2014.

Zitzelsberger, O., Kühner-Stier, B., Meuer, J., Rößling, G., Trebing, Th.: Neue Wege in der Tutoriellen Lehre in der Studieneingangsphase. Dokumentation der gleichnamigen Tagung im März 2014 an der TU Darmstadt. WTM-Verlag, Münster 2014.

Stand: 06.12.2013. Die aktuelle Liste ist im Netz unter http://www.booknews-madi.de abrufbar. Hier können Sie sich auch für die Zustellung der Liste per Email eintragen lassen.
Sollten Sie einen Newsletter erwarten, aber keinen erhalten haben, geben Sie bitte Ihre Email-Adresse erneut in http://www.booknews-madi.de ein. Ca. 10 % der eingetragenen Adressen sind mittlerweile unzustellbar. Zum Teil liegt dies an Fehlern in der Schreibweise der Adresse, oder am Umzug des Kollegen/der Kollegin an eine andere Hochschule.
Wenn Sie Ihre eine eigene Veröffentlichung nicht finden, wenden Sie sich bitte an Martin Stein, Email: steinm@wwu.de.

Grußwort des 1. Vorsitzenden zum 80. Geburtstag von Hans-Joachim Vollrath und zu seiner Ehrenmitgliedschaft in der GDM

24. 11. 2014

Rudolf vom Hofe

Prof. Dr. Hans-Joachim Vollrath und sein Wirken in der Didaktik der Mathematik und der GDM

Am heutigen 24. November 2014 feiern Sie, Herr Vollrath, Ihren 80. Geburtstag.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik gratuliert Ihnen sehr herzlich dazu und möchte dies zum Anlass nehmen, Ihnen die *Ehrenmitgliedschaft der GDM* anzutragen. Nach der Satzung der GDM können Personen die Ehrenmitgliedschaft in der GDM erhalten, *„die sich um die Mathematikdidaktik oder die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik verdient gemacht haben"*. Die bisherigen Ehrenmitglieder der GDM sind Ursula Viet (verst.), Heinz Griesel, Heinrich Winter, Werner Walsch (verst.) und Arnold Kirsch (verst). Sie sind somit das 6. Ehrenmitglied der GDM.

Sie, Herr Vollrath, haben sich in mehrfacher Hinsicht um die Mathematikdidaktik und die GDM verdient gemacht. Ich möchte im Folgenden kurz auf Ihren *Lebensweg* eingehen, dann Ihre *Leistungen in der Wissenschaft* und schließlich Ihre *Verdienste für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* herausstellen.

1 Kurzer biographischer Rückblick

H.-J. Vollrath studierte von 1954 bis 1959 an der Freien Universität Berlin Mathematik, Physik und Geographie für das Lehramt an höheren Schulen. Er legte die erste und zweite Staatsprüfung ab, war sechs Jahre an der Schule tätig und hat dann in Mathematik promoviert und habilitiert. Ab 1970 war er Professor für Didaktik des Rechen- und Raumlehreunterrichts und ab 1972 bis zu seiner Emeritierung im Jahr 2000 Inhaber des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik an der Universität Würzburg.

2 Das wissenschaftliche Gesamtwerk

Zunächst einmal ist Ihr wissenschaftliches Gesamtwerk äußerst breit gefächert. Es reicht von der Didaktik der Algebra, über die Didaktik der Geometrie bis zur Analysis. Besonders herauszuheben sind das 1984 erschienene Buch „Methodik des Begriffslehrens", die 2001 erschienenen „Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe", die Schulbuchreihe „Gamma" und zahlreiche wissenschaftliche Arbeiten etwa zum Funktionsbegriff, zu langfristigen Lernprozessen oder zu Paradoxien des Verstehens, die in anerkannten Fachzeitschriften und Sammelwerken erschienen sind.

Über viele Jahrzehnte hinweg haben Sie die Mathematikdidaktik in Deutschland mitgeprägt, haben immer wieder neue Ideen entwickelt, aktuelle Entwicklungen aufgegriffen oder selbst angestoßen und mathematikdidaktische Theorien vor allem im Zusammenhang mit dem Begriffslehren und -lernen gebildet. Schließlich haben Sie eine ganze Reihe von „Schülerinnen und Schülern" als Mentor gefördert, diese im Rahmen von Dissertationen und Habilitationen betreut; unter anderem auch mich. Daher haben Sie mittlerweile auch eine ganze Reihe von wissenschaftlichen „Kindern und Enkeln", die ebenfalls Ihre Ideen weiterhin aktiv verbreiten.

Darüber hinaus haben Sie in der Lehrerbildung an den Universitäten zunächst in Darmstadt, dann in Würzburg fortwährend Studierende zum eigenständigen Entwickeln von Ideen angeregt, Sie haben viele unterrichtspraktische Vorschläge unterbreitet und didaktische Konzeptionen umgesetzt. Sie haben die Didaktik stets auch als eine „Design Science" gesehen, also die Didaktik der Mathematik als eine Wissenschaft, die sich an der Umsetzung der wissenschaftlichen Erkenntnisse in der realen Schulwirklichkeit aktiv beteiligen muss.

3 Verdienste für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Sie haben sich aber auch bleibende Verdienste um die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik erworben.

Sie waren ein Gründungsmitglied der GDM auf der 9. Bundestagung 1975 in Saarbrücken. Neben dem damaligen 1. Vorsitzenden Heinz Griesel, dem 2. Vorsitzenden Hans-Günther Bigalke und dem Kassenwart Hans-Dieter Rinkens wurden Sie auf der *Vertreterversammlung der Einrichtungen für Didaktik der Mathematik* zum *1. Schriftführer der GDM* gewählt. Noch im gleichen Jahr

Rudolf vom Hofe (li.) verleiht Hans-Joachim Vollrath die Ehrenmitgliedschaft. (Foto: Privat)

wurden Sie auf der 1. außerordentlichen Mitgliederversammlung der GDM im Juni 1975 von der Versammlung beauftragt, Gespräche über die *Gründung einer Forschungszeitschrift zur Didaktik der Mathematik* aufzunehmen, 1978 wurde die Gründung dieser wissenschaftlichen Zeitschrift für die Didaktik der Mathematik beschlossen und 1980 erschien dann das 1. Heft des *Journals für Mathematikdidaktik*. Seitens der GDM wurden als Herausgeber dieser Gründungszeitschrift gewählt: Roland Fischer, Arnold Kirsch und *Hans-Joachim Vollrath*. Sie waren dann bis 1984 Herausgeber dieser Zeitschrift, die heute immer noch DIE Forschungszeitschrift für Didaktik der Mathematik im deutschsprachigen Raum ist.

Über das JMD hinaus haben Sie sich auch in vielen anderen Feldern Verdienste für die Weiterentwicklung unserer Gesellschaft erworben: Sie waren von 1977 bis 1982 im wissenschaftlichen Beirat der GDM und Sie haben – zusammen mit Ihrem damaligen Würzburger Team – 1988 die Jahrestagung der GDM in Würzburg ausgerichtet. Sie waren federführend an der Vorstellung der *Didaktik der Mathematik in der Bundesrepublik Deutschland* auf dem Weltkongress ICME 1992 in Quebec (Kanada) beteiligt und Sie hatten sich – bereits vor 1990 – aktiv für einen aktiven wissenschaftlichen Austausch zwischen der ehemaligen DDR und der Bundesrepublik und dann – nach 1990 - zwischen den alten und neuen Bundesländern eingesetzt. So haben Sie etwa 1996 eine Tagung in Osnabrück mitorganisiert, bei der Fachdidaktiker aus Ost und West jeweils ein Thema aus zwei Perspektiven darstellten und diskutierten.

Und schließlich soll auch hervorgehoben werden, dass Sie, Herr Vollrath, auch in der Nachwuchsarbeit der GDM sehr erfolgreich waren. Sie haben in Thomas Weth und Hans-Georg Weigand zwei Wissenschaftler gefördert, die viele Jahre lang gemeinsam den Arbeitskreis der GDM „Mathematikunterricht und Informatik“ geleitet haben, Ihr Schüler Matthias Ludwig hat viele Jahre lang den Arbeitskreis „Geometrie“ geleitet und Sie haben Hans-Georg Weigand darauf vorbereitet, dass er die GDM in den Jahren 2007 – 2013 als 1. Vorsitzender so erfolgreich leiten konnte.

4 Persönliche Anmerkungen

Ich habe Sie als jemanden kennengelernt, bei dem man immer Rat in allen wissenschaftlichen Fragen erhält. Besonders wertvoll an Ihrer Beratung – das weiß ich auch von vielen anderen – war die Tatsache, dass Sie sich mit den anstehenden Fragen oder Anfragen immer ernsthaft auseinander setzten; man merkte, dass Sie sich die Problemstellung des Fragenden zu ihrer eigenen Problemstellung gemacht haben. Dadurch konnte man von Ihnen immer wichtige Ratschläge und zielführende Unterstützung erhalten. Dazu haben Sie diese Unterstützung immer – wie man heute so schön sagt – zeitnah angeboten und in einer freundlichen und niemals irgendwie überheblichen Art und Weise. Auch dafür möchte ich mich bei Ihnen ganz herzlich bedanken. Für mich war dieser Rat am wichtigsten und wertvollsten während der Zeit meiner Habilitation, in der ich mehrfach, damals von Augsburg aus, manchmal mit einem etwas unsicheren Gefühl, die Fahrt nach Würzburg angetreten bin und nach einem langen Gespräch mit Ihnen jedes mal etwas schlauer und auch deutlich entspannter wieder ins schöne Augsburg zurückgefahren bin. An eine dieser Fahrten kann ich mich noch besonders gut erinnern. Es ging bei mir um Fragen der Verbindung von stoffdidaktischen Kriterien mit Methoden der interpretativen Unterrichtsforschung. In einem langen Gespräch wurde mir dann deutlich, dass gerade auch stoffdidaktische Kriterien der empirischen Überprüfung zugänglich gemacht werden sollten und dass es auf der anderen Seite eigentlich keine vernünftigen Gründe gibt, interpretative Methoden auf soziale Interaktion zu beschränken und fachliche Kategorien auszublenden. Als ich danach wieder nach Augsburg kam, habe ich mir vor Freude am Bahnhof gleich eine Fleischküchlesemmel und ein Weißbier gekauft. Das Weißbier war nicht ganz im direkten Sinne Vollraths, aber durchaus in seinem Toleranzbereich.

Lieber Herr Vollrath, im Namen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik darf ich Ihnen alles erdenklich Gute zu Ihrem 80. Geburtstag wünschen und hoffen, dass Sie unsere Gesellschaft und die Didaktik der Mathematik noch lange aktiv und konstruktiv unterstützen werden.

Grußwort des Schriftführers zur Verabschiedung von Thomas Jahnke in den Ruhestand – Potsdam, 11. 7. 2014

Andreas Vohns

Lieber Thomas Jahnke, liebe Festgesellschaft,
Thomas Jahnke hat die Mathematikdidaktik gestört.

Mit einem solchen Satz zu beginnen mag als unhöflich gelten, ja als Affront. Der Satz ist aber ganz und gar als Kompliment gemeint – nachgerade als Würdigung eines spezifischen Verdienstes von Thomas Jahnke um die Wissenschaft Mathematikdidaktik.

Als Vertreter des in der „Gesellschaft für Didaktik der Mathematik" organisierten Teils der Wissenschaft Mathematikdidaktik stehe ich heute hier vor Ihnen. Gewissermaßen sogar als deren oberster „Verwaltungsbeamter", nämlich Schriftführer des Vereins, und damit womöglich als Sinnbild der Mathematikdidaktik als Teil einer „verwalteten Welt"[1], um den heute zu Ehrenden reminiszierend möglichst früh Adorno und Horkheimer ins Spiel zu bringen.

> Thomas Jahnke hat die Mathematikdidaktik gestört.

In diesem Satz erzeugt die Bindung des Akkusativobjekts an das Verb „stören" eine Mehrdeutigkeit: Ist Thomas Jahnke in diesem Satz das (grammatikalische!) Subjekt, *das* ein Objekt „Mathematikdidaktik" gestört hat; mit DUDEN also: derjenige, der die Mathematikdidaktik aus der Ruhe gebracht, deren gewünschten Zustand oder Fortgang unterbrochen, sie nachhaltig beeinträchtig oder gar deren Wünschen zuwidergelaufen und ihr deshalb missfallen hat?

Oder ist die Person Thomas Jahnke das Akkusativobjekt des Störens, derjenige also, *den* das „Subject: Mathematikdidaktik" aus der Ruhe gebracht, seinen Missfallen gefunden und in ihm Widerspruch erregt hat? – Vermutlich stimmt beides, nur: Wie komme ich darauf, dass man in dem Einen oder dem Anderen etwas zu einem feierlichen Anlass Erwähnens- oder gar Würdigenswertes sehen könnte?

Satzungsgemäß bestimmter Zweck der von mir hier heute vertretenen Gesellschaft für Didaktik der Mathematik ist „die Förderung von Wissenschaft und Forschung im Gebiet der Didaktik der Mathematik und damit verbunden die Förderung von Bildung und Erziehung"[2].Nun wäre zu klären, was man unter Begriffen wie „Wissenschaft", „Didaktik der Mathematik" oder „Bildung" im Einzelnen zu verstehen hätte. Ich will mich auf die Wissenschaft beschränken und von dieser nur zwei Merkmale ansprechen, die ich dem Text „Wissenschaft, Argumentation und Widerspruch"[3] von Roland Fischer entlehne:

Zum Ersten: Wissenschaft produziert Argumentationen, Argumentationen entstehen durch Vernetzung, dadurch, dass wir etwas mit etwas anderem in Zusammenhang sehen oder zumindest stellen. Dem Wunsch nach Zusammenhangsstiftung liegt die Vorstellung zu Grunde, „dass die Dinge (einschließlich uns selbst) zusammenhängen und wir in unserer Sicht der Dinge umso sicherer sein können, je mehr wir sie im Zusammenhang sehen können".

Zum Zweiten: Weil keine Vernetzung jemals vollständig ist und jede Vernetzung hinterfragbare Entscheidungen enthält, ist keine Argumentation zwingend und braucht jede Argumentation Reflexion – und der Motor von Reflexion ist Widerspruch. Man kann also den „gewünschten Fortgang" der Wissenschaft eigentlich gar nicht dadurch „unterbrechen", dass man „stört", Widerspruch einlegt oder hervorruft. Die Störung des Fortgangs der Wissenschaft hat Methode – dialektisch gesagt: ohne Störung kann die Wissenschaft gar nicht fortschreiten.

Nun würde es den Ablauf dieser Veranstaltung stören, wenn ich jede Störung im Einzelnen aufzählen würde, die die Arbeit Thomas Jahnkes für die Mathematikdidaktik bedeutet hat, oder gar all das aufzählen wollte, an dem sich Thomas Jahnke im Laufe seiner Tätigkeit in und an der Ma-

1 Adorno, T. W., Horkheimer, M. & Kogon, E. (1989): Die verwaltete Welt oder: Die Krise des Individuums. Aufzeichnung eines Gesprächs im Hessischen Rundfunk am 4. September 1950. Abgedruckt in: M. Horkheimer: Gesammelte Schriften. Band 13: Nachgelassene Schriften 1949-1972. Frankfurt am Main (Fischer), S. 121–142.

2 http://www.didaktik-der-mathematik.de/pdf/Satzung%20GDM%202014.pdf

3 Fischer, R. (1993): Wissenschaft, Argumentation und Widerspruch. In: R. Fischer, M. Costazza & A. Pellert (Hrsg.): Argumentation und Entscheidung: Zur Idee und Organisation von Wissenschaft. München, Wien (Profil), S. 29–44.

Festgesellschaft – erste Reihe v. l. n. r.: Thomas Jahnke, Helen Jahnke-Schuck, Josef Lauter (Foto: Silke Biebler)

thematikdidaktik so gestört hat. Ich will mich daher auf einen Reibungspunkt beschränken, der mir im Wirken von Thomas Jahnke besondere Bedeutung einzunehmen scheint, nämlich das Konzept des „Authentischen“.

In den gemeinsam mit Wilfried Herget und Wolfgang Kroll 2001 herausgegebenen „Produktiven Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“ hält Thomas Jahnke zur Forderung „Produktive Aufgaben sollen authentisch sein“[4] fest:

> Eine Problemstellung ist [. . .] nicht nur oder erst dann authentisch, wenn sie unmittelbar der Lebenswelt oder dem Erfahrungsbereich der Schüler entstammt [. . .]. Authentisch *von der Sache her* ist eine Problemstellung, wenn sie inner- und außermathematisch relevant ist, dies setzt auch voraus, dass es sich tatsächlich um originäres mathematisches Denken – auf welcher Niveaustufe auch immer – handelt [. . .]. Authentisch *von den Lernenden her*, also *für* die Lernenden, ist eine Problemstellung, wenn diese sich ihrer tatsächlich annehmen, sich auf sie einlassen, wobei dieser zweite Punkt der entscheidende ist.

Bereits 1988 hatte sich Thomas Jahnke in einer kontrovers geführten Diskussion über Überraschungen beim „effektiven Zinssatz“[5] im Journal für Mathematik-Didaktik dagegen verwehrt, Authentizität durch Anwendungsbezüge im Sinne eines „So-isses-Realismus“ herzustellen. Von anwendungsorientiertem Unterricht forderte er, dass Anwendungsbeispiele nicht nur dargestellt und entfaltet, sondern auch reflektiert werden. Es sei „geradezu konstitutiv für einen solchen Unterricht, dass man die ‚Realität‘ nicht mit ihrer Beschreibung und mathematischen Erfassung in-eins-setzt.“ Jahnke begrüßt es dabei ausdrücklich, „dass durch mathematische Betrachtungen ein Stück Ideologie, die einer Normierung, einem Verfahren zugrunde liegt, sichtbar wird“.

Es ist hiernach nur konsequent, dass Thomas Jahnke selbst die Norm des „Authentischen“ für

[4] Jahnke, Th. (2001): Normaler produktiver Mathematikunterricht. In: W. Herget, Th. Jahnke & W. Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin (Cornelsen), S. 5–11.

[5] Jahnke, Th. (1988): Noch einmal: Der effektive Zinssatz. In: JMD 9 (2–3), S. 239–246.

Mathematikaufgaben in einem Vortrag[6] von 2008 als ihrerseits „ideologisch“, als „Gutwort“ herausgearbeitet hat, wenn er festhält:

> Die Crux der authentischen Aufgaben ist ihr Mangel. Es gibt keine oder – wenn Sie es versöhnlicher ausdrücken wollen, fast keine. Ich meine, man sollte sich eingestehen, dass es keine authentischen Aufgaben gibt (Und wenn mal einer eine finden sollte, dann kann man das ja feiern.).

Damit ist Thomas Jahnke mit dem Authentischen aber noch nicht am Ende, er liefert uns auch die „Negation der Negation“, eine veränderte Lesart des „Authentischen“ als „echt, glaubwürdig, zuverlässig, in sich selbst stimmig, der Sache selbst verpflichtet“ und er führt weiter aus:

> Die Echtheit oder Glaubwürdigkeit einer Aufgabe stellte dann auch eine Verbindung zu ihrem Bearbeiter her. Ist oder scheint die Aufgabe ihm echt oder glaubwürdig?

Wie ein roter Faden zieht sich durch Jahnkes Arbeit

- zum Ersten der Gedanke, sich als Lehrender gegenüber der Sache verpflichtet zu fühlen, sei es Mathematik, seien es Kontexte ihrer Anwendung, sei es die Bildung, um derentwegen die erstgenannten Eingang in die Schule finden ,
- wie ebenso zum Zweiten, seine Verpflichtung gegenüber den Lernenden ernst zu nehmen,
- und schließlich zum Dritten, sich als Mathematikdidaktiker der Schulpraxis und allen an dieser Praxis Beteiligten verpflichtet zu fühlen. „Ich wollte,“ – so Jahnke in einem Vortrag zur „Regeldetri des Mathematikunterrichts“ – „dass Mathematikdidaktiker nicht nur international sichtbar sind, sondern zuweilen auch an der nächsten Schule“.

Thomas Jahnke hat in den letzten Jahren vor allem eine Mathematikdidaktik gestört, in der Schülerinnen und Schüler ebenso wie mathematische Aufgaben Gefahr laufen, nur noch als Trägerinnen und Träger von Messgrößen wahrgenommen zu werden. Kann es – wie etwa mit PISA wenigstens indirekt behauptet – wirklich ein in sich stimmiges Verfahren geben, bei dem Lernende und Aufgaben auf derselben Skala landen, welches sich gleichermaßen den Lernenden und den Aufgaben verpflichtet fühlt? Muss nicht jedes Verfahren vermessen sein, das behauptet, Bildung zu vermessen?

Ich will an dieser Stelle abbrechen, auch weil ich Gefahr laufe, meinem späteren Vortrag vorzugreifen. Wenn Thomas Jahnke die Mathematikdidaktik gestört hat, dann ist das – um zum Schluss zu kommen – auch deshalb ein Verdienst um unsere Wissenschaft, weil – um noch einmal Roland Fischer zu zitieren – „das Widerspruchsprinzip in der Wissenschaft noch kein Organisationsprinzip mit inhaltlich konstitutivem Einfluss auf diese geworden ist. Der Widerstand in der Wissenschaft ist klein dimensioniert, im Wesentlichen bleibt er individualisiert“.

Wenn „stören“ – wie eingangs dem Duden entnommen – bedeutet, „etwas aus der Ruhe zu bringen“, so wäre wohl der Eintritt in den Ruhestand eine mögliche Zäsur, sich hier individuell aus der Pflicht zu nehmen. Gleichwohl kann ich weder Ihnen, lieber Herr Jahnke, noch uns das wünschen.

Addendum: Als pflichtbewusster Verwaltungsbeamter habe ich diese Grußworte selbstredend meinem ersten Vorsitzenden zur Autorisierung vorgelegt. Er hat darum gebeten, ausdrücklich noch Thomas Jahnkes Leistungen bei der Entwicklung der Mitteilungen der GDM zu würdigen, welche „unseren Verband in Sachen Kommunikation und Diskurs deutlich voran gebracht haben“. Dem kann und will ich mich gerne an- und diese Grußworte dann auch abschließen.

[6] http://www.math.uni-potsdam.de/prof/o_didaktik/aa/Publ/vortr

90. Geburtstag von Prof. Josef Lauter

Thomas Jahnke

Verehrter, lieber Herr Lauter,
liebe Verwandte und Freunde, werte Gäste,
vor 38½ Jahren suchten Sie, Herr Lauter als Professor für Didaktik der Mathematik an der Gesamthochschule Siegen einen Mitarbeiter. Sie luden mich zu einem Bewerbungsgespräch ein, an das ich mich noch gut erinnere. Unterschiedlicher – wie sich in diesem Gespräch und auch danach zeigte – konnten zwei Menschen kaum sein, was ich in dreifacher Hinsicht kurz skizzieren will:

- Sie schätzen die CDU, vor allem in der Person von Konrad Adenauer, in dem Sie einen Politiker sahen, der Deutschland mit großem, strategischem Geschick und linksrheinischer Schlauheit aus der schrecklichen Vergangenheit geführt hatte – mir als einem Studenten der zweiten Hälfte der sechziger Jahre war das politische Establishment fremd, ja eher ein Gegner;
- Sie waren und sind ein gläubiger katholischer Christ, ich war weniger Jahre zuvor aus einer christlichen Glaubensgemeinschaft ausgetreten;
- Sie waren und sind ein großer Sport- und vor allem glühender Fußballanhänger; mir war diese Sphäre suspekt, sie erschien mir nicht akademisch.

Bei so diametralen Grundauffassungen hätte man den Ausgang dieses Bewerbungsgesprächs leicht vorhersagen können. Worin hätte eine Gemeinsamkeit für Sie mit diesem rauchenden, bärtigen Studenten, für den Sie sogar aus Ihrem Aschenbecher die Büroklammern entfernten, bestehen können?

Des Rätsels Lösung ist, dass wir beide – natürlich in beträchtlichem zeitlichen Abstand – ein humanistisches Gymnasium besucht hatten. An solchen ist es üblich, zu Beginn der Lektüre der Odyssee von Homer, deren erste Verse auswendig zu lernen. Ich bin überzeugt, dass Sie mich seinerzeit einstellten, weil ich von den Anfangszeilen der Odyssee noch eine oder zwei mehr als Sie aufsagen konnte, was natürlich kein Wunder war, weil Ihr Schulbesuch deutlicher länger als meiner zurücklag.

Das ist nur eine Vermutung, aber die Sache selbst berührt mich viel tiefer. Es war ein Akt – wie ich heute, nach dem ich die letzten beiden Dekaden in Potsdam gearbeitet habe, sagen würde – es war ein Akt Brandenburger Toleranz. Unsere folgende, langjährige Zusammenarbeit, wobei das Wort Zusammenarbeit für die Anfangsphase meine Rolle weit überhöht, hatte ich doch von Ihnen von der Pike auf didaktisches Denken erst zu erlernen, unsere langjährige Zusammenarbeit ist mir auch für meine spätere eigenständige Tätigkeit ein Beispiel und Vorbild geblieben:

Wenn man ein gemeinsames Anliegen und Ziel hat, kann man hervorragend zusammenarbeiten, auch und vielleicht gerade wenn man in weltanschaulichen Fragen und Wertungen ganz unterschiedlicher Ansicht ist. Für eine innige, nichtkonkurrierende, der Sache verpflichtete Kooperation, wie sie sich zwischen uns entwickelte, ist es nicht erforderlich, dass man sich duzt, die Abende gemeinsam in einer Kneipe verbringt oder den gleichen Hobbys nachgeht. Man kann sich zutiefst respektieren ohne solche vermeintliche oder tatsächliche soziale oder ideologische Nähe.

Sie waren als junger Mann aus den dunklen Zeiten des Krieges gekommen, hatten unter Opfern, unter Papiermangel und im Wintermantel studiert. Jetzt war all Ihr Bestreben darauf gerichtet, das mathematische Schulwissen der nächsten Generation in geordneter Form aufzubereiten und ihr zu übermitteln. Welch ein großes Ziel, das nur aus der Zeit heraus sich erklärt. Hier ging es nicht um postmoderne Flausen oder eine kuschelige Motivationspädagogik, es ging darum mit äußerstem Ernst, größter Anstrengung und uneigennütziger Redlichkeit Deutschland und seine Schulen wieder aufzubauen und zu kultivieren.

In diesem Sinne haben Sie Schulbücher geschrieben – man kann heute sagen – wie ein Weltmeister. Fünfzig sind es insgesamt geworden. Ihre oben schon angesprochene Nähe zum Leistungssport verließ Sie auch beim Schreiben der Bücher nicht. Wöchentlich entstanden – fast möchte ich sagen – Berge oder Bündel von Manuskripten in Ihrer bis heute schönen Handschrift. Wer glaubt das Copy-and-Paste-Verfahren sei erst mit den Textverarbeitungsprogrammen auf Computern entstanden, der irrt. Ihre der Radierbarkeit halber mit Bleistift geschriebenen Manuskripte waren vielfach auseinander geschnitten und wieder zusammengeklebt, um Ergänzungen einzufügen oder die Darstellung zu verbessern, so dass die Manuskriptseiten schließlich ganz dick und pergamentartig wurden. Ihr Elan, Ihre Ausdauer, Ihre

Übersicht und Detailstreue waren einzigartig und standen dem Training und den Wettkämpfen von Leistungssportlern nicht nach.

Wenn Sie nun heute Nachhilfe geben und sich über die heutigen Schulbücher erregen und die Verlage in langen, handgeschriebenen und wohl leider zum Teil unbeantworteten Briefen auf Ungeschicklichkeiten und Fehler in diesen Büchern hinweisen, verstehe ich das gut. Aber die Lebensleistung Ihrer Bücher steht und wird bestehen. Das Auf-und-Ab des Zeitgeistes – zur Zeit hat man wohl eher den Eindruck eines Abwärts, was die Schulmathematik anlangt – wird das Pendel, da bin ich sicher, auch wieder in die Richtung eines Unterrichts und zugehöriger Lehrwerke schlagen lassen, die die Schulmathematik und ihre Durchdringung ernst nehmen. Und da wird man sich auch Ihrer Ausarbeitungen erinnern und auf sie zurückgreifen.

Lieber Herr Lauter, jetzt sind meine Ausführungen vielleicht ernster geworden, als ich das zunächst vorhatte, aber dies ist doch dem Anlass Ihres 90. angemessen.

Ich wünsche Ihnen frohe und erfüllte Tage, an der Orgel, bei Sportereignissen und im Kreise Ihrer Familie. Ich kann mich noch gut erinnern, dass Sie in Ihrer Siegener Zeit, immer wieder erzählten, dass Sie Ihren eigenen alten Mathematiklehrer besuchten. Ebenso will ich es mit Ihnen halten. Vielen Dank für die schönen Jahre der fruchtbaren Zusammenarbeit. Glück und Gesundheit für die künftigen.

Thomas Jahnke, Institut für Mathematik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam
Email: Jahnke@uni-potsdam.de

Bundesverdienstkreuz für Heinz Böer

Herbert Möller

Für seine vielfältige ehrenamtliche Tätigkeit wurde dem Mathematik- und Physiklehrer Heinz Böer aus Nottuln-Appelhülsen, Studiendirektor am Ricarda-Huch-Gymnasium in Gelsenkirchen, am 17.7.2014 das Verdienstkreuz am Bande des Verdienstordens der Bundesrepublik Deutschland verliehen. Viele Mitglieder der GDM kennen ihn nur als „Nachbarn“, der vor langer Zeit die MathematiklehrerInnen-Selbsthilfeeinrichtung „Mathematik-Unterrichts-Einheiten-Datei e. V.“ (MUED) gegründet hat. Deshalb sollen hier kurz seine Verdienste um einen alternativen Mathematikunterricht wiedergegeben werden.

Im Anschluss an ein mathematikdidaktisches Seminar im Wintersemester 1975/76 an der Universität Münster begann er zusammen mit zwei Kommilitonen die Vorarbeiten für eine 1977 abgeschlossene 630-seitige Staatsexamensarbeit über „Anwendungen der Graphentheorie im Hinblick auf die Konstruktion von Unterrichtseinheiten für den Mathematikunterricht“. Ein Bericht über diese höchst ungewöhnliche Arbeit steht in der Website http://www.math.uni-muenster.de/u/mollerh/pages/Staatsex.xml#anchor4.

Zwei Jahre danach veröffentlichten die drei Autoren einen Artikel mit zahlreichen Unterrichtsvorschlägen zur Graphentheorie in einem Sammelband [1]. In den drei Monaten vor seinem Referendariat entwickelte Heinz Böer die ersten 50 Unterrichtseinheiten. Das Heinrich-Behnke-Seminar für Didaktik der Mathematik übernahm die Druck- und Versandkosten für „Rundbriefe“ mit Materialien und Mitteilungen – bis 1981 die MUED als Verein gegründet wurde.

Böers Idee war und ist es, dem Mathematikunterricht mehr Lebensbedeutsamkeit zu geben, um für SchülerInnen auf die Frage „Wozu soll ich das lernen?“ eine gute Antwort haben. Das Konzept des "problemorientierten Mathematikunterrichts in emanzipatorischer Absicht", das der obigen Staatsexamensarbeit zugrunde lag, wurde dafür im Laufe der Zeit umformuliert und ergänzt. Eine 2012 erfolgte Auszeichnung würdigte zum Beispiel Böers Einsatz für anwendungsorientieren, innovativen, schülernahen, begreifbaren, nachhaltigen Mathematikunterricht.

Zur Zeit gibt es bei der MUED rund 1200 diesen Zielen dienende Unterrichtseinheiten, von denen inzwischen mehr als 95 % digitalisiert sind.

Bürgermeister von Nottuln Peter Amadeus Schneider, Sohn Philipp, Frau Annette, Heinz Böer, Landrat von Coesfeld Konrad Püning (v. l. n. r. Foto: Stephanie Schiemann)

Zu den ersten Themen gehörten Wärmedämmung, Atommüllentsorgung und Autobahnkreuze, womit auch Verantwortungsbewusstsein und Kritikfähigkeit gefördert werden sollten. Regelmäßig finden Überprüfungen und Aktualisierungen der Materialien statt.

Nach 37 Jahren ist Heinz Böer immer noch Geschäftsführer des Vereins, dem rund 800 MathematiklehrerInnen aus dem deutschsprachigen Raum angehören. In diesem Rahmen organisiert er jährlich mehrere Tagungen auf Bundes- und Landesebene und beteiligt sich an Veranstaltungen zur MathematiklehrerInnen-Fortbildung. Er ist auch Ausbildungsbeauftragter für die ReferendarInnen des Ricarda-Huch-Gymnasiums in Gelsenkirchen. Zudem arbeitet er im Kooperationsprojekt „Vielfalt fördern“ des NRW-Schulministeriums und in der Bertelsmann-Stiftung mit. Zahlreiche Unterrichtslehrwerke hat er mitentwickelt oder herausgegeben. Neu ist die Mitarbeit an einem Internet-Schulbuch für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II.

Natürlich engagiert er sich auch in der Öffentlichkeit für einen besseren Mathematikunterricht, zum Beispiel im TV-Beitrag des Wissensmagazins X:enius (ARTE) „Wie viel Mathematik steckt in unserem Leben?“ im Sommer 2012 und als Initiator und Teilnehmer an den EU-weiten Comenius-Projekten „Developing Quality in Mathematics Education I“ mit vier EU-Ländern und DQME II mit elf EU-Ländern 2002–2007.

Im April 2012 wurde er von der Deutschen Mathematiker-Vereinigung als „Mathemacher des Monats“ ausgezeichnet. Ebenfalls bundesweit erfolgte die Ehrung als MINT-Botschafter 2012 der Initiative „MINT Zukunft schaffen“ und die Verleihung des Archimedes-Preises im April 2014 durch den Verein MNU.

Hervorzuheben ist, dass Heinz Böer als Lehrer seine Arbeitszeit immer auf 50 % reduzierte, um genügend freie Lebenszeit für seine ehrenamtlichen Tätigkeiten zur Verfügung zu haben. Dazu gehört auch, dass der jetzt 63-Jährige in der Friedensinitiative Nottuln aktiv ist, an deren Gründung er vor 35 Jahren beteiligt war.

Wir wünschen ihm, dass seine Schaffenskraft und Kreativität noch lange erhalten bleibt.

Literatur

[1] Heinz Böer, Rolf Krane und Horst Wiggermann. *Graphentheorie.* In Dieter Volk, Hrsg., *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht*, S. 85-100. Wilhelm Fink Verlag, 1979.

Herbert Möller, Universität Münster, Mathematisches Institut, Einsteinstraße 62, 48149 Münster
E-Mail: mollerh@math.uni-muenster.de

Hinweise für Autor(inn)en

Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 15. 5. und der 30. 11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten. Bei technischen Fragen oder Problemen steht Ihnen Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net) zur Verfügung.

Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. In vielen Fällen darf/sollte es aber gerne auch kürzer sein. Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder LaTeX-Files eingereicht werden – sie werden von uns dann professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als LaTeX-File. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2 500 Anschläge (inklusive Leerzeichen).

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. Emailadresse) ab – *bitte geben Sie am Ende des Manuskripts selbst unbedingt Ihren Namen, Ihre postalische Kontaktadresse und Ihre Emailadresse an.*

Einreichung/Kontakt

Bitte senden Sie Manuskripte (mit Ausnahme der Rubrik: Rezensionen) an den Herausgeber (schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de). Wegen Rezensionen und Rezensionsanfragen wenden Sie sich bitte an Thomas Jahnke (jahnke@math.uni-potsdam.de), Anfragen zu Anzeigen oder technischer Natur an Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net).

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

▪ ***Vorstand**. 1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Rudolf vom Hofe, Fakultät für Mathematik, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld. Tel. 0931 . 521106-5063, vomhofe@math.uni-bielefeld.de
▪ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Silke Ruwisch, Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1 21335 Lüneburg. Tel. 04131 . 677-1731, ruwisch@leuphana.de
▪ *Kassenführer:* Prof. Dr. Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Institut für Mathematik und Informatik, Reuteallee 46, 71634 Ludwigsburg. Tel. 07141 . 140-385, Fax. 07141 . 140-435, bescherer@ph-ludwigsburg.de
▪ *Schriftführer:* Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9010 Klagenfurt, Österreich. Tel. +43 (0)463 . 2700-6116, Fax. +43 (0)463 . 2700-99 6116, andreas.vohns@aau.at
▪ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.
▪ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

▪ Verleger: GDM ▪ Herausgeber: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns (Anschrift s. o.) ▪ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin ▪ Umschlagentwurf: Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns ▪ Druck: Oktoberdruck AG, Berlin
Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Beitrittserklärung zur Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Hiermit beantrage ich die Aufnahme in die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM).

Eintrittsdatum: ○ 1. Januar diesen Jahres oder
○ 1. Januar des folgenden Jahres (Zutreffendes bitte ankreuzen!)

Vorname, Name (mit Titel): ______________________________

Geburtsdatum: ______________ Geburtsort: ______________

○ Adresse privat (mit Tel.-Nr.) ______________________________

____

○ Adresse dienstlich (mit Tel.-Nr.): ______________________________

____

____

(Versandadresse [Mitteilungen der GDM, JMD, Rundschreiben] bitte ankreuzen!)

○ Email (privat): ______________

○ Email (dienstlich): ______________

(Bevorzugte Emailadresse für Rundmails, Rückfragen der Schriftführung bitte ankreuzen!)

Ich bin damit einverstanden, dass diese Daten für vereinsinterne Zwecke in einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage gespeichert werden.

Ort, Datum: ______________ Unterschrift: ______________________________

(Bitte an die Schriftführung senden, bevorzugt per Email/Fax)

Assoz. Prof. Dr. Andreas Vohns
– Schriftführer der GDM –
Institut für Didaktik der Mathematik
Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Sterneckstraße 15
9010 Klagenfurt
Österreich

Tel.: +43 (0)463 2700 6116
Tel.: +43 (0)463 2700 6162 (Sekretariat)
Fax: +43 (0)463 2700 996116
Email: schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de