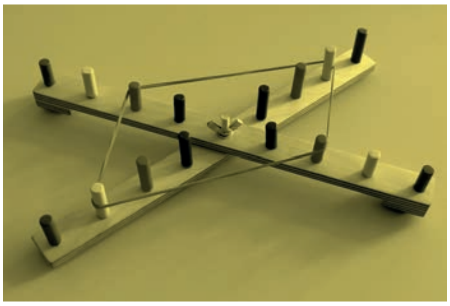
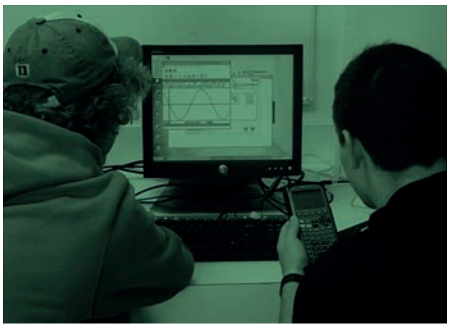
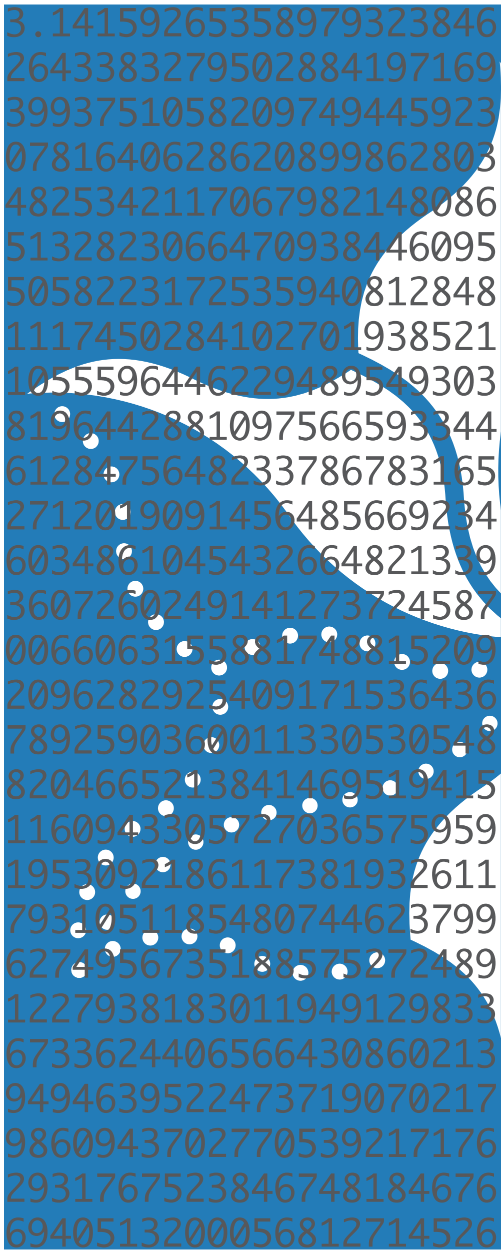
MITTEILUNGEN

DER GESELLSCHAFT FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK







GDM

96

Januar 2014

Editorial: Die „richtige“ Perspektive

Liebe Leser(innen),
als Arbeitsmigrant in Österreich fällt es einem leichter, sich auf die eher belustigenden und bizarren Aspekte des Wahlkampfes im Herkunftsland zu konzentrieren. An der sog. „Merkel-Raute“ und ihrer massenweisen Persiflierung im Internet[1] bin auch ich nicht vorbeigekommen. Aber halt: Ist der Gegenstand all des Spottes denn überhaupt eine Raute? Formt man anatomischen Normalitäten folgend in der Ebene nicht eher ein Deltoid, wenn man aufgrund erwartbarer negativer Assoziationen schon nicht laut „Merkel-Drachen“ sagen will? Die Abbildung links, natürlich Wikipedia entnommenen, ehrenrettet dann letztlich doch den etablierten Sprachgebrauch: Geeignete Neigung der Handflächen zur Bildebene erzeugt den gewünschten Rhombus – bei der „Merkel-Raute“ kommt es eben nur auf die „richtige“ Perspektive an.

Womit wir beim Stichwort „Perspektive“ angelangt wären, das ich nutzen möchte, um Ihnen ein wenig Lust auf das vorliegende Heft zu machen. Unter dem Titel „Ansätze und Perspektiven mathematikdidaktischer Forschung“ hatte ich gemeinsam mit meinem Kollegen Franz Picher die ehrenwerte Aufgabe, die diesjährige Summerschool der GDM zu betreuen. Zentral schien uns, Mathematikdidaktik als mehrperspektivischen Zugriff auf das Lehren und Lernen von Mathematik zu verstehen, bei dem man – dem schon von Susanne Prediger bemühten Gleichnis von den blinden Männern und dem Elefanten (Abb. Mitte) folgend – eingestehen muss, dass keine einzelne Perspektive vollen Zugriff auf das untersuchte Phänomen erlaubt.

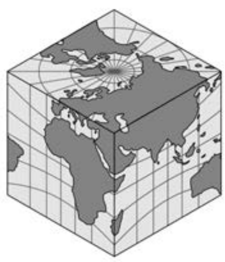
Die Vielfalt der Forschungsansätze und Perspektiven auf unser Forschungsfeld wird im vorliegenden Heft u. a. gespiegelt durch die Vielfalt der Fragen und Probleme, die in den Arbeitskreisen der GDM angegangen werden – auch durch die der Methoden, mit denen man sie angeht, der Theorien, vor deren Hintergrund man sie beleuchtet. Im Magazin setzt sich Jochen Ziegenbalg mit der Frage auseinander, wie das Aufkommen leistungsfähiger Personalcomputer und mathematischer Software (den Blick auf) die Inhalte des Mathematikunterrichts verändert hat oder verändern sollte. Erich Wittmann greift in seinem Beitrag „Die Ideologie der Selbstbeschränkung in der Mathematikdidaktik“ die in Heft 92 begonnene Diskussion um die derzeitige Ausrichtung mathematikdidaktischer Forschung im Spiegel der im JMD veröffentlichten Arbeiten wieder auf.

Mit der PME war im abgelaufenen Jahr eine der großen internationalen Tagungen der Mathematikdidaktik in Kiel zu Gast (s. Bericht in diesem Heft). Es klingt zunächst paradox, aber gerade die inter- nationale Begegnung scheint gleichermaßen die Eröffnung neuer Perspektiven wie auch den Blick auf sich selbst, die Bewusstmachung des eigenen Standpunkts zu evozieren – wovon die für die PME erarbeitete, auch über die Homepage der GDM zugängliche „National Presentation“[2] beredtes Zeugnis gibt.

Hans Walsers „Würfelwelt“[3] (Titelbild und Abb. rechts) bringt uns schlussendlich zurück zu den Rauten, mit denen sich bei geeigneter Perspektive auch ein Würfel machen lässt – irgendwie muss das Runde ja doch wieder ins Eckige.

Eine perspektiveneröffnende Lektüre wünscht
Andreas Vohns





Bildquellen (v.l.n.r): Armin Linnartz (CC-BY-SA 3.0/de), Hanabusa Itchō (Public Domain), © Hans Walser

[1] Siehe etwa http://merkelraute.tumblr.com.
[2] http://www.didaktik-der-mathematik.de/pdf/PME37_National_Presentation.pdf
[3] Kommentierte Bastelvorlage unter http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Wuerfelwelten/Wuerfelwelten.pdf

ISSN 0722-7817

Inhalt

Tagungseinladungen

Rezensionen

Personalia

In eigener Sache

Vorwort des 1. Vorsitzenden

Liebe GDM-Mitglieder,

hier kommt nun unsere erste Ausgabe der GDM-Mitteilungen des Jahres 2014 und ich möchte an dieser Stelle Ihnen und unserem Verband alles Gute für das Neue Jahr wünschen. Es liegt einiges vor uns und ganz besonders freuen wir uns auf die Bundestagung 2014 im schönen Koblenz. Schon jetzt möchte ich mich bei den Veranstaltern, den Organisatoren und den vielen Mitarbeitern und Helfern für die aufwändige Arbeit bedanken, ohne die weder eine Bundestagung noch das Leben der GDM möglich wäre.

Ein wichtiger Teil des vielfältigen Lebens und Wirkens unserer Gesellschaft sind die *GDM-Arbeitskreise*, die sich in Koblenz aufs Neue zu ihren Sitzungen zusammenfinden werden. Ihnen gilt mein diesmaliges Vorwort, sowohl aus einem historischen als auch aus einem aktuellen Anlass. Von den vielen Arbeitskreisen möchte ich dabei zwei herausgreifen: (1) den Arbeitskreis Geometrie, der im letzten Jahr sein 30. Jubiläum feierte und an dessen Beispiel ich über die Entstehung und Entwicklung der Arbeitskreise berichten möchte, und (2) den Arbeitskreis Schweiz-Liechtenstein, der sich in den letzten Jahren zur wichtigsten mathematikdidaktischen Arbeitsgruppe in der deutschsprachigen Schweiz entwickelt hat, dessen Arbeit jedoch deutlich macht, dass es für die GDM auch Anlass gibt, über bestehende Strukturen und Reglungen nachzudenken und diese weiterzuentwickeln.

Arbeitskreis Geometrie

Schon bald nachdem die GDM 1975 bei einer Tagung in Saarbrücken (bzw. später in Karlsruhe) gegründet wurde, entstand das Interesse, die Diskussionen und Kooperationen in Arbeitskreisen zu bündeln, um der neuen gemeinsamen Arbeit über die Bundestagungen hinaus Kontinuität und Sichtbarkeit zu verleihen.

Es war eine Zeit, die von der Neuen Mathematik geprägt war, von der Mengenlehre in der Grundschule und von einer Phase wissenschaftlicher Strenge in der Sekundarstufe. Dies führte insbesondere in der Geometrie dazu, anschauliche Arbeitsweisen zu reduzieren und statt dessen früh mit Axiomensystemen zu arbeiten, was sich in Lehrplänen, Schulbüchern und schließlich im Unterricht, besonders an Gymnasien, niederschlug.

Vor diesem Hintergrund entwickelten sich die frühen Arbeiten der GDM und ihre Arbeitskreise. Die junge GDM war dabei weit davon entfernt, sich als regierungsnahe Organisation zu verstehen, die eine mehr oder weniger kritiklose Umsetzung der neuen Richtlinien unterstützt. Charakteristisch für ihre Arbeiten war vielmehr der Versuch, die damaligen Auswüchse der neuen Mathematik zu verhindern oder zumindest zu begrenzen.

Für die Geometrie führten die Strömungen der Neuen Mathematik zu einer Infragestellung bisheriger handelnder und spielerischer Zugänge und zu dem Versuch, bereits zu Beginn der Sekundarstufe Geometrie axiomatisch einzuführen. In diesem Zusammenhang wurden grundsätzliche Fragen diskutiert: Wie wichtig sind Konstruktionen und Beweise? In welchem Maße sind Vereinfachungen erlaubt? Gehört ein spielerischer Umgang mit der Mathematik ins Gymnasium? Ist es für Zehn- und Elfjährige angemessen ein System deduktiv zu entwickeln, um früh eine Basis für wissenschaftliches Denken zu begründen? Oder führt dies nicht eher zu einer maßlosen Überforderung und damit vielleicht zum Niedergang der Geometrie in der Schule?

In diesem didaktischen und bildungspolitischen Umfeld entstand der Arbeitskreis Geometrie. Die aus heutiger Sicht etwas kurios anmutende Vorgeschichte diese Arbeitskreises soll hier nicht verschwiegen werden: Im März 1980 hielt Herbert Zeitler während der ICME 4 in Berkeley (Kalifornien) einen Vortrag mit dem Titel „Der Tod der Geometrie“, der ein Jahr später im ZDM veröffentlicht wurde. Zeitler kündigte an, 1982 auf der GDM-Bundestagung in Klagenfurt eine Arbeitsgruppe unter diesem martialischen Namen initiieren zu wollen, eine Arbeitsgruppe „Tod der Geometrie“. Er kam aber dann nicht selbst, sondern ließ sich durch seinen Assistenten, Herrn Lang, vertreten.

So merkwürdig wie der Name „Tod der Geometrie“ heute erscheinen mag, in der damaligen Zeit war er nicht ungewöhnlich. Natürlich war er nicht ernst gemeint, sondern als ironische Kritik an der zeitgenössischen Tendenz der Geometriedidaktik, die damals von vielen formuliert wurde und auch in Zeitlers Arbeit klar zum Ausdruck kommt:

> Auf keinen Fall darf versucht werden, dem Schüler ein globales Axiomensystem an den Kopf zu werfen. Schüler dieses Alters haben für majestätische Axiomensysteme – wie das von Hilbert oder ein ähnliches – keinerlei Verständ-

> nis. Es wirkt für sie abstrakt und steril. (Zeitler, 1982 S. 10)
>
> Ich fordere also weniger Axiomatik, weniger Formalismus, weniger Struktur – dafür mehr Anschauung, mehr Substanz, mehr Anwendung. Geometrie soll dadurch wieder mehr Leben bekommen, sie soll den Schülern wieder Freude bereiten. Denn die Freude an einer Sache ist schon fast die Sache selber. Geometrie muß für Schüler ein Zaubergarten sein und nicht ein Exerzierplatz (ebd. S. 11)

Obwohl Zeitlers Kritik breite Zustimmung fand, stieß der Plan, einen Arbeitskreis „Tod der Geometrie" zu gründen, nicht auf ungeteilte Freunde. Ihn abzuwenden, war einer der Gründe, warum sich 1982 unter der Initiative von Karlhorst Meyer und Kurt Peter Müller der Arbeitskreis Geometrie formierte. Der Fokus wechselte damit vom Tod zum Leben entsprechend lautete das Thema der ersten Sitzung des Arbeitskreises auf der Bundestagung 1983 in Koblenz: „Welche Aufgaben fallen der lebendigen Geometrie im Rahmen der neuen Unterrichtstendenzen zu?"

Bereits ein Jahr später, 1984 in der 2. Sitzung des Arbeitskreises auf der Bundestagung in Oldenburg, reichte die Zeit während der Tagung kaum noch für einen wissenschaftlichen Austausch aus und man beschloss, noch im gleichen Jahre eine eigenständige Herbsttagung durchzuführen; das 3. Treffen des Arbeitskreises war somit die 1. Herbsttagung, sie fand statt 1984 an der TU München.

Dies geschah zu einer Zeit, als es noch gar keine institutionalisierten Arbeitskreise in der GDM gab. Und da Mathematiker mit ungeklärten Existenz- und Eindeutigkeitsfragen auf Dauer schlecht leben können, wurde 1986 auf der Bundestagung in Gießen die Frage diskutiert: „Was ist ein Arbeitskreis?" Ein Jahr später wurden dann durch die Verabschiedung einer entsprechenden Ordnung die GDM-Arbeitskreise offiziell eingeführt; damit existiert der Arbeitskreis Geometrie de facto seit 1982, de jure seit 1986. Einem der Gründungsmitglieder, Herrn Profke, der auch auf der 30. Jubiläumstagung anwesend war, verdanke ich viele Informationen über diesen Arbeitskreis, auch an dieser Stelle nochmals ganz herzlichen Dank dafür.

Es folgte nun eine lange Serie von jährlich stattfindenden Herbsttagungen an unterschiedlichen Orten, die neben den Treffen auf den Bundestagungen das Leben dieses Arbeitskreises prägten; Spitzenreiter war dabei mit sechs Veranstaltungen Marktbreit, schon von daher auch ein wunderbarer Ort für einen 30. Geburtstag.

Die Themen der Tagungen deckten weite Bereiche der Geometrie ab, es gab Tagungen zu grundsätzlichen Themen wie zur Rolle der Geometrie im Mathematikunterricht und im schulischen Bildungssystem; zu speziellen Themen wie etwa zur Bedeutung der Geometrie im Hinblick auf spezifische Schulformen, Inhalte, Methode und Werkzeuge; zu mathematischen Kompetenzen wie Problemlösen, Argumentieren und Beweisen; zu kognitiven Aspekten des Lernprozesses, zur Begriffsbildung und im letzten Jahr zu Repräsentationen und mentalen Modellen.

Die Ergebnisse der Jubiläumstagung 2013 des Arbeitskreises Geometrie zum Thema „Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen" erscheinen in Kürze in einem Tagungsband. Dieser dokumentiert nicht nur die Tradition, sondern auch die Vielfalt und Lebendigkeit dieses Arbeitskreises. Auch von dieser Stelle möchte ich für die GDM den Arbeitskreis Geometrie zu seiner Leistung und zur gelungenen Jubiläumsveranstaltung beglückwünschen, ihm für die vielfältige Arbeit danken und diesen Dank mit der Hoffnung und allen guten Wünschen für eine erfolgreiche, produktive glückliche Entwicklung für die Zukunft verbinden.

Arbeitskreis Schweiz–Liechtenstein

Der Arbeitskreis Schweiz–Liechtenstein hat sich in den letzten Jahrzehnten von einer kleinen Gruppe zu einem starken Arbeitskreis entwickelt, der heute über ein Zehntel unserer Mitglieder ausmacht. Von den anderen Arbeitskreisen der GDM, die inhaltlich organisiert sind und sich mit speziellen Themen oder Methoden der Mathematikdidaktik befassen, unterscheidet sich dieser Arbeitskreis dadurch, dass er die Mathematikdidaktik innerhalb der deutschsprachigen Region Schweiz-Liechtenstein allgemein und umfassend vertritt und damit auch als Ansprechpartner für die dortige Bildungspolitik auftreten möchte. Dies ist eine Funktion, die andere Arbeitskreise der GDM (vom Arbeitskreis „Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in Österreich" einmal abgesehen) nicht für sich beanspruchen, weil diese Aufgabe innerhalb Deutschlands vom Vorstand der GDM und von den diesen unterstützenden mit der DMV und der MNU koordinierten Kommissionen ausgeübt wird.

Je mehr sich der Arbeitskreis Schweiz diese Rolle zu seiner Aufgabe machte, um so mehr zeigte sich, dass die bislang bestehende Einbindung in die GDM als Arbeitskreis hierfür nicht ausreicht und den intendierten Aktivitäten zu enge Grenzen setzt. Er hat sich daher an den Vorstand und Beirat gewandt, um gemeinsam über eine Änderung der strukturellen Einbindung in die GDM nachzudenken.

So ist es zurzeit für diesen Arbeitskreis trotz seiner Mitgliederstärke und trotz seiner Kompetenz in Landesfragen aufgrund der bestehenden GDM-internen Reglungen nicht möglich, bildungspolitische Stellungnahmen zu Entwicklungen und Problemen innerhalb des Schweizer Bildungssystems abzugeben. Weiterhin fehlt diesem Arbeitskreis unter den derzeitigen Bedingungen die Möglichkeit, als rechtsfähiger Schweizer Verein innerhalb der Schweiz zu agieren. Damit fehlt eine wichtige Voraussetzung, um bei den bildungspolitischen Handlungsträgern in der Schweiz und in Lichtenstein erfolgreich für die mathematische Bildung in diesen Ländern einzutreten.

Wir haben diese Fragen und mögliche Lösungen in den letzten Monaten ausführlich im Vorstand und Beirat diskutiert und insbesondere hinsichtlich vereinsrechtlicher Aspekte von deutschen und schweizerischen Juristen prüfen lassen. Ziel aller Beteiligten war es dabei, eine Lösung zu finden, die zum einen den Wünschen des Arbeitskreises Schweiz gerecht wird, und es zum anderen ermöglicht, dass die Schweizer Gruppe trotz rechtlicher Eigenständigkeit innerhalb der GDM verbleiben kann. Hierbei wurde deutlich, dass sowohl der Arbeitskreis Schweiz-Liechtenstein als auch die GDM als solche die Mitgliedschaft der Schweizer und Liechtensteiner in der GDM als wertvoll und bereichernd empfinden und dass diese in jedem Falle weiter fortgeführt und gepflegt werden sollte.

Die Schweizer Probleme und Wünsche sind sowohl beim Vorstand als auch beim Beirat auf viel Verständnis gestoßen. Es wurden daraufhin vom Vorstand in intensiven Gesprächen und unter juristischer Beratung verschiedene Modelle entwickelt und geprüft. Dabei wurde schließlich ein Lösungsvorschlag gefunden, der für alle Beteiligten tragbar, akzeptabel und rechtlich umsetzbar erscheint. Kern dieses Vorschlags ist es, dass die Schweizer einen Verein innerhalb der GDM bilden und dass dadurch eine Trennung bzw. Zersplitterung vermieden und die gemeinsame Arbeit weitergeführt werden kann.

Für die Umsetzung dieses Vorschlags sind eine Satzungsänderung sowie die Verabschiedung einer neuen Ordnung erforderlich. Dies kann nur durch mehrheitliche Zustimmung auf der Mitgliederversammlung erfolgen. Hier die Kernpunkte des Lösungsvorschlags:

- *GDM-Landesverband*. Wir eröffnen einem GDM-Arbeitskreis, der das Ziel verfolgt, die Mathematikdidaktik innerhalb eines Landes außerhalb Deutschlands in Wissenschaft und Unterricht allgemein zu vertreten, die Möglichkeit, den Status „GDM-Landesverband“ zu beantragen. Ein GDM-Arbeitskreis mit dem Status „GDM-Landesverband“ ist berechtigt, in bildungspolitischen Fragen als GDM-Landesverband, in diesem Falle also als GDM-Schweiz, Stellungnahmen abzugeben.
- *Korporative Mitgliedschaft*. Es steht einem GDM-Landesverband frei, unter gleichem Namen einen Verein nach dem jeweiligen Landesrecht zu gründen. Dieser kann die korporative Mitgliedschaft in der GDM beantragen. Wird ein Verein „GDM-Landesverband“ als korporatives Mitglied in die GDM aufgenommen, so erhält dieser qua Amt einen Sitz im Beirat. Die Anzahl der Beiratsmitglieder wird dementsprechend erweitert.
- *Anerkennung*. Die Anerkennung eines Vereins „GDM-Landesverband“ als korporatives Mitglied in der GDM kann erfolgen, wenn:
  (1) die Zielsetzung des Vereins „GDM-Landesverband“ mit der Zielsetzung der GDM vereinbar ist;
  (2) die Mitgliedschaft im Verein „GDM-Landesverband“ die Mitgliedschaft in der GDM voraus setzt.
  Im Übrigen erfolgt die Anerkennung eines Landesverbandes nach dem gleichen Verfahren wie die Anerkennung eines GDM-Arbeitskreises.
- *Finanzierung*. Die GDM stellt einem Verein „GDM-Landesverband“ Mittel zur Vereis-arbeit zur Verfügung. Diese betragen in der Regel 25 % der Mitgliedsbeiträge der Mitglieder des GDM-Landesverbands.

Den genauen Wortlaut der Satzungsänderung sowie den Textvorschlag für die ergänzende Ordnung erhalten alle Mitglieder in einer gesonderten Rundmail.

Falls die genannten Änderungen die Zustimmung der Mitgliederversammlung finden, gilt die Möglichkeit, einen GDM-Landesverband zu gründen, selbstverständlich auch für andere Länder. Es wird jedoch kein genereller Mechanismus geschaffen, der etwa Länder außerhalb Deutschlands zu assoziierten Landesverbänden macht, vielmehr kann sich ein Landesverband nur aus eigener Initiative aus einem GDM-Arbeitskreis im Zuge des dargestellten Anerkennungsverfahrens entwickeln.

Ich möchte Sie bereits an dieser Stelle ganz herzlich bitten, die oben ausgeführten Kernpunkte des Vorschlags wohlwollend zu prüfen. Gleichzeitig möchte ich für den aufgezeigten Lösungsweg werben: Er ermöglicht eine Verbleiben der Schweizer Arbeitsgruppe in der GDM und gibt ihr dennoch die für ihre bildungspolitische Zielsetzung notwendige rechtliche Eigenständigkeit.

Mit freundlichen Grüßen

Rudolf vom Hofe
(1. Vorsitzender der GDM)

Informatik-affine Themen in der Didaktik der Mathematik

Jochen Ziegenbalg

Ähnlich wie es W. Dörfler in seinen „Impressionen aus (fast) vier Jahrzehnten Mathematikdidaktik" in [Dörfler, 2013] beschreibt, ist auch dies ein durch persönliche Erfahrungen und Erinnerungen (an meine knapp 50-jährige Tätigkeit in Wirtschaft und Hochschule) gefärbter Essay – und alle daraus resultierenden Dörflerschen „caveats" treffen sinngemäß auch auf diesen Beitrag[1] zu.

1 Einige historische Skizzen

1.1 Das Entstehen einschlägiger Organisationsstrukturen

Im Kontext dieses Beitrags stehen grundsätzlich die jeweiligen fachdidaktischen Organisationen (für Didaktik der Mathematik bzw. Didaktik der Informatik) im Vordergrund. Diese sind aber ohne die entsprechenden „Muttergesellschaften" (DMV – Deutsche Mathematiker-Vereinigung, GI – Gesellschaft für Informatik) kaum denkbar. Zunächst sei ein kurzer, kompakter Abriss der Entstehung und Entwicklung dieser Gesellschaften und ihrer fachdidaktischen Unterorganisationen gegeben:

Mathematik und ihre Didaktik

1890: Gründung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) auf der Versammlung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte in Bremen

1966: Erster Pädagogischer Hochschultag zur Didaktik der Mathematik in Berlin

1967: Erste Jahrestagung zur Didaktik der Mathematik in Osnabrück

1975: Gründung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) in Saarbrücken

1978: Gründung des GDM-Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik" (AKMUI) auf der GDM-Jahrestagung in Münster

Informatik und ihre Didaktik

1969: Gründung der Gesellschaft für Informatik (GI) in Bonn

1978/80: Gründung von GI-Fachausschüssen (FA); FA 9/10: „Ausbildung"

1983: Umstrukturierung in Fachbereiche (FB); FB 7: „Ausbildung und Beruf"

2002: Umfirmierungen: „FB Informatik und Ausbildung/Didaktik der Informatik" (IAD)

2011: Gründung des GI-Fachausschusses „Informatische Bildung in Schulen" (FA IBS)

1.2 Skizze zur Entwicklung von Hard- und Software (einschließlich der Vorgeschichte)

Im Fokus dieses Beitrags stehen die jüngsten Entwicklungen in der Didaktik der Mathematik und Informatik in Deutschland (wobei hier aus Gründen der umfangsmäßigen Beschränkung auf die Entwicklung in der DDR nicht eingegangen werden kann). Dies ist aber ohne einen (zumindest kurzen) Rückblick auf die jeweilige Vorgeschichte kaum sinnvoll. Die folgende kurze Skizze stellt nur den Versuch dar, die Dinge aus der richtigen Perspektive zu betrachten; sie ist kein Ersatz für entsprechende historische Studien.

Im Folgenden wird (sehr grob) zwischen den folgenden beiden Epochen unterschieden:

- Die Ära vor dem Personal Computer (PC): Von den Anfängen bis etwa in die Mitte der 1970er Jahre
- Die Ära mit dem PC

Die historisch dokumentierte Entwicklung von Mathematik und Informatik nimmt ihren Lauf mit der Entdeckung und Beschreibung erster Rechenverfahren etwa in der Zeit ab 3000 v. Chr. Am Anfang standen naturgemäß die Basis-Algorithmen für die Grundrechenarten und erste Elemente des anwendungsbezogenen Rechnens. Im Zeitraum 1800–1600 v. Chr. wird als einer der ersten sich nicht nur auf die Grundrechenarten beziehenden Algorithmen das babylonisch-sumerische Verfahren zum Wurzelziehen auf einer Tontafel dargestellt (Yale Babylonian Collection YBC 7289).

In den folgenden vier Jahrtausenden entwickelten sich Mathematik und Informatik kontinuierlich weiter – in Abhängigkeit von den jeweiligen Kulturkreisen aber mit enorm unterschiedlicher Intensität, Geschwindigkeit und inhaltlicher Tiefe. Den entscheidenden Impuls zu dieser Entwick-

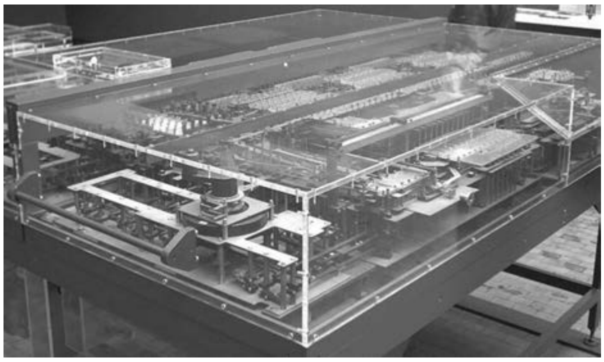
[1] Ausarbeitung des gleichnamigen Hauptvortrags auf der Tagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik" der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), Soest, September 2012

lung gaben die herausragenden Mathematiker der griechischen Antike im Zeitraum von etwa 600 v. Chr. bis 400 n. Chr. Auf die mathematisch eher weniger ergiebige Epoche des Mittelalters folgte mit der Renaissance eine zuweilen stürmische Entwicklung der Mathematik, die bis zum Auftreten Georg Cantors (1845–1918), der Mengenlehre und insbesondere des Auswahlaxioms durchweg algorithmischer Natur war (denn alle Objekte, mit denen sie sich beschäftigte, waren explizit konstruiert). Nicht-konstruktive (und damit auch nicht-algorithmische) Entwicklungen setzten in der Mathematik erst mit der Verwendung des Auswahlaxioms ein. Der Mathematikhistoriker H. M. Edwards formulierte prägnant in einem Artikel über Leopold Kronecker (1823–1891): "For him, the algorithm was needed to give meaning to his mathematics, and he was following in the footsteps of many other – one might say all other – great mathematical thinkers who preceded him".

Die Mathematik jener Zeitepochen war zwar algorithmischer Natur; es schien aber intuitiv klar zu sein, was mit dem Begriff „Algorithmus" gemeint sei und es bestand kein Bedürfnis, diesen Begriff näher zu definieren. Erst ab etwa den 1930er Jahren setzte im Zusammenhang mit der Reflexion der Grundlagen der Mathematik eine erhebliche Vertiefung der Frage ein: „Was ist ein Algorithmus?" bzw. „Was soll es heißen, dass eine Funktion berechenbar ist?" Die Frage wurde von verschiedenen Mathematikern höchst unterschiedlich beantwortet.

Alan Turing formulierte das gedankliche Konstrukt einer abstrakten, extrem primitiven Maschine, die ihm zu Ehren heute als „Turing Maschine" bezeichnet wird. *Kurt Gödel*, *Andrej A. Markoff jr.* (und andere) begründeten den Begriff der Berechenbarkeit (d. h. des Algorithmus) auf dem Konzept der rekursiven Funktionen. Alonzo Church (und andere) entwarfen den „Lambda-Kalkül", auf dem sie den Begriff des Algorithmus aufbauten. Der Lambda-Kalkül ist heute zugleich ein wesentlicher Bestandteil der Programmiersprachen der Lisp-Familie.

In der zweiten Hälfte der 1930er Jahre konnte die Gleichwertigkeit dieser Konzepte nachgewiesen werden. Dies gab Anlass zur Formulierung der *Churchsch'schen These*: Jedes der drei oben beschriebenen Konzepte stellt eine angemessene Beschreibung des Begriffs des Algorithmus (bzw. der Berechenbarkeit) dar. Da „angemessen" kein mathematischer Begriff ist, entzieht sich die These von Church einem formalen mathematischen Beweis. Aufgrund der Gleichwertigkeit der unterschiedlichen Konzepte für die Berechenbarkeit ist sie aber als hochgradig plausibel und vernünftig anzusehen.



Nachbau des Z1 im deutschen Technik Museum in Berlin (Stahlkocher (CC BY-SA 3.0))

Schon immer seit es mathematische Algorithmen gab, war man bestrebt, Maschinen zur Ausführung dieser Algorithmen zu konstruieren. Wohlbekannte Beispiele sind: der Abakus, der Suan Pan, die Rechenmaschinen von Schickard, Pascal, Leibniz, Braun, Hahn, astronomische Uhren, Jacquards Lochkarten-gesteuerter Webstuhl, Babbages Difference Engine, Holleriths Registriermaschine. Dies waren alles *dedizierte* Maschinen, also Maschinen, die geeignet waren, relativ eng umrissene Probleme aus einer bestimmten Problemklasse zu lösen.
In der zweiten Hälfte der 1930er Jahre entstanden die ersten Universalcomputer: *Konrad Zuse* konstruierte mit der Z1 (1938) den ersten (noch rein mechanisch funktionierenden) Universalcomputer überhaupt. In den 1940er/50er/60er/70er Jahren folgte die stürmische Entwicklung hin zu den Geräten, die man heute als „Computer" bezeichnet. Entscheidend für die bis dahin ungeahnten Möglichkeiten der Miniaturisierung war die Erfindung des Transistors (Shockley 1947, Nobelpreis 1956) und in der Folge die Entwicklung integrierter Schaltkreise (Kilby 1958, Nobelpreis 2000).
Einsatzbereiche für diese bis in die 70er Jahre trotz Miniaturisierung immer noch recht klobigen Computer waren vorrangig das Militärwesen, der Hochschulbereich, später die Wirtschaft, jedoch kaum der Bildungsbereich – abgesehen von ersten Versuchen zum sogenannten „Programmierten Unterricht", worunter man den Einsatz des Computers als „Tutor" verstand. Die Bildung stand damals nicht im Zentrum der Computernutzung.
Mit den ersten programmierbaren elektronischen Taschenrechnern zeichnete sich zu Beginn der 1970er Jahre die Ära des Personal Computers (PC) am Horizont ab. Der Durchbruch kam 1976/77 mit marktfähigen Mikrocomputern wie Apple I (1976), Commodore PET (1977), TRS-80 (1977), Apple II, Sinclair ZX80, C64, Atari, Commodore Amiga und anderen. Dies war ein Quantensprung weg von der bis dahin vorherrschenden Stapelverarbeitung und hin zur interaktiven, personalisierten Compu-

ternutzung. Natürlich hatten diese Computer jede Menge Kinderkrankheiten, aber es war das erste Mal, dass sich Privatleute einen eigenen, praktisch voll funktionsfähigen Computer leisten konnten.
Einige typische Eigenheiten dieser Computer waren:

- Jedes dieser Computerfabrikate hatte sein eigenes, isoliertes Betriebssystem. Die Betriebssysteme waren meist mit einem BASIC-Dialekt „verschmolzen".
- Als externe Datenträger verwendete man Audio-Kassetten, später Disketten. Die Aufzeichnungsformate der verschiedenen Hersteller waren untereinander total inkompatibel.
- Anwendersoftware gab es keine; nicht einmal Textverarbeitung. Was auch immer man mit Hilfe eines solchen PC tun wollte, musste auf der Basis von (meist selbstgeschriebenen) BASIC-Programmen (gelegentlich auch Assembler-Programmen) getan werden.
- Elektronische Kommunikation, Email, Internet gab es nicht; bzw. nur in rudimentärer Form an einigen, wenigen Hochschulen und im Militärbereich.

Sehr bald wurden erste „portable" Betriebssysteme für Personal Computer entwickelt: ab 1974 das „Control Program for Microcomputers" (CP/M), ab etwa 1981 MS-DOS. Apple's Lisa Computer (1983) initiierte die Ära der Fenster- bzw. GUI-basierten Systeme (GUI: Graphics User Interface – in der Regel in Verbindung mit einer „Maus"). In der Folgezeit kam es zu deutlichen Konvergenz-Effekten bei den Betriebssystemen, von denen im PC-Bereich bis heute im wesentlichen drei Varianten „überlebt" haben: MS-DOS/Windows, das Betriebssystem für die Apple Computer und verschiedene Varianten von Unix/Linux (neuerdings mit dem Ableger „Android" für Smartphones und Tablet Computer).
Parallel dazu entstanden erste Anwendersysteme zur Textverarbeitung: WordStar (1978), WordPerfect (1979/80), Word (1983) u. v. m. Im Jahre 1979 tauchte ein Programm auf, das die PC-Welt schlagartig veränderte. Sein Name war *VisiCalc*; es war der Urvater dessen, was man heute unter der Bezeichnung Tabellenkalkulation (electronic spreadsheet) kennt. Da ab sofort kein PC mehr verkäuflich war, für den es kein Tabellenkalkulationsprogramm gab, wurden sehr schnell eine Reihe von Clones entwickelt: Multiplan (1982), Lotus 1-2-3 (1983). Die Entwicklung ging rasch weiter in Richtung integrierter „Office" Software, die aus den Hauptkomponenten Textverarbeitung, Tabellenkalkulation, (kleines) Datenbanksystem bestand. Heute kommen in der Regel noch ein Präsentationssystem und Kommunikationskomponenten hinzu.

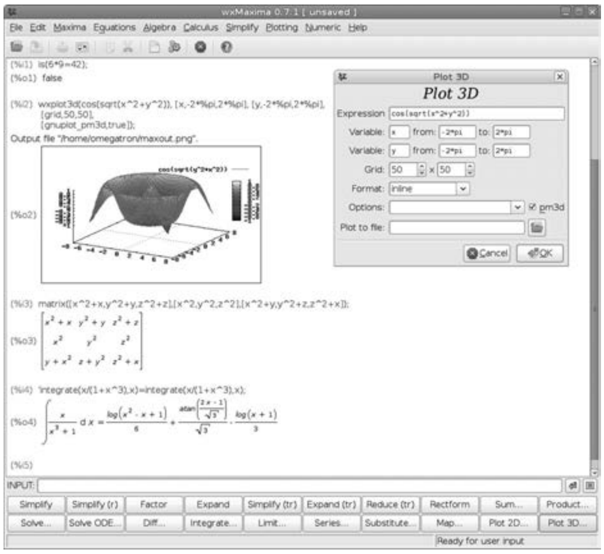
VisiCalc auf dem Apple IIe (© Computer History Museum)

Nach dem Aufkommen der ersten Modems für Personal Computer (ab etwa Anfang der 1980er Jahre) öffnete sich auch für diese Geräte zunächst langsam, dann aber immer schneller und ganz weit die Welt der Email und des Internet bzw. des World Wide Web. Programme, mit denen man das Internet durchstöbern konnte, nannten sich „browser". Erste Browser für den „gemeinen Nutzer" gab es etwa ab den 1990er Jahren: Lynx (noch textbasiert) 1992, Mosaic 1993, Netscape 1994.

2 Entwicklungen inhaltlicher und methodologischer Natur

Schon sehr bald nach dem Auftauchen der ersten Personal Computer erkannten „wache" Mathematiklehrer und Mathematikdidaktiker das Potential dieser Geräte für den Mathematikunterricht. Eine im Bereich der Didaktik der Mathematik schon immer intensiv diskutierte Anwendungsform war das algorithmische Problemlösen. Mit dem Computer war nun das ideale Werkzeug vorhanden, um Algorithmen nicht nur theoretisch mit Bleistift und Papier zu behandeln, sondern sie auch mit echten, konkreten Daten laufen zu lassen. Dies führte sehr bald zu der höchst kontrovers diskutierten Fragestellung: Soll das Programmieren von Algorithmen auch im Unterricht behandelt werden?
Viele Kollegen vertraten die Auffassung: Selbstverständlich! Denn wenn Algorithmen von fundamentaler Bedeutung für Mathematik und Mathematikunterricht sind (und das sind sie) und wenn man interaktiv nutzbare Computer hat, dann sollte man die Algorithmen auch laufen lassen können, und dazu muss man sie programmieren können (will man sich nicht als unmündiger black-box-Nutzer völlig in die Abhängigkeit einiger unbekannter Software-Schreiber begeben). Zu-

mindest exemplarisch sollte ein mathematisch gebildeter Mensch erlebt haben, wie sich fundamentale mathematische Algorithmen in ein Computerprogramm umsetzen lassen.
Frühe auf PCs laufende Programmiersprachen, die (in nennenswerter Anzahl) besonders im Bildungsbereich verwendet wurden, waren BASIC (Beginners All Purpose Symbolic Instruction Code) und Pascal. Neben den „eigentlichen" Programmiersprachen tauchten unter der Bezeichnung Skript- oder Makro-Programmierung verschiedene alternative Möglichkeiten der Programmierung in Anwendersystemen (insbesondere in Tabellenkalkulationssystemen und Datenbanksystemen) auf. Auch das Erstellen von Kalkulationsblättern kann als eine Form der Programmierung angesehen werden.
Eine bis in die 1960er Jahre zurückgehende, also „uralte" und trotzdem wenig bekannte Programmiersprache war die auf dem Lambda-Kalkül basierende Sprache Lisp. Lisp unterstützte frühzeitig wichtige fundamentale Konzepte der Informatik – insbesondere, das für die Modularisierung außerordentlich bedeutsame Funktionskonzept. Ein erster Einsatzbereich für Lisp war die „symbolische" Mathematik, also Termumformungen, formales (nicht-numerisches) Lösen von Gleichungen, symbolisches Differenzieren und Integrieren und vieles mehr. Programmiersysteme mit derartigen Fähigkeiten bezeichnet man heute als Computeralgebra Systeme. Damit wurde ein Aufgabenspektrum für den Computereinsatz erschlossen, das sich anderen Programmiersprachen völlig entzog.
Lisp hatte aber eine sperrige, gewöhnungsbedürftige Syntax, so dass es nie richtig populär wurde. Schon bald nach dem Aufkommen der ersten Personal Computer wurde unter dem Namen Logo eine Version von Lisp entwickelt, die speziell für den Bildungsbereich konzipiert war. Andere für den Bildungsbereich entwickelte Programmiersprachen aus dem Umfeld der künstlichen Intelligenz waren Smalltalk und Prolog. Die Programmiersprachen aus dem Bereich der künstlichen Intelligenz waren aber für ihren großen Ressourcenverbrauch und die damit verbundene geringe Laufzeit- und Speicherplatzeffizienz berüchtigt. Ausserdem wurden viele dieser Systeme, nachdem sie einmal mit einem großen Kraftakt auf die Beine gestellt worden waren, über längere Zeiträume nicht mehr intensiv gepflegt, gewartet und weiterentwickelt. Ihr Erfolg im Bildungsbereich war deshalb recht bescheiden.
Viele der besten Ideen bei der Entwicklung von Programmiersprachen sind in die aufkommenden Computeralgebra Systeme eingeflossen, von denen manche (so z. B. Maxima, eine direkte Weiterentwicklung von Macsyma) ganz direkt auf



Computeralgebrasystem wxMaxima

der Programmiersprache Lisp basieren. Neben den Programmiersprachen, die im Bildungsbereich eine Rolle spielten, gab es natürlich auch stark „System"-orientierte Sprachen wie C und Python. Mit dem Aufkommen des Internet fanden internetaffine Sprachen wie Java und Javascript eine große Verbreitung.
Insgesamt gesehen, stellen heute die Computeralgebra Systeme sehr gute Werkzeuge für die Umsetzung mathematischer Algorithmen dar. Sie bieten (einige sogar als Open Source Produkte) in der Regel: Symbolverarbeitung, eine exakte Numerik (soweit dies sinnvollerweise erwartet werden kann), sehr gute Techniken der Modularisierung, funktionales Programmieren, Rekursion, Listenverarbeitung, gute Graphik- und Sound-Unterstützung eine enorme Fülle „eingebauter" mathematischer Grundfunktionen und vieles mehr.
Inhaltlich entstammten die Beispiele, für die sich der Computereinsatz besonders lohnte, der algorithmischen und diskreten Mathematik und insbesondere dem Themenkomplex „Mathematische Modellbildung und Simulation". Die Befreiung des Problemlösers von der Rechenarbeit ermöglichte die Behandlung sehr viel realitätsnäherer Anwendungsfälle als es ohne das Werkzeug „Computer" möglich war. Dies wird in der Vollversion dieses Beitrags (in den Mitteilungen des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik der Gesellschaft für Didaktik) anhand einiger exemplarischer Fallstudien (Tilgung von Darlehen, das Ziegenproblem, effektiver Zinssatz von Ratenkrediten, ...) ausführlich dargestellt.

3 Bildungspolitititische Entwicklungen

Bis weit in die 1980er Jahre hinein wurden die computer-affinen Mathematiklehrer und

-didaktiker wegen ihrer Computer-Aktivitäten belächelt, aber dann schlug die Stimmung um und plötzlich wollten alle dabei sein, plötzlich wollten alle mitmischen, die irgend etwas mit Unterricht oder irgendetwas mit Computern zu tun hatten.

Die Heterogenität dieses Personenkreises führte zu extrem divergierende Vorstellungen darüber, wozu Computer im Unterricht verwendet werden sollten. Auf Tagungen zum Thema „Computer und Unterricht“ redeten die Teilnehmer vielfach lange Zeit aneinander vorbei. Während der eine vielleicht algorithmisches Problemlösen und Programmierung im Sinn hatte, dachten andere an Multi-Media und Computer-Spiele, wieder andere an den Computer-Führerschein oder an Programmierten Unterricht, was, um die Verwirrung komplett zu machen, etwas völlig anderes war als Programmieren im Unterricht.

Diese Entwicklung führte in der Folge zur Einführung einer Reihe von „weichen“ Themen im Umfeld des Computereinsatzes im Unterricht. Hier ist eine kleine Auswahl der gängigen Schlagworte:

- Informationstechnische Grundbildung (ITG)/ Informationstechnische Bildung (ITB)
- Bildungs-Informatik
- Medienbildung, Medienpädagogik, Mediendidaktik, neue Medien, Medien-Informatik, Multi-Media, . . . , bis hin zum Thema „Computerspiele im Unterricht“
- Bürger-Informatik
- Mensch und Computer, Computer und Gesellschaft
- Computer-Führerschein
- vor allem in den USA: Computer Literacy, Computer Awarenes, Computer-Aided Instruction (CAI); das war mehr oder weniger dasselbe wie der altbekannte „Programmierte Unterricht“
- Information und Kommunikation (IuK-Bildung)
- E-Learning, E-Business, E-Government, E-Gameing, . . . , E-anything

Die mit diesen Schlagworten verbundenen Zielsetzungen waren oft kurzatmig, unreflektiert und fragwürdig. So blieb man nicht selten in Gewöhnungs- und Bedienungs-Szenarien (z. B. Gewöhnung an Office-Software) als Zielsetzung stecken. Oft war nicht klar, ob die entsprechenden Ziele für den Unterricht selbst formuliert waren oder als Hintergrundwissen z. B. für die Lehrerbildung.

Von plump-hemdsärmeligen Argumentationen „Die Computer sind da; deshalb müssen sie jetzt auch in den Unterricht“ über extrem inhaltsarme Zielsetzungen wie z. B. im Zusammenhang mit der Computer Awarenes „Wissen, dass es Computer gibt“ bis zu sonstigen dubiosen Zielsetzungen z. B. für Computer Spiele: „Sie dienen der für Piloten wichtigen ‘hand-and-eye’-Koordinierung“ war alles mögliche zu hören. Man hatte manchmal den Eindruck: Je dubioser die Ziele, mit umso mehr Verve wurden sie vorgetragen.

Viele der Zielsetzungen, wie z. B. „der Computer als Trainer“ (für beliebige Fachinhalte) hatten nichts mit der zentralen Rolle des Computers als Unterrichtsgegenstand zu tun, die nun im folgenden diskutiert werden soll.

Typische *computerspezifische Kenntnisse als Unterrichtsgegenstand* waren (und sind nach wie vor):

- Die Nutzung des Computers als Werkzeug zum (algorithmischen) Problemlösen – mit starker Betonung der Computer-Software
- Die physische Architektur des Computers – mit starker Betonung der Computer-Hardware, etwa nach dem Programm „vom Transistor zum voll ausgebauten PC“ im Physik- und Technikunterricht
- Computer und Gesellschaft
- Der Computer als Medium

Für die Nutzung des Computers als Werkzeug zum Problemlösen wurde (und wird nach wie vor) eine Fülle von Unterrichtsmaterialien besonders aus den Bereichen „Modellbildung und Simulation“, „diskrete Mathematik“ und „dynamische Geometrie“ entwickelt.

Die Zielsetzungen bei den letzten beiden Punkten (Computer und Gesellschaft, Computer als Medium) waren meist sehr schwammig formuliert. Besonders diffus waren die Vorschläge zum Thema „Medien“. H. Hischer hat das Thema dankenswerterweise in dem Artikel „Medienbildung versus Computereinsatz?“ (*GDM-Mitteilungen* 93, Juli 2012, 23–28) aufgearbeitet. Er referiert über die Rolle der Medien (wörtliches Zitat):

> Medien im pädagogisch-didaktischen Kontext; Medien begegnen uns: als Vermittler von Kultur, als dargestellte Kultur, als Werkzeuge oder Hilfsmittel zur Weltaneignung, als künstliche Sinnesorgane, als Umgebungen bei Handlungen. . . . Auch die Lehrerinnen und Lehrer sind dann Medien . . .

Persönlich ziehe ich hieraus die Konsequenz: Ein solch diffuser Begriff, der alles und nichts bedeuten kann, erscheint mir als Basis für eine wissenschaftliche Diskussion wie auch als Basis für konkrete Unterrichtsvorschläge zum Thema „Computernutzung“ ungeeignet. Im Vordergrund eines computerorientierten Unterrichts steht für mich die Rolle des Computers als Werkzeug zum (algorithmischen) Problemlösen.

4 Die Rolle der Berufsverbände, insbesondere GDM und GI

Während das Aufkommen von Personal Computern und ihre Einsatzmöglichkeiten für den Mathematikunterricht in der Didaktik der Mathematik von Anfang an aufmerksam beobachtet und diskutiert wurde, hatte man in der Gesellschaft für Informatik in den Jahren nach ihrer Gründung (in den 1970er und 1980er Jahren) offenbar erst mal andere Probleme als sich um Unterrichtsfragen zu kümmern.
Auf Phasen der inhaltlichen Basisarbeit folgten im zeitlichen Abstand eine Reihe von Stellungnahmen, Resolutionen, Memoranden und Empfehlungen, von denen im folgenden einige der wichtigsten aufgeführt sind. Man sollte sich bei der folgenden zeitlichen Skizze bewusst machen, dass es bis weit in die 1980er Jahre hinein kein Unterrichtsfach „Informatik" gab. Informatische Inhalte wurden (und werden z. T. auch nach wie vor) fächerübergreifend in anderen Unterrichtsfächern vermittelt; vorrangig in den Fächern Mathematik, Technik und Physik. Bei der komplexen und hochgradig unübersichtlichen Situation der Bildungspolitik in Deutschland (11 bzw. 16 Bundesländer mit eigenständiger Kultus- und Bildungspolitik – leider kann an dieser Stelle nicht auf die Entwicklung in der DDR eingegangen werden) mag es immer irgendwelche Ausnahmesituationen und Sonderentwicklungen gegeben haben, aber insgesamt war die Diskussion durch die folgenden Stellungnahmen geprägt.
Es versteht sich von selbst, dass im Folgenden nur die Haupt-Entwicklungslinien skizziert werden können.[2]

GDM 1981: Stellungnahme zur Einbeziehung von Inhalten und Methoden der Informatik in den Mathematik- unterricht der Sekundarstufe 1 und in die Hochschulausbildung von Mathematiklehrern[3], Juli 1981
Dies war die erste Stellungnahme einer wissenschaftlichen Gesellschaft zum Thema „Computer im Unterricht" überhaupt. In ihr ging es um die Einbeziehung von Inhalten und Methoden der Informatik in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und in die Hochschulausbildung von Mathematiklehrern.

GDM 1986: Überlegungen und Vorschläge zur Problematik Computer und Unterricht[4], März 1986
In dieser Stellungnahme erfolgte eine Aktualisierung der Überlegungen und Vorschläge zur Problematik „Computer und Unterricht".

GI 1993: Empfehlungen (des Fakultätentags) der GI zur Einführung eines Faches Informatik an allgemeinbildenden Schulen in der Sekundarstufe II[5]

GDM 1994: Stellungnahme zur Forderung des „Fakultätentages Informatik", Informatik als obligatorisches Fach in der Sekundarstufe II einzurichten (Quelle s. o.).

GI 2004: Aufruf / Memorandum „Digitale Spaltung verhindern!"[6] mit den Forderungen:

- Einführung eines durchgängigen Pflichtfaches Informatik in der Sekundarstufe I an allen allgemein bildenden Schulen aller Bundesländer
- Verankerung der Informatik in der gymnasialen Oberstufe
- Zulassung von Informatik als vollwertiges Prüfungsfach in allen Abschlussprüfungen an Schulen
- Erteilung von Unterricht im Fach Informatik nur durch voll ausgebildete oder entsprechend weitergebildete Lehrkräfte

GI 2008: Grundsätze und Standards: Formulierung des umfangreichen Papiers „Grundsätze und Standards für die Informatik in der Schule/ Bildungsstandards Informatik für die Sekundarstufe I"[7] nach dem Vorbild der „Principles and Standards for School Mathematics" des National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, Standards 2000 Project) in den USA.

GDM 2009: Stellungnahme zu der Empfehlung der KMK zur Stärkung der MNT-Bildung vom 7. 5. 2009), PDF-Datei
Aktualisierung früherer Stellungnahmen zum Thema „Computer im Unterricht" unter Berücksichtigung der MINT-Perspektive (MINT: Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik).

[2] Die Stellungnahmen der GDM sind chronologisch gut geordnet (und relativ kompakt) unter http://madipedia.de/wiki/Stellungnahmen#1981_-_1990; die der GI nicht ganz so kompakt auf den Internetseiten der GI, siehe http://www.gi.de, http://fa-ibs.gi.de/fachausschuss-informatische-bildung-in-schulen/empfehlungen.html und weitere unten genannte Quellen

[3] http://madipedia.de/images/6/62/1981.pdf

[4] http://madipedia.de/images/a/a0/1986_02.pdf

[5] http://fa-ibs.gi.de/fachausschuss-informatische-bildung-in-schulen/empfehlungen.html

[6] http://www.gi.de/fileadmin/redaktion/Download/memorandum_schulinformatik040921.pdf

[7] http://fa-ibs.gi.de/fachausschuss-informatische-bildung-in-schulen/empfehlungen.html

GI 2011: Informatik in die Schule![8] – ein erneutes Plädoyer gemäß der Devise: „Computer sind überall. Dieser Allgegenwart muss sich Schule stellen".

Versuch eines Resümees: Während sich die Stellungnahmen der GDM in der Regel auf konkrete Inhalte und die Methodologie eines computerorientierten Mathematikunterrichts bezogen, waren die entsprechenden Stellungnahmen und Forderungen der GI oft eher alarmistischer Natur: Warnung vor der digitalen Spaltung („digital divide") der Gesellschaft, Warnung vor der Gefährdung unseres Wirtschaftsstandorts als Industrienation, usw.
In den Stellungnahmen der GI wurde zunehmend die Forderung nach einem eigenständigen Schulfach Informatik auf praktisch allen Ebenen artikuliert, verbunden mit der Aussage, dass Informatik in kompetenter Weise nur von speziell dafür ausgebildeten Informatik-Lehrern unterrichtet werden kann.
Dabei kam es gelegentlich zu Gegensätzen in der Argumentation von Seiten der Mathematiker bzw. der Informatiker. Einige Informatikdidaktiker wandten sich besonders aggressiv gegen das Fach Mathematik, da dies das „Haupt-Hindernis" bei der Forderung nach einem eigenen Unterrichtsfach Informatik (besonders in der Sekundarstufe I) war – neigten doch einige Bildungspolitiker zu der Auffassung „Das bisschen Informatik, was man in diesen Klassenstufen machen kann, kann man doch auch im Mathematik-, Physik- und Technikunterricht mit erledigen. Dafür brauchen wir kein neues Fach einzuführen".

5 Fundamentale Ideen und Prinzipien von Mathematik und Informatik

Die Reflexion seiner Fundamentalen Ideen und Prinzipien ist eine der wichtigsten Aufgaben eines jeden Unterrichtsfaches. In der Mathematik gibt es diesbezüglich eine lange Tradition (A.N. Whitehead, J. Bruner, E. Wittmann und viele andere).
Die fundamentalen Ideen der Informatik wurden von A. Schwill (1993, 1994) ausführlich diskutiert. Er spricht auch von Master-Ideen und nennt insbesondere: Algorithmisierung, strukturelle Zerlegung, Sprache. Schwill begründet seine Auswahl in überzeugender Weise; es gibt allerdings ein Problem: Die von ihm genannten fundamentalen Ideen sind (auch) fundamentale Ideen der Mathematik:

- Algorithmen ziehen sich von Anfang an durch die gesamte Geschichte der Mathematik
- Mathematik ist geradezu die Wissenschaft von den Strukturen und vom Strukturieren
- Sprachen, insbesondere formale Sprachen spielen eine wichtige Rolle in der Mathematik (besonders der Metamathematik) und in der Logik

Im Hinblick auf *diese* fundamentalen Ideen ist die vielfach zu hörende Einschätzung „… das kann man doch in der Mathematik behandeln … " nicht verwunderlich.
Dieses Dilemma führte dazu, dass sich die Protagonisten eines eigenständigen Schulfachs Informatik neue Ziele, neue Prinzipien und neue fundamentale Ideen suchen mussten, die das Fach deutlich von bestehenden Schulfächern, insbesondere vom Fach Mathematik abgrenzten.
Mathematikfernere Ziele wie: Informatik-Systeme, Implementierungsfragen, insbesondere die Implementierung großer (Informatik-) Systeme, Informatik-Mensch-Gesellschaft, Schnittstelle Mensch-Computer, Sprachen und Automaten, objektorientiertes Modellieren u.ä. wurden in den Vordergrund gestellt. Insgesamt wurde der Charakter der Informatik als Ingenieurwissenschaft in Bereichen mit hoher Komplexität besonders betont. Mathematiknahe Ziele wie: Algorithmen, algorithmisches Problemlösen wurden eher heruntergespielt (da zu mathematiknah).
Besonders das In-den-Vordergrund-Stellen von allem, was mit „großen Systemen" und der „objektorientierten Modellierung" zu tun hat, brachte aber auch Fragen mit sich, ob hierbei das vernünftige Augenmaß für das schulisch Mögliche und Machbare gewahrt sei.
In dem Standards-Papier (GI 2008) wurde das Thema aus der Perspektive von „Prinzipien, Standards und Kompetenzen" komplett neu aufgerollt. Auch dieses Papier greift die früheren Abgrenzungstendenzen zur Mathematik auf (Zitat: „… Neben den reinen mathematisch-formalen Methoden gewinnen insbesondere ganzheitliche, systembezogene Lösungsansätze an Bedeutung … ").

6 Ausblick: Was von den Informatik-Themen ist nun wirklich bildungsrelevant?

Ich betone an dieser Stelle nochmals, dass es sich durchweg um die Rolle informatik-affiner Themen als *Unterrichtsgegenstand* im Pflichtunterricht handelt und schließe mit einigen persönlichen Empfehlungen.
Zunächst einmal gilt es, die größten Fehler zu vermeiden. Dies sind:

- Behandlung von Themen mit kurzer Halbwertszeit (z. B. Bedienungs-Szenarien, Hard-

[8] http://www.informatikperspektiven.de/fileadmin/redaktion/Vorstandsglossen/GI-Vorstandsmitglied-Fothe110523.pdf

ware-Details, …). Klagen über die kurze Halbwertszeit des Wissens zeigen nur, dass das Falsche unterrichtet wird.
- Behandlung von Modeentwicklungen (Multi-Media, …)
- Ausfechten unfruchtbarer Konflikte, insbesondere mit der Informatik

Ich empfehle vor allem die Besinnung auf
- die *Wurzeln* von Mathematik und Informatik, also
  - die genetische Sicht der Dinge
  - die historische Entwicklung von Mathematik und Algorithmik
- die *fundamentalen Ideen*; im Bereich der informatik-affinen Mathematik sind dies
  - Algorithmen (sie stehen historisch im Zentrum der Entwicklung der Mathematik)
  - Strukturierung (Datenstrukturen; Mathematik ist die Wissenschaft von den Strukturen)
  - Modularisierung (als universelle Problemlösetechnik auch in der Mathematik)
- die *fachdidaktischen* Prinzipien
  - algorithmisches Problemlösen: exploratives Arbeiten, Experimentieren, Elementarisieren, konstruktives Arbeiten
  - operatives Prinzip, d. h. Arbeiten im Sinne der Grundfrage *„… was passiert, wenn …“*

Dabei sollte die Kooperation zwischen Mathematik und Informatik gefördert und nicht verhindert werden.

Im Pflichtunterricht kann es im Hinblick auf die Behandlung von Computerwerkzeugen insgesamt nur um die exemplarische Vermittlung von Grundkenntnissen, Grundfertigkeiten, kurz: eines „Basiswissens“ gehen. Aus meiner Sicht gehören dazu Grundkenntnisse im Gebrauch der folgenden Werkzeug-Kategorien: ein typisches Programmierwerkzeug (z. B. Computeralgebrasystem), ein Tabellenkalkulationssystem, ein Dynamische-Geometrie-System. Für diese Softwaretypen gibt es übrigens z. T. ganz ausgezeichnete Produkte im open source bzw. public domain Bereich.

Übergeordnete Ziele eines solchen Unterrichts sind:
- Solides Beherrschen von einigen (nicht zu vielen und nicht zu abstrakten) fachlichen Grundtechniken
- Sicherheit im Werkzeuggebrauch (insbesondere auch des Computers und seiner Software)
- Entwicklung zum mündigen Bürger mit Selbstbewusstsein und Zivilcourage

Als hervorragende Illustration des letzten Punkts verweise ich (im Sinne von Abschnitt 2.1 in der Vollversion dieses Beitrags) auf die Bankkunden, welche sich gegen die Banken und ihre Rechtsanwälte mit Hilfe eines kleinen mathematischen Modells und seiner Programmierung durchgesetzt haben. Gerade dieses Beispiel zeigt: Sicheres Beherrschen einiger weniger, gut ausgewählter Grundtechniken bringt mehr als ein Halbwissen in eindrucksvoll vielen hochgestochenen Themenbereichen.

Ausgewählte Literaturhinweise

Dörfler W.: Impressionen aus (fast) vier Jahrzehnten Mathematikdidaktik, Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 95, 2013, 8–14

Engel A.: Elementarmathematik vom algorithmischen Standpunkt, Stuttgart 1977

Gesellschaft für Informatik (GI): Bildungsstandards der Informatik (GI 2008, 72 Seiten) vgl. GI-Empfehlungen: Grundsätze und Standards für die Informatik in der Schule (Quelle: siehe Abschnitt 4).

Hischer H.: Medienbildung versus Computereinsatz?; Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 93, Juli 2012, 23–28

Hischer H.: Zum Einfluss der Informatik auf die Mathematikdidaktik, Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 95, 2013, 15–24

Schwill A.: Fundamentale Ideen der Informatik, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 25, 1993, Heft 1, 20–31

Wittmann E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts; Vieweg Verlag, Braunschweig 1976

Ziegenbalg J. O. B.: Algorithmen – von Hammurapi bis Gödel, 3. Auflage, Frankfurt am Main 2010

Jochen Ziegenbalg, Pädagogische Hochschule Karlsruhe, 76133 Karlsruhe, Email: ziegenbalg@ph-karlsruhe.de

Die Ideologie der Selbstbeschränkung in der Mathematikdidaktik[1]

Erich Ch. Wittmann

Tornate all'antico e sará un progresso!
Guiseppe Verdi 1871

Thomas Jahnke und Wolfram Meyerhöfer haben in den GDM-Mitteilungen 92 eine Diskussion über die heutige inhaltliche Ausrichtung des JMD vorgeschlagen. In den Mitteilungen 93 wurde diese Anregung von den Herausgebern (Rolf Biehler, Petra Scherer, Rudolf Sträßer), dem Vorstand der GDM (Hans-Georg Weigand, Silke Ruwisch, Christine Bescherer, Andreas Vohns) sowie einer Kollegin und zwei Kollegen (Susanne Prediger, Willibald Dörfler, Aiso Heinze) aus dem Kreise potenzieller Gutachter aufgegriffen. Alle drei Gruppen haben sich ausführlich geäußert und sich unisono für die Beibehaltung der bisherigen Praxis bei der Bestimmung der Gutachter/innen, der Maßstäbe der Begutachtung und der Auswahl der Beiträge ausgesprochen. Roma locuta, causa finita?

Bei allem Respekt für die Argumente der o. g. Kolleginnen und Kollegen kann ich meine Verwunderung darüber nicht verhehlen, dass der aus meiner Sicht entscheidende Punkt in keinem der drei Artikel auch nur andeutungsweise angesprochen wurde. Wer die Beiträge im JMD in den 1970er und 1980er Jahren mit den Beiträgen im neuen Jahrtausend vergleicht, wird nicht umhin kommen festzustellen, dass sich das Koordinatensystem der deutschen Mathematikdidaktik im Laufe der Zeit massiv verschoben hat. Im Bemühen um „Wissenschaftlichkeit" wurden Beiträge, die auf die Mathematik und auf die Praxis bezogen sind, zunehmend ausgeklammert. Hier liegt das eigentliche Problem des JMD, das man nicht ignorieren dürfte, sondern mit dem man sich in der GDM intensiv auseinandersetzen müsste.

Es handelt sich keineswegs nur um ein deutsches Problem. Diese Entwicklung war im internationalen Raum schon in den 1980er Jahren spürbar, wie mir als Mitglied des Editorial Boards der ESM bewusst wurde. 1986 habe ich zwei Manuskripte für das ESM zur Begutachtung eingereicht: eine Übersetzung des Beitrags „Prämathematische Beweise der Teilbarkeitsregeln" von H. Winter aus mathematica didactica 1983 und ein Manuskript von mir über „Practicing Skills and Reflection", das die Ausarbeitung eines sehr beachteten Vortrags bei der CIEAM Konferenz 1986 in Leiden war.[2] Der damalige ESM-Herausgeber war der Meinung, die beiden Texte seien für eine wissenschaftliche Zeitschrift nicht geeignet. Ich habe mich darauf an die anderen Mitglieder des Boards gewandt und sie um Stellungnahme gebeten. Zwei der fünf Rückmeldungen waren indifferent, drei ergriffen für meine Position Partei. Aus zweien davon möchte ich zitieren:

> *Zitat 1:* I think that there has recently been a growth in research conventions in mathematics education, which I believe have little justification. I have found this at international conferences, and I have found it in referee's comments on material submitted for ESM. These conventions include the cultivation of what passes for an impersonal style – considered to be especially suitable for academic communication – extensive bibliographies and discussions of the existing literature, and the general feeling that a writer who does not comport himself as a member of the club will be blackballed. An associated convention is the convention that articles on mathematical education in learned journals do not include mathematical examples or material which might be of direct use in the classroom. This is leading to a large number of articles in journals which I find unreadable. I prefer articles which might be considered more appropriate to teachers' journals; but I want them to be of the highest quality, and ensuring this is the Editorial Board's problem. Some people engaged on teacher training have expressed the view to me that ESM is publishing material in a world of its own too far from the practical problems of teaching.
>
> *Zitat 2:* I complain the growing distance between "research-didactics" and real teaching, a "caste" of experts has constituted itself. I have a bad feeling about this fact and many teachers too. In addition I see more and more teachers gaining competence in reflecting their doing, in developing new teaching methods and

[1] Der Titel ist angeregt durch den Eröffnungsvortrag „Zur Ideologie der Selbstbeschränkung im Mathematikstudium" von Roland Fischer bei der GDM Tagung 1980 in Dortmund.

[2] Der Vortrag bildete später die Grundlage für das „Handbuch produktiver Rechenübungen".

contents, in experimenting, but I fear that the style of journals runs away.

Diese beiden Zitate, wohlgemerkt aus dem Jahr 1986, beschreiben genau die Situation, in der wir uns heute auch in Deutschland befinden. Die thematische und methodologische Erweiterung der Mathematikdidaktik, insbesondere die Einbeziehung empirischer Methoden, war sicherlich notwendig. Auch die Form der Beiträge war teilweise verbesserungswürdig. Dass mit dieser Erweiterung und dem Insistieren auf formalen Kriterien aber die traditionelle Methode der Mathematikdidaktik, von ihren Kritikern abfällig als „Stoffdidaktik" bezeichnet, verdrängt wurde, ist nach meiner Überzeugung ein Systemfehler, der sich für die Entwicklung des Mathematikunterrichts und der Lehrerbildung in Deutschland negativ auswirken wird, wenn nicht entschlossen gegengesteuert wird.

Die Stoffdidaktik hat den deutschen Mathematikunterricht über Jahrhunderte getragen und war Ende des 19. und Anfang des 20. Jhdts. Vorbild für andere Länder. In ihrer engen Verbindung mit der Mathematik und mit der Praxis stellte sie die wahre Stärke der deutschen Mathematikdidaktik dar, was den zugegeben wenigen ausländischen Kennern der deutschen Verhältnisse wohl bewusst war. Geoffrey Howson, über lange Jahre Sekretär der ICMI und Leiter des englischen SMP Projekts, hat noch 1995 die Meinung vertreten, es sei für den Mathematikunterricht in den USA besser, wenn die NSF den amerikanischen Mathematikdidaktikern Deutschkurse bezahle anstatt Projekte zu fördern.

Wie konnte es zur Disqualifizierung der Stoffdidaktik in Deutschland kommen? Dafür sind mehrere Gründe verantwortlich.

Eine wesentliche Rolle spielte dabei das 1972 mit Mitteln der VW-Stiftung an der Universität Bielefeld gegründete IDM. Ich bin der letzte, der die Verdienste dieses Instituts für die Entwicklung des Mathematikunterrichts bestreitet, und gebe gerne zu, dass ich persönlich von Arbeiten einiger Mitglieder dieses Instituts sehr profitiert habe. Die Stoffdidaktik wurde an diesem Institut aber nicht gefördert, im Gegenteil: Götz Krummheuer berichtet noch heute mit sichtbarem Genuss, wie er und seine Kollegen am IDM stoffdidaktisch konzipierte Unterrichtsstunden, u. a. solche von „bekannten Lehrbuchautoren", mit Hilfe der interpretativen Unterrichtsforschung auseinander genommen haben. Ich erinnere mich an diese Zeiten noch sehr genau, insbesondere an einen von Jörg Voigt am Zentrum für interdisziplinäre Forschung Bielefeld vor großem Publikum gehaltenen Vortrag, in dem er für diesen Unterricht lapidar feststellte: „Die Interaktionslogik ersetzt die Sachlogik." Das hat mir als Anhänger des aktiv-entdeckenden Lernens damals gewaltig imponiert. Heute sehe ich die interpretative Unterrichtsforschung, wie sie am IDM betrieben wurde, aus mehreren Gründen sehr kritisch:

1. Videos und Transskripte sind ein matter Abglanz des Unterrichtsgeschehens. Wie Interventionen der Lehrperson wirken und was sich in den Köpfen der Lernenden abspielt, kann nur schattenhaft erschlossen werden. Die jeweiligen Bilder, die sich Beobachter aufgrund von Äußerungen der Lehrpersonen und der Lernenden von Lehr-/Lernprozessen machen, sind Modelle, die nicht für bare Münze zu nehmen sind.
2. Lernen ist eine langfristige Sache und *naturgemäß* mit Brüchen, Irrungen und Wirrungen verbunden, wie jeder an sich selbst feststellen kann. Auch eine interpretativ geschulte Lehrperson kann daran nichts ändern. Für den Unterrichtserfolg zählt nicht die einzelne Stunde, sondern der Unterricht insgesamt.
3. M. W. gibt es von keinem prominenten Vertreter der interpretativen Unterrichtsforschung Demonstrationen von Unterricht, in denen die Erkenntnisse dieser Forschung explizit in positives unterrichtliches Handeln umgesetzt werden.
4. Im Gefolge der interpretativen Unterrichtsforschung ist eine Interaktionslogik neuer Art entstanden, welche die Sachlogik nach meiner Einschätzung noch gründlicher ersetzt, als das bei der Stoffdidaktik früher Jahre der Fall war.

In hohem Maße verantwortlich für die Abkehr von der Stoffdidaktik ist zweitens auch der Schulterschluss „weiter Teile der Mathematikdidaktik" mit der Psychologie und der Bildungsforschung. Dieser Prozess wurde begünstigt durch eine analoge Entwicklung in den angelsächsischen Ländern, die sich insbesondere in der PME-Gruppe manifestiert.

Ein dritter Grund, der mit dem zweiten eng zusammen hängt, ist die zunehmende Anglisierung der Wissenschaft, die in den Geisteswissenschaften europaweit beklagt wird.[3] Studien zeigen, dass sich das Wissenschaftsverständnis der Angelsachsen von dem auf im Europa unterscheidet.[4] Die Befürchtung, die europäische Wissenschaft könne

[3] Vgl. dazu Oberreuter, H. et al.: Deutsch in der Wissenschaft. München: Olzog 2012
[4] Vgl. zu dieser Problematik Thielmann, W., Deutsche und englische Wissenschaftssprache im Vergleich. Heidelberg: Synchron 2009

bald am Katzentisch der Angelsachsen sitzen und eigene Leistungen einfach preisgeben, ist auch für die deutsche Mathematikdidaktik relevant. Jeder, der einen didaktischen Beitrag aus dem Deutschen ins Englische übersetzt hat, weiß, dass dies nur eingeschränkt möglich ist. Arnold Fricke, so hat Gerhard Müller in einem Gespräch angemerkt, kann man nicht ins Englische übersetzen.

Viertens hat auch die mangelnde Unterstützung der Mathematiker für die mathematisch fundierte Stoffdidaktik zu deren Schwächung beigetragen. Früher gab es regelmäßig stoffdidaktische Tagungen im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, an denen auch Mathematiker teilgenommen haben. Ein solcher Austausch besteht nicht mehr. Die heutige Spezialisierung in der Mathematik verbunden mit dem Druck im eigenen Fachgebiet den Anschluss zu halten, hat den Blick der Mathematiker eingeengt. Die meisten fühlen sich für die elementaren Grundlagen ihrer Disziplin nicht mehr verantwortlich und haben gegenüber der Mathematikdidaktik ein indifferentes Verhältnis. Dass die Vernachlässigung der Elementarmathematik auch der Mathematik an den Universitäten auf Dauer schwer schadet, wird kaum noch gesehen.

Trotz ihrer Disqualifizierung hat sich die Stoffdidaktik in Deutschland unter den erschwerten Bedingungen weiter entwickelt und trägt immer noch den Unterricht, auch wenn das von den GDM-Repräsentanten nicht explizit nach außen kommuniziert wird und die Stoffdidaktik in den Programmen der GDM-Tagungen kaum Berücksichtigung findet. Seit sich die Stoffdidaktik mathematischen Prozessen geöffnet hat, wofür das Werk von Heinrich Winter mustergültig steht, ist sie auf der Höhe der Zeit. Die traditionelle Stoffdidaktik, der man mit einem gewissen Recht anlasten kann, dass sie zu sehr dem belehrenden Unterricht verhaftet war, ist für die weiter entwickelte Form von Stoffdidaktik nichtsdestoweniger eine unentbehrliche Grundlage. Der Leistung der Alten, denen keine Forschungs- und Projektgelder zur Verfügung standen, kann man nur den allerhöchsten Respekt zollen. Sie war ein wesentlicher Pfeiler der Technologie und Wirtschaft, für die Deutschland in aller Welt bewundert wurde.

Es entbehrt nicht der Ironie, dass von Vertretern der deutschen Mathematikdidaktik, die sich von der Stoffdidaktik abgewandt haben, jetzt die Wichtigkeit des „pedagogical content knowledge“ beschworen wird. Wir benötigen aber gerade auf diesem Gebiet keine Nachhilfe von außen: Die Stoffdidaktik verkörperte und verkörpert dieses Fachwissen geradezu musterhaft. Die Stoffdidaktiker aller Stufen, auch die der Grund- und Hauptschule, waren mathematisch hervorragend ausgebildet und darüber hinaus elementarmathematisch hochaktiv. Sie hatten auch eigene Unterrichtserfahrungen, die in ihre Arbeit einflossen. Es ist fraglich, ob die nächste Generation von Mathematikdidaktikern angesichts der Ausbildung, die ihnen heute geboten wird, das für den Unterricht erforderliche Fachwissen überhaupt noch erwerben kann. Dass ein Meisterwerk wie Winters „Entdeckendes Lernen in Mathematikunterricht“ nicht nachgefragt wird, insbesondere in den Doktorandenprogrammen offenbar kaum eine Rolle spielt, und daher nicht neu aufgelegt wurde, ist ein deutliches Indiz für den fachlichen Rückbau, der sich in der Mathematikdidaktik vollzogen hat. Man kann an immer mehr Orten beobachten, wie in der Lehrerausbildung, insbesondere für die Grundschule, fachliche Themen durch lernpsychologische Themen (Diagnose, Kognitionspsychologie, etc.) ersetzt werden. Martin Wagenschein hat einmal ironisch festgestellt, Fachdidaktik sei doch nicht die Kunst, Lehrerinnen und Lehrern zu zeigen, wie man ein Fach unterrichtet ohne etwas davon zu verstehen. In Teilen der Mathematikdidaktik scheint sich eine solche Kunst zu entwickeln.

In Gesprächen mit den Herausgebern des JMD wurde mir immer wieder versichert, das JMD sei selbstverständlich nach allen Seiten offen, auch für Beiträge aus der „Stoffdidaktik“. Ich habe mich schließlich entschlossen dies zu testen und ein Manuskript „Operative Proofs“ eingereicht, entgegen der Warnung von Gerhard Müller, der mit sicherem Gespür geahnt hat, was passieren würde. Ich möchte anmerken, dass mich dieses Thema seit Jahrzehnten beschäftigt hat und ich mich nach dem systematischen Einbau operativer Beweise in das neue ZAHLENBUCH in der Lage sah einen fundierten Artikel darüber zu schreiben. Ich möchte weiter anmerken, dass ich in den letzten Jahren an verschiedenen mathematischen Instituten, auch im Ausland, Vorträge über dieses Thema gehalten habe, die, wie die Reaktionen zeigten, äußerst positiv aufgenommen wurden. In der Rückmeldung eines Mathematikers hieß es: „Ihr Vortrag bildete eine Singularität der Didaktikumsvorträge, zu denen ich normal schon keine Lust mehr habe hinzugehen“.

Das Manuskript wurde von den Herausgebern drei Gutachtern zur Begutachtung vorgelegt, darunter einem aus dem Ausland. Es wurde zwar nicht abgelehnt, die Überarbeitung wurde aber mit so vielen Auflagen versehen, dass ich mich außerstande sah sie auch nur tendenziell zu berücksichtigen. Ich hätte den Charakter des Artikels völlig verändern müssen. Wer die Arbeiten zum „Beweisen“ im heutigen Mainstream der Mathematikdidaktik kennt, kann sich die von den Gutachtern an meinem Manuskript geübte Kritik ausmalen. Mein

Eindruck nach gründlicher Lektüre der Gutachten war, dass darin andere Maßstäbe angelegt wurden, als die, die für eine in der Tradition der Stoffdidaktik stehende Arbeit angemessen sind.

Ich möchte an dieser Stelle darauf verzichten, Einzelheiten aus den Gutachten zu zitieren, sondern lediglich anmerken, dass nur einer der Gutachter wenigstens andeutungsweise in der Lage war die Leistung zu sehen, die allein in den drei Lernumgebungen des Artikels erbracht wurde. Schmunzeln musste ich über die Aussage in einem Gutachten, der Artikel ginge nur wenig über das hinaus, was man in einer Fortbildung Lehrern anbieten würde, und die Aussage in einem anderen, man traue Herrn Wittmann durchaus zu, dass er die nötige Umarbeitung leisten könne.

Ich habe mich natürlich die ganzen Jahre gefragt, ob die Probleme, die ich und andere Kolleginnen und Kollegen mit der heutigen Ausrichtung des JMD haben, persönlicher Natur sind. Nach gründlicher Prüfung bin ich zu dem Schluss gekommen, dass es sich um ein grundsätzliches Problem handelt, das auch in anderen Bereichen gesehen und diskutiert wurde und wird. Sehr aufschlussreich fand ich dabei folgende Bücher:

- „Die Erneuerung der Philosophie" von John Dewey. Hamburg: Junius 1989
- „The Quest for Certainty" von John Dewey, „Later Works (1925–1953)", vol 4: 1929. Carbondale/Ill.: SIU Press 1988, mit einem bemerkenswerten Vorwort von Stephen Toulmin (besonders p. xi–xii)
- „Ed School: A Brief for Professional Education" von G.J. Clifford und J.W. Guthrie. Chicago and London 1988
- „Zwischen Technologie und Selbstreferenz. Fragen an die Pädagogik" und „Reflexionsprobleme im Erziehungssystem" von Niklas Luhmann und Karl E. Schorr. Frankfurt: Suhrkamp 1982 bzw. 1988

Mir ist bei der Lektüre klar geworden, wie verführerisch es in der Wissenschaft ist, selbstreferentielle Systeme aufzubauen, die von der Lebenswirklichkeit Lichtjahre entfernt sind. In Clifford/Guthrie heißt es zur Situation und der Aufgabe der Lehrer ausbildenden Institutionen (im Text „schools of education"):

> Our thesis is that schools of education, particularly those located on the campuses of prestigious research universities have become ensnared improvidently in the academic and political cultures of their institutions and have neglected their own worlds. They have seldom succeeded in satisfying the scholarly norms of their campus letters and science colleagues, and they are simultaneously estranged from their professional peers. The more they have rowed toward the shores of scholarly research the more distant they have become from the public schools they are bound to serve. (p. 3)
>
> In order to accomplish their charter, however, schools of education must take the profession of education, not academia, as their main point of reference. It is not sufficient to say that the greatest strength of schools of education is that they are the only places available to look at fundamental issues from a variety of disciplinary perspectives. They have been doing so for more than half a century without appreciable effect on professional practice. It is time for many institutions to shift their gears. (p. 349–350)

Auch in der GDM ist es Zeit, wieder andere Gänge einzulegen.

Erich Ch. Wittmann, Technische Universität Dortmund, IEEM, Vogelpothsweg 87, 44221 Dortmund, Email: wittmann@math.tu-dortmund.de

Mathematische (Basis-)Kompetenzen im Abitur

(Un-)Verzichtbare Mathematik für „Allgemeinbildung“ und Hochschulzugang

Alexander Wynands

Dieser Beitrag diskutiert einige Aspekte der Mathematik-Standards zum Abitur, veröffentlicht im Herbst 2012 durch die Kultusministerkonferenz [KMK 2012] nach der Vorarbeit einer Projektgruppe im IQB Berlin, in der ich mitarbeiten konnte. Die von der KMK veröffentlichten Standards nennen Kompetenzen und Leitideen für die „Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik“ auf einem „grundlegenden Anforderungsniveau“ und auf einem „erhöhten Anforderungsniveau“ (für eine uneingeschränkte *allgemeine Studierfähigkeit*?).

Unter Beachtung des Strukturwandels in den letzten 50 Jahren im Gymnasium bzw. der Sekundarstufe II in Deutschland werden Vorüberlegungen zu unverzichtbaren „Basiskompetenzen“ (für eine *Abitur-Allgemeinbildung)* am Ende der Sek. II skizziert.

1 Abitur-Standards – Soll-Vorstellungen oder „Mainstream“?

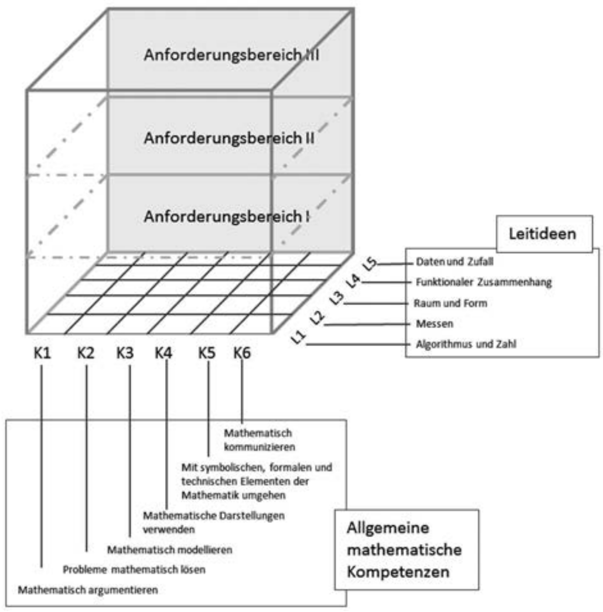
In der Fachpräambel der KMK-Veröffentlichung[1] werden die „allgemeine[n] Ziele des Faches und fachdidaktische[n] Grundlagen“ so benannt:

> Das Fach Mathematik leistet einen grundlegenden Beitrag zu den Bildungszielen der gymnasialen Oberstufe und der Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler bis zur Allgemeinen Hochschulreife. Vermittelt werden eine vertiefte Allgemeinbildung, allgemeine Studierfähigkeit sowie wissenschaftspropädeutische Bildung.

Meine Bedenken, ob diese „allgemeinen Ziele“ im derzeitigen Bildungssystem mit den veröffentlichten „Standards“ erreicht werden können, möchte ich als Statements und mit Fragen formulieren.

1. Die vom IQB-Team erstellten und in [KMK 2012] formulierten Standards sollen für jeden Abitur-Zugang gelten. Werden hierdurch bisher geltende Richtlinien/(Kern-)Curricula von Gesamtschulen und (Berufs-)Kollegs nachgebessert oder erfolgt eine Neu-Nivellierung aller Schulen der Sek. II in Deutschland?
2. Die auf zwei Niveaus („grundlegendes und erhöhtes Anforderungsniveau“) formulierten Standards fordern für viele Abiturienten, die z. B. gar nicht oder keine MINT-Fächer studieren, ein sehr umfangreiches Leitideen-Spektrum mit zu viel Detailwissen. Werden hierdurch breites, anwendungsorientiertes Fakten-Wissen und „Können“ auf Kosten von Begriffs-Wissen, Beweisen und Methoden-Reflexionen angestrebt?
3. Es wird nicht klar, was Standards für eine „vertiefte Allgemeinbildung“ auf Sek. II-/Abitur-Standards sein sollen und welche Standards hinreichend erscheinen für die Studierfähigkeit von MINT-Studien. Welche „Basiskompetenzen“ sollten für die Sekundarstufe II unverzichtbar sein und welche Kompetenzen sind eine aussichtsreiche Basis zum Studium besonders der MINT-Fächer?
4. „Standards“ unterliegen einem gesellschaftlichen, bildungspolitischen „Mainstream“ oder „Zeitgeist“. Solange keine empirischen Befunde über ihre Inhalte und Erreichbarkeit in allen (!) Bundesländern angestrebt bzw. politisch gewollt sind, ist die Meinung einer einzelnen Expertengruppe (IQB-Team) für eine Festschreibung hilfreich aber nicht hinreichend. Wodurch können die teilweise verheerend hohen Studien-Abbrecher-Zahlen verkleinert werden?
5. Eine mathematik-didaktische Theorieorientierung ist für Standards notwendig. Die „Verortung“ in einem „3-D-System (Kompetenzen × Leitideen × Anforderungsbereiche“, die in [KMK 2012] genannt wird, ist sehr hilfreich für die Curriculum-Entwicklung, die Arbeitsprozesse im Mathematikunterricht ebenso wie zur Konstruktion von Aufgaben für Test, Klassen- und Abiturarbeiten (s. Abbildung). Aber:
   - Die in [KMK 2012] veröffentlichten Beispiel-Aufgaben weisen nicht deutlich genug darauf hin, dass „gute“ Aufgaben nicht einen isolierten „Punkt“ im 3-D-System konkretisieren sondern eher umfassendere „Intervalle“ bzw. „Bereiche/Flächen/Räume“ exemplifizieren sollten.
   - Viel deutlicher müssten viel mehr exemplifizierende Aufgaben im Anforderungsbereich I hinweisen auf unverzichtbare „Ba-

[1] Quelle: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf



3-D-System: Kompetenz × Leitidee × Anforderungsbereich

siskompetenzen“ für eine *Abitur-Allgemeinbildung* am Ende der Sek. II.

6. Wichtig wäre eine „Abnehmer-Befragung“, die zumindest teilweise klären sollte, ob die Standards und Aufgaben-Beispiele verständlich formuliert und zustimmungsfähig (im Hochschul- und Berufsbildungs-Bereich) sind.

Ich möchte meine Meinung klar formulieren: Ohne die in Punkt 1 angesprochene „System-Frage“ zu stellen für unsere Gymnasien, Gesamtschulen, (Berufs-)Kollegs und für Studiengänge in (binären) Ausbildungen, an (Fach-)Hochschulen und Universitäten, erscheint mir eine zielorientierte, effektive Aussage über Abitur- bzw. Sek. II-Standards nahezu ziellos. Während meiner Mitarbeit im IQB-Team konnte (oder wollte) man nicht diese Systemfrage beantworten: Für welches Abitur sollen in Deutschland welche Mathematik-Standards gelten? Oder kurz: Was ist im Abitur (un-)verzichtbar?

Alle für die (Aus-) Bildung Verantwortlichen – nicht nur die Kolleginnen und Kollegen der Mathematikdidaktik – sind m. E. aufgefordert mit zu streiten, dass

- einerseits keine zu „breiten“ Anforderungen für eine „Abitur-Allgemeinbildung“ gestellt werden und
- andererseits tragfähige Standards für eine „allgemeine Studierfähigkeit“ sowie für „wissenschaftspropädeutische Bildung“ den Mathematikunterricht in der Sek. III prägen.

Es wird höchste Zeit, dass sich nicht nur Fachdidaktiker, sondern auch besonders die für Erziehung und (Aus-)Bildung Verpflichteten (Eltern, Lehrende, Politiker, ...) zielorientiert streiten über Kompetenzen, ohne die eine „allgemeine“ oder „berufsfeld-spezifische“ Hochschulreife nicht bescheinigt werden sollte. Es muss diskutiert werden, welchen Wert und welches Ziel ein Abitur haben sollte. Welche Standards aus dem Bundesland X oder aus Y sollen hier Pate stehen? Man beachte dazu die Anteile von Schulabgängern mit Hochschulreife im Jahr 2009[2] z. B.: Saarland 52 %, Berlin 37 %, NRW 35 %, Bayern 25 %, Sachsen Anhalt 24 %.

Die Frage nach einer sinnvollen, vertretbaren oder gewünschten Quote von Studienberechtigungen kann sicherlich nicht beantwortet werden von Interessen-Vertretern aus Industrie, Handel oder Hochschule, die ihren eigenen Bedarf artikulieren. Eltern, die „auf jeden Fall“ ihr Kind zum Abitur und Studium bringen wollen, sollten pädagogisch begleitet und informiert werden über bessere Alternativen.

> 48,4 Prozent der 18- bis 20-Jährigen, haben 2010 das Abi oder Fachabi bestanden – ein Rekord seit der Wiedervereinigung, wie das Statistische Bundesamt in Wiesbaden berichtet. Diese sogenannte Studienberechtigtenquote hatte im Vorjahr noch bei 45,9 Prozent gelegen und 1992 – im Jahr der ersten Erhebung nach der Wiedervereinigung – nur bei 30,8 Prozent. [...] In den westlichen Bundesländern [außer im Saarland] gab es überall Zuwächse bei den für ein Studium zugelassenen Absolventen, am stärksten in Schleswig-Holstein mit 9,4 Prozent.[3]

Weder ökonomisch sinnvoll noch menschlich vertretbar erscheinen mir zu hohe Studien-Abbrecher-Quoten in Deutschland:

> 115 800 Studienanfänger begannen 2011 ein ingenieurwissenschaftliches Studium [...] Jeder zweite [...] bricht es nach ein paar Semestern wieder ab. [...] Die häufigsten Gründe [...] sind Schwierigkeiten mit den Studienanforderungen und fehlende Motivation, ermittelte das HIS (Hochschul-Informations-System)[4]

Am wahrscheinlichsten wird ein Studienabbruch nach den in Fußnote 3 zitierten Untersuchungen des HIS für einen

[2] http://de.statista.com/statistik/daten/studie/183267/umfrage/anteil-der-abiturienten-nach-bundeslaendern/
[3] http://www.spiegel.de/schulspiegel/wissen/abi-boom-jeder-zweite-schueler-schafft-die-hochschulreife-a-748622.html
[4] F. Lübe in Die ZEIT, Nr. 10, 28. 2. 2013, S. 75

> Fachhochschüler ohne Mathematik- und Physik-Leistungskurs, wenn er erst eine Ausbildung gemacht hat, dann gearbeitet hat und im Studium zuerst nur abstrakte Grundvorlesungen besuchen muss [...][5]

Es muss weiter spezifiziert werden, welche Kompetenzen angemessen sind für eine vertiefte Allgemeinbildung und für „allgemeine" Studierfähigkeit von Nicht-MINT-Fächern. Die genannten Standards auf einem „grundlegenden Anforderungsniveau" erscheinen mir dafür zum Teil jedenfalls in der Breite unangemessen angesetzt.

2 Anmerkungen zu „alten" und „neuen" Abitur-Klausuren

„Früher war alles besser, da war ein ABI noch ein ABITUR"

Ein Wandel von Zielsetzungen durch Reflexion alter Inhalte und Berücksichtigung neuer Erkenntnisse, Methoden, Werkzeuge und Bedürfnisse in Kultur und Gesellschaft erscheint mir weder per se schlecht noch derzeit unverzichtbar.

Zwei Original-Klausuren von 1937 und 1938 entnommen aus [Wynands 1995] mögen die häufig gehörte „All-Aussage" widerlegen:

Herbstreifeprüfung 1937:

1. Aufgabe: Durch den Verkauf einer modernen Kraftmaschine im Wert von 35000 RM erzielt eine Fabrik jährlich 5000 RM Ersparnis. Hat sich der Einkauf gelohnt, wenn die Maschine nach 10 Jahren abgenutzt ist?
2. *Aufgabe:* Welche Höhe und lichte Weite muß man einem Litermaß geben, damit möglichst wenig Material gebraucht wird?
3. *Aufgabe:* $x^5 + 5x - 10 = 0$ hat eine reelle Wurzel. (Als Aufsatzthema.)

Reifeprüfung Ostern 1938:

1. Ein Waldbestand wird mit 90000 m² geschätzt. Am Ende jeden Jahres werden 3000 m² geschlagen. Wie groß ist der Bestand nach 20 Jahren, wenn mit einer jährlichen Vermehrung von 3 % gerechnet wird?
2. Löse die Gleichung! $x^3 = 5 + 12i$
3. Ein quadratisches Stück Papier von der Kantenlänge 24 cm soll zu einem rechteckigen Kasten verarbeitet werden. Wie groß müssen die an den Ecken ausgeschnittenen Quadrate sein, damit der Inhalt des Kastens möglichst groß wird?

Man beachte:

- Beide 1. Aufgaben sind heute für eine 10er-(Unter-Sekunda-)Klassenarbeit angemessen.
- Die beiden „Mini-Max-Aufgaben" (2-1937 und 3-1938) sind „Klassiker" der Schul-Analysis für quadratische Funktionen.
- Die beiden restlichen Aufgaben verwundern heute sicherlich manchen Leser; „Aufsatzthemen" bzw. „Gleichungen mit komplexen Zahlen" im Mathe-Abi!?

In der Abiturklausur, die 1963 der Autor dieser Zeilen an einem „humanistischen altsprachlichen Gymnasium" zu bearbeiten hatte, findet man auch keine Analytische Geometrie/Lineare Algebra und keine Stochastik, nur Aufgaben zur Analysis/Algebra.

Nachdenken sollte man bei diesen Aufgaben sowohl über ihre sprachliche Formulierung (Sprach-Komplexität, keine Zeichnung oder Illustration) und darüber, welche der hier geforderten algebraischen Kompetenzen damals ohne und heute trotz bzw. mit Computer-Algebra-Systemen (CAS) gefordert wurden bzw. (un-)verzichtbar sind.

> *Aufgabe 1*
> Von einem rechteckigen Grundstück an der Ecke zweier, senkrecht zueinander verlaufender Straßen wird beim Ausbau der Kreuzung ein Stück abgeschnitten, so dass sich als Begrenzungslinie ein Viertelkreis ergibt, dessen Halbmesser gleich der kürzeren Rechteckseite ist.
> Wie groß wird im Höchstfall die rechteckige Bodenfläche einer auf dem Grundstück zu errichtenden Wartehalle, wenn eine Bebauung bis zur Grenze zulässig ist?
> Die Seitenlängen des ursprünglichen Rechtecks waren 18 m und 4 m.
>
> *Aufgabe 2*
> Durch jeden Punkt einer gegebenen Parabel werde die Parallele zur Parabelachse gezogen. Durch den Schnittpunkt mit der Scheiteltangente werde die Gerade senkrecht zu der Sehne bestimmt, die den Punkt mit dem Scheitel verbindet. Senkrechte und Sehne schneiden sich in einem Punkt.
> Auf welcher Kurve liegen diese Punkte?
>
> *Aufgabe 3*
> Die Schar der Funktionen $y = \dfrac{(x^3 + 2kx)}{(x^2 - k)}$ (k reell) und ihrer Schaubilder.

[5] In 2008 verlassen die Hochschule 33 % ohne (ersten) Abschluss, vgl. http://de.statista.com/statistik/daten/studie/162988/umfrage/studienabbruch-im-laendervergleich/. In 2010 ist die Prozentzahl der Studienabbrecher: Durchschnitt in Ing. Wiss. 73 % und in MathNat 64 %; vgl. http://de.statista.com/statistik/daten/studie/157345/umfrage/erfolgsquote-von-studenten-nach-faechergruppen/.

Eine Untersuchung der Kurven auf gemeinsame und abweichende Eigenschaften in Abhängigkeit von der Wahl des Parameters k.

Anmerkungen

- Die Aufgaben beziehen sich ausschließlich auf die Schul-ANALYSIS.
  Nicht in der „Breite“ wohl aber in der „Tiefe“ liegen hier die Anforderungen.
- Die Anforderungen an „inner- und außermathematischer“ Modellierungsfähigkeit sind beachtenswert hoch. Die Aufgaben 2 und 3 sind „offen“ und „innermathematisch“. Wie die Problemstellung untersucht, mathematisiert wird und die Ergebnisse begründet (bewiesen), verbalisiert, kommuniziert werden ist durch nichts vorgegeben.
- Auf so viel Bruchrechnung bzw. Termumformung wie in Aufgabe 3 gefordert möchte ich auch heute noch nicht im Mathematik-Abitur verzichten.

Zu A1 – Optimierung

Gefordert werden in dieser Aufgabe

- Text- und Sachverständnis für eine Modellierungs-Aufgabe,
- die Mathematisierung der Sachsituation in einem geeigneten Koordinatensystem und
- die Lösung des sich ergebenden innermathematischen Optimierungs-Problems mit
- anschließender Interpretation der Lösung.

Die Aufgabenstellung ist sprachlich komplex und „offen“. Es gibt keinerlei Vorgaben durch eine Zeichnung, ein Koordinatensystem und für eine Methode. Die Darstellung der Sachsituation in einem (geeigneten!) Koordinatensystem ist sehr entscheidend für die konkrete „Rechnung“ — damals natürlich ohne Taschenrechner!

Zu A2 — Ortskurve

Anforderungen:

- innermathematische (Um-)Modellierung (Wechsel zwischen Geometrie und Algebra)/ Problemlösung,
- Begriffe: Parabel(-Achse), (Scheitel-)Tangente, Senkrechte, Sehne, Kurven-Gleichung, [. . .],
- „offenes“ Problem, Koordinatensystem und Kurvendarstellung sind nicht vorgegeben,
- es wird eine theoriebasierte Entdeckung mit anschließendem Beweis verlangt.

„Kopf, Stift und Lineal“ sind die alleinigen „Arbeitsgeräte“; wie schön wäre doch eine „DynaGeo-Software“ mindestens für eine Vermutung gewesen!

A3 — „Offene“ Kurvenschar-Diskussion

Anforderungen:

- Diskussion (in Aufsatzform) für ein formales innermathematisches Thema,
- Beschreibung der Untersuchungsmethoden,
- Fallunterscheidungen/Klassifikation von Parametern,
- Term-Umformung und Interpretation von Grenzverhalten,
- lokale Stetigkeit und asymptotisches Verhalten von Kurven.

Man kommt schon ins Grübeln beim Vergleich solcher Aufgaben aus dem Jahr 1963 an einem altsprachlichen Gymnasium mit den kleinschrittig gegliederten, viele Seiten langen Aufgabenstellungen heutiger Abitur-Klausuren, vgl. [FINALE 2012].

Was soll und woher kommt diese Kleinschrittigkeit? Entspricht sie dem Verlangen nach besserer Punkte-Verteilung von Teilleistungen oder einer vom Lehrenden vor-gedachten Lösungsstrategie? Welchen Stellenwert sollten Aufgaben/ Probleme haben, die für verschiedene Lösungswege „offen“ sind? Wie viel Textgestaltung, Verbalisierung von Lösungsmethoden und Begründungen, Erklärungen und Beweisen mit mathematischen Begriffen können oder wollen wir im Abitur verlangen?

3 Vorüberlegungen zu unverzichtbaren „Basiskompetenzen“ am Ende der Sek. II

Dringend erforderlich erscheint mir das Nachdenken über Basiskompetenzen Mathematik für eine „Abitur-Allgemeinbildung“ und Studierfähigkeit.

Fortgeschrieben werden sollte der Katalog von Basiskompetenzen „Mathematik für Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht“ [Drüke-Noe et al. 2011], in dem keine „Risikogruppe“ beklagt noch angeklagt wird sondern vielmehr konkret Kompetenzen genannt werden, die Risiken (für „Ausbildungs-Fähigkeit“ und im „Alltag“) verhindern können. Eine „Abnehmerbefragung“ (an Universitäten, Fachhochschulen, bei Industrie- und Handwerks-Organisationen, [. . .]) analog zu [Drüke-Noe et al. 2011] ist sicherlich schwierig aber einen Versuch wert.

An dieser Stelle will und kann ich nur skizzenhaft auf die Frage eingehen: „Was ist unverzichtbarer im Mathematikunterricht der Sek. II bzw. im Mathematik-Abitur?“

Basiskompetenzen sollten

- kultur-historische Aspekte berücksichtigen,
- keineswegs „formale“ Bildung zu Gunsten vordergründiger Anwendbarkeit vernachlässigen,
- die Sek. I – Standards beachten und vertiefend fortsetzen.

Die Akzeptanz und Umsetzung von Sek. II-/Abitur-Standards unter den Lehrenden in Deutschland setzt nicht nur die Kenntnis der hier genannten Punkte voraus sondern auch genauere Angaben von bildungspolitischen Zielen der Sekundarstufe II in allen deutschen Bundesländern.

Eine Liste von Basiskompetenzen nützt aber den Adressaten nur dann, wenn die geforderten Kompetenzen auch durch exemplifizierende Beispiel-Aufgaben erläutert werden. Analog zu „Basiskompetenzen am Ende der Sek. I" [Drüke-Noe et al. 2011] schlage ich eine Orientierung an Leitideen (Stoffinhalten) vor. Die Leitideen-Beispiele sollten – neben dem „Stoff" – gewünschte Kompetenzen exemplifizieren in den Gebieten Analysis/Zahlverständnis, Geometrie/Algebra und Stochastik/Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Eine Diskussion über (un-)verzichtbaren (Basis-)Kompetenzen sollte diese unvollständige Liste berücksichtigen:

- *Mathematische Begriffe und Objekte*
  Kreis- und Kugel-(Gleichungen), (ir)rationale und reelle Zahlen, „unendlich große und unendlich kleine" Zahlen, Funktionen, Grenzwerte, Konvergenz und Divergenz, ... vgl. [Marx 2013], Gleichungs-Systeme, Wahrscheinlichkeit, statistische Streumaße und Verteilungen ...
- *Mathematische Methoden*
  (logisch) Strukturieren und Fallunterscheidungen durchführen, z. B. beim Argumentieren und Problemlösen,
  Problemlösen mit Analogien, mit Extremfall-Betrachtungen, durch (lineare) Näherungen, Analyse und Synthese von Teilproblemen (Modularisieren), (lineare) Näherungen, Optimieren mit Probier-Intervallschachtelungs-Verfahren und analytischen Methoden, Daten-Erfassung und -Interpretation, Zufallsexperimente durchführen und bewerten ...
- *Mathematische Fertigkeiten ohne und auch mit (elektronischen) Werkzeugen*
  Termumformungen (s. o. Anmerkungen zur Abi-Klausur von 1963), Lösen von Gleichung(s Systemen); Bewerten von Funktionsverhalten; Geometrische Konstruktionen durchführen und Sätze finden und beweisen in der Ebene und im 3D-Raum; Datenmengen erzeugen und auswerten ...

Literatur

[Drüke-Noe e.a. 2011] Drüke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N., Wynands, A.: Basiskompetenzen „Mathematik für Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht", Cornelsen 2011

[Finale 2012] Finale – Prüfungstraining Zentralabitur NRW 2013, Westermann 2012

[KMK 2012] Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)

[Marx 2013] Marx, A.: Schülervorstellungen zu unendlichen Prozessen. *Journal für Mathematik-Didaktik* 34 (2013), 73–79

[Wynands 1995] Wynands, A.: Abiturklausuren in Mathematik von 1960 bis 1992 – Analyse von Anforderungsprofilen. *Mathematik in der Schule* 33 (1995) 11, 625–633

Hinweise im Internet

http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

http://de.statista.com/statistik/daten/studie/183267/umfrage/anteil-der-abiturienten-nach-bundeslaendern/

https://www.destatis.de/DE/Publikationen/Thematisch/BildungForschungKultur/Bildungsstand/BildungDeutschland5210001129004.pdf?__blob=publicationFile

http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

FINALE-Prüfungstraining NRW 2013, http://www.finaleonline.de/tests/171315_12_NRW_MA_Abitur.pdf

Prof. Dr. Alexander Wynands, Mathematisches Institut, Universität Bonn, Endenicher Allee 60, 53115 Bonn, Email: wynands@math.uni-bonn.de

Marlene: „Ist 0 eigentlich eine gerade Zahl?“

Horst Hischer

Marlene, 43/4, meine jüngste Enkelin, rief mich am 16. 9. 2013 abends aus Aachen an und fragte: „Opa, ist eigentlich 0 eine gerade Zahl?“

Statt ihre Frage direkt und konkret zu beantworten, fragte ich zurück, ob sie denn eine gerade Zahl kennen würde, und sie nannte mir nach kurzer Überlegung 6.

Daraufhin fragte ich sie nach einer Begründung dafür, und sie lieferte mir die verblüffende und mich dennoch spontan überzeugende Antwort:

„Na ja, dann bekommen beide gleich viel.“

Und auf meine Nachfrage, wie viel das denn sei, sagte sie „3“.

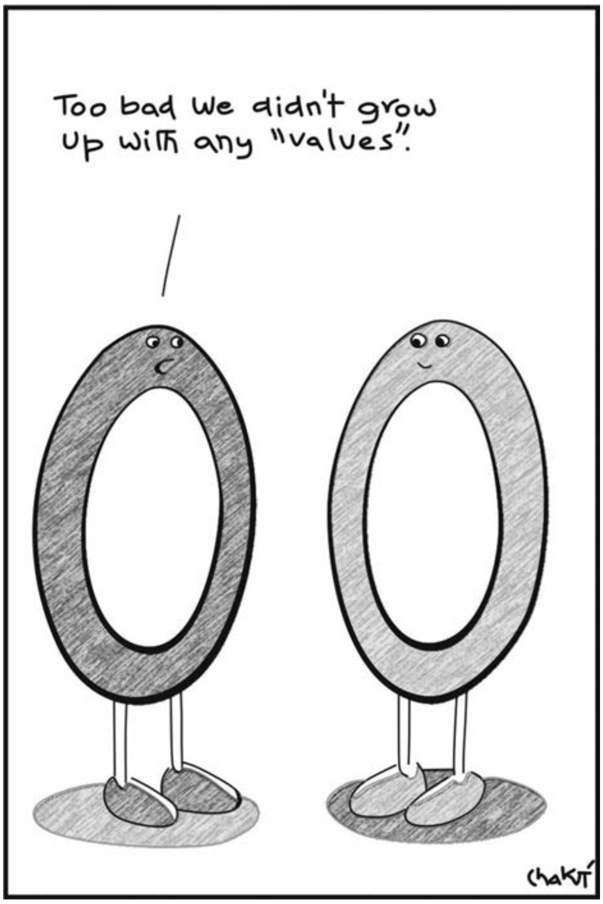
So schraubte ich dann das Gespräch sokratisch runter über 4 bis auf 2 und fragte anschließend der Reihe nach, ob denn beispielsweise 5 oder 3 oder 1 gerade seien, was sie nach kurzen Überlegungen jeweils verneinte, gefolgt von den konkreten Begründungen dafür, wie viel denn dann beide bekämen – nämlich:

„Nicht gleich viel!“ Dann ging ich über zu „0“ und fragte, wie viel dann wohl „beide“ bekämen, was sie mir mit „Nix!“ beantwortete.

Meine anschließende Frage, ob denn dann 0 gerade oder ungerade wäre, machte sie zunächst stutzig, und dann kam meine Nachfrage, ob „nix“ denn hier „gleich viel“ sei, was sie am Telefon lachend bejahte, woraus sich dann für sie ergab, dass 0 eine gerade Zahl sei – und sie damit ihre Eingangsfrage selbst beantwortet hatte.

Das war eine wunderbare „Gute-Nacht-Geschichte“, wobei es wohl auch wesentlich ist, dass nicht ich sie anrief und ihr diese Frage stellte, sondern dass dies von ihr selber ausging. Und offenbar ist Marlene es wohl gewohnt, eine konkrete Menge gleichartiger Dinge zwischen ihr und einer weiteren Person (gewiss wohl ihrer sieben Jahre alten Schwester Pauline) „gerecht“ aufzuteilen, wie aus ihrer Eingangsantwort „… bekommen *beide* gleich viel …“ zu schließen ist. Interessant ist auch, dass Marlene als erstes Beispiel für eine gerade Zahl „6“ nannte – eine vermutlich aus der Perspektive ihres subjektiven Erfahrungsbereichs heraus sowohl „hinreichend große“ als auch „dennoch gut überschaubare“ Zahl, über die es sich (aus ihrer Sicht) nachzudenken lohnt.

Horst Hischer, Universität des Saarlandes, Fakultät für Mathematik und Informatik; privat: Roonstraße 7, 38102 Braunschweig, Email: hischer@math.uni-sb.de



Cartoon 255
(© Chakri Gajula, http://chakrigajula.com/?p=3057)

Mathematik-Kommission„Übergang Schule–Hochschule“

Mathematik-Fachverbände fordern: Abiturstandards konkretisieren! Pressemitteilung vom 14. Oktober 2013

Die drei größten Mathematik-Fachverbände in Deutschland fordern, die Abiturstandards für das Schulfach Mathematik zu konkretisieren. Diesen Wunsch formulierten nun auch Experten aus allen 16 Bundesländern zum Thema einheitlicher Abiturstandards. Kernlehrpläne, Bildungspläne und Abituraufgaben sollten zwischen den Bildungsbehörden der Länder in Zukunft besser abgestimmt werden.

„Wir brauchen sehr viel mehr Verbindlichkeit, was die mathematischen Kompetenzen für die allgemeine Hochschulreife in Deutschland anbelangt“, sagt Wolfram Koepf, Sprecher der gemeinsamen Mathematik-Kommission zum Übergang Schule-Hochschule der Fachverbände DMV, GDM und MNU. „Auch wenn sich der gerade veröffentlichte IQB-Ländervergleich auf die Sekundarstufe I bezieht, zeigt diese Studie erneut, wie sich die Unterschiede in den Ländern auch auf die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler auswirken können.“

Die Mathematik-Kommission hatte Vertreter der Bildungsadministrationen aller 16 Bundesländer vom 7. bis 9. Oktober 2013 zu einem gemeinsamen Treffen unter dem Titel „Abiturstandards Mathematik konkretisieren“ nach Münster eingeladen. Thema war die Festschreibung von Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik, ihre Umsetzung in Kerncurricula der Länder, die Entwicklung musterhafter Abituraufgaben sowie die Möglichkeiten einer Vereinheitlichung. „Die Initiative der Kommission, ein Forum wie dieses zu gründen, wurde von den 54 Experten der Länder sehr begrüßt“, sagt Koepf. Es habe Einigkeit darüber bestanden, dass zur Umsetzung der Bildungsstandards umfangreiche Maßnahmen zur Intensivierung bestehender Lehrerfortbildungen dringend notwendig seien und dazu auch zusätzliche Mittel bereit gestellt werden müssten. Auch sollten alle drei Themenbereiche Analysis, Lineare Algebra/Geometrie und Stochastik verbindlich in der Abiturprüfung vertreten sein.

Die KMK stellte in ihrer Pressemitteilung vom 11.10.2013 zum IQB-Ländervergleich fest: „Alle Länder werden daher ihre Anstrengungen in der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften gezielt verstärken und dabei ihre Zusammenarbeit insbesondere bei der Implementation der Bildungsstandards intensivieren.“

Hintergrund der Initiative der drei großen Fachverbände in Mathematik ist, dass die Konferenz der Kultusminister der Länder (KMK) im Herbst 2012 Abiturstandards für Mathematik bekanntgegeben hatte. Die drei Fachverbände hatten die Abiturstandards zwar grundsätzlich begrüßt, sie aber als nicht konkret genug und nicht konsequent genug kritisiert. Das Treffen in Münster sollte alle Bundesländer und die großen Fachverbände an einen Tisch und ins Gespräch bringen. „Das ist uns eindeutig gelungen. Und die Teilnehmer haben an uns den Wunsch herangetragen, die begonnene Arbeit gemeinsam fortzusetzen“, freut sich Koepf. „Es gibt noch viel zu tun.“ Auf der Tagung zeichnete sich aber schon ab, dass die meisten Experten aus den Ländern hilfsmittelfreie Prüfungsteile im Abitur einerseits sowie den ergänzenden Einsatz digitaler Werkzeuge in Unterricht und Abitur andererseits für sinnvoll halten. Die Kommission plant daher zu Themen wie diesen eine Anschlusstagung in einem Jahr. Es wurden mehrere Arbeitsgruppen gegründet, die diese vorbereiten sollen.

Die drei größten Mathematik-Fachverbände in Deutschland setzen sich gemeinsam dafür ein, den Übergang von der Schule an die Hochschule im Fach Mathematik zu verbessern. Dieses gemeinsame Ziel verfolgen die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und der Deutsche Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU). Die Mathematik-Kommission bündelt die Expertise innerhalb der Verbände und fungiert nach außen als Ansprechpartnerin und Beraterin für die Bildungsadministration.

Stellungnahme der Mathematik-Kommission Übergang Schule – Hochschule vom 31. Oktober 2013

Das Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg hat mit Schreiben vom 21. Oktober 2013 an die allgemeinbildenden und beruflichen Gymnasien zur „Umsetzung der Bil-

Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Tagung in Münster (Quelle: Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule)

dungsstandards für die allgemeine Hochschulreife“ die landesspezifischen Konkretisierungen der „Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife“ der KMK vom 18. Oktober 2012 festgelegt.

Die gemeinsame Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule der drei Fachverbände DMV, GDM und MNU nimmt dazu wie folgt Stellung: Wir konstatieren für das Land Baden-Württemberg in den letzten Jahren bei der Gestaltung der Abituraufgaben im zentralen Abitur eine erfreuliche Entwicklung im Sinne der aktuellen Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife. Es fand eine Verschiebung von kalkülorientierten Aufgabenformaten zu mehr verständnisorientierten Aufgabenstellungen statt wie z. B. Problemlöse- und Modellierungsaufgaben, die allgemeine mathematische Kompetenzen verstärkt einfordern. Im vorliegenden Schreiben des Kultusministeriums Baden-Württemberg wird festgestellt: „Für das Fach Mathematik werden insbesondere digitale Mathematikwerkzeuge hervorgehoben, durch deren sinnvollen Einsatz im Unterricht die Entwicklung mathematischer Kompetenzen unterstützt werden kann.“ Dem stimmen wir als Kommission Übergang Schule-Hochschule der Fachverbände DMV, GDM und MNU ausdrücklich zu.

Jedoch wird gefolgert, die Frage nach dem Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge in Unterricht und Prüfung voneinander zu trennen und in der Prüfung – entgegen der bisherigen Praxis – ihre Verwendung auf einen wissenschaftlichen Taschenrechner (WTR) zu beschränken. Beides ist aus unserer Sicht nicht nachvollziehbar. Wir halten das weder für zeitgemäß noch für sinnvoll.
Dies begründen wir folgendermaßen:

- In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife der KMK heißt es unmissverständlich, dass *„Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht [...] dann auch deren Einsatz in der Prüfung“* folgt. Wenn, wie im vorliegenden Schreiben des Kultusministeriums, eine andere Konsequenz für die Prüfungen gezogen wird, dann widerspricht das eindeutig den Intentionen der Bildungsstandards der KMK. Es ist zudem zu befürchten, dass dies in der Praxis dazu führt, dass dem Nicht-Einsatz von grafikfähigen Taschenrechnern (GTR) und Computeralgebrasystemen (CAS) im Abitur der Nicht-Einsatz im Unterricht folgt.
- Mit der Beschränkung des Einsatzes digitaler Mathematikwerkzeuge auf wissenschaftliche Taschenrechner ist zu erwarten, dass die seit Jahren verfolgte Orientierung an Prozesskompetenzen (z. B. Argumentieren, Problemlösen, Modellieren), die auch in den aktuellen Bildungsstandards festgeschrieben ist, erheblich behindert wird. Für die Überprüfung der insbesondere für ein erfolgreiches Weiterlernen im Studium wichtigen grundlegenden inhaltlichen Kompetenzen ist aber der geplante „hilfsmittelfreie Prüfungsteil“ der richtige Ort. Dieser

hilfsmittelfreie Prüfungsteil wird in den letzten Jahren als Ergänzung und Gegenpol zum erhöhten Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge wie GTR und CAS verstanden. Die Einführung eines hilfsmittelfreien Teils im Abitur, den wir sehr begrüßen, wird nur durch den möglichen Einsatz aller digitalen Werkzeuge in den anderen Teilen sinnvoll ergänzt. Eine Einschränkung sollte sich nur für nicht in Prüfungen portierbare Hilfsmittel, wie z. B. Smartboards, ergeben, deren Einsatz von uns ausdrücklich begrüßt wird.

Wir sehen mit den hier formulierten Vorgaben einen Rückschritt in die Aufgabenkultur vor 20 Jahren und den technologischen Stand der 1970er Jahre sowie die Gefahr einer großen Verunsicherung für Lehrpersonen.

In anderen Ländern zeigen sich völlig andere Entwicklungen. Beispielsweise werden in Thüringen CAS verbindlich in der Abiturprüfung eingeführt, in Nordrhein-Westfalen wird der GTR demnächst in Unterricht und Abiturprüfung Mindeststandard, in Niedersachen ist das schon lange der Fall. Wir sehen die große Gefahr, dass sich Baden-Württemberg hier technologisch und bildungspolitisch isoliert.

Die drei Fachverbände DMV, GDM und MNU stellen gerne ihre Expertise bei einer Revision dieses Erlasses zur Verfügung. Insbesondere die gemeinsame Kommission zum Übergang Schule-Hochschule bietet dafür ihre Unterstützung an, wie sie bereits durch die bundesweite Tagung zu den Abiturstandards im Oktober 2013 in Münster (vgl. www.mathematik-schule-hochschule.de) angeregt wurde.

Ihre Ansprechpartner

Für die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV): Prof. Dr. Wolfram Koepf, Universität Kassel

Für die Gesellschaft für die Didaktik der Mathematik (GDM): Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Für den Deutschen Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU): Hans-Jürgen Elschenbroich, Korschenbroich

Kontakt

E-Mail: schule-hochschule@mathematik.de
http://www.mathematik-schule-hochschule.de/

Einladung zur Mitgliederversammlung der GDM

Universität Koblenz-Landau, 13. 3. 2014

Ort: Universität Koblenz-Landau
Campus Koblenz-Metternich, Raum D 028
Beginn: 16.15 Uhr

Tagesordnung

1. Bestätigung des Protokolls, Beschluss der Tagesordnung
2. Bericht des Vorstands
3. Bericht der Kassenführerin bzw. des Kassenprüfers
4. Satzungsänderung/Verabschiedung einer neuen Ordnung
5. Entlastung des Vorstands
6. Wahlen
   2. Vorsitzende/r, Schriftführer/in, Beirat
7. Nachwuchsförderung
8. MathEduc
9. Zeitschriften
   1. Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)
   2. ZDM
   3. Mathematica Didactica und Der Mathematikunterricht
10. Verschiedenes

Arbeitskreis Bildung

Gießen, 15./16.11.2013

Markus Helmerich

Am 15. und 16. November 2013 fand an der Universität Gießen die Herbsttagung des Arbeitskreises „Mathematik und Bildung" statt. Die Herbsttagung bot diesmal eine stärkere Sicht „von außen" auf Mathematik und Bildung durch eingeladene Hauptvortragende aus der Pädagogik und der Anwendung der Mathematik. Daneben war auch viel Raum für die Diskussionen von Texten der Arbeitskreismitglieder zu den Themenfeldern Bildung im Mathematikunterricht und Lehrer(innen)bildung bzw. Bildung im Hochschulkontext.

Einen spannenden bildungstheoretischen Zugang präsentierte Herr Prof. Dr. Volker Ladenthin (Universität Bonn) im ersten Hauptvortrag. Aus der Sicht der Pädagogik stellte er die besonderen Wesenszüge der Mathematik als eine Handlungsoption und als ein Beschreibungsmittel unter anderen heraus. Dabei wurde Mathematik als Handlungsanweisung, Mathematik als Reflexion von Denkweisen, Mathematik als Anwendung und Mathematik als Gegenstand genauer beleuchtet und mathematische Bildung als Weg, das eigene Denken zu verstehen, charakterisiert.

Im zweiten Hauptvortrag präsentierte Herr Dr. Jens Dreßler (Universität Gießen) wiederum aus Sicht der Pädagogik kritische Anmerkungen zur „Neuen Steuerung" des Schulwesens und des Mathematikunterrichts durch die zentrale Vorgabe von Standards und entlarvte das neue Steuerungssystem als rein kumulativ gedachten Prozess zur Bildung – was in dieser Form nicht gelingen kann. Aus der Sicht von Herrn Dreßler kann Bildung nur durch dezentrale Verantwortungsübernahme in den Schulen passieren.

Einen Einblick in die Hochschulbildung von Informatikstudierenden brachte der letzte Hauptvortrag von Herrn Prof. Dr. Urs Andelfinger (Hochschule Darmstadt). Er zeigte auf, wie schwierig es ist, Relevanzfragen und gesellschaftliche Bedeutung des eigenen wissenschaftlichen und beruflichen Handelns im Studium als Bildungsziele zu etablieren. Am Beispiel einer Lehrveranstaltungskonzeption entlang des Programms der Allgemeinen Wissenschaft nach Rudolf Wille und Hartmut von Hentig wurde gezeigt, wie dieser Zugang dennoch angestrebt werden kann.

Neben den Vorträgen haben die Mitglieder des Arbeitskreises sehr intensiv über Beiträge aus dem Arbeitskreis für ein gemeinsames Publikationsprojekt diskutiert. Die Vorarbeit von jeweils zwei Gutachter(innen) und die gründliche Lektüre der Texte durch die Teilnehmer(innen) brachten spannende und fruchtbare Diskussionen zu Tage und gaben den Autor(inn)en wichtige Hinweise für die Überarbeitung der Texte.

Vortrag von Prof. Volker Ladenthin

Der Arbeitskreis bedankt sich für die tolle Ausrichtung der Tagung bei dem lokalen Organisationsteam an der Universität Gießen, Friederike Heinz, Rebecca Klose, Katja Lengnink und Sebastian Schorcht, die uns einen so angenehmen Rahmen für den erfoglreichen Verlauf der Tagung geboten haben.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises wird auf der Jahrestagung in Koblenz stattfinden. Hier wird einerseits über den Stand des Publikationsprojektes berichtet, das weitere Vorgehen koordiniert und die für 14.–16. 11. 2014 geplante Herbsttagung (vorauss. an der Universität zu Köln, Organisation: Eva Müller-Hill) vorbereitet werden. Zum anderen wird Andreas Vohns einen Kurzvortrag zum Thema „Staatsbürgerliche Erziehung im und durch den Mathematikunterricht? Eine Exploration" halten.

Markus Helmerich, Universität Siegen, Fakultät IV: Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät – Department Mathematik – Didaktik der Mathematik, Walter-Flex-Straße 3, 57068 Siegen, Email:
helmerich@mathematik.uni-siegen.de

Arbeitskreis Frauen und Mathematik

Jena, 18.–20.10.2013

Renate Motzer

Die 24. Herbsttagung des Arbeitskreises „Frauen und Mathematik“ der GDM fand vom 18.–20.Oktober 2013 in Jena statt. Sie wurde organisiert von Dr. habil. Renate Tobies, die dort als interdisziplinäre Gastprofessorin am Institut Geschichte der Naturwissenschaften tätig ist.

Neben den Arbeitskreismitgliedern und den Referentinnen waren auch interessierte Studierende und Lehrende der Uni Jena anwesend.

Am Freitag, den 18.10. konnte die Tagung pünktlich um 15:00 mit einer Begrüßungs- und Vorstellungsrunde beginnen.

Im ersten Vortrag stellte die langjährige Lehrerin und Schulbuchautorin Ulrike Schätz (München) vor, wie in der von ihr konzipierten Schulbuchreihe delta zu jedem Mathematikthema bedeutende Mathematiker vorgestellt werden. In jedem Jahrgang ist auch eine bedeutende Mathematikerin vertreten. Das Leben der Mathematikerinnen wird dabei sowohl auf dem Hintergrund ihres privaten Umfelds als auch im Hinblick dessen, was sie zum jeweiligen Thema beigetragen hat, beleuchtet. Dadurch, dass die Themen mit den Biographien konkreter Frauen und Männer verknüpft werden, werden sie für viele Schülerinnen und Schüler lebendiger.

Im zweiten Vortrag stellte Thomas Bischof aus Jena seine Staatsexamensarbeit über Dorothea Starke vor. Dorothea Starke (1902–1943) war in Jena bis 1945 die einzige Frau, die mit einer mathematischen Dissertation in Thüringen promovierte. Nach Einreichen der Dissertation 1927 schloss sie das Rigorosum und die Lehramtsprüfung mit den Bestnoten ab und wurde Assistentin bei Max Winkelmann (Felix-Klein-Schüler) am Institut für Angewandte Mathematik der Universität Jena. Diese Stelle wurde von der Carl-Zeiss Stiftung finanziert, und die herausragende Dissertation erschien in der ZAMM. Der Vortrag von Thomas Bischof basierte auf seiner Staatsexamensarbeit „Angewandte Mathematik und die Ansätze des mathematisch-naturwissenschaftlichen Frauenstudiums in Thüringen“, in welcher die Geschichte von Angewandter Mathematik in Jena, das mathematisch-naturwissenschaftliche Frauenstudium in Thüringen in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts sowie die Förderung entsprechender Institutionen durch die regionale Industrie verknüpft wurden. Dabei bildete die Karriere der Forscherin Dorothea Starke den Kulminationspunkt dieser drei Untersuchungsstränge. Es wurde ihre Karriere skizziert, die sie auch als Ehefrau und Mutter in weiterem Kontakt mit ihrem Doktorvater fortsetzen konnte. Für diese Untersuchung konnten zahlreiche Primärquellen aus Archiven und einem Privatnachlass erschlossen werden.

Im dritten und letzten Vortrag der Freitagssitzung beleuchtete Helga Jungwirth (Linz) Genderdifferenzen, wie sie insbesondere beim Einsatz des Computers im Mathematikunterricht auftreten. Dabei betrachtete sie den Computer aus der Perspektive der Aktor-Network-Theory von Latour. Abschließend zeigte sie auf, wie diese Perspektive Probleme des Computereinsatzes beim Ziel Gendersensibilität des Mathematikunterrichts offenlegt.

Am Samstag standen Vorträge zum räumlichen Vorstellungsvermögen im Vordergrund. Cornelie Leopold (Akademische Direktorin an der Technischen Universität Kaiserslautern im Fachbereich Architektur, Fachgebiet Darstellende Geometrie und Perspektive) referierte über die von ihr durchgeführten Analysen zur Raumvorstellung und deren Rolle in den Ingenieurwissenschaften, beleuchtet unter Genderaspekten. Raumvorstellung stellt eine wichtige Grundbedingung für die meisten ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen dar, insbesondere für Architektur, Bauingenieurwesen und Maschinenbau, da räumliche Objekte bzw. deren Umgebung geschaffen und gestaltet werden sollen. In diesem Zusammenhang kommt der Geometrie als einer anschaulich räumlichen Geometrie große Bedeutung zu. Im Fach Darstellende Geometrie führt Cornelie Leopolde daher zu Beginn des ersten Semesters Raumvorstellungstests durch. Die Ergebnisse der durchgeführten Raumvorstellungstests seit 1994 von Studierenden der Architektur, Bauingenieurwesen, Lehramt Bautechnik/Holztechnik sowie punktuell auch von Studierenden der Mathematik und Maschinenbau an der TU Kaiserslautern wurden in einem Überblick präsentiert und als Langzeitstudie unter Genderaspekten analysiert. Ergebnisse aus Kaiserslautern wurden mit Ergebnissen des gleichen Raumvorstellungstests von Kolleginnen und Kollegen in Japan, USA und einigen europäischen Ländern verglichen.

Danach referierte Laura Martignon (Professorin für Mathematik und ihre Didaktik mit einem Schwerpunkt Geschlechterforschung an der PH Ludwigsburg) über: „Raumvorstellungsvermögen & Mathematikleistungen von Schüler/innen – eine Korrelation? – oder: Zum Verhältnis von Mathe-Leistungen und Raumvorstellungsvermögen unter Geschlechterperspektive“. Sie konnte unter anderem von Studien berichten, in denen sie beobachten konnte, dass Mädchen beim Bauen von geometrischen Objekten aktiver sind (wenn ihnen entsprechendes Material zur Verfügung gestellt wird) und schon ein 4-stündiges Training ihre Leistungen im Bereich der räumlichen Vorstellung deutlich verbessern kann.

Anschließend erörterte Kerstin Palm (Professorin für Frauen- und Geschlechterforschung an der Humboldt-Universität zu Berlin) die Frage, ob das räumliches Vorstellungsvermögen und mathematische Begabung vom Geschlecht abhängig ist. Lange Zeit wurde unhinterfragt davon ausgegangen, dass mathematische Begabung und räumliches Vorstellungsvermögen miteinander zusammenhängen bzw. die eine Begabung mit Hilfe der anderen Begabung vorausgesagt werden kann. Inzwischen mehren sich aber die Anzeichen dafür, dass dieser Zusammenhang sehr grundlegend zu hinterfragen ist. In ihrem Beitrag kommentierte Kerstin Palm Studien, die diese Hinterfragung leisten und ganz andere Zusammenhänge vorschlagen.

Nach der (sonnigen) Mittagspause berichteten Anina Mischau (Gastprofessorin an der FU Berlin) und ihre Mitarbeiterin Kati Bohnet von ihrer Veranstaltung „Mathematik anders lehren und lernen“.

In dem Vortrag wurden die Konzeption und Erfahrungen aus der Durchführung eines gleichnamigen Proseminars für BA-Lehramtsstudierende der Mathematik an der FU Berlin vorgestellt. Im Mittelpunkt des Proseminars stehen das Entdecken und die Erarbeitung von (neuen) Ideen für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen und damit für einen lebendigen und kreativen Mathematikunterricht, der Kriterien eines „guten“ wie eines gendersensiblen Mathematikunterrichts berücksichtigt und dabei Mathematik mit nur scheinbar „völlig anderen“ Welten (z. B. Kunst, Musik, Tanz, Geschichte, Natur, andere Disziplinen usw.) verknüpft. Neben einem Einblick in eigene Lehreinheiten des Proseminars wurden exemplarisch auch einige Ideen der Studierenden skizziert, die diese in Projektarbeiten entwickelt und im Proseminar „erprobt“ haben.

Anschließend berichtete Kerstin Kuhn (Gymnasiallehrerin in Winsen) unter dem Titel „Statistische Untersuchung unter Genderaspekt zur Akzeptanz des Taschenrechners im Mathematikunterricht der Oberstufe an einem Gymnasium“ von einer Befragung, die sie im vergangenen Schuljahr unter den Schülerinnen und Schülern der Oberstufe durchführte. An ihrer Schule werden zwei Taschenrechner-Typen verwendet: ein grafikfähiger im Grundniveau, ein Rechner mit Computer-Algebra-System im erhöhten Niveau. Mit der Befragung wollte Kerstin Kuhn herauszufinden, wie sich die politisch gewollte Rückbesinnung auf Rechenfertigkeiten ohne Taschenrechnerbenutzung auf den Unterricht aus Schülerinnen- bzw. Schülersicht auswirkt. Die Ergebnisse zeigten unter anderem, dass vor allem den Schülerinnen die Sicherheit eines Taschenrechnerergebnisses sehr wichtig ist.

Gegen 16:00 traf sich schließlich der Arbeitskreis zur Arbeitskreissitzung. Es wurde die Herausgabe des nächsten Heftes „Mathematik und Gender“ diskutiert und die nächste Herbsttagung geplant.

Die nächste Herbsttagung wird vom 17.10.–19.10.2013 an der FU Berlin stattfinden.

Am Samstagabend gab es für alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Tagung die Möglichkeit, im ZEISS-Planetarium Jena das spannende Programm „Entdecker des Himmels“ zu besuchen.

Am Sonntag Vormittag wurde das Programm durch drei Berichte aus den Arbeitsfeldern der Arbeitskreismitglieder fortgesetzt. Renate Motzer (Augsburg) berichtete in ihrem Beitrag aus ihrer eigenen Unterrichtspraxis. Sie unterrichtete im vergangenen Schuljahr im Sozialzweig der Berufsoberschule. In der Klasse waren fast nur junge Damen. Diese brachten ihre eigene Sicht auf Mathematik und ihr Bedürfnis, gut und sicher auf die Abschlussprüfung vorbereitet zu werden, intensiv zum Ausdruck. Inwiefern offenere Unterrichtsformen und das Schreiben von Lerntagebüchern eher als hilfreich oder verunsichernd wirkten, wurde vorgestellt und diskutiert.

Anschließend berichtete Andrea Helmke (Hildesheim) aus der Arbeit zu ihrer Dissertation: „Mathematische Begabungen und deren unterschiedliche Ausprägungen bei Jungen und Mädchen in der Primarstufe“. Die Thematik der Geschlechterunterschiede zwischen Jungen bzw. Männern und Mädchen bzw. Frauen wird in der Öffentlichkeit stets mit besonderem Interesse verfolgt. Man ist sich in der Forschung allerdings relativ einig, dass alle Kinder die gleichen kognitiven Voraussetzungen innehaben. Dennoch zeigten Vergleichsstudien wie TIMSS 2008 in Deutschland für Jungen insgesamt einen höheren Kompetenzstand in Mathematik als für Mädchen. Unterscheiden sich auch begabte Mädchen und begabte Jungen im Fach Mathematik? Und wenn dem so ist, wie sehen diese Unterschiede aus? Welche Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten lassen sich bei Betrachtung der Geschlechter bei mathematisch begabten Kindern entdecken?

Im Rahmen ihrer Untersuchung mathematischer Begabungen und ihrer geschlechtstypischen Merkmale im dritten und vierten Schuljahr konnte Frau Helmke wohl immer wieder unterschiedliches Lösungsverhalten bei begabten Jungen verglichen mit begabten Mädchen feststellen, in manchen Bereichen war solche Unterschiede aber in der 3. Jahrgangsstufe gegenteilig zu denen in der untersuchten 4. Jahrgangsstufe.

Aus dem Bereich der Hochschullehre stellte schließlich Christine Scharlach (Berlin) ihre Erfahrungen mit einem „PartnerInnenlerntagebuch" in der Lehramtsausbildung (Grundschule) vor. In kompetenzorientierten Lernen erweist sich das Lerntagebuch als wichtiges Mittel zur Begleitung des Lernprozesses. Christine Scharlach konnte berichten, dass sie mit der abgewandelten Version des Lerntagebuchs, das zwei Partnerinnen oder Partner miteinander verfassen und in dem sie ihre Erfahrungen auch gegenseitig kommentieren, inzwischen (erste) gute Erfahrungen sammeln konnte. Dies zeigte sie an einigen Beispielen auf.

Gegen 12 Uhr endete die Tagung mit einem herzlichen Dank an die Organisatorin Renate Tobies, die diese Tage sehr schön für uns vorbereitet hatte.

Renate Motzer, Universität Augsburg, Universitätsstraße 10, 86135 Augsburg,
Email: renate.motzer@math.uni-augsburg.de

Arbeitskreis Geometrie: „Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen – Ziele und Visionen 2020"

Jena, 18.–20.10.2013

Andreas Filler and Anselm Lambert

Der Arbeitskreis Geometrie führte in diesem Jahr seine 30. Herbsttagung durch. Zu den 30 Teilnehmern zählten sowohl langjährige AK-Teilnehmer, u. a. der Mitbegründer des Arbeitskreises Lothar Profke, als auch viele junge Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler, die gerade an ihren Promotionsvorhaben im Bereich der Didaktik der Geometrie arbeiten.

Den Hauptvortrag am Freitagabend hielt Rudolf Sträßer zum Thema *Grundbegriffe, Grundvorstellungen und Nutzungen der Geometrie* und stimmte damit auf das Tagungsthema ein. Er führte zunächst aus, dass Grundbegriffe der Schulgeometrie nicht Grundbegriffe in einem axiomatischen Sinne sein können, sondern wesentlich durch Grundvorstellungen fundiert sein müssen, die wiederum in engem Verhältnis zu (individuellen und gesellschaftlichen) „Nutzungen" der Geometrie zu sehen sind. Bereits in diesem Vortrag stellte sich (wie auch im weiteren Verlauf der Tagung) heraus, dass sich die Suche nach Grundvorstellungen der Geometrie – als Vorstellungen der Lehrenden und Lernenden – überraschenderweise eher schwierig gestaltet und das Konzept der Grundvorstellungen bislang stärker auf den Gebieten der Arithmetik, Algebra, Analysis und Stochastik ausgearbeitet wurde als auf dem Gebiet der Geometrie. In der Diskussion hat sich dafür eine mögliche Ursache herausgestellt: In anderen Stoffgebieten sind Grundvorstellungen oft mit Anschauungen verbunden, welche zunächst in Prozessen erarbeitet werden müssen und den Aufbau von Grundvorstellungen befördern. Im Bereich der Geometrie sind hingegen „bildliche Darstellungen" a priori vorhanden, welche nicht in Vorstellungserarbeitungsprozessen aufgebaut wurden.

Bereits nach dem Hauptvortrag von Rudolf Sträßer deutete sich an, dass die Grundvorstellungen-Problematik ein längerfristiges Arbeitsgebiet für den AK Geometrie sein wird und die AK-Tagung 2013 nur erste Zwischenergebnisse und Wege der weiteren Arbeit daran herauskristallisieren kann.

Der Samstag wurde mit einem Vortrag von Lothar Profke (Gießen) zum Thema *Geometrie,* *(Grund-) Begriffe, Vorstellungen – Fragen und Anregungen* eingeleitet. Er plädierte für einen Geometrieunterricht, der „von der Geometrie des Raumes zur ebenen Geometrie“ führt, um räumliche Anschauung und praktische Handlungserfahrungen für den Aufbau von Grundvorstellungen zu nutzen und für ein „naives“ Betreiben von Geometrie (wofür keine explizite oder implizite Hintergrundtheorie erforderlich ist). Anschließend ging er auf zentrale Grundvorstellungen bezüglich einiger geometrischer Figuren und Körper ein und führte z. B. aus, dass die primäre, auf der Anschauung basierende Grundvorstellung eines Kreises auf der überall gleichen Krümmung basiert (und nicht auf der Tatsache, dass alle Punkte eines Kreises dieselbe Entfernung von einem festen Punkt, dem Mittelpunkt, haben).

Philipp Ullmann (Frankfurt) diskutierte in seinem Vortrag *Grundvorstellungen zur Schulgeometrie – „Situated Cognition“ in der Geometriedidaktik* zunächst Merkmale von Grundvorstellungen als „robuster“ didaktischer Kategorie: Anschaulichkeit, Praktikabilität, weitgehende Theoriefreiheit, Einfachheit, Verankerung in der Lebenswelt, Anwendungserfolg. Anschließend schlug er fünf Kategorien von Grundvorstellungen zur Schulgeometrie vor, die sich auf folgende Aspekte beziehen:[1]

G1: Geometrie als Schule des rechten Sehens
G2: Geometrie als Schule des verständigen Denkens
G3: Geometrie als Schule des regelgeleiteten Gehorsams
G4: Geometrie als Schule der technischen Naturbeherrschung
G5: Geometrie als Schule der Ästhetik

Auf diese Kategorien (als Ansatz einer Klassifikation von Grundvorstellungen) wurde während der Tagung noch in unterschiedlichen Zusammenhängen Bezug genommen. In seinem Vortrag zog Philipp Ullmann dann Situated-Cognition-Ansätze heran und führte aus, dass Merkmale situierten Denkens (sensorisch, gegenstandsorientiert, grafisch-funktional, konkret erfahrungsgebunden) wesentlich mit dem Aufbau von Grundvorstellungen verbunden sind.

Ana Kuzle (Paderborn) und Christian Dohrmann (Halle) befassten sich mit *Winkelvorstellungen zur Winkelgröße* 1° *in der Sekundarstufe I* und untersuchten zunächst die Berücksichtigung statischer und dynamischer Aspekte des Winkelbegriffs in Schulbüchern der Klassenstufe 6. Im Mittelpunkt der Arbeiten von Kuzle und Dohrmann steht die Frage, wie ein „reichhaltiges“ Winkelverständnis in einem zeitgemäßen mediengestützten Geometrieunterricht anschaulich vermittelt und durch eine an den Grundideen orientierte Begriffsentwicklung der Ausbildung von Fehlkonzepten begegnet werden kann. Sie berichteten über erste Ergebnisse einer Studie, in der sie Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 5 bis 10 hinsichtlich ihrer Grundvorstellungen zur Winkelgröße 1° qualitativ anhand von „Anna-Briefen“ untersuchen und stellten daraus Beispiele vor.

Verena Rembowski (Saarbrücken) ging in ihrem Vortrag *Begriffsbilder und -konventionen in Begriffsfeldern: Was ist ein Würfel?* zunächst auf das semiotische Dreieck Begriff-Bezeichner-Objekt und dabei mögliche Mehrdeutigkeiten am Beispiel des Würfels ein. Die durch Mehrdeutigkeiten entstehenden sich überlagernden und wechselwirkenden semiotischen Dreiecke führen zu Begriffsfeldern. Ein solches wurde für den Begriff „Würfel“ anhand der Ergebnisse einer Schülerbefragung umrissen und anhand dessen eine Unterscheidung zwischen Begriffsbildern und Begriffskonvention vorgenommen. Anschließend entwickelte Frau Rembowski auf der Grundlage philosophischer, psychologischer und fachmathematischer Überlegungen ein strukturiertes und strukturierendes Modell von Begriffsbildung. Auf der Grundlage dieses Modells diskutierte sie die Frage, was Grundvorstellungen sind bzw. sein sollen und illustrierte dies anschließend wiederum anhand des Würfelbegriffs.

Matthias Hattermann (Bielefeld) untersuchte in seinem Vortrag *Grundvorstellungsumbrüche beim Übergang zur 3D-Geometrie* Studierendenbearbeitungen in 3D-DGS und dabei auftretende Schwierigkeiten. Diese sind vor allem zwei Gruppen zuzuordnen: einerseits können dominierende mentale Repräsentationen von 2D-Objekten die erfolgreiche Durchführung raumgeometrischer Konstruktionen verhindern, andererseits aber auch fehlende mentale Schemata zur Softwarebedienung – in Hinblick auf Grundvorstellungen zur Raumgeometrie ist natürlich die zuerst genannte Problemkategorie interessanter. Herr Hattermann diskutierte dazu normative, deskriptive und konstruktive Aspekte von Grundvorstellungen und stellte Grundvorstellungen im Zwei- und Dreidimensionalen u. a. am Beispiel von Orthogonalen gegenüber.

Simone Reinhold (Braunschweig) ging in ihrem Vortrag *Baustrategien von Vor- und Grundschul-*

[1] Aus Platzgründen können die Erklärungen zu den Kategorien hier nicht wiedergegeben werden, es sei dazu auf den Tagungsband verwiesen, der zu dieser AK-Herbsttagung erscheinen wird.

kindern: Zur Artikulation räumlicher Vorstellungen in konstruktiven Arbeitsumgebungen vor allem auf das Projekt (Y)CUBES K-4 ein, das sich der Frage nach Zusammenhängen zwischen konkreten Konstruktionen und mentalen Operationen widmet. Dabei zeigten sich in bereits durchgeführten Teilstudien anhand von Charakterisierungen der Baustrategien, die Vor- und Grundschulkinder einsetzten, u. a. enge Zusammenhänge zwischen räumlichen Vorstellungen und elementaren arithmetischen Konzepten. Implikationen, die sich aus den Ergebnissen des Projekts für geometrische Aktivitäten in der mathematischen Frühförderung und in Hinblick auf den Geometrieunterricht der Grundschule ergeben, beziehen sich vor allem auf den Entwurf von Lernumgebungen, die geometrisch-konstruktivistische Aktivitäten in Verbindung mit arithmetischen Anforderungen bringen.

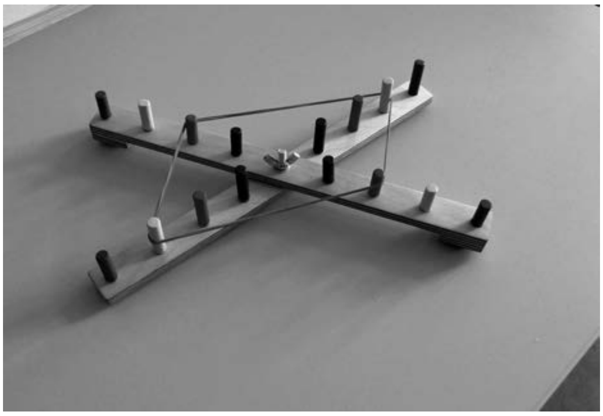
Katharina Gaab (Saarbrücken) befasste sich in ihrem Vortrag *Geometrie in der „Hauptschule“* mit der Frage, wie ein zeitgemäßer Geometrieunterricht für Hauptschüler bzw. Schüler ähnlichen Leistungsniveaus, welche die in den letzten Jahren neu geschaffenen Schultypen unterschiedlichen Namens besuchen, gestaltet werden müsste. Dazu ging sie zunächst auf die Reformen der 1960er Jahre, im Rahmen derer die Volksschule in die Hauptschule überführt wurde, und die damit verfolgten Ziele ein. Dass diese verfehlt wurden, ist nunmehr augenfällig und auch nach der Abschaffung der Hauptschule in vielen Bundesländern bleiben die Probleme dieser Schulform und ihrer Schülerschaft in der Praxis bestehen. Daher lohnt das Wiederaufgreifen der didaktischen Diskussion adäquater mathematischer Inhalte und Herangehensweisen. Frau Gaab verglich dazu Begriffseinführungen im Raumlehreunterricht der Volks- und im Geometrieunterricht der Hauptschule (z. B. hinsichtlich des Begriffs „senkrecht“). Anschließend ging sie auf die Diskussion um Basiskompetenzen ein und warf einen Blick auf geometrische Inhalte des Unterrichtsmoduls Mathematik und Physik der Handwerkskammer Hannover.

Emese Vargyas (Mainz) ging in ihrem Vortrag *Symmetrien: Vom Spielen bis zum Formalisieren* auf die von Zoltan Dienes aufgestellten sechs Stufen des Mathematiklernens ein (freies Spiel, Spiel nach Regeln, Vergleich der Spiele, Repräsentation, Symbolisierung, Formalisieren). Diese Stufen wendete sie auf die Entwicklung von Vorstellungen zu Achsensymmetrien an und stellte hierzu eine Reihe von Aufgabenbeispielen für die einzelnen Stufen vor.

Viktor Fast und Rudolf vom Hofe (Bielefeld) bekräftigten in ihrem Vortrag *Geometrische Darstellungen als Repräsentationen für algebraische Rechenoperationen am Beispiel der Multiplikation mit negativen Zahlen* zunächst die bereits von Rudolf Sträßer getroffene Aussage, dass Grundvorstellungen im Bereich der Geometrie bislang wenig untersucht sind. Der Vortrag bezog sich dann auch vorrangig auf die Nutzung geometrischer Darstellungen für die Entwicklung von Vorstellungen zu der für Lernende schwierig zu begreifenden Rechenoperation der Multiplikation mit negativen Zahlen. Die Vortragenden verdeutlichten daran, wie sich geometrische Darstellungen für die Repräsentation von algebraischen Aufgaben eignen, um tragende Grundvorstellungen aufbauen zu können. Als Grundlage dient die Idee, die Multiplikation mit der Streckung zu assoziieren. An Beispielen stellte sich heraus, dass die auf diese Weise vermittelte Grundvorstellung auch für weitere mathematische Inhalte trägt. So wurden Analogien zwischen der Addition rationaler Zahlen und der Vektoraddition sowie zwischen der Multiplikation rationaler Zahlen und der skalaren Multiplikation von Vektoren deutlich, die sich aus der geometrischen Interpretation rationaler Zahlen durch gerichtete Strecken bzw. Streckfaktoren beinahe zwangsläufig ergeben.

Thomas Müller (Wien-Krems) verstand seinen Vortrag *Leitideen des Geometrieunterrichtes und seine Beiträge zur Allgemeinbildung* als Diskussionsbeitrag zu den Fragen: Wozu unterrichten wir in der Schule Geometrie? Welche Beiträge zur Allgemeinbildung kann der Geometrieunterricht leisten? Welche Schlüsselaktivitäten/Leitideen haben sich im gegenwärtigen Unterricht herausgebildet? Welche Geometrie-Basics sollen wir – auch unter dem Gesichtspunkt des Einsatzes digitaler Medien – an die Schülerinnen und Schüler weitergeben? Er arbeitete dazu folgende Schlüsselaktivitäten/Leitideen für den Geometrieunterricht heraus: Idee der Rekonstruktion, Idee der Projektion, Idee der Koordinatisierung/Messung, Idee der Abstraktion/des Formenschatzes, Idee der Dynamik, wobei alle diese Ideen begleitet und gestützt werden von der Idee des Begründens/Beweisens/Argumentierens.

Michael Gieding (Heidelberg) hielt einen Vortrag über *Das Haus der Vierecke aus der Sicht des Heidelberger Winkelkreuzes*. Dieses besteht aus zwei identischen Holzleisten, die in ihrem Mittelpunkt mittels einer Schraube mit Flügelmutter verbunden sind. Dadurch ist es möglich, die Leisten durch Drehung zueinander in eine neue Lage zu bringen. Auf den Leisten sind Holzstifte in äquidistanten Abständen angebracht, so dass mittels eines Gummibandes Figuren auf dem Winkelkreuz gespannt werden können. Insbesondere können Schülerinnen und Schüler spielerisch-experimentell Eigenschaften unterschiedlicher Vierecksarten untersuchen. Die Ver-



Heidelberger Winkelkreuz (Foto: M. Gieding)

Die flächentreue Herzkarte von Stab–Werner (H. Walser)

wendung des Winkelkreuzes „provoziert" dabei ganz natürlich insbesondere die Betrachtung der Diagonalen, was u. a. zu folgenden Begriffsbildungen führt: Ein Parallelogramm ist ein Viereck, dessen Diagonalen einander halbieren, ein Rechteck ist ein Parallelogramm, dessen Diagonalen gleichlang sind. Der Vortragende berichtete über erste diesbezügliche Erfahrungen.

Hans Walser (Basel) stellte in seinem Vortrag *Maßstab eins zu eins. Geometrie für Geomatiker* exemplarisch geometrische Beispiele aus der Ausbildung Studierender in Geomatik, Kartographie, Vermessungswesen und Geographie vor. Viele seiner Beispiele (aus der Kartographie) mit räumlichen und sphärischen Überlegungen sind auch für den Schulunterricht geeignet. Insbesondere verdeutlichen sie auch häufig auftretende Schwierigkeiten, adäquate Beziehungen zwischen Wegen, die auf Karten eingezeichnet sind, und den entsprechenden Wegen auf der Erdoberfläche herzustellen.

Ein Poster zu *Teilprozessen der stoffdidaktischen Methode (in der Geometrie)*, das den zentralen Stellenwert der Herausbildung von Grundbegriffen und Grundvorstellungen verdeutlicht, wurde von Anselm Lambert (Saarbrücken) ausgestellt. Dessen Inhalt möchten wir gern innerhalb der GDM zur Diskussion stellen, das Poster ist daher auf der hinteren inneren Umschlagseite dieses Heftes abgedruckt.

Die Breite der während der AK-Tagung diskutierten Themen wirft ein Schlaglicht auf die Vielschichtigkeit der Thematik „Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen". Der Arbeitskreis wird diese Thematik auf seinen kommenden Tagungen weiter verfolgen.

Das nächste Treffen des Arbeitskreises findet in Koblenz auf der Bundestagung im März 2014 statt. Hierzu ergeht schon heute die Einladung.

Andreas Filler, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin, Email: filler@math.hu-berlin.de

Anselm Lambert, Universität des Saarlandes, Postfach 151, 66041 Saarbrücken, Email: lambert@math.uni-sb.de

Arbeitskreis Grundschule

Tabarz, 08.–10.11.2013

Claudia Lack

In diesem Jahr widmete sich die Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule dem Thema „Mathematik vernetzt“. Wie gewohnt trafen sich dazu am ersten Novemberwochenende ca. 120 Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus den verschiedenen Bereichen der Lehreraus- und -weiterbildung in Tabarz im Thüringer Wald. Die Hauptvortragenden waren Dagmar Bönig (Bremen), Kristina Reiss und Gabriele Moll (München), Jürgen Roth (Landau), Marcus Nührenbörger (Dortmund) sowie Albrecht Beutelspacher (Gießen).

Dagmar Bönig stellte in ihrem Vortrag „Kinder entern Sprache und Mathematik mit der Schatzkiste“ ein Projekt zur Frühförderung in Kindertagesstätte und Familie vor. Es geht dabei um die sprachliche und mathematische Förderung von Kindern aus bildungsfernen Familien im letzten Kindergartenjahr. Aus einer „Schatzkiste“ können sich die Kinder u. a. Bücher und Spiele rund um die Mathematik ausleihen und zuhause mit der Familie spielen. Begleitet wird dies durch eine wöchentlich stattfindende Kreisphase in der Kindertagesstätte. Hier bekommen die Kinder neue Angebote vorgestellt und berichten von ihren Erfahrungen. Elternabende runden das Projekt ab.

Der Vortrag von Kristina Reiss und Gabriele Moll mit dem Titel „Zwischen den Fächern: Interdisziplinäres Arbeiten im Mathematikunterricht der Grundschule“ widmete sich den Bezügen zwischen dem Unterrichtsfach Mathematik und anderen Fächern der Grundschule. Dabei wurde insbesondere auf die mündliche und schriftliche Versprachlichung mathematischer Sachverhalte eingegangen und die hohe Bedeutung der Sprache im Mathematikunterricht herausgearbeitet.

„Vernetzen als durchgängiges Prinzip – Das Mathematik-Labor ‚Mathe ist mehr‘“ war der Titel des Vortrags von Jürgen Roth. Er stellte die Arbeit des Mathematik-Labors der Universität Landau vor, welches mit der Unterstützung von Studierenden betreut wird und von Schulklassen vor Ort besucht werden kann. Am Beispiel der Laborstation „Mathematik und Kunst“ verdeutlichte Roth das forschende Lernen von Gruppen und stellte fächerbindende Aspekte heraus. Außerdem ging er u. a. auf die Konzeption, Umsetzung und Evaluation des Projektes ein.

In seinem Vortrag mit dem Titel „Mathematikhaltige Erzählanlässe – Vernetzung zwischen Kita und Grundschule“ warf Marcus Nührenbörger die Frage auf, wie die Diskrepanz zwischen der eher informellen Mathematik von Kindergartenkindern (Straßenmathematik) und der formalisierten Schulmathematik überwunden werden kann. Eine Möglichkeit sieht er in der Etablierung mathematikhaltiger Erzählanlässe. Sie können durch produktive Lerngelegenheiten initiiert werden und ermöglichen sowohl spielerisch-konkrete als auch eher symbolische Lernprozesse.

Albrecht Beutelspacher schloss die Tagung mit seinem Vortrag zum Thema „Mathematik für alle! (Wie) geht das?“ ab. Im Mittelpunkt des Vortrags stand das Mathematikum in Gießen, dessen Chancen, Wirkungen und Grenzen Beutelspacher aufzeigte. Er arbeitete dabei insbesondere die Wirkung des Mathematikums auf die Besucherinnen und Besucher heraus, die in der Regel Freude, Motivation und Ehrgeiz bei der Auseinandersetzung mit den Exponaten zeigen und äußern.

Während der Tagung in Tabarz wurden zudem die folgenden acht Arbeitsgruppen angeboten. Hier konnte zu verschiedenen Bereichen gearbeitet werden, wobei vor allem laufende Forschungsprojekte vorgestellt und diskutiert wurden:

- Arithmetik (Koordination: Elisabeth Rathgeb-Schnierer)
- Sachrechnen (Koordination: Dagmar Bönig)
- Geometrie (Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer & Simone Reinhold)
- Lehrerfortbildung (Koordination: Marianne Grassmann, Christoph Selter)
- Kommunikation & Kooperation (Koordination: Birgit Brandt & Marcus Nührenbörger)
- Vorschulische Bildung (Koordination: Meike Grüßing)

- Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit (Koordination: Bernd Neubert)
- Lernen und Forschen mit Neuen Medien in der Primarstufe (Koordination: Silke Ladel & Christof Schreiber)

Auch zu dieser Herbsttagung wird wieder ein Tagungsband herausgegeben. Dieser enthält ausführliche Beiträge, die sich auf die Hauptvorträge der Tagung beziehen, und dokumentiert zudem Ergebnisse aus den Arbeitsgruppen.

Der Tagungsband erscheint in der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule" der UBP (University of Bamberg Press) unter dem Titel der Tagung und wird erneut von Anna Susanne Steinweg (Bamberg) herausgegeben. Über OPUS (http://opus4.kobv.de/opus4-bamberg/frontdoor/index/index/docId/5697) besteht Zugang zur elektronischen Version des Tagungsbandes.

Die nächste Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule zum Thema „10 Jahre Bildungsstandards" wird vom 07.–09.11.2013 in Tabarz stattfinden. In den Arbeitsgruppen dieser Tagung sollen auch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler wieder die Gelegenheit bekommen, ihre laufenden Projekte vorzustellen.

Weitere Informationen und Anregungen finden Sie auf der Internetseite des AK Grundschule unter http://didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/.

Claudia Lack, Universität Paderborn, Institut für Mathematik EIM, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn, Email: cl.lack@web.de

Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik

Saarbrücken, 27.–29. 9. 2013

Ulrich Kortenkamp und Anselm Lambert

Zum 31. Mal fand im Herbst 2013 die traditionelle Arbeitstagung des AK Mathematikunterricht und Informatik in der GDM statt.

Die Tagungen des Arbeitskreises dienen Denjenigen (auch nicht GDM-Mitgliedern), die sich mit der Rolle der Informatik für dem Mathematikunterricht und speziell dem Einsatz des Computers im Mathematikunterricht sowie den methodischen, didaktischen, mathematischen und politischen Konsequenzen daraus befassen, als Forum, Diskussionsort und Quelle der Inspiration. Das Thema der Tagung – Diskrete Mathematik – wurde der guten Tradition folgend auf der AK Sitzung im Rahmen der Jahrestagung der GDM in Münster beschlossen.

Informationen zu den Einzelbeiträgen finden Sie auf der Webseite der Tagung unter http://www.math.uni-sb.de/lehramt/index.php/ak-mui-13. Die Leitgedanken zur Tagung wurden in der Tagungsankündigung im Heft 95 der Mitteilungen der GDM veröffentlicht.

1 Eingeladene Hauptvorträge

Die Tagung wurde durch drei Hauptvorträge getragen. Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Kurt Mehlhorn, Direktor des Max-Planck-Instituts für Informatik, wurde als Fachvortragender zur Informatik eingeladen, Prof. Dr. Wolfram Decker, TU Kaiserslautern, als Fachvortragender zu Mathematik mit Computereinsatz, und Axel Wagner vom Saar-Pfalz-Gymnasium Homburg berichtete aus der Schulpraxis über den Informatikzweig seiner Schule, in dem Informatik bereits in der Mittelstufe ein Hauptfach mit vier Wochenstunden ist. Wir geben hier die Zusammenfassungen der Vorträge aus der Ankündigung der Tagung wieder.

1.1 *Wolfram Decker: Computeralgebraexperimente in der algebraischen Geometrie*

Viele Probleme in der Mathematik führen zum Aufstellen von Gleichungen und zum Studium der Lösungen dieser Gleichungen. Die algebraische Geometrie beschäftigt sich mit Lösungsmengen polynomialer Gleichungssyteme. Dabei treten endliche Punktmengen, Kurven, Flächen oder höherdimensionale Gebilde auf. Zum Studium dieser Objekte wurden im Lauf der Zeit viele theoretische und hochgradig abstrakte Methoden entwickelt, bei denen die definierenden Gleichungen in den Hintergrund treten. Andererseits ermöglichen moderne Algorithmen der Computeralgebra das Studium expliziter Beispiele gerade durch die Manipulation der Gleichungen. Auf diese Weise hält die experimentelle Methode Einzug in ein zentrales, theoretisches Gebiet der Mathematik. Das führt einerseits zu neuen theoretischen Erkenntnissen, etwa zum Aufstellen neuer Vermutungen oder zur Konstruktion bisher unbekannter Beispiele, und andererseits zu interessanten praktischen Anwendungen der algebraischen Geometrie etwa in der Genetik, der Kodierungstheorie, der Kryptologie, der Computergraphik oder der Robotik. In meinem Vortrag gebe ich eine kurze, allgemeine Einführung in Computeralgebrasysteme an Hand von Beipielen und stelle dann einige Anwendungen theoretischer und praktischer Natur im Kontext der algebraischen Geometrie vor.

1.2 *Kurt Mehlhorn: Ideen der Informatik (Informatik für Hörer aller Fakultäten)*

Seit zwei Jahren halte ich jeweils im WS eine zweistündige Vorlesung Ideen der Informatik für Hörer aller Fakultäten und interessierte Gasthörer (im WS 11/12 zusammen mit Kosta Panagiotis, im WS 12/13 und WS 13/14 zusammen mit Adrian Neumann). Im Vortrag werde ich die Vorlesung vorstellen. Es folgt nun die Ankündigung der Vorlesung:

> Informatik hat die Welt verändert und wird sie weiter verändern. Denken sie an Internet, Suchmaschinen, Smartphones, Electronic Banking, Einkaufen im Internet, Suchmaschinen, Navigationssysteme, virtuelle soziale Netzwerke, Roboter und Wikipedia. Aber auch an Autos, Fotoapparate oder Espressomaschinen. Informatik hat auch verändert, wie wir arbeiten, kommunizieren und interagieren, spielen und unsere Freizeit verbringen. Informatik hat auch verändert, wie Wissenschaft betrieben wird und wie große Firmen geleitet werden. Die Vorlesung hat drei Ziele:
> Wir werden sie mit Grundbegriffen der Informatik vertraut machen und die folgenden Fragen beantworten: Was ist ein Algorithmus? Was ist ein Computer? Sind alle Computer gleich? Können Computer alles oder gibt es Probleme, die prinzipiell nicht durch einen Algorithmus gelöst werden können? Welchen Rechenaufwand braucht es zur Lösung eines Problems? Wie kann man sicher verschlüsseln?
> Sie sollen die Grundlagen wichtiger Informatiksysteme verstehen. Welche wissenschaftlichen Erkenntnisse haben die in der Einleitung genannten und andere Errungenschaften möglich gemacht? Wo sind die Grenzen dieser Systeme und was bedeutet das für sie?
> Sie sollen genügend Informatikwissen erwerben, damit sie die gesellschaftlichen Konsequenzen von Informatiksystemen (soziale Netzwerke, Roboter, Verlust von Privatsphäre) fundiert diskutieren können. Voraussetzungen: Es werden keine Informatikkenntnisse und kein Leistungskurs Mathematik vorausgesetzt.

1.3 *Axel Wagner: Informatikzweige im Saarland – Informatik als Hauptfach an Gymnasien*

Der Vortrag zeigt verschiedene Aspekte des Schulversuchs ‚Informatikzweig an Gymnasien' auf. Wie ist der Informatikzweig entstanden und wie ist seine Einbettung in der Mittelstufe? Der Lehrplan und die Gewichtung der Themenbereiche (Internet, Algorithmische Grundstrukturen, Programmierung, Grundlagen digitaler Schaltungen) werden kurz vorgestellt. Neben dem informatischen Schwerpunkt finden sich auch Inhalte der Diskreten Mathematik mit Anwendungen. Darüberhinaus wird das spezielle Informatikprofil am Saar-Pfalz-Gymnasium von Klassenstufe 5 bis 12 und die Erfahrungen damit vorgestellt.

2 Workshops

Wie üblich, wurde die Tagung durch Workshops abgerundet. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnten an Arbeitsgruppen zur Arbeitsblattgestaltung mit Hilfe von tikz und LuaLaTeX sowie zu Madipedia teilnehmen.

3 Einladung zur Mitgliederversammlung auf der Jahrestagung 2014

Wir laden hiermit alle Mitglieder des Arbeitskreises zur Mitgliederversammlung anlässlich der Jahrestagung der GDM 2014 in Koblenz ein. Bitte informieren Sie sich im Tagungsprogramm über Zeit und Ort des Treffens. Wir rufen insbesondere zur Benennung von Kandidaten für die Leitung des Arbeitskreises auf. Die bisherigen Leiter, Anselm Lambert und Ulrich Kortenkamp, wurden bei der Herbsttagung im Amt bestätigt, sind aber ggf. bereit bereits nach einem Jahr zurückzutreten.

Ulrich Kortenkamp, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Institut für Mathematik, Didaktik der Mathematik, 06099 Halle (Saale),
Email: ulrich.kortenkamp@mathematik.uni-halle.de

Arbeitskreis Psychologie und Mathematikdidaktik

Rauischholzhausen, 18.–19. 10. 2013

Anke Lindmeier

Knapp 25 Teilnehmerinnen und Teilnehmer trafen sich wieder zur Herbsttagung des Arbeitskreises „Psychologie und Mathematikdidaktik" im Schloss Rauischholzhausen, der Tagungsstätte der Justus-Liebig-Universität Gießen. In diesem Jahr konnten wir Andreas Ostermann, Imke Knievel und Esther Brunner gewinnen, ihre Forschungsprojekte ausführlich vorzustellen. Passend zur Ausrichtung des AKs wird in diesen Arbeiten insbesondere die Nähe zur Bezugswissenschaft Psychologie deutlich, die sich in theoretischen, teils aber auch deutlichen methodischen Bezügen niederschlägt.

Zufällig standen mit den Vorträgen drei Forschungsarbeiten zu Kompetenzen von Lehrkräften zur Diskussion, wobei dieses Thema in unterschiedlicher Granularität bearbeitet wurde. Mit der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten im Bereich funktionaler Darstellungen bearbeitete Andreas Ostermann eine Facette diagnostischer Kompetenzen, die stark wissensbasiert ist. In den Arbeiten von Imke Knievel wurden für Grundschullehrkräfte Kompetenzmaße erarbeitet, die unterschiedliche Anforderungen des Lehrberufs abbilden. Esther Brunner wiederum untersuchte im Kontext des arithmetischen Beweisens, ob im Unterricht verwendete Beweistypen das Verhältnis zwischen Kompetenzen der Lernenden und der Lehrenden erklären können. Damit konnten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Herbsttagung ein breites Spektrum an Arbeiten genauer kennenlernen. Die Rückschau zeigt, dass die Vortragenden den Diskurs im Anschluss an ihre Vorträge ebenso als bereichernd erfuhren.

Neben den wissenschaftlichen Programmpunkten – die im Folgenden detailliert berichtet werden – stand auch die Neuwahl einer der beiden Sprecherinnen an. Dabei wurde Silke Ruwisch einstimmig für weitere 4 Jahre gewählt, so dass wir uns über kompetente Kontinuität freuen können. Herzlichen Glückwunsch!

Andreas Ostermann, PH Freiburg: Fachliche Kompetenzen und Schwierigkeitseinschätzungen als Facette diagnostischer Kompetenz

Adaptives Unterrichten setzt bei Lehrkräften die Fähigkeit zur Einschätzung von Lernvoraussetzungen als eine wesentliche Facette fachbezogener pädagogischer Kompetenz (PCK) voraus. Studien belegen jedoch erhebliche Fehleinschätzungen bei der Beurteilung von Aufgabenschwierigkeiten, im Einklang mit der Theorie des Expert-Blind-Spots (Hadjidemetriou & Williams, 2001; Nickerson, 2001). Daher wurde untersucht, von welchen Kompetenzfacetten die Fähigkeit der adäquaten Schwierigkeitseinschätzung abhängt und wie sie verbessert werden kann.

In einer ersten empirischen Studie wurden Aufgaben zu Funktionen in graphischer und tabellarisch-numerischer Darstellung untersucht. Im Vergleich der empirischen Lösungshäufigkeiten ($N = 230$) mit den Einschätzungen von Studierenden, Referendaren und Lehrkräften ($N = 101$) zeigte sich, dass zwischen den Gruppen die Verschätzungen mit zunehmender Praxiserfahrung abnahmen. Höheres schulbezogenes Fachwissen scheint die Verschätzungstendenzen zu verringern. Die Unterschätzung bei graphischen im Vergleich zu numerisch-tabellarischen Aufgaben war in allen Gruppen signifikant größer. Dies lässt eine stärkere „Komprimierung" des Expertenwissens bei graphischen Items vermuten.

Eine Interventionsstudie belegte die Verbesserung der Schätzung von erwarteten Lösungshäufigkeiten und Schwierigkeitsrangfolgen durch die Vermittlung von aufgabenbezogenen fachdidaktischem Wissen über schwierigkeitsgenerierende Merkmale. Eine bloßer Hinweis darauf, dass Lehrkräfte Aufgabenschwierigkeiten im Allgemeinen unterschätzen, führte erwartungsgemäß zu einer verbesserten Schätzung von Lösungshäufigkeiten, jedoch nicht zu einer Verbesserung der Schwierigkeitsrangfolge. Eine Manipulation des Entscheidungsmodus (intuitiv vs. deliberat) zeigte keinen Einfluss auf die Einschätzungsleistung.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

Es wurden die Bedeutung der Komponenten von Urteilsgenauigkeit nach Schrader und Helmke (1987), die sich als Niveaukomponente, Differenzierungskomponente und Rangfolge beschreiben lassen, diskutiert. Diese Maße sind nicht fachlich und nicht inhaltlich gefasst. In der Diagnoseforschung wurden diese Maße bislang in Kontexten eingesetzt, wo Lehrkräfte die eigenen Schülerinnen und Schüler diagnostizieren. Damit ist der Begriff Diagnose im herkömmlichen Sinne enger belegt als wir Ihn für unser Projekt verstehen. Jedoch verstehen wir ihn inhaltsbezogen, da wir davon ausgehen, dass das fachdidaktische Wissen über konkrete Aufgaben in engem Zusammenhang mit der Diagnosefähigkeit einer Lehrkraft steht. Für Lehrkräfte ist das Wissen über „typische" Schülerfehler und Verstehenshürden eine hilfreiche Voraussetzung, um in der eigenen Klasse sinnvoll diagnostizieren zu können. Was Schülern im Allgemeinen schwer fällt wird sich sehr wahrscheinlich auch in konkreten Fällen widerspiegeln.

In der Diskussion wurde deutlich, dass die berufspraktische Wichtigkeit der Schätzung empirischer Aufgabenschwierigkeiten in Abgrenzung zur theoretischen Aufgabenkomplexität schärfer herausgearbeitet werden muss, um das Thema in den Bereich der Diagnostischen Kompetenz von Lehrkräften eingliedern zu können.

Imke Knievel, IPN Kiel:
Erfassung der professionellen Kompetenzen von Grundschullehrkräften mit videobasierten Items

Die Beschreibung und Erfassung der professionellen Kompetenzen von Lehrkräften stellt immer noch eine Herausforderung der empirischen Unterrichtsforschung dar. Reine Papier-Bleistift-Tests können nur eingeschränkt die kontext-spezifischen Anforderungen des Unterrichtens abbilden und somit nur einen Teil der professionellen Kompetenzen erfolgreich messen. In diesem Projekt wird ein dreigliedriges Kompetenzmodell zugrunde gelegt, das über die (1) Wissenskomponente hinaus, (2) reflexive und (3) aktionsbezogene Kompetenzen umfasst (Lindmeier, 2011; Knievel, & Heinze, 2012). Ziel ist es, ausgehend von diesem Modell ein reliables und valides Instrument zur Erfassung der professionellen Kompetenzen von Grundschullehrkräften im Mathematikunterricht zu entwickeln. Besonders interessant ist dabei, inwieweit sich insbesondere die aktionsbezogenen Kompetenzen reliabel erheben lassen und welche Zusammenhänge zwischen den drei Kompetenzkomponenten bestehen. Die aktionsbezogenen Kompetenzen wurden erfasst indem die Lehrkräfte dazu aufgefordert wurden, direkt und unter Zeitdruck auf videografierte Unterrichtsszenen mündlich zu reagieren. Mit einem computerbasierten standardisierten Test wurden die Kompetenzen von $N = 93$ Lehrkräften erhoben. In dem Vortrag wurden erste Ergebnisse präsentiert. Die empirischen Daten zeigen auf, dass die vorgeschlagene dreigliedrige Kompetenzstruktur geeignet ist, um weitere Analysen durchzuführen.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven
Die Diskussion bezog sich hauptsächlich auf die aktuelle Arbeitsphase des Projektes: Die Aufbereitung und Auswertung der Daten. Es gibt fehlende Werte, die unter anderem durch das computerbasierte Erhebungsverfahren zu begründen sind. Hier wurden die Chancen und Grenzen von aktuellen Verfahren zum Umgang mit Missing Data wie z. B. multiple Imputation diskutiert. Darüber hinaus sei es interessant zu untersuchen, inwiefern motivationale Variablen mit der Bearbeitung der Items der aktionsbezogenen Kompetenzen zusammen hängen. Weiterhin kam aus dem Arbeitskreis der Impuls, sich die Antworten der Lehrkräfte unter speziellen inhaltlichen Gesichtspunkten anzuschauen, um weiterführende Einblicke zu bekommen. Beispielsweise kann mit den Antworten der Lehrkräfte aus dieser Studie untersucht werden, wie sich Lehrkräfte mit und ohne Facultas auf der inhaltlichen Ebene unterscheiden. Als Ausblick wurde überlegt wie die aktionsbezogenen Kompetenzen mit dem Lehrerhandeln und der Unterrichtsqualität zusammen hängen könnten und wie Modelle für den Erwerb aktionsbezogener Kompetenzen aussehen könnten.

Dr. Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, CH-Kreuzlingen: Beweistyp – Präferenz der Lehrperson oder Ausdruck adaptiver Unterrichtsplanung?

Im Vortrag wurde ein Einblick in ausgewählte Aspekte einer abgeschlossenen Dissertation gegeben. Diese Arbeit steht im Kontext des Projekts „Didaktische Kommunikation und Bildungswirkungen im problemorientierten Mathematikunterricht"[1] und greift auf den binationalen Datensatz der Studie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis" – auch bekannt als „Pythagoras-Studie" – zurück.

Untersucht wurde unter anderem in 32 Klassen des 8./9. Schuljahrs, welche Beweistypen bei der Bearbeitung der gleichen innermathematischen Aufgabenstellung realisiert wurden und ob es Zusammenhänge zwischen dem in den Klassen bearbeiteten Beweistyp und dem Schultyp sowie Merkmalen der Lehrpersonen gibt. Die Ergebnisse

[1] Dieses Projekt (Antragssteller: Prof. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli) wurde vom Schweizerischen Nationalfonds SNF (Projekt-Nr. 100013-113971/1) unterstützt und stellt ein Fortsetzungsprojekt der Videostudie „Unterrichtsgestaltung, Lernverhalten und mathematisches Verständnis" dar, das ebenfalls vom SNF (Projekt-Nr. 1114-63564.00/1) sowie von der DFG (Aktenzeichen KL1057/3) unterstützt worden war.

deuten darauf hin, dass der durchgeführte Beweistyp eher als eine persönliche Präferenz der Lehrperson interpretiert werden kann und weniger einer adaptiven Unterrichtsplanung bezogen auf die Anforderungen des Schultyps folgt.

Des Weiteren wurde in einem explorativen Vorgehen geprüft, inwiefern sich Zusammenhänge zwischen verschiedenen Beweistypen einerseits und der Klassenleistung andererseits beschreiben lassen. Dazu wurde die videografierte Bearbeitung der Beweisaufgabe mit den Leistungsdaten der Schülerinnen und Schüler in Beziehung gebracht. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass je nach durchgeführtem Beweistyp die Eingangsvoraussetzungen der Klassen unterschiedlich ausfallen und sich auch die Leistungsentwicklung der Lernenden unterschiedlich gestaltet.

Im Vortrag wurde ein Einblick in die umfangreiche Studie anhand der für die Präsentation ausgewählten Fragestellungen gegeben. Im Rahmen der Dissertation wurde ein kognitionspsychologisch geprägtes Prozessmodell des Beweisens und Argumentierens entwickelt, das in einer vereinfachten Version ebenfalls präsentiert und zur Diskussion gestellt wurde.

Kernpunkte der Diskussion und neue Perspektiven

In der anschliessenden Diskussion wurden insbesondere das entwickelte Prozessmodell des schulischen Beweisens aufgegriffen sowie die möglichen Interpretationen der Ergebnisse, die im Rahmen der explorativen Studie gewonnen worden waren, thematisiert. Dies hat zum einen dazu beigetragen, das entwickelte Modell zu schärfen und begrifflich zu präzisieren und zum anderen zum grundsätzlichen Nachdenken über die Präsentation von Ergebnissen aus explorativen Studien und dem Umgang mit möglichen Artefakten angeregt. Das Prozessmodell des schulischen Beweisens wird zurzeit für eine geplante Publikation weiter präzisiert.

Organisatorisches und Ausblick

Im Namen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer darf ich den Vortragenden für Ihre Bereitschaft danken, ihre Arbeiten zur Diskussion zu stellen!

Im Jahr 2014 wird sich der AK Psychologie und Mathematikdidaktik voraussichtlich vom 10. bis 11. Oktober im Schloss Rauischholzhausen einfinden, um bis zu vier neue Projekte ausführlich zu diskutieren. Dabei soll das Forum wieder für fortgeschrittene oder kurz vor dem Abschluss stehende Arbeiten – die nicht notwendigerweise Promotionsarbeiten sein müssen – offen sein. Ihr Interesse an der Tagung können Sie bei einer der beiden Sprecherinnen Silke Ruwisch (ruwisch@uni.leuphana.de) oder Anke Lindmeier (lindmeier@ipn.uni-kiel.de) bekunden. Auf der GDM 2014 wird der AK Psychologie und Mathematikdidaktik – wie im letzten Jahr erfolgreich erprobt – wieder im Rahmen eines normalen Sektionsvortrags in Erscheinung treten und über seine Arbeit informieren. Somit werden wir nicht parallel zu den anderen Arbeitskreisen der GDM tagen. Wenn Sie also Interesse haben und Kontakt zu uns aufnehmen möchten, so achten Sie bitte auf entsprechende Ankündigungen. Herzlichen Dank.

Gemeinsames Literaturverzeichnis

Brunner, E. (2012). *Innermathematisches Beweisen und Argumentieren auf der Sekundarstufe I.* Unveröffentliche Dissertation. Zürich: Universität.

Brunner, E. (2013). *Innermathematisches Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I.* Münster: Waxmann.

Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2001): Children's graphical conceptions: Assessment of learning for teaching. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Hrsg.), Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Bd. 3, S. 89–104). Utrecht (The Netherlands):PME.

Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras Study. In T. Janik & T. Seidel (Hrsg.), *The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom* (S. 137-160). Münster: Waxmann.

Knievel, I., & Heinze, A. (2012). Erfassung der fachspezifischen professionellen Kompetenzen von Mathematiklehrkräften in der Grundschule. In M. Kleine & M. Ludwig (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (Bd. 1, S. 457–460). Münster: WTM.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competencies of teachers: A threefold domain-specific structure model for mathematics*. Münster: Waxmann.

Nickerson, R. S. (2001). The projective way of knowing: A useful heuristic that sometimes misleads. *Current Directions in Psychological Science*, 10(5), 168–172.

Schrader, F.-W., & Helmke, A. (1987). Diagnostische Kompetenz von Lehrern: Komponenten und Wirkungen. *Empirische Pädagogik, 1*, 27–52.

Anke Lindmeier, IPN Kiel, Olshausenstraße 62,
24118 Kiel, Email: lindmeier@ipn.uni-kiel.de

Arbeitskreis Schweiz-Liechtenstein
Solothurn, 18. 1. 2013

Esther Brunner and Lis Reusser

Wegen starken Schneefalls fielen Michael Gaidoschiks Flug in die Schweiz und somit auch sein Vortrag „Zählendes Rechnen: Notwendiger Zwischenschritt, unnatürlich oder ...?“ aus. Glücklicherweise war der zweite Referent, René Schelldorfer, so flexibel, dass er statt den Abschluss der Tagung nun den Einstieg übernahm und mit „Über $11 \cdot 11$, Zylinder mit Löchern und ein Seil um einen Fussball – Überlegungen zur Ästhetik der Mathematik“ das Publikum begeisterte.

Anschliessend standen neun Ateliers zur Wahl, die von Mitgliedern des AKs angeboten wurden:

- Reinhold Haug: „Mit Holzwürfeln die Welt der Muster und Strukturen entdecken“
- Stefan Meyer: „Optimierung der Mathematik-Kurztests (MKT)“
- Thomas Royar and Simone Ziska: „Vorstellungen von Kindern zur Bedeutung von Multiplikationstermen“
- Christof Weber: „Einige Grundvorstellungen zum Logarithmus – oder: Wie kann der Logarithmus verständlich(er) gemacht werden?“
- Barbara Zutter: „Diskussionrunde zur Analyse des mathematischen Inhalts für den Unterricht“
- Marianne Flückiger Bösch: „Wie viel Aufmerksamkeit braucht die Mathematik?“
- Beat Jaggi: „Prognosen sind schwierig, besonders wenn sie die Zukunft betreffen“
- Hansruedi Kaiser: „Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt“
- Christine Streit: „Gemeinsam für einen guten Mathestart“

Nach der Mittagspause informierte Roland Keller, abtretender Vorsitzender des AK Schweiz-Liechtenstein, die Mitglieder über laufende Geschäfte der GDM sowie die finanzielle Situation der GDM und des AK Schweiz-Liechtenstein und machte deutlich, dass eine Erhöhung des Mitgliederbeitrags unausweichlich sei. Da unserem AK als Teil der GDM rechtliche Grundlagen fehlen, konnten Esther Brunner, PH Thurgau und Lis Reusser, PH Bern als neue Co-Vorsitzende des AK Schweiz-Liechtenstein nicht durch die Mitglieder gewählt werden und führen ihr Amt nun ohne offiziellen Auftrag, was unbefriedigend ist.

Neu setzt sich der Vorstand wie folgt zusammen: Esther Brunner und Lis Reusser (Vorsitz), Gabriela Schürch (Kasse und Mitgliederverwaltung), Roland Keller (Beirat GDM), Christof Weber und Rita Krummenacher (Protokoll)

Sitzungen und Geschäfte

Rechtlicher Status des AK Schweiz-Liechtenstein

In mehreren Sitzungen hat sich der Vorstand mit der ungeklärten rechtlichen Situation des AKs Schweiz-Liechtenstein beschäftigt. So haben wir im Vorstand nicht nur kein Mandat von unseren AK-Mitgliedern durch eine entsprechende Wahl, es fehlt auch eine Beschreibung der Rechte und Pflichten. Der AK Schweiz-Liechtenstein ist Teil der GDM und die 128 Mitglieder sind Mitglied unseres AKs und der GMD. Der fehlende rechtliche Rahmen in der Schweiz führt für unseren grossen AK dazu, dass wir deutschem Recht unterstellt sind, obwohl wir in der Schweiz agieren. Das hat zur Folge, dass wir z. B. kein Bankkonto eröffnen können, weshalb der Kassier oder die Kassierin die Mitgliederbeiträge auf einem Privatkonto verwalten und dieses privat versteuern muss.

Diese Situation hat uns veranlasst, mit Rudolf vom Hofe, dem 1. Vorsitzenden der GDM Kontakt aufzunehmen. Unser Vorschlag: Der AK Schweiz-Liechtenstein wird zum Schweizer Verein „GDM Schweiz“ mit eigenen Statuten und als juristische Person Teil der GDM. Damit hätten wir Sektions-Status, könnten in der Schweiz nach Schweizer Recht agieren und uns als nationale Ansprechinstanz für fachdidaktische Fragen positionieren. Die Mitglieder der GDM Schweiz würden der GDM angehören mit den üblichen Rechten und Pflichten und gleichzeitig Mitglied der GDM Schweiz sein. Es liegt uns fern, uns von der GDM abzuspalten, aber wir brauchen einen geklärten rechtlichen Status für unsere Aktivitäten in der Schweiz. Unser Anliegen wurde im Beirat der GDM diskutiert und stiess auf offene Ohren. Nun wird es im Vorstand der GDM weiter bearbeitet und wir hoffen, dass bis zur Jahrestagung der GDM in Koblenz-Landau definitive Entscheide vorliegen.

Zusammenarbeit mit der SGL (Schweizerische Gesellschaft für Lehrerinnen- und Lehrerbildung)

Da der grösste Teil der rund 20 Mitglieder der noch jungen Arbeitsgruppe Mathematikdidaktik der SGL auch Mitglied im AK Schweiz-Liechtenstein der GDM ist, scheint uns eine Zusammenarbeit sinnvoll. So organisieren und finanzieren wir die Wintertagung 2014 gemeinsam. Die SGL wird durch Marianne Walt, die neue Präsidentin der SGL-Arbeitsgruppe, vertreten.

KOFADIS (Konferenz der Fachdidaktiken Schweiz)
Die neue Gruppierung KOFADIS um Peter Labudde und Philippe Hertig hat zum Ziel, die verschiedenen Fachdidaktikverbände der Schweiz zusammenzubringen und zu einem nationalen Sprachrohr und Ansprechpartner in Bildungsfragen zu werden. Der Vorstand des AK Schweiz-Liechtenstein der GDM unterstützt diese Idee, allerdings fehlt uns auch hier die rechtliche Grundlage, um handlungsfähig zu sein und einen offiziellen Beitritt zu erklären.

Planung Anlässe
Das Programm für die Wintertagung am 17. Januar 2014 in Zürich steht. Erfreulicherweise sind wiederum genügend Kolleginnen und Kollegen des AKs bereit, ein Atelier zu leiten.

2015 werden wir auf die Durchführung der Wintertagung verzichten, weil dann die FHNW die Jahrestagung der GDM in Basel ausrichtet. Wir möchten die Schweizer Mitglieder auffordern, sich daran aktiv zu beteiligen (z. B. Unterstützung und Mitarbeit beim LehrerInnen-Tag) und teilzunehmen.

Stellungnahme zum Lehrplan 21
Der AK Schweiz-Liechtenstein der GDM wurde nicht explizit zur Vernehmlassung eingeladen. Der Vorstand beschloss jedoch, die Möglichkeit dazu wahrzunehmen und hat eine Stellungnahme verfasst. Grundsätzlich begrüssen wir die Schaffung eines einheitlichen Lehrplans für die 21 deutschschweizer Kantone, haben aber einige inhaltliche Vorbehalte. So fehlt aus unserer Sicht Konsistenz in den Formulierungen über die drei Zyklen hinweg. Zudem wird der zitierte Kompetenzbegriff nach Weinert in den engen „SuS können-Formulierungen“ nicht umgesetzt. Die aus unserer Sicht ungünstige Zusammenführung von je zwei unterschiedlichen Kompetenzen aus dem HarmoS-Modell und dem nicht geklärten Bindewort „und“ dazwischen führt dazu, dass die Kompetenzbeschreibungen zu wenig konsistent ausfallen: In einigen Fällen wird die eine der beiden Kompetenzen angesprochen, in anderen die zweite und manchmal beide. Des Weiteren kritisieren wir die Stellung der Informatik als integralen Teil des überfachlich angelegten Themas „ICT und Medien“ ohne eigenes zeitliches Gefäss.

Esther Brunner, Pädagogische Hochschule Thurgau, Unterer Schulweg 3, 8280 Kreuzlingen, Schweiz, Email: esther.brunner@phtg.ch
Lis Reusser, PH Bern, Institut für Heilpädagogik, Fabrikstrasse 8, 3012 Bern, Schweiz, Email: lis.reusser@phbern.ch

37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education

Über 600 Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler von allen Kontinenten zu Gast in Deutschland

Aiso Heinze

Erstmals nach 35 Jahren fand 2013 wieder die Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) in Deutschland statt. Gastgeber war das Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) in Kiel, das mit der PME 37 die im Jahr 2013 weltweit größte internationale Konferenz zur Mathematikdidaktik ausrichtete.

Über 600 Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aus fast 50 Ländern trafen sich vom 28.07.-02.08.2013 in Kiel, um sich über die neuesten Forschungsergebnisse aus der Mathematikdidaktik sowie den angrenzenden Disziplinen Psychologie, Soziologie, Philosophie und den Erziehungswissenschaften auszutauschen. Unter dem Konferenzthema *„Mathematics Learning Across the Life Span“* fanden fast 400 Vorträge, 75 Posterpräsentationen und 28 Arbeitsgruppentreffen statt, die die spezifischen Herausforderungen des Kompetenzerwerbs von mathematischen Inhalten in den verschiedenen Altersgruppen thematisierten. Dabei stand nicht nur die Verbesserung des Mathematikunterrichts in der Schule im Fokus, sondern es wurde von der Rolle des mathematischen Anregungspotenzials im Kindergarten über die Herausforderungen des Mathematiklernens im Studium

PME Präsident João Filipe Matos, Universität Lissabon (Portugal) (Foto: ©IPN Kiel)

Die International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) ist eine wissenschaftliche Organisation mit Mitgliedern aus mehr als 60 Ländern. Sie wurde 1976 während der ICME 3 gegründet und richtet seit 1977 jährlich eine Konferenz aus, die abwechselnd in verschiedenen Teilen der Welt stattfindet. Nach den Tagungsorten Belo Horizonte (Brasilien, 2010), Ankara (Türkei, 2011) und Taipeh (Taiwan, 2012) wurde Kiel als Tagungsort für die Konferenz 2013 gewählt. Die 38. PME-Konferenz wird vom 15.–20. 7. 2014 in Vancouver (Kanada) zum Konferenzthema „Mathematics Education at the Edge“ stattfinden, nähere Informationen unter http://www.pme38.com.

bis hin zu mathematischen Kompentenzen von Erwachsenen die gesamte Lebensspanne in den Blick genommen. Wie auf PME-Tagungen üblich, gab es auch eine National Presentation des Gastgeberlandes, in der ein Überblick über die mathematikdidaktische Forschung in Deutschland mit Bezug zur PME gegeben wurde. Die National Presentation wurde von einem Team um Regina Bruder vorbereitet und präsentiert (vgl. Abschnitt unten) und stieß trotz einer parallelen Postersession auf großes Zuschauerinteresse. Die Ausarbeitung zur National Presentation findet sich in ausführlicher Form auch in den Proceedings der PME 37.

Als Hauptvortragende, die das Konferenzthema Mathematiklernen über die Lebensspanne in ihren Plenarvorträgen aus verschiedenen Perspektiven beleuchteten, traten Prof. Dr. Doug Clarke von der Universität Melbourne (Australien), Prof. Dr. Iddo Gal von der Universität Haifa (Israel), Prof. Dr. João Filipe Matos von der Universität Lissabon (Portugal) sowie Prof. Dr. Kristina Reiss von der TUM School of Education München auf. Kristina Reiss gab in dem Eröffnungsvortrag der Tagung einen Überblick über die Bedeutung mathematischer Kompetenz für die individuelle Entwicklung und über vorliegende Erkenntnisse zur Entwicklung mathematischer Kompetenz über die Lebensspanne. Doug Clarke berichtete über das von ihm geleitete Early Numeracy Project in Australien, in dem Curriculum, Lernmaterialien, Instrumente zur Diagnose und Förderung sowie darauf abgestimmte Lehrerfortbildungen erfolgreich in ein kohärentes Konzept zum Mathematiklernen integriert, in die Schulpraxis implementiert und schließlich evaluiert wurden. Iddo Gal, Leiter der internationalen Expertengruppe Numeracy für die PIAAC-Studie der OECD (sog. „PISA für Erwachsene“), thematisierte die mathematischen Kenntnisse von Erwachsenen. Er wies insbesondere auf die wichtige Rolle mathematischer Kompetenzen sowohl für das Privatleben (z. B. beim Abschluss von Kreditverträgen) als auch für die beruflichen Karrierechancen hin. Darüber hinaus stellte er Ergebnisse verschiedener Studien vor, nach denen auch bei Erwachsenen eine vergleichsweise große „Risikogruppe“ existiert, die Schwierigkeiten mit elementaren mathematischen Anforderungen wie etwa dem Vergleich von Zinssätzen bei Sparbüchern hat. Der PME-Präsident João Filipe Matos, der gemäß den Regularien der PME zum Abschluss seiner Amtszeit ebenfalls einen Hauptvortrag präsentierte, thematisierte vor allem die in den letzten Jahrzehnten verwendeten Forschungsansätze in der PME. Auf Basis der Beiträge der PME-Proceedings von 2012 zeigte er exemplarisch auf, welche Merkmale die bei der PME thematisierte Forschung aufweist, wie sie eingeordnet werden kann und wo Lücken zu finden sind.

Wie üblich auf internationalen Tagungen wurde die gemeinsame Tagungszeit von vielen Teilnehmerinnen und Teilnehmern für zusätzliche Aktivitäten außerhalb des Programms genutzt. So fanden etwa Arbeitsgruppentreffen statt, wurden Editorial Board Meetings verschiedener Zeitschriften abgehalten und Buchprojekte mit den anwesenden Verlagsvertretern besprochen.

Erfreulich war die große Präsenz von etwa 100 Kolleginnen und Kollegen aus der GDM auf der Tagung. Schwankte die Beteiligung der GDM auf PME-Tagungen bisher immer zwischen ca. 20-50 Personen, so nutzten diesmal viele den „Heimvorteil“ und die damit verbundenen geringeren Reisekosten. Insbesondere Doktorandinnen und Doktoranden haben die Möglichkeit ergriffen, die im vertrauten Umfeld angebotenen internationalen Forschungsperspektiven kennenzulernen, sich in die internationale Diskussion einzubringen sowie Kolleginnen und Kollegen zu treffen, die sie bisher nur aus der Literatur kannten.

Tagungsleiter Aiso Heinze (IPN Kiel) (Foto: ©IPN Kiel)

Sehr zufrieden mit dem Tagungsverlauf ist das lokale Organisationskomitee vom IPN. Abgesehen von wenigen kleineren Problemen verlief die Tagung im Wesentlichen reibungslos und es wurde vielfach sogar explizit Lob ausgesprochen. Damit konnte nicht nur dem im Vorfeld aufgebauten Erwartungsdruck weitgehend entsprochen werden ("In Germany, everything will be perfectly organized."), sondern in der internationalen Community auch ein guter Eindruck im Hinblick auf die ICME 2016 in Hamburg hinterlassen werden. Als Wermutstropfen bleiben allerdings diverse verweigerte Einreisevisa für Kolleginnen und Kollegen aus verschiedenen Ländern, ohne dass dabei eine Systematik der Visavergabe der jeweiligen deutschen Botschaft erkennbar war. Auch wenn diese Probleme in einigen Fällen durch eine Intervention seitens der Tagungsorganisation gelöst werden konnten, bleibt hier dennoch ein etwas trauriger Nachgeschmack.

Erwähnenswert sind schließlich noch die Ergebnisse der jährlichen Vorstandswahlen der PME und der dieses Mal stattfindenden Präsidentschaftswahl. Zur PME-Präsidentin für die kommenden drei Jahre wurde Barbara Jaworski von der Universität Loughborough (Großbritannien) gewählt, die sich gegen Angel Gutiérrez (Universität Valencia, Spanien) durchsetzte. Positiv aus GDM-Sicht ist die Wahl von Anke Lindmeier (Kiel) in das 16-köpfige International Committee (IC) der PME für die kommenden vier Jahre. Neben Stefan Ufer (München), der bereits 2011 gewählt wurde, gibt es im obersten Entscheidungsgremium der PME damit zwei Mitglieder aus der GDM. Auf der IC-Sitzung direkt nach der Tagung wurde Stefan Ufer für das kommende Jahr schließlich noch zum Vizepräsidenten der PME gewählt. Dazu noch einmal einen herzlichen Glückwunsch!

National Presentation

Regina Bruder

Anlässlich der Konferenz bestand für den Gastgeber die Möglichkeit, eine „National Presentation" zu gestalten, die den Teilnehmerinnen und Teilnehmern Einblick in den Stand und die Entwicklung PME-relevanter Forschung im Gastgeberland gibt.

Ein solches Vorhaben bedarf eigentlich sehr langfristiger Vorarbeit, wenn ein von der Community im Wesentlichen mit getragener und legitimierter Bericht entstehen sollte. Das erschien aus zeitlichen und personellen Gründen schlicht nicht machbar. Die Tagungsleitung entschied sich, die Chance eines Selbstberichtes im bereits bei der PME etablierten Sinne zu nutzen, um bei aller Vorläufigkeit und subjektiven Färbung eines solchen Berichtes die immer wieder notwendige Reflexion unseres Erkenntnis- und Diskussionsstandes in der empirischen fachdidaktischen Forschung im deutschsprachigen Raum anzuregen und auch zu beleben.

Der letzte deutsche Bericht „Mathematikdidaktik in der Bundesrepublik Deutschland" für einen internationalen Adressatenkreis über Aspekte fachdidaktischer Forschung stammt aus dem Jahre 1992 und wurde für die ICME in Quebec vorbereitet, vgl. ZDM (Nr. 7, 24. Jg., Sonderheft des ZDM: FIZ Karlsruhe). Erkenntnisse der wissenschaftlichen Community der DDR konnten hierfür aus personellen und zeitlichen Gründen nicht mehr berücksichtigt werden. Dies sollte zumindest ansatzweise mit dem Bericht in den Konferenz-Proceedings – bezogen auf empirische Forschung – geleistet werden. Damit erhielt auch der Vortrag anlässlich der Landespräsentation auf der PME in Kiel sowohl die Funktion exemplarisch empirische Forschungs- und Diskussionsrichtungen in ihrer Entwicklung zu beschreiben als auch diese vor dem jeweiligen bildungspolitischen Hintergrund zu verorten.

Der vorgelegte Bericht zur „national presentation"[1] beginnt mit einem knappen Abriss der bildungspolitischen Situation in Deutschland mit Bezügen zur fachdidaktischen Forschung und deren theoretischer Fundierung (Kapitel 1, Regina Bruder). In den Kapiteln 2 (Gert Schubring) und 3 (Hans Dieter Sill) wird die historische Entwicklung der empirischen fachdidaktischen Forschung beleuchtet auch vor dem Hintergrund markanter gesellschaftlicher Entwicklungen, die durch den 2. Weltkrieg und 1989 durch den Fall der Mauer

[1] http://www.didaktik-der-mathematik.de/pdf/PME37_National_Presentation.pdf

und die Wiedervereinigung Deutschlands gekennzeichnet sind.

Entsprechend dem Motto dieser Tagung „Mathematics Learning Across the Life Span" befasst sich das 4. Kapitel (Silke Ruwisch mit Unterstützung durch Torsten Fritzlar und Kommentaren von Christiane Benz, Hedwig Gasteiger und Jens-Holger Lorenz) mit Entwicklungen der empirischen Forschungen zum Kindergarten und zur Grundschule. Im 5. Kapitel (Bärbel Barzel und Rudolf Strässer) geht es um solche Aspekte und Akzente deutschsprachiger empirischer Forschung zu den beiden Sekundarstufen bis hin zur beruflichen Bildung, die bisher auch auf den PME-Tagungen vorgestellt wurden. Im 6. Kapitel geht Michael Neubrand näher auf die als „empirische Wende" bezeichnete Entwicklung in der fachdidaktischen Forschung in Deutschland ein in Verbindung mit aktuellen Studien zur Lehrerexpertise. Die Zusammenarbeit im Autorenteam gelang trotz des enormen Zeitdruckes sehr gut und wir bedanken uns bei Stefan Ufer für die Beratung und kritischen Hinweise sowie auch bei Aiso Heinze für vielfältige Unterstützung.

Das Autorenteam der Landespräsentation 2013 auf der PME in Kiel ist sich dessen bewusst, dass ein solcher knapper Überblick lückenhaft sein muss und dass viele Autorinnen und Autoren ihre beachtenswerten und den fachdidaktischen Erkenntnisstand voran bringenden Studien in der Literaturliste vermissen werden. Das soll nicht als mangelnde Wertschätzung der nicht genannten Arbeiten missverstanden werden. Der Berichtsschwerpunkt lag auf der PME-bezogenen empirischen Forschung, so dass hiermit bereits eine Vorauswahl vorgegeben war.

Wenn unser Bericht trotz seiner Lückenhaftigkeit dazu beitragen kann, die Diskussion in der Community zu den Wurzeln empirischer fachdidaktischer Forschung, zu Erwartungen an die eingesetzten Methoden und auch an Ergebnisdarstellungen anzuregen sowie zum Rezipieren bisher weniger wahrgenommener Forschungsergebnisse zu ermuntern, dann hat er aus Sicht des Autorenteams seine Funktion erfüllt.

Grußwort der 2. Vorsitzenden der GDM

Silke Ruwisch

Dear President of PME (Joao Felipe Matos, Schoao Fieliepe Matosch), dear Managing Director of the host institute IPN (Olaf Köller), dear Conference Chair (Aiso Heinze), ladies and gentlemen, esteemed colleagues,

Tagungsimpressionen (Foto: © IPN Kiel)

on behalf of the Society of Didactics of Mathematics in the German speaking countries, the Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, otherwise known as GDM, I have the honour and the pleasure to address you all here today.

The GDM is a scientific organization that aims to encourage and promote research as well as practice in mathematics education, especially in the German-speaking countries. Our members which are slightly more than 1,000 come from Germany, Switzerland and Austria and some countries from the eastern part of Europe. The GDM focuses on the teaching and learning of mathematics in all age groups. Therefore our organization provides investigation and research into all fields of mathematics education and is very happy to host a conference in Germany which addresses Mathematics Learning Across the Life Span.

An important issue for our organization is the cooperation with other research organizations within the international community. Thus, we are very proud that PME which is the most important conference in the field of psychological and sociological aspects of learning and teaching mathematics is taking place in Germany this year. It is a great honor to welcome one of the oldest International Study Groups Affiliated to ICMI here in Kiel. We give our thanks to the international committee and the local organizers for facilitating this conference.

International conferences serve as a basis for international exchange; they are the heart of international scientific development. Since 1976, the beginning of PME, German speaking researchers have been among its members. But only in recent years, an increasing interest in PME among the German speaking math educators can be observed. Of course, many German speaking researchers are joining PME this year, because the distances are short. But already last year in Taipeh, a greater number of German, Austrian and Swiss math education researchers participated in PME. This increasing interest may be due to the fact that the GDM succeeded in attracting so many young researchers. One of our main goals is to promote and support especially our doctoral students by summer schools and annuals meetings with experts. So, nearly all of these young researchers join international conferences and present their projects to the international discussion, which we think is a very promising development. Obviously, mathematics education research in the German speaking countries is more than the sum of PhD-theses in these countries. If you are interested in more information about the richness and the main issues of our research in mathematics education, I would like to invite you to the national presentation tomorrow morning: On German Research into the Didactics of Mathematics across the life span.

At the moment, all of us are looking forward to an inspiring week starting now. But beyond this interesting and certainly successful PME-conference we as the Society of Didactics of Mathematics in the German-speaking countries already anticipate another big issue of international exchange about mathematics education: The GDM has the pleasure of hosting ICME-13, which will take place at the University of Hamburg in 2016. Detailed information you will find in a flyer that is enclosed in your conference bag. We invite participants from all over the world to come to Hamburg and make ICME 13 a rich experience for all of us.

But now, I stop talking, offering you again the very best wishes of the GDM for this conference and hoping you will have many interesting inputs, discussions and new ideas about how to improve mathematics teaching all over the world across the whole life span.

And on a final note, I also hope that – besides scientific work – you will also find the time for relaxation and to enjoy Kiel and Germany during your visit.

Thank you for your attention.

Silke Ruwisch

Aiso Heinze, IPN Kiel, Olshausenstraße 62, 24118 Kiel, Email: heinze@ipn.uni-kiel.de
Regina Bruder, Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Mathematik, AG 22, Schloßgartenstraße 7, 64289 Darmstadt, Email: r.bruder@math-learning.com

Problemlösesymposium an der TU Braunschweig 27.–28. 9. 2013

Bericht

Frank Heinrich

Am 27. und 28.09.2013 wurde am Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik an der Technischen Universität Braunschweig ein Symposium zum Thema „(Mathematische) Probleme lösen lernen“ abgehalten. Als Tagungsleiter agierte Frank Heinrich, die Verantwortung für den organisatorischen Teil hatte Steffen Juskowiak übernommen.

Bei diesem Symposium ging es um Überlegungen und um den Gedankenaustausch zur Förderung der Problemlösekompetenz, einem bedeutsamen Ziel von Mathematikunterricht. Die Veranstaltung wurde als Ergebnis der Kooperation mit dem Kompetenzzentrum Lehrerfortbildung Braunschweig zugleich auch als Lehrerfortbildungsveranstaltung durchgeführt.

Nach Eröffnung der Veranstaltung durch den Tagungsleiter wurden Grußworte überbracht. Für die GDM hatte die 2. Vorsitzende Silke Ruwisch (Universität Lüneburg) diese Aufgabe übernommen, seitens der DMV deren Vizepräsident Volker Bach (Technische Universität Braunschweig). Sowohl in diesen als auch in anderen Grußworten (von Repräsentanten der TU Braunschweig) kam die Relevanz des Themas der Tagung deutlich zum Ausdruck.

Im Weiteren haben namhafte Mathematikdidaktiker aus dem In- und Ausland zu dieser Thematik vorgetragen und sich der Diskussion im Plenum gestellt. Die Ausführungen bezogen sich insbesondere auf den Altersbereich der Sekundarstufe I.

Eröffnung des Symposiums durch Prof. Frank Heinrich


Der Kopfrechenweltmeister Gert Mittring in Aktion

Im ersten Vortrag ging Bernd Zimmermann (Universität Jena) darauf ein, wie durch Anregungen aus der Geschichte der Mathematik das Erreichen klassisch-inhaltlicher Lernziele (z. B. der Satz des Pythagoras) und wie problemlösendes Denken von Schülerinnen und Schülern durch Heranziehung historischer Denkprozesse besser gefördert werden können.

Regina Bruder (Technische Universität Darmstadt) stellte ein mit 50 Lehrkräften empirisch geprüftes, tätigkeitstheoretisch begründetes Unterrichtskonzept zum langfristigen Kompetenzaufbau im mathematischen Problemlösen unter Einbezug von Unterrichtsbeispielen in den Mittelpunkt ihrer Ausführungen. Von zentraler Bedeutung waren dabei die Ausführungen zur Erlernbarkeit von Heurismen und die Hervorhebung eines dafür erforderlichen Lernumfeldes.

Über eine empirische Erkundungsstudie mit Elftklässler(innen) zum Einfluss von Selbstreflexionen auf die Bearbeitung mathematischer Probleme berichtete Steffen Juskowiak (Technische Universität Braunschweig). Er beschrieb verschiedene Varianten von (nicht erzwungener) Selbstreflexion, die während der Arbeit an den Problemen bei den Probanden vorkamen und analysierte die Wirkung solcher Selbstreflexionen auf den Verlauf und das Ergebnis der jeweiligen Bearbeitungsprozesse. Sich darauf beziehende Anregungen zur Förderung der Problemlösekompetenz beendeten den Vortrag.

Um Hemmnisse, Defizite und Fehler beim Bearbeiten mathematischer Probleme ging es im Vortrag von Frank Heinrich (Technische Universität Braunschweig). Vor dem Hintergrund der Gewinnung möglicher ergänzender Ansatzpunkte zur Förderung mathematischer Problemlösekompetenz wurden zum einen Verhaltensweisen von Probanden (hautsächlich Lernende aus der Sekundarstufe II) vorgestellt und diskutiert, die das Finden einer Lösung be- oder verhindern. Zum anderen wurden Befunde vorgelegt, wie es den Problembearbeitern gelang, eigene Fehler und Defizite selbst zu erkennen und ggf. zu beheben.

Frank Förster und Hartmut Rehlich (Technische Universität Braunschweig) berichteten über die Förderung mathematisch begabter Kinder des dritten bis sechsten Schuljahres in der institutseigenen Lernwerkstatt mit dem Schwerpunkt der Anregung und Pflege mathematiktypischer Denkprozesse beim Lösen von Problemen. Darüber hinaus wurden im Vortrag zu den Aspekten der Auswahl der Schülerinnen und Schüler sowie der Verzahnung von Förderung mit der Ausbildung von Lehramtsstudenten (die als Beobachter und Tutoren mitwirken) beispielhaft Erfahrungen vorgestellt.

Martin Stein (Universität Münster) befasste sich in seinem Vortrag mit Lernumgebungen (bei der Bearbeitung) von Problemklassen und beschrieb sie durch den (neuen) Begriff mathematische Lernräume. Problemklassen entstehen, wenn man mehrere Problemfamilien unter gemeinsamen (Lösungs-)Merkmalen zusammenfasst. Derartige Lernumgebungen besitzen im Idealfall eine „löserfreundliche Wahlarchitektur“, sind also ein Unterstützungsangebot, um Problemlösen in einer solchen Klasse zu erleichtern.

Deutlich zu machen, dass Problemelösenlernen nicht nur ein Ziel für die Arbeit mit begabten Kindern darstellt, war das Hauptanliegen des Vortrags von András Ambrus (Universität Budapest). Vor diesem Hintergrund analysierte er Faktoren des Problemlösenlernens und stellte insbesondere Aspekte zum Gedächtnis in den Mittelpunkt seiner Ausführungen. Darüber hinaus erhielten die Zuhörer Informationen darüber, wie im ungarischen Mathematikunterricht Problemlöselernen erfolgt.

Erkki Pehkonen (Universität Helsinki) gab im abschließenden Vortrag zunächst einen Überblick über die weltweite Situation von Problemlöseunterricht und ging im Weiteren auf Problemfelder (einer Art offener Probleme) und deren zunehmender Verwendung im Mathematikunterricht ein. Er erläuterte das dahinter stehende didaktische Konzept mit dem Ziel der Verbesserung schulischen Mathematikunterrichts und stellte Beispiele für Problemfelder vor.

In Ergänzung zu den themenbezogenen Vorträgen gab Gert Mittring (Bonn), der mehrmalige Weltmeister im Kopfrechnen, den interessierten Zuhörern einen Einblick in Höchstleistungen im Kopfrechnen. Neben Rechendemonstrationen (z. B. zum Kalenderrechnen und zur Fingermathematik) wurden einige Rechenkniffe von ihm illustriert und die Bedeutung der Basiskulturtechnik „(Kopf-)Rechnen" hervorgehoben. Das Ganze erfolgte in einer dialogischen und spielerischen Form.

Die Vorträge werden in einem Tagungsband publiziert. Dieser erscheint unter dem Titel „Mathematische Probleme lösen lernen" im WTM Verlag Münster, voraussichtlich Ende des ersten Quartals 2014.

Abschließend gilt der Dank der Volkswagen Aktiengesellschaft, dem Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft, dem Verein Deutscher Ingenieure (Bezirksverein Braunschweig), dem Bildungshaus Schulbuchverlage Braunschweig, dem Ernst Klett Verlag und dem Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster, durch deren Unterstützung die Durchführung des Symposiums überhaupt erst möglich geworden ist.

Frank Heinrich, TU Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik, Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig, Email: f.heinrich@tu-braunschweig.de

Grußwort der 2. Vorsitzenden der GDM

Silke Ruwisch

Sehr geehrte Damen und Herren,
liebe Kolleginnen und Kollegen,

im Namen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, der GDM, habe ich die Ehre und das Vergnügen, Sie alle zu dem Symposium „Mathematische Probleme lösen lernen" begrüßen zu dürfen.

Grußworte im Namen der GDM von Silke Ruwisch (2. Vorsitzende)

Die GDM versteht sich als eine Gesellschaft, in der Personen zusammentreffen, denen das mathematische Lernen und Denken am Herzen liegt. So, wie auch hier bei diesem Symposium, gehören zu den Mitgliedern der GDM Mathematiklehrerinnen und -lehrer aller Schul- und Hochschultypen, Personen aus verschiedenen Bereichen der Schulverwaltung, der Aus-, Weiter- und Fortbildung von Mathematiklehrenden sowie mathematikdidaktisch Forschende.

Wir freuen uns, dass Sie sich zu einem Thema austauschen, das in jüngerer Zeit wieder stärker in den Focus mathematikdidaktischer Diskussion gerückt ist. Im Anschluss an die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien, die mehrfach haben deutlich werden lassen, dass deutsche Schülerinnen und Schüler gerade hinsichtlich des Problemlösens schwächer im Vergleich zu vielen anderen Ländern abschneiden, ist ein verstärktes Interesse an mehr Problemlösetätigkeiten im Mathematikunterricht festzustellen. Die Forderung, Problemlösekompetenzen im Bereich Mathematik zu entwickeln, zählt jedoch schon seit langem zu den grundlegenden und bedeutenden Zielen des Mathematikunterrichts. So hat z. B. Heinrich Winter 1995 den Erwerb von Problemlöse- und heuristischen Fähigkeiten neben der Struktur- und der Anwendungsorientierung von Mathematik als eine der drei wesentlichen Grunderfahrungen hervorgehoben, die den allgemeinbildenden Charakter des Mathematikunterrichts legitimieren, nämlich „... in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben." (Winter 1995, S. 37).

Es ist daher ungemein zu begrüßen, dass in Braunschweig ein Symposium zu diesem Thema ins Leben gerufen wurde, dass zugleich als Lehrerfortbildungsveranstaltung angelegt ist.[1]

Selbstverständlich sprechen noch weitere Gründe für die stärkere Berücksichtigung des Problemlösens im Mathematikunterricht. Mit Zimmermann (2003) u. a.

1. lassen sich gesellschaftliche Gründe nennen, welche eng an die allgemeinbildende Funktion nach Winter anknüpfen, nämlich z. B., dass der heutige Unterricht die Lernenden auf eine jetzt schon komplexe Welt mit noch unbekannten Herausforderungen in der Zukunft vorbereiten muss, somit auf das Lösen komplexer Probleme.
2. lassen sich lernpsychologische Gründe anführen: Wenn, wie in konstruktivistischer Sicht, Wissen sich kaum direkt vermitteln und übertragen lässt, sondern sich Lernende durch aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand ihr Wissen selbst konstruieren müssen, ist eine entsprechende Unterrichtskultur maßgeblich problemlösend zu gestalten.
3. können pädagogische Gründe angeführt werden, die sich aus den vorangehenden z. T. ableiten lassen, z. B. „entdeckendes Lernen" an ausgewählten Problemen zu ermöglichen, z. T. aber auch darüber hinaus führen, z. B. das Ermöglichen emanzipatorischer Erfahrungen im Mathematikunterricht;
4. sprechen selbstverständlich auch innermathematische Gründe für das Problemlösen im Mathematikunterricht. So zeigt die Geschichte der Mathematik, dass z. B. von Problemen wie der Kreisquadratur oder der Würfelverdopplung langfristig kräftige Impulse für die Weiterentwicklung der Mathematik ausgingen.
5. Zu guter Letzt möchte ich auf die motivationalen Gründe hinweisen: Problemlösen macht Spaß und kann so auch Spaß an der Mathematik vermitteln.

Neben diesen Gründen sprechen selbstverständlich auch formale Vorgaben für eine Beschäftigung mit dem Problemlösen im Mathematikunterricht. Zwar war das Thema bereits in früheren Rahmenrichtlinien enthalten (z. B. Nds. 1991 oder NRW 1985); aber erst als Reaktion auf die Ergebnisse der TIMS- und der PISA-Studie hat – wie bereits erwähnt – das Problemlösen in der öffentlichen Diskussion und der Bildungspolitik an Relevanz gewonnen: Über die KMK Bildungsstandards (2003 und 2004) und damit die Kerncurricula und Lehrpläne der einzelnen Bundesländer (siehe z. B. Nds. Kultusministerium 2006) ist das mathematische Problemlösen und damit die Vermittlung heuristischer Verfahren, Strategien und Techniken als „prozessbezogene Kompetenzen" zu einem wichtigen – jedenfalls wichtigeren – Unterrichtsgegenstand geworden.

Gestatten Sie mir einen kurzen Rückblick auf das Problemlösen in der eigenen Zunft:[2] Die deutschsprachige mathematikdidaktische Problemlöseforschung beginnt erst relativ spät. Obwohl der Prozess des Problemlösens von Mathematikern wie Poincaré (1914) und Hadamard (1945) schon frühzeitig diskutiert worden war, fand diese Diskussion kaum Widerhall in der Mathematikdidaktik. So war weder ein größerer Einfluss auf die mathematikdidaktische Forschung noch auf den Mathematikunterricht festzustellen. Selbst Pólyas berühmte „Schule des Denkens" von 1949 änderte daran zunächst recht wenig.

In den 1960er Jahren zaghaft beginnend – denken Sie z. B. an ein MU-Themenheft zum Problemlösen von 1964 – hat sich ab den 1980er Jahren die Situation ein Stück gewandelt und mit der Wiedervereinigung einen zusätzlichen Schub erhalten. Verschiedene Arbeitsgruppen in ganz Deutschland haben in den vergangenen Jahrzehnten die mathematikdidaktische Forschung zum Problemlösen vorangetrieben. Ich möchte sie hier nicht einzeln aufzählen, aber einige der namhaften Vertreterinnen und Vertreter sind in dieses Symposium ja intensiv eingebunden. Besonders erfreulich ist jedoch, dass neben den „alten Hasen" der Problemlöseforschung, wie z. B. Karl Kießwetter oder Bernd Zimmermann, in jüngerer Zeit neue Arbeitsgruppen sich der mathematischen Problemlöseforschung widmen und so insbesondere auch in die Breite wirken. Dazu leistet ein derartig prominent besetztes Symposium zum Lernen des mathematischen Problemlösens einen bedeutenden Beitrag.

Freilich haben auch Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker aus dem Ausland deutlich Einfluss auf die Problemlöseforschung in Deutschland genommen. Als erstes fällt einem vielleicht die „Bibel des Problemlösens", Alan Schoenfelds Buch „Mathematical problem solving" von 1985 ein. Auch Jeremy Kilpatrick (USA) und Kaye Stacey (Australien) seien stellvertretend erwähnt für Arbeiten, die in verschiedener Weise in der deutschen Mathematikdidaktik aufgegriffen wurden bzw. werden. Darüber hinaus eng mit der deutschen Mathematikdidaktik verbunden müssen vor

[1] Die folgenden Ausführungen lehnen sich sehr eng an die hervorragende Zusammenfassung in der Dissertation von Benjamin Rott (2013) an.

[2] Auch dieser geschichtliche Rückblick folgt den Ausführungen von Rott (2013).

allem Erkki Pehkonen aus Finnland sowie Éva Vásárhelyi und András Ambrus aus Ungarn erwähnt werden, deren Arbeiten nicht nur aufgegriffen wurden, sondern die immer in regem persönlichen Austausch schon fast als Teil deutscher Problemlöseforschung in der Mathematikdidaktik gelten können.

Natürlich hat es in der mathematischen Problemlöseforschung in den vergangenen Jahren auch Akzentverschiebungen gegeben. Zum einen sind diese der veränderten Sicht auf das Lernen geschuldet und bewegen sich nun im Rahmen konstruktivistischer Lerntheorien. Zum anderen, aber eng mit dem ersten verknüpft, hat sich das Verständnis des mathematischen Problemlösens erweitert. Stand früher häufig der Lösungsprozess eines vorliegenden, spezifisch gefassten Problems im Fokus, so werden inzwischen nicht nur größere Problemfelder einbezogen, sondern über den engeren Lösungsprozess hinaus widmet sich die mathematische Problemlöseforschung ebenso dem Aufwerfen und Finden von Problemen. Auch die beteiligten kreativen und sozialen Prozesse finden stärkere Beachtung. Außerdem ist es für mich besonders erfreulich zu sehen, dass in den vergangenen Jahren das Interesse an mathematischem Problemlösen im Elementar- und Grundschulalter deutlich zugenommen hat. Frei nach dem Motto „Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr?" – Wohl nicht so ganz, auch die größeren Hänschen können und müssen mathematisches Problemlösen noch lernen und ausbauen.

Es ist aber auch festzustellen, dass viele Fragen zum Problemlösen im Mathematikunterricht noch offen sind, z. B. lassen sich in Anlehnung an Vásárhelyi und Zimmermann (2010) Fragen zur Rolle der Metakognition, zur Entwicklung von Bewertungsverfahren für Problemlöseprozesse oder zum mathematischen Problemlösen mit eher leistungsschwächeren Kindern nennen. Ich hoffe und wünsche Ihnen, dass diese Tagung wertvolle Impulse liefert, das „Problem des Problemlösens" ein Stück weiter zu definieren, aber auch zu lösen.

Momentan warten Sie alle gespannt auf die sicherlich anregenden Vorträge und Diskussionen zum Lösen-Lernen mathematischer Probleme. Über dieses sicherlich sehr fruchtbare Symposium hinaus, darf ich Ihre Aufmerksamkeit auch auf die Tagungen der GDM, z. B. die nächste Jahrestagung in Koblenz vom 10.–14.3.2014 oder – und hier sind wir besonders stolz, den Zuschlag erhalten zu haben – den Internationalen Kongress der Mathematikdidaktik ICME 2016 in Hamburg lenken, dessen Felix-Klein-Symposium sowie Workshop-Nachmittage für Lehrerinnen und Lehrer gerade auch zum Problemlösen ich hier hervorheben möchte.

Doch jetzt wird es Zeit, dass ich zu reden aufhöre, jedoch nicht, ohne Ihnen noch einmal die besten Wünsche der GDM für ein gutes Gelingen dieses Symposiums zu übermitteln, verbunden mit der Hoffnung, dass Sie alle interessante Inputs, anregende Diskussionen und neue Ideen zur Weiterentwicklung des mathematischen Problemlösen-Lernens mitnehmen werden. Und: Vielleicht lösen Sie ja auch selbst das ein oder andere mathematische oder mathematikdidaktische Problem?

Ich danke Ihnen sehr für Ihre Aufmerksamkeit.

Silke Ruwisch

Quellen (ohne Bildungsdokumente)

Hadamard, Jacques (1945): The psychology of invention in the mathematical field. Princeton University Press. Unveränderter Nachdruck von 1954.

Poincaré, Henri (1914): Wissenschaft und Methode. Berlin: Teubner.

Pólya, George (1949): Schule des Denkens. Tübingen: Francke.

Rott, Benjamin (2013): Mathematisches Problemlösen – Ergebnisse einer empirischen Studie. Münster: WTM.

Schoenfeld, Alan H. (1985): Mathematical problem solving. Orlando: Academic Press.

Winter, Heinrich (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Nr. 61, 37–46.

Vásárhelyi, Éva / Zimmermann, Bernd (2010): György Polya (1997–1985) – zum Menschen, Mathematiker und Mathematikdidaktiker. In: Der Mathematikunterricht 56(2), 4–12.

Zimmermann, Bernd (2003): Mathematisches Problemlösen und Heuristik in einem Schulbuch. In: Der Mathematikunterricht, 49(1), 42–57.

Jahrestagung der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) vom 6.–8. Oktober 2013 an der TU Dortmund

Susanne Prediger und Bernd Ralle

Vom 6.–8. Oktober 2013 war die Gesellschaft für Fachdidaktik, der Dachverband der fachdidaktischen Fachverbände in Deutschland, Gast von *FUNKEN*, dem interdisziplinären **F**orschungs- **u**nd **N**achwuchs**k**olleg zur Fachdidaktischen **Ent**wicklungsforschung an der TU Dortmund. Die lokalen Organisatoren der Tagung (Susanne Prediger und Bernd Ralle) begrüßten gemeinsam mit dem Leiter des Dortmunder Kompetenzzentrum für Lehrerbildung und Lehr-Lernforschung (Stephan Hußmann) und dem Vorstand der GFD (Martin Rothgangel) insgesamt 182 Teilnehmende.

Die Referentinnen und Referenten sowie die Tagungsgäste aus etwa 20 Fachdidaktiken beschäftigten sich mit Fragen rund um das Thema *„Lernaufgaben entwickeln, bearbeiten und überprüfen – Ergebnisse und Perspektiven der fachdidaktischen Forschung"*.

Aufgabenentwicklung und Aufgabenbearbeitungen stehen nicht erst seit Bekanntwerden von Ergebnissen der großen Leistungsvergleichsstudien wie PISA im Fokus fachdidaktischer Forschung, vor allem die Mathematikdidaktik hat diesbezüglich eine längere Tradition. Dennoch haben diese Themen mit der Forderung nach einem kompetenzorientierten Unterricht in Schule und Hochschule in den meisten Fachdidaktiken erst in jüngster Zeit eine neue Bedeutung erlangt.

Die Plenarreferenten zeigten gleich zum Auftakt der Tagung Wege für künftige Forschungsrichtungen auf, und identifizierten tradierte Gepflogenheiten, die noch einmal auf den Prüfstand gehörten:

- Alexander RENKL (Pädagogische Psychologie, Universität Freiburg) wies im Besonderen auf empirische Befunde der pädagogischen Psychologie hin, gemäß denen Aufgaben nur dann der kognitiven Aktivierung von Lernenden dienen können, wenn sie adressatengerecht und sachbezogen fokussiert sind.
- Der zweite Plenarvortragende, Friedrich SCHWEITZER (Religionspädagoge an der Universität Tübingen), wies auf Forschungsdesiderate der Fachdidaktik zum Tagungsthema hin und hinterfragte die Reichweite empirischer Forschung und die damit verbundene Forderung nach Evidenzbasiertheit des Aufgabeneinsatzes im Unterricht.
- Prof. Timo LEUDERS (Mathematikdidaktiker der PH Freiburg) zeigte im dritten Plenarvortrag auf, wie der Stand der mathematikdidaktischen Entwicklungen und Forschungen zu dem Thema sich derzeit darstellt. Dabei zeigte er vielfältige Bezüge zu den anderen fachdidaktischen Disziplinen auf.

Das Tagungsprogramm sah darüber hinaus 24 Diskussionsvorträge vor. Die reichlich bemessene Diskussionszeit wurde intensiv genutzt, auch in den Postersessions. Die Vertreterinnen und Vertreter der unterschiedlichen Fachdidaktiken diskutierten Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Aufgabengestaltung und des Aufgabeneinsatzes in den verschiedenen Fachkulturen. Obwohl Aufgaben in allen Fächern ganz allgemein als Lerngelegenheiten und Lernaufforderungen gesehen werden, ranken sich vielfältige Fragen an die didaktischen und lernpsychologischen Zielsetzungen rund um eine angemessene Aufgabengestaltung. Die Wirkungen und Gelingensbedingungen von Aufgaben wurden mit ganz unterschiedlichen empirischen Untersuchungen erhoben, die zahlreichen Forschungsergebnisse wurden verglichen.

Nach Wahrnehmung vieler Diskussionsteilnehmenden erreicht die interdisziplinäre Verständigung der Fachdidaktiken mit ihren völlig unterschiedlichen Traditionen, Infrastrukturen und Schwerpunktsetzungen gerade durch diese Tagungen der GFD langsam einen immer reiferen Stand, der vom Respekt der Andersartigkeit ebenso geprägt ist wie von dem Anliegen, konstruktiv voneinander zu lernen.

Zu der Tagung ist ein Dokumentationsband in Vorbereitung. Nähere Auskünfte erteilen die lokalen Organisatoren (prediger@math.uni-dortmund.de und bernd.ralle@tu-dortmund.de).

Susanne Prediger, Technische Universität Dortmund, IEEM, Vogelpothsweg 87, 44221 Dortmund, Email: prediger@math.uni-dortmund.de
Bernd Ralle, Technische Universität Dortmund, Didaktik der Chemie, Otto-Hahn-Straße 6, 44227 Dortmund, Email: bernd.ralle@.tu-dortmund.de

Nachts im Museum – GDM-Doktorandenkolloquium 2013

Carolin Just und Tobias Rolfes

Trotz der in der Filmkomödie „Nachts im Museum“ inszenierten turbulenten Abenteuer, die Ben Stiller alias Nachtwächter Larry Daley nächtens im Museum of Natural History in New York mit den wieder zum Leben erweckten Exponaten erlebte, haben sich zehn Doktorand_innen nicht davon abhalten lassen, zwei Nächte im Deutschen Museum in München zu verbringen. Denn zum mittlerweile alljährlichen Doktorandenkolloquium hatte die GDM vom 26. September bis zum 28. September in das Kerschensteiner Kolleg im Deutschen Museum in München eingeladen. Vielleicht beruhigte auch den einen oder anderen Anreisenden, dass die naturwissenschaftlich-technischen Ausstellungsstücke des Deutschen Museums im Gegensatz zu denjenigen eines Naturkundemuseums ursprünglich nicht von lebender Natur waren …

Ziel dieses dreitägigen Intensivseminars war es, uns Nachwuchswissenschaftler_innen die Gelegenheit zu geben, das eigene Promotionsprojekt in einem geschützten Rahmen anderen Promovend_innen sowie Expert_innen der Mathematikdidaktik vorzustellen. Dieses Angebot nahmen Doktorand_innen mit unterschiedlichsten Forschungsschwerpunkten und aus allen Himmelsrichtungen wahr: Vorgestellt wurden Promotionsprojekte mit stoffdidaktischer Ausrichtung und mit fachübergreifenden Fragestellungen, Forschungsvorhaben zur Lehrerbildung genauso wie zu koedukativen Ansätzen und schließlich evaluative Studien zu bildungspolitischen Maßnahmen. Schon in dieser eher kleinen Auswahl von zehn Dissertationen wurde für uns dadurch eine große Vielfalt innerhalb der Forschungslandschaft sichtbar.

Bereits im Vorfeld hatten wir eine Kurzbeschreibung unseres Dissertationsvorhabens an einen zugewiesenen Experten gemailt. Dankenswerterweise hatten Hedwig Gasteiger (LMU München), Aiso Heinze (IPN Kiel), Stefan Ufer (LMU München), Michael Neubrand (Universität Oldenburg) und Leonie Herbartz-Emden (Universität Augsburg) ihre Teilnahme zugesagt und sich bereit erklärt, uns Doktorand_innen unterstützend zur Seite zu stehen.

Und wie ernst die Expert_innen sich mit den Promotionsvorhaben auseinandergesetzt hatten, zeigte sich für einige schon vor ihrer Präsentation. Sie bekamen mehrseitige Anmerkungen zu ihrer Projektbeschreibung ausgehändigt. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer präsentierte in 20 Minuten sein Promotionsvorhaben, woran eine 40-minütige Diskussionsrunde anschloss. Hierbei stellten die Expert_innen durchaus kritische Fragen wie: „Auf Grund welcher theoretischen Grundannahme formulieren Sie Ihre Hypothesen?“ oder „Was ist genau Ihre Forschungsfrage?“ und legten die Finger in wunde Stellen, die wir vielleicht schon erahnten und die uns nun deutlich wurden. Aber neben der kritischen Auseinandersetzung zum theoretischen Hintergrund, zu den Forschungsfragen und zum Design, wurden wir auch immer wieder ermuntert, uns in der Dissertation zu fokussieren. So bekamen nicht wenige Teilnehmer_innen den Rat, sich lieber auf eine klare Fragestellung und auf ein realistisches Design zu konzentrieren, anstatt sich in der vollständigen Breite des jeweiligen Themengebietes zu verlieren. Dass viele Doktorand_innen vor ähnlichen Herausforderungen standen, hatte durchaus auch beruhigende Wirkung. Es zeigte uns, dass unsere Schwierigkeiten häufig prototypisch für einen Promotionsprozess und nicht unüberwindbar sind.

Während wir uns tagsüber auf das anspruchsvolle Programm von mehreren aufeinanderfolgenden Doktorandenvorträgen konzentrierten, klangen die Abende bei einem Essen einmal in einem typischen bayrischen und einmal in einem mediterran orientierten Lokal aus. Hier bestand die Möglichkeit, abseits des Vortragsraumes bei einem, zweien oder mehreren Bieren über mathematikdidaktische Forschung und das Doktorandenleben zu räsonieren, aufgeworfene Knackpunkte angeregt zu diskutieren oder ganz allgemein Einblick in die Forschungswelt der Expert_innen und der Mitdoktorand_innen zu gewinnen. Da uns aber am Folgetag wieder ein straffes Programm erwartete, blieben sowohl die Zahl der getrunkenen Biere als auch die Aufbruchszeit für den Heimweg hochanständig. Es war schließlich unser Ziel, den Forscherolymp zu erklimmen, und diesen erreicht man vermutlich selten mit Kopfschmerzen.

Am zweiten Tag wurden unsere Projektvorstellungen um einen Impulsvortrag von Aiso Heinze ergänzt. Unter dem Titel „Einführung in die sozialwissenschaftliche Forschung. Von der Idee zur Publikation“ präsentierte er uns eine wissenschaftstheoretische Annäherung an unsere derzeitige Tätigkeit: Was bedeutet es, Erkenntnis zu gewinnen? Welche Möglichkeiten eröffnen sich in der sozialwissenschaftlichen und speziell der empirischen Bildungsforschung? Wo liegen die Grenzen? Welches sind wesentliche Meilensteine eines sozialwissenschaftlichen Projekts? Dieser Vortrag war so gestaltet, dass jede_r profitieren konnte: Wer sich zum ersten Mal mit den grundlegenden Fragen des Forschens befasste, gewann wesentliche Denkanstöße zu seiner derzeitigen Tätigkeit, während Doktorand_innen, die auf diesem Gebiet schon vortrags- und literaturerfahrener waren, durch interessante Details und übergreifende Einordnungen in die Forschungsparadigmen der Naturwissenschaften ihren Horizont erweitern konnten.

Im Abschlussplenum waren wir Promovend_innen einhellig der Meinung, dass die Teilnahme an dem Doktorandenkolloquium in jedem Stadium des Promotionsprozesses lohnend ist. Für Teilnehmer_innen, die noch bei der Ausschärfung ihrer Forschungsfrage und ihres Forschungsdesign waren, hatten die Expert_innen hilfreiche Hinweise, um Um-, Irrwege und Sackgassen im Dissertationsvorhaben zu vermeiden. Ebenso profitierten auch Promovend_innen, die bereits am Ende Ihrer Dissertation standen, konnten sie z. B. noch ausstehende Legitimationen – möglicherweise für den Diskussionsteil der Arbeit – identifizieren. Positiv wirkte besonders, dass das kritische, aber äußerst sachliche und konstruktive Hinterfragen durch die Expert_innen entweder wertvolle Impulse zur Verbesserung der eigenen Argumentation setzte oder aber einen verschärften Fokus auf die eigenen Forschungsanliegen oder sogar eine veränderte Ausrichtung anregte. Darüber hinaus erwies es sich für uns Doktorand_innen als willkommene „Nebenwirkung“, dass auch das Nachdenken über die Forschungsvorhaben der Mitdoktorand_innen den Blick für das eigene Projekt schärfte. Mehrfach wurde in unserem Abschlussgespräch die konstruktive Stimmung der Veranstaltung hervorgehoben. Die Rückmeldungen waren inhaltsreich, detailliert und sehr durchdacht. Das wurde sicher auch durch die sorgfältige Auswahl und Zuordnung der Expert_innen zu den einzelnen Projekten im Vorfeld unseres Kolloquiums unterstützt.

Als informeller Abschluss unseres Treffens bestand am letzten Tag noch die Möglichkeit, das Deutsche Museum zu besuchen. Und auch wenn Frau Gasteiger das Oktoberfest als eine weniger intellektuell fordernde Alternative ebenfalls offerierte: Die Neugier auf die vielfältigen Ausstellungen des Deutschen Museums war bei den Teilnehmer_innen groß, so dass dieser Museumsbesuch kollektiv wahrgenommen wurde. Unser Interesse am Museumsangebot und vor allem an dem sehenswerten Mathematischen Kabinett wurde sofort belohnt: Ein netter Mitarbeiter gab uns eine Spontanführung und weihte uns z. B. in die faszinierende Funktionalität des Abakus und früher Rechenmaschinen ein. Ein erfreulicher Abschluss einer eindrucksreichen dreitägigen Reise! Wir danken allen Expert_innen für ihre Zeit und ihr Engagement sowie der GDM für die finanzielle Ermöglichung dieses Nachwuchsförderungsangebots!

Die Teilnehmer_innen des Doktorandenkolloquiums auf dem Dach des Deutschen Museums. (v.l.n.r.: Carolin Just (U Hildesheim), Cornelia Gamst (FU Berlin), Klaudia Singer (U Graz), Christine Plicht (PH Heidelberg), Marleen Heid (U Lüneburg), Tobias Rolfes (U Koblenz-Landau), Simone Dunekacke (HU Berlin), Alexander Karney (U Kassel), Silke Fleckenstein (U Halle), Julia Weinsheimer (PH Weingarten)

Carolin Just, Universität Hildesheim, Marienburger Platz 22, 31141 Hildesheim, Email: just@imai.uni-hildesheim.de
Tobias Rolfes, Universität Koblenz-Landau, Graduiertenkolleg „Unterrichtsprozesse“, Thomas-Nast-Straße 44, 76829 Landau, Email: rolfes@uni-landau.de

Ein Überblick aus den Alpen
Die GDM-Summerschool 2013 in Ossiach

Matthias Heinrich und Christian Klostermann

Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Summerschool 2013 gemeinsam mit Prof. Dr. Thomas Jahnke, Ass.-Prof. Mag. Dr. Franz Picher und Ass.-Prof. Dr. Andreas Vohns

Man stelle sich vor, dass die verschiedenen Perspektiven der mathematikdidaktischen Forschung Täler sind. Diese Täler sind unterschiedlich groß und weitläufig, sie haben eigene Strukturen und Charakteristika. Trotzdem liegen diese Täler teilweise sehr dicht beieinander, sind hier und da miteinander verbunden oder gehen sogar direkt ineinander über. Dies liegt wohl auch daran, dass sich die Bewohner der Täler alle ausnahmslos mit dem Lernen und Lehren von Mathematik beschäftigen. Ein jeder kennt sich in jedem Tal unterschiedlich gut aus und muss sich im Verlauf seines wissenschaftlichen Arbeitens auf einige wenige Landstriche begrenzen. Dabei täte es gerade Doktoranden, die am Anfang ihrer wissenschaftlichen Karriere stehen und sich teilweise schon in einem Tal beheimatet fühlen, gut, sich einen Überblick auch über die anderen Täler zu verschaffen. Zu diesem Zweck begaben sich 30 Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler aus Deutschland, Österreich und Kroatien an den Ossiacher See bei Klagenfurt in die Alpen. Denn von wo kann man sich besser einen Überblick über umliegende Täler verschaffen als von den Bergen?

Die GDM-Summerschool, die in diesem Jahr den Titel „Ansätze und Perspektiven mathematikdidaktischer Forschung“ trug, fand vom 16.–20. 9. in den Räumen des Sonnenresorts Ossiacher See statt. Die meisten Teilnehmenden reisten jedoch schon am Sonntag an, wo sie von den beiden Hauptverantwortlichen Ass.-Prof. Mag. Dr. Franz Picher und Ass.-Prof. Dr. Andreas Vohns empfangen und begrüßt wurden. Anschließend erhielten die anwesenden Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler beim gemeinsamen Abendessen die erste Gelegenheit, Kontakte zu knüpfen und sich untereinander auszutauschen. So war es – um auf die oben angesprochene Metapher zurückzukommen – bereits hier möglich, etwas über die umliegenden Täler zu erfahren bzw. weiterzugeben.

Am nächsten Morgen erhielten die Anwesenden einen ersten Überblick darüber, welche der vielen Täler der Mathematikdidaktik in den kommenden Tagen erkundet werden sollten. Diese waren die Gebiete der quantitativ-empirischen Forschung, der qualitativ-empirischen Forschung, der fachdidaktischen Entwicklungsforschung, der stoffdidaktischen Forschung sowie der semiotischen Forschung.

Auch mögliche Betrachtungsperspektiven wurden dabei bereits an die Hand gelegt. So konnten die Strukturen einer jeden Region unter anderem vor dem Hintergrund folgender Leitfragen erkundet werden:

- Was ist die Perspektive der Forschungsrichtung auf den Forschungsgegenstand? Welche Aspekte nimmt sie in den Blick? Welche Theorien liegen ihr zugrunde? Was sind ihre zentralen Begriffe und Konzepte?
- Wie kann ein typischer Forschungsprozess in dieser Forschungsrichtung aussehen? Welche Methoden der Forschung kennt diese Forschungsrichtung? Wie wird in dieser Forschungsrichtung Wissenschaftlichkeit aufgefasst, wie wird wissenschaftliche Qualität sichergestellt?
- Welchen besonderen Herausforderungen/Schwierigkeiten sieht sich diese Forschungsrichtung ausgeliefert? Welche Aspekte des Forschungsgegenstandes blendet sie (bewusst oder unbewusst) aus? Welche Tücken/Gefahren lauern im Forschungsprozess?
- Welche Bezüge zu anderen Forschungsrichtungen in der Mathematikdidaktik gibt es? Was sind Gemeinsamkeiten, wo liegen Unterschiede?

Hier ist bereits deutlich zu erkennen, dass die einzelnen Täler viel zu facettenreich sind, als dass man auch nur eines, geschweige denn alle, in jeglicher Detailtiefe in nur einer Woche vollständig erfassen könnte. Aber letztendlich will man sich von einem Berg ja auch „nur“ einen Überblick über die umliegenden Täler verschaffen. Um diese genauer zu ergründen, muss man quer durch sie hindurchreisen und eine solche Reise dauert vermutlich viele Jahre. Unter anderem deshalb waren die Teilnehmenden erleichtert, dass ihnen für jede Region fachkundige „(Tal-)Expertinnen und -experten“ zur Verfügung standen. Diese gestalteten jeweils eine Sitzung, in der die Teilnehmenden zunächst einem Vortrag folgen und anschließend aber auch selbst aktiv werden durften.

Den Anfang machte dabei Frau Prof. Dr. Regina Bruder aus Darmstadt, die uns am Montagnachmittag einen Überblick über die quantitativ-empirische Forschung lieferte. Im Anschluss an ihren Vortrag konnten die Doktorandinnen und Doktoranden an einem Beispiel die Repertory-Grid-Technik kennenlernen und ausprobieren. Am Dienstag blickten die Anwesenden zunächst gemeinsam mit Herrn Prof. Dr. Philipp Mayring aus Klagenfurt über das Gebiet der qualitativ-empirischen Forschung. In der zweiten Hälfte der Sitzung wurde dann die Vorgehensweise der Qualitativen Inhaltsanalyse an einem Textbeispiel verdeutlicht. Insgesamt wurde in dieser Sitzung, wie bereits am Vortag bei Frau Prof. Dr. Bruder, deutlich, dass die vermeintlichen Schluchten, die einzelne Teilnehmende zwischen diesen beiden Ansätzen vermutet hatten, kaum bestehen und man viel mehr darum bemüht ist, die Forschungsansätze in einem Qual-Quant-Mix stärker miteinander zu vernetzen. Genau diese Tendenzen wurden auch bei der Sitzung zur fachdidaktischen Entwicklungsforschung bestätigt, die von Herrn Prof. Dr. Stephan Hußmann aus Dortmund am Dienstagnachmittag geleitet wurde. Auch im Rahmen dieser Sitzung konnten die Teilnehmenden aktiv werden, indem sie sich beispielsweise Gedanken zu den Zielen und Fragen ihrer Forschung machten und ihr eigenes Forschungsvorhaben reflektierten.

Am Mittwoch wechselten die Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler die Blickrichtung auf die umliegende Landschaft dann noch einmal in einem etwas größeren Maße: Bis dahin standen die Täler im Vordergrund, deren Wissenschaftslandschaft insbesondere durch den empirischen Grundgedanken geprägt ist. Nun folgte mit Herrn Prof. Dr. Thomas Jahnke aus Potsdam und seinem Vortrag über die stoffdidaktische Forschung ein Blickpunkt, der auf Gegenstände des Mathematikunterrichts und wie diese gelernt sowie gelehrt werden können, abzielt. In eine ähnliche Richtung ging auch der Vortrag von Herrn Prof. Willibald Dörfler aus Klagenfurt, der, nachdem er bereits am Montag einen Kurzvortrag über die Geschichte der Mathematikdidaktik gehalten

Ausflug zum Stift Ossiach (Foto: Franz Picher)

hatte, den Teilnehmenden aus erkenntnistheoretischer Perspektive am Donnerstagvormittag die vielen doch recht unbekannte Landschaft der semiotischen Forschung vorstellte. In diesem Zuge wurde auch gleichzeitig die Vortragsreihe beendet und am Nachmittag durch einen ausführlichen Rückblick abgerundet, bevor es dann am Freitag für die Teilnehmenden von den Bergen zurück in ihre Heimat ging.

Auch wenn die Frage „Was heißt bzw. wie funktioniert ‚mathematikdidaktisch forschen‘?“ von einer Summerschool nicht umfassend, sondern allenfalls exemplarisch beantwortet werden kann, lohnte sich die Reise für uns Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler sehr. Neben dem geschilderten abwechslungsreichen Überblick über die unterschiedlichen Täler war auch das Rahmenprogramm besonders lobenswert. Nicht nur die gemeinsamen Mahlzeiten, die im Sonnenresort Ossiacher See wirklich hervorragend waren, luden die Teilnehmenden dazu ein, sich untereinander auszutauschen und sich kennenzulernen. Auch das abendliche Programm war durch einen Spieleabend, ein nächtliches Lagerfeuer sowie die Kegelrunde sehr abwechslungsreich und unterhaltsam. Darüber hinaus wurde der Mittwochnachmittag für einen ausgiebigen, gemeinschaftlichen Ausflug genutzt, der sowohl eine Schifffahrt über den Ossiacher See als auch eine Besichtigung des ansässigen Stifts beinhaltete. Somit kann festgehalten werden, dass neben der inhaltlichen Dichte in den Vorträgen auch der gemeinschaftliche Gedanke einer solchen Summerschool nicht zu kurz kam.

Abschließend möchten wir im Namen aller Teilnehmenden dem Organisationsteam der Universität Klagenfurt – hier insbesondere Ass.-Prof. Mag. Dr. Franz Picher und Ass.-Prof. Dr. Andreas Vohns – sowie den „Talexperten“ für ihr ehrenamtliches Engagement und ihre sehr informativen Vorträge und der GDM für die Unterstützung der Summerschool herzlichst danken.

Wir hoffen, dass wir uns alle spätestens im nächsten Jahr in Koblenz wiedersehen und verbleiben bis dahin mit den besten Grüßen.

Matthias Heinrich und Christian Klostermann, Carl-von-Ossietzky Universität Oldenburg, Institut für Mathematik, Carl-von-Ossietzky-Straße 9–11, 26111 Oldenburg, Email: matthias.heinrich@uni-oldenburg.de, christian.klostermann@uni-oldenburg.de

48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz, 10.–14. März 2014

Einladung und Überblick über das Programm
Die Veranstalter

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und die Universität Koblenz-Landau laden vom 10. bis 14. März 2014 zur 48. Jahrestagung der GDM nach Koblenz ein. Im Rahmen von Vorträgen, Arbeitskreistreffen und Poster-Präsentationen besteht die Möglichkeit, sich über den aktuellen Stand der mathematikdidaktischen Forschung zu informieren, sich mit Kolleginnen und Kollegen auszutauschen und fachbezogen zu diskutieren.

Traditionell findet am Dienstag der Lehrertag statt, an dem u. a. vielfältige und praxisrelevante Workshops für Lehrkräfte angeboten werden. Interessierte Lehrerinnen und Lehrer sind hierzu herzlich eingeladen.

Als Neuerung steht der Mittwochvormittag ganz im Zeichen eines intensiven Austausches mit dem wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM: Am *Tag der Nachwuchsförderung* werden ausschließlich Vorträge von nichtpromovierten Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern stattfinden. Damit soll ein Forum geschaffen werden, in dem Ideen für Forschungs- oder Dissertationsprojekte vorgestellt werden können, die sich noch in der Anfangsphase befinden. Im Vergleich zu anderen Vorträgen ist dabei eine doppelt so lange Diskussionszeit vorgesehen. Durch die neugewählten Rahmenbedingungen sollen Rückmeldungen von möglichst vielen etablierten sowie jüngeren Kolleginnen und Kollegen zu den vorgestellten Forschungsansätzen und -ideen ermöglicht werden. Die Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses soll hiermit auch innerhalb der Jahrestagungen mehr Gewicht erhalten. Um die Diskussionen am Tag der Nachwuchsförderung möglichst zielgerichtet zu gestalten, werden die Vorträge auch an diesem Tag in inhaltlich zueinander passenden „Schienen“ angeordnet und von jeweils zwei erfahrenen „Chairs“ moderiert, die selbst in dieser oder einer ähnlichen Richtung forschen.

Damit der Tag der Nachwuchsförderung seinen Zweck erfüllt, sind alle etablierten Mitglieder der GDM dazu aufgerufen, diesen Tag zu nutzen, um die Forschungsansätze des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM kennenzulernen und konstruktive Rückmeldungen zum Vortrag und dem vorgestellten Forschungsansatz zu geben.

Auch für diese Tagung konnten wieder Hauptvortragende gewonnen werden, die das Lehren und Lernen von Mathematik aus unterschiedlichen Forschungsperspektiven analysieren und reflektieren. Stefan Götz (Universität Wien) befasst sich in seinem Vortrag mit der Frage „Was kann Stoffdidaktik heutzutage (noch) leisten?“. Die mathematikdidaktischen Forschungsaktivitäten zum mathematischen Lernen im Grundschulalter der letzten zehn Jahre beleuchtet Silke Ruwisch (Leuphana Universität Lüneburg) in ihrem Vortrag „Mathematik lernen und unterrichten in der Grundschule“. Eine psychologische Perspektive auf das Mathematiklernen nimmt Wolfgang Schnotz (Universität Koblenz-Landau) in seinem Vortrag „Visuelle kognitive Werkzeuge beim Mathematikverstehen“ ein. „Digital technology in mathematics education: a reflective look into the mirror“ ist Paul Drijvers (Universität Utrecht) Beitrag zu einer rückblickenden Reflexion von Chancen und Grenzen des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht. Den Abschluss der Tagung bildet der Vortrag „Präferenzen oder Fähigkeiten? – Mathematische Denkstile im Spannungsfeld von Persönlichkeit, Kultur und schulischer Sozialisation“ von Rita Borromeo Ferri (Universität Kassel).

Den Kern der Tagung bilden auch in diesem Jahr die zahlreichen Vorträge, die im Rahmen

Die Stadt Koblenz im Bundesgartenschaujahr 2011 (Foto: Holger Weinand, CC BY-SA 30)

von moderierten Sektionen oder als Einzelbeiträge stattfinden und über aktuelle Forschungsprojekte in der Mathematikdidaktik informieren.

Koblenz, die Stadt an Rhein und Mosel, bietet zudem viele Sehenswürdigkeiten und ein umfangreiches kulturelles Angebot und lädt zu vielfältigen Erkundungen ein. Weitere Informationen zur 48. Jahrestagung der GDM sowie zur Anmeldung finden Sie unter www.gdm2014.de.

Die Veranstalter der Tagung, das Mathematische Institut in Koblenz und das Institut für Mathematik in Landau, freuen sich, Sie auf dem Universitätscampus in Koblenz begrüßen zu dürfen!

Angebote für den wissenschaftlichen Nachwuchs von Seiten der Nachwuchsvertretung

Imke Knievel, Alexander Meyer, Christine Plicht, Stefanie Rach, Florian Schacht, Susanne Schnell, Sebastian Schorcht

Erfreulicherweise hat sich in den letzten Jahren die Anzahl an Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftlern in der Mathematikdidaktik kontinuierlich erhöht. Für diese Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler ist aus unserer Sicht ein breiteres Angebot an speziellen Fördermaßnahmen hilfreich, um das Erlernen wissenschaftlichen Arbeitens und das Hineinwachsen in die Community zu erleichtern. Solche Angebote werden in vielfältiger Weise durch die GDM gefördert, z. B. indem die Gesellschaft die beiden Veranstaltungen Doktorandenkolloquium und Summerschool finanziell unterstützt. Als Reaktion auf die große Anzahl an Doktorandinnen und Doktoranden wurde von den Organisatorinnen und Organisatoren der GDM-Tagung 2014 in Koblenz-Landau zudem ein Tag der Nachwuchsförderung konzipiert.

Die Fördermaßnahmen der GDM werden durch Aktivitäten der Nachwuchsvertretung ergänzt. Die Nachwuchsvertretung setzt sich zusammen aus Promovierenden und Postdocs verschiedener Einrichtungen (vgl. Autorenliste oben). Da wir selbst noch promovieren oder erst vor kurzem promoviert haben, sind wir mit den besonderen Bedürfnissen des wissenschaftlichen Nachwuchses der GDM vertraut. Wir bemühen uns deshalb auf freiwilliger Basis um die Unterstützung der Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler der GDM. Unter dem Begriff „wissenschaftlicher Nachwuchs“ verstehen wir dabei nicht nur alle Personen, die in der Mathematikdidaktik promovieren, sondern auch Postdocs, die ihre Promotion vor kurzem abgeschlossen haben und auch danach wissenschaftlich weiterarbeiten. Unsere Bemühungen sind darauf ausgerichtet, für beide Gruppen unterstützende Angebote zu schaffen. Dazu bieten wir einerseits selbst Workshops an, in denen wir unsere eigenen Erfahrungen zum Beispiel zur Li-

Campus Koblenz (Foto: Marc Widiger, CC BY-SA 30)

teraturrecherche weitergeben; andererseits organisieren wir Fortbildungsangebote z. B. zu Karrierewegen nach der Promotion, für die wir renommierte Expertinnen und Experten gewinnen.

Unsere Workshops und Fortbildungsangebote sind – aus organisatorischen und finanziellen Gründen – jeweils eng mit der Jahrestagung der GDM verknüpft. Für die Jahrestagung 2014 in Koblenz-Landau setzt sich unser Angebot aus „alt Bewährtem" und „neu Konzipiertem" zusammen. Die alt bewährten Angebote wurden in den *GDM-Mitteilungen* Heft 94 ausführlich beschrieben (http://didaktik-der-mathematik.de/pdf/gdm-mitteilungen-94.pdf). Sie sind in den letzten Jahren auf positive Resonanz gestoßen:

(a) *Nachwuchstag* vor der Tagung: Diese Aktivität bietet für Doktorandinnen und Doktoranden zu Beginn ihrer Promotion die Möglichkeit, Tipps und Tricks zu wissenschaftlichen Arbeitsprozessen zu erhalten, Probevorträge zu halten und andere Promovierende aus dem deutschsprachigen Raum kennenzulernen.

(b) *Talkrunde* vor der Tagungseröffnung: In dieser Talkrunde diskutieren zwei Wissenschaftlerinnen bzw. Wissenschaftler, die ihre Promotionszeit erfolgreich abgeschlossen haben, mit den Promovierenden Fragen wie „Welche Herausforderungen sind in der Promotionszeit zu bewältigen?" oder „Welche Berufswege stehen offen nach der Promotion?".

(c) *Expertinnen-und Experten-Sprechstunde*, individuell während der Tagung: Promovierende können in Einzelgesprächen mit erfahrenen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern das eigene Promotionsprojekt diskutieren.

(d) *Kneipenabend*, Dienstagabend: Dieses soziale Ereignis für Promovierende und Postdocs dient dem gegenseitigen Kennenlernen.

Des Weiteren bieten wir auf der GDM-Tagung 2014 zwei neue Aktivitäten an:

(e) *Postdoc-Workshop*, während der Tagung: Da wir unter wissenschaftlichem Nachwuchs auch Postdocs kurz nach ihrer Promotionszeit verstehen, bieten wir eine spezielle Fördermaßnahme für diesen Personenkreis an. Eines der Ziele der Postdoc-Phase ist es, das eigene wissenschaftliche Profil auszubauen, z. B. durch das Planen und Durchführen eigener Forschungsprojekte. Für dieses Thema konnten wir einen Experten gewinnen, der die Chancen und Herausforderungen der Projektplanung in einem Postdoc-Workshop beleuchtet. Im Anschluss an diesen Workshop soll ein kurzer Postdoc-Dialog stattfinden, um Bedürfnisse der Postdocs für weitere Fortbildungsangebote diskutieren zu können.

(f) *Verlags-Workshop*, während der Tagung: Die zweite, neue Aktivität richtet sich insbesondere an Promovierende in der zweiten Hälfte ihrer Promotion. Für den Verlags-Workshop konnten wir Vertreterinnen von zwei renommierten Verlagen für mathematikdidaktische Publikationen gewinnen, die Fragen z. B. zum Prozedere und zu möglichen Kosten einer Verlagsveröffentlichung beantworten werden.

Informationen zu allen Aktivitäten finden sich auf der Tagungshomepage der GDM 2014 (http://www.gdm-tagungen.de/index.php/tagungsprogramm/nachwuchsprogramm3) oder auf der Madipedia-Seite der Nachwuchsvertretung (http://madipedia.de/wiki/Nachwuchsvertretung_der_GDM). Wir laden hiermit den wissenschaftlichen Nachwuchs der GDM herzlich ein, an unseren Angeboten teilzunehmen. Wir freuen uns über eine rege Beteiligung an allen Angeboten. Zudem stehen wir dem Nachwuchs als Ansprechpartnerin bzw. Ansprechpartner gerne zur Verfügung.

GDM Season School 2014 zur Fachdidaktischen Entwicklungsforschung in der Mathematikdidaktik Hagen/Dortmund, 28. September – 2. Oktober 2014

Susanne Schnell und Alexander Meyer

Das Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts (IEEM) der TU Dortmund richtet 2014 die Season School (bisher „Summerschool") der GDM aus. Der thematische Fokus der Season School liegt auf der fachdidaktischen Entwicklungsforschung, die in verschiedenen Formen national und international einen hohen Stellenwert in allen Fachdidaktiken besitzt. Fachdidaktische Entwicklungsforschung beinhaltet vielfältige Bezüge zur praxisbezogenen Unterrichtsentwicklung bzw. zum Unterrichtsdesign, zur Strukturierung von Lerngegenständen, zur Implementation von Lehr-Lernarrangements sowie zu Lernprozessanalysen.

Die Season School soll der systematischen Vermittlung von Kenntnissen über die fachdidaktische Entwicklungsforschung, ihre Methoden, ihre zugrunde liegenden Theorien und das dahinter stehende Forschungsprogramm dienen. Sie soll aber auch Raum geben für eine kritische Auseinandersetzung mit fachdidaktischer Entwicklungsforschung. Da die fachdidaktische Entwicklungsforschung Bezüge zu vielen anderen Bereichen didaktischer Forschung besitzt, bietet sich an vielen Stellen die Gelegenheit, sich allgemein mit mathematikdidaktischer Forschung auseinander zu setzen.

Veranstaltungsformate

In *Workshops und Inputs* wird eine Auseinandersetzung mit den vielfältigen Forschungen, Grundlagen und Methoden der Entwicklungsforschung stattfinden. Dabei profitieren die Teilnehmerinnen und Teilnehmer von den internationalen und fachübergreifenden Perspektiven der Expertinnen und Experten.

In *Diskussionsrunden* werden die Expertinnen und Experten sowie die Teilnehmerinnen und Teilnehmer Fragen oder Probleme aus ihrer Forschung einbringen, an denen gemeinsam gearbeitet werden kann.

Zusätzlich bieten die Expertinnen bzw. Experten kurze *Einzelberatungen und Round Tables* für die Arbeitsvorhaben der Teilnehmerinnen und Teilnehmer an.

Expertinnen und Experten

- Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger, Susanne Prediger und Christoph Selter (Dortmund)
- Ilka Parchmann (Kiel, Chemiedidaktik)
- Heinz Steinbring (Duisburg-Essen)
- Rudolf Sträßer (Gießen)
- Lieven Verschaffel (Leuven, BE, Psychologie)

Koordiniert wird die Season School von Alexander Meyer und Susanne Schnell (TU Dortmund, Mitglieder der Nachwuchsvertretung der GDM).

Anmeldung

Eine Anmeldung ist für interessierte Doktorandinnen und Doktoranden sowie für Postdocs im folgenden Zeitraum möglich: 10. März 2014 bis 11. Mai 2014. Weitere Informationen und Anmeldeformular unter http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/seasonschool.

Praxisphasen in der Mathematiklehrerbildung an Hochschulen

Tagung der gemeinsamen Kommission Lehrerbildung der GDM, DMV, MNU

Freiburg, 21./22.03.2014

Timo Leuders

In der politischen Diskussion zur Praxisorientierung der ersten Phase der Lehrerbildung ist es zur Zeit Trend, eine Erweiterung der Praxiselemente in der ersten Phase bzw. eine Verschiebung auf einen möglichst frühen Ausbildungszeitpunkt zu fordern. Dabei wird übersehen, dass die Herausforderung gerade in der qualitativen Vernetzung von mathematikdidaktischer Theorie und unterrichtlicher Praxis liegt. Gesucht sind kreative Lösungen, die das Aufeinandertreffen der Anforderungen von Wissenschaft und Schulpraxis in produktive Lerngelegenheiten verwandeln.

Im Rahmen der Tagung sollen Modelle und Ideen ausgetauscht und diskutiert werden.

Ort:	Freiburg, IMBF (Pädagogische Hochschule Freiburg)
Termin:	21./22. März 2013 (Fr 14 Uhr bis Sa 16 Uhr)

Anmeldung zur Tagung per Mail bis zum 1. März an praxisphasen@ph-freiburg.de.

Hauptvortrag: Karl-Heinz Arnold, Hildesheim: Schulpraktika in der Lehrerbildung: Theoretische Grundlagen, Konzeptionen, Prozesse und Effekte

Weitere Vorträge mit Diskussion:

- Astrid Fischer und Johann Sjuts, Oldenburg und Laer: Der Aufbau von Diagnosekompetenzen von angehenden Lehrerinnen und Lehrern. Ein Kooperationsprojekt von Hochschule, Seminaren und Schulen
- Lars Holzäpfel, Freiburg: Unterricht planen, durchführen und reflektieren – Schulnahe, kontinuierliche Begleitung des Integrierten Semesterpraktikums
- Henning Körner, Oldenburg: Praxisphasen, was und wie? – Ein Blick aus der 2. Phase
- Katja Krüger, Paderborn: Konzeption des universitären Begleitseminars im Fach Mathematik für das Praxissemester an der Universität Paderborn
- Heinz Laakmann und Dorothea Thubach, Dortmund: Praxis und Theorie im Dialog – Verzahnungen konstruktiver und rekonstruktiver mathematikdidaktischer Reflexionen im Praxissemester
- Anselm Lambert, Saarbrücken: Mathematiklehrerbildung aus einen Guss mit besonderem Blick auf die Integration und Gestaltung der Praxisphasen
- Katja Lengnink, Gießen: Theorie-Praxis-Verknüpfung im Rahmen der Lernwerkstatt Mathematik an der Universität Gießen
- Juliane Leuders und Timo Leuders, Freiburg: Diagnostizieren lernen –- kontinuierliche Begleitung bei der individuellen Diagnose im integrierten Semesterpraktikum
- Barbara Schmitt-Thieme, Hildesheim: Mathematik für Lehramt GHR in Hildesheim. Fragen und Beobachtungen aus einem Umsetzungsbeispiel
- Hans-Dieter Sill, Rostock: Die ersten drei Stunden im Leben eines Mathematiklehrers – Erfahrungen mit schulpraktischen Übungen
- Ingo Witzke, Köln: Forschend lernen zu lehren – ein Kölner Projekt zur Gestaltung der Praxisphase

Weitere Beiträge sind bis zum 1. 2. wilkommen (und werden auch in einem Tagungsband veröffentlicht). Rückfragen oder Angebote bitte an eine Person aus dem Tagungsteam: Henning Körner henning.koerner@uni-oldenburg.de, Katja Krüger kakruege@math.upb.de, Timo Leuders leuders@ph-freiburg.de, Lars Holzäpfel lars.holzaepfel@ph-freiburg.de, Hans-Dieter Sill hans-dieter.sill@uni-rostock.de.

Timo Leuders, Institut für Mathematische Bildung Freiburg, Pädagogische Hochschule Freiburg, Kunzenweg 21, 79117 Freiburg, Email: leuders@ph-freiburg.de

Fifth Central- and Eastern European Conference on Computer Algebra- and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Education

Halle (Saale), 26–29 September, 2014

Ulrich Kortenkamp

After four successful conferences held at Pécs, Hungary (2007), Hagenberg, Austria (2009), Hluboká nad Vltavou, Czech Republic (2010) and Novi Sad, Serbia (2012) we are delighted to announce that the CADGME conference continues. The team of the Department of Mathematics at the Faculty of Sciences, University of Halle-Wittenberg has volunteered to host the conference in 2014 in the beautiful city of Halle, Germany. As for the last CADGME conferences we want to create a forum for Central- and Eastern-European colleagues, and for all interested academics from around the globe to exchange ideas and nurture collaboration. We hope that you will join us in Halle on 26–29 September 2014!

Keynote speakers

- Ralph-Johan Back (Abo Akademi University Turku, Finland)
- Marcelo de Carvalho Borba (GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, Brasil)
- Predrag Janičić (University of Belgrade, Serbia)
- Tomas Recio (Universidad de Cantabria, Santander, Spain)
- Jürgen Richter-Gebert (Technische Universität München, Germany)

Call for papers

The aim of the conference is to continue offering a forum for academics in Central- and Eastern Europe in closer connection with Western European colleagues to share their experiences and practices with technology-assisted mathematics teaching with colleagues from all around the world. Hence, we kindly invite colleagues – everyone from everywhere – to participate and contribute to the conference. The conference language is English.

How to contribute

Contributed talks: Contributed Talks will be given in parallel sessions; the length is 30 minutes including discussion.

Posters: Research results can be presented on posters. There will be time allocated to present and discuss posters.

Working groups: Talks will be organized around the conference topics as shown in the proposed list below. We welcome proposals (max 500 words) of working groups by 1 April, 2014 in which participants can contribute talks/ papers. In working group sessions plenty of time will be allocated for in-depth discussion of talks/papers.

Workshops: We encourage participants and software developers to organize workshops. Proposals (max 500 words) should be submitted by 1 April, 2014. Please let us know about the technical facilities needed for the workshops.

Student contributions: We will offer a special track for Ph.D. students and teachers to encourage contributions from young researchers. The best student contribution will receive a prize.

Registration and further information

Conference fees have not been determined yet, but we are aiming at a low fee that is affordable for participants from all over Europe. Furthermore, we're currently negotiating special rates for accommodation and catering that will be published at the conference website until March 2014 latest. A discount rate for students and for accompanying persons will be available. We will try to match the prices of past CADGME conferences (about 160 EUR/70 EUR reduced for 2.5 days). There is the possibility for a limited number of grants, please contact the local organizing committee before June 2014 in case you need financial support.

Please find more information on the conference website at http://cadgme2014.cermat.org.

Ulrich Kortenkamp, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Institut für Mathematik, Didaktik der Mathematik, 06099 Halle (Saale), Email: ulrich.kortenkamp@mathematik.uni-halle.de

Ulrich Böhm: Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern

Rezensiert von Jürgen Maaß

Was passiert mit einem fachdidaktischen Begriff, wenn er aus einer Nische heraus kommt und zu einem Modewort, dem Kennzeichen und Motto einer größeren fachdidaktischen Welle wird? Der Begriff wird schwammig, er wird zur Projektionsfläche für viele alte und neue Anliegen und Wünsche; es wird schwer nach zu vollziehen, wovon genau geredet oder geschrieben wird.

Was passiert, wenn gleich zwei solche Modebegriffe zu einem Wort wie hier im Buchtitel „Modellierungskompetenzen" zusammengezogen werden? Das Resultat ist aus der Mathematik bekannt: Die Unschärfen verhalten sich wie zwei Messungenauigkeiten – es wird immer schlimmer.

Was kann man in einer solchen Situation tun? Das Einfachste ist: Abwarten. Nach einiger Zeit kommt der Begriff aus der Mode und es ist wieder möglich, sinnvoll damit zu arbeiten. Ulrich Böhm wählt in seiner Dissertation einen weitaus schwierigeren Weg. Er versucht, beide Basisbegriffe anhand der aktuellen Literatur dazu genauer zu fassen und zudem die aus vielen Gründen sehr wünschenswerten Modellierungskompetenzen theoretisch neu zu fundieren – durch einen Theorieimport aus der Soziologie, der „Tätigkeitstheorie".

Auf den ersten 235 Seiten des Buches wird aus der Literaturanalyse und dem Theorieimport fein säuberlich und lesenswert zusammen getragen, was als Fundament des „Tätigkeitstheoretischen Kompetenzstrukturmodells des mathematischen Modellierens" (Kap. 6., S. 245–257) gebraucht wird.

Es hätte den Rahmen auch dieser umfangreichen Arbeit deutlich überschritten, wäre aber für eine mathematikdidaktisch weiter tragende Analyse sehr sinnvoll, über die aktuelle mathematikdidaktische Literatur zum Modellieren hinaus in die Überlegungen einzubeziehen, was ältere oder ausländische Werke zum Thema beigetragen haben, etwa die von Felix Klein. Zusätzliche Ansatzpunkte – und Themen für andere Dissertationen – könnten Beziehungen zum Nachdenken über Modellieren in der Mathematik (nicht im Unterricht, sondern in der Industriemathematik), zur Philosophie des Modellierens (Erkenntnistheorie!), zu den fundamentalen Ideen etc. sein.

Im letzten Kapitel des Buches fragt sich der Autor nach der Umsetzung im Unterricht; er formuliert „Vorschläge für eine systematische und langfristige Förderung von mathematischen Modellierungskompetenzen in der Sekundarstufe I" (S. 279–310). In diesem Abschnitt findet sich eine dreistufige Skala (unmittelbares, idealisiertes und anzupassendes Modellieren, vgl. S. 281 ff.) und eine ganze Reihe von Vorschlägen für mathematische Modellierungen aus der Literatur, hauptsächlich aus dem ISTRON-Umkreis. Selbstverständlich ist das kein vollständiges Programm zur flächendeckenden Realisierung eines Mathematikunterrichts, in dem die gewünschten mathematischen Modellierungskompetenzen tatsächlich erreicht werden. Dazu kann eine Dissertation bestenfalls beitragen, indem Begriffe analysiert und programmatisch verbunden werden. Wer sich für die Zielsetzung begeistert, kann auf vielfältige Weise zur Realisierung beitragen. Für die mathematikdidaktische Forschung schlage ich vor, all die MUEDen LehrerInnen systematisch nach ihren Erfahrungen zu fragen, die schon seit Jahrzehnten einen solchen Unterricht versuchen.

Ulrich Böhm: *Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern. Tätigkeitstheoretische Analyse des mathematischen Modellierens in der Sekundarstufe I*, Springer Spektrum Verlag Wiesbaden 2013, ISBN 978-3-658-01820-7, 345 S., ca. 70 Euro

Jürgen Maaß, Universität Linz, Institut für Didaktik der Mathematik, Altenberger Straße 69, 4040 Linz, Österreich, Email: juergen.maasz@jku.at

Klaus Rödler: Das Handbuch „Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen" – Rechnen durch Handeln

Rezensiert von Wolfram Meyerhöfer

Klaus Rödler ist Grundschullehrer in Frankfurt a. M. und hat m. E. eines der interessantesten neueren Konzepte für den Mathematikunterricht in der Grundschule entwickelt: http://www.rechnen-durch-handeln.de

Für die 1. Klasse ist nun das Lehrerhandbuch „Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen" in einer Neuauflage erschienen. Im ersten Teil (S. 5-13) entfaltet Rödler seine didaktischen Grundideen. Der zweite Teil (S. 15–39) enthält Vorschläge für den Unterricht. Es folgen 13 Kopiervorlagen und eine Bauanleitung für einen Schultagezähler (gute Idee!).

Eckbausteine des Rödler'schen Konzepts

Man kann Rödler in jenen Diskursstrang einordnen, der im relationalen Zahlkonzept den Schlüssel für verständiges Rechnen sieht. Ich würde hier die Namen Gerster, Gaidoschik, die JRT-Autoren, Moser-Opitz und mittlerweile auch das mathe-2000-Umfeld nennen. Sein Fokus liegt dabei auf dem Konzept reversibler Wertebenen, das auf dem Teile-Ganze-Konzept fußt. Die Idee dabei ist, dass die Kinder erkennen, dass eine Zahl gleichzeitig als etwas benennbar Ganzes und als aus Teilen zusammengesetzt gesehen werden kann. Die Zahl Vier ist eben nicht nur ein benennbar Ganzes, sondern sie ist vom Schüler ebenso zusammengesetzt denkbar aus 2 und 2 oder 3 und 1 oder aus vier Einsen bzw. Einern. Rödler bewegt sich quer zur Frage „Welchen Zahlraum wollen wir in Klasse 1 erschließen?" Bis zu den Herbstferien wird bei ihm nicht im klassischen Sinne gerechnet, sondern

- er „lässt Zahlen bilden". Früher sprach er von „konkreten Zahlen". Es werden auf vielfältigste Weise Anzahlen bestimmt, verglichen und repräsentiert. Ein Beispiel:

  > Am Türeingang sind zwei Schalen mit den Schildern ‚weg' und ‚da'. Beim Gehen legt jedes Kind einen Würfel in die Schale ‚weg'. Am nächsten Tag legt jedes Kind beim Hereinkommen einen Würfel aus der Schale ‚weg' in die Schale ‚da'.
  > Auf diese Weise lässt sich sehen, ob schon alle Kinder da sind. Man kann auch zählen, wie viele Kinder noch fehlen. Oder man zählt gemeinsam mit den Kindern die Würfel in der Schale ‚da' und fragt, wie viele Würfel wohl in der Schale ‚weg' sind. So ergibt sich ein täglicher Zählanlass, der die Zahlreihe bis über 20 (Anzahl der Kinder in der Klasse) ins Spiel bringt und nebenher erhält man die Möglichkeit zu situationsbezogenem Sachrechnen. (S. 16)

  Jenen Kindern, die die Zahlzeichen noch nicht kennen, werden Brücken gebaut, z. B. in Form einer Art Anlauttabelle für die Zahlzeichen (S. 17 f.).
- Er baut Operationsverständnis auf. Dabei nutzt er die titelgebenden Würfel mit roten und blauen Seiten, z. T. nutzt er auch ungefärbte Würfel. Er spricht hier interessanterweise von vornherein die Multiplikation und die Division mit an, weil in deren flächigen Strukturen die kleinen Zahlen im Sinne des Teile-Ganzes-Gedankens als wiederkehrende Bausteine erscheinen:

  > Um die Verfestigung des zählenden Rechnens zu verhindern, ist es notwendig, dass die Kinder frühzeitig Alternativen kennen lernen. Führen sie (aus der Not heraus) Rechnungen überwiegend zählend durch, so stabilisiert sich dadurch die Vorstellung der Zahl als Zahlwortreihe und die des Rechnens als Weiter-, bzw. Rückwärtszählen. Damit dies nicht geschieht, ist es wichtig, dass die Kinder möglichst früh Alternativen kennen lernen und einen Bestand von Rechnungen aufbauen, den sie ohne zu zählen lösen können.
  > Aus diesem Grund lohnt es sich, bereits in den ersten Schulwochen einfache Multiplikationen und Divisionen zu behandeln, die zu wieder erkennbaren Rechteckmustern führen.
  > Dass 2×3 gleich 6, 2×4 gleich 8, 3×3 gleich 9 oder 3×4 gleich 12 ist, muss nur am

> Anfang zählend gefunden werden. Wenn diese Muster in der Folge wieder auftauchen, am Schubladenschrank, an den Fotos an der Wand oder auch in einer Rechnung, dann können sie unmittelbar erkannt und benannt werden. ‚2×3' und ‚6' sind fast gleichwertige Namen für eine kardinale Struktur.
> Während Addition und Subtraktion ihrer Natur nach lineare Operationen sind, die entsprechend zur Zahlwortreihe passen und das zählende Rechnen befördern, sind Multiplikation und Division flächige Operationen, die zu Mustern und Strukturen führen. Das gilt es, bereits im Anfangsunterricht zu nutzen. (S. 35 f.)

Hier nutzt Rödler insbesondere auch Würfelbauwerke, vergleiche dazu auch seinen Text in Sache-Wort-Zahl Nr. 129 (Oktober 2013).

- Er erschließt die Zahlzerlegungen und die zugehörigen Aufgaben des kleinen $1 + 1$ und $1 - 1$ im Zahlraum bis Fünf (ab etwa der 8. Schulwoche). Hier sollen Addition und Subtraktion im operativen Zusammenhang und im inneren Zusammenhang mit der Zerlegung automatisiert werden. Dies erfolgt unter Zugriff auf simultane Mengenerfassungen. Die Reduktion auf den kleinen Zahlraum wird damit begründet, dass der Zehnerraum diese Automatisierung nicht im Sinne eines Teile-Ganzes-Verständnisses erlaubt, sondern viele Schüler – zumindest in der ersten Klasse – zum Zählen zwingt.

Im Ganzen kann man sagen: Rödler nimmt die Ideen von anspruchsvoller Mathematik etwa aus dem Projekt „mathe 2000" auf, aber er nimmt jene Schüler, die mit geringen Vorkenntnissen in die Schule kommen, expliziter in den Blick. Dies gelingt ihm dadurch, dass er zwar auf der Ebene des Zählens und Abzählens deutlich über die 20 hinausgeht und mit den Schülern anspruchsvolle relationale Debatten führt sowie bereits multiplikative und divisible Probleme analysiert, dass er aber umgekehrt bei der Automatisierung eines Kernbestandes von Zerlegungen, Additionen, Subtraktionen und Ergänzungsaufgaben in den kleinen Zahlraum bis 5 hinunter geht. Als Grund gibt er an, dass dieser von der Spontanwahrnehmung gestützte Bereich auch den schwächeren Schülern eine rasche Automatisierung erlaubt und damit auch ihnen früh ein Gegenmodell zum zählenden Lösen gibt.

Der Zahlraum jenseits der 5 wird rechnerisch erst betreten, wenn die kardinalen Beziehungen bis zur 5 von allen Schülern verstanden und auch routinisiert sind. Als Bezugsgröße dient nun der Fünfer. Beim Rechnen dient als Fünfer die Fünferstange, die konsequent als Modell für eine reversible Wertebene behandelt wird. Dieses Modell des reversiblen Fünfers wird dann im Hunderterraum auf den Zehner übertragen und später auch auf die höheren Wertebenen (vgl. Rödlers Buch „Erbsen, Bohnen, Rechenbrett".)

In Klasse 1 verfolgt Rödler die Besonderung, dass Zehner und Zehnerübergang zunächst nicht in den Blick genommen werden. (Wenn Schüler den Zehner bereits früher als Bezugspunkt wählen, dann wird dies natürlich gestärkt.) Als Begründung erläutert Rödler mehrere Motivationsprobleme (S. 8 f.) und die Notwendigkeit eines bereits absolut stabilen Zerlegungswissens (S. 9). Er beschreibt Schüler, die angesichts eines Drucks Richtung Teilschrittverfahren wieder in zählende Strategien zurückfallen:

> Um diese Notlösung nicht als inneres Konzept zu konditionieren, ist es wichtig, dass man das Thema nur streift, in seiner Bedeutung aber nicht überhöht. Es ist ein Angebot für die schon gefestigten Rechner. Es sollte aber nicht diejenigen diskriminieren, welche die Grundlagen noch nicht besitzen. [...] Deshalb verbietet es sich, etwa eine Klassenarbeit zu diesem Inhalt zu schreiben. (S. 35)

Statt des Zehners wählt Rödler als erste Bündelungseinheit zum Rechnen den Fünfer, materialisiert in Fünferstangen. Mit ihnen baut er einen stimmigen Unterrichtsgang auf. Später kommt der Rechenstrich hinzu. Ich hätte mir gewünscht, dass er die dabei wahrscheinlich auftretenden Übergangsprobleme ein wenig intensiver diskutiert hätte, denn z. B. die Addition $8 + 7$ erscheint strukturell mit Fünferstangen ja deutlich anders als auf dem Rechenstrich.

Reibungspunkte mit der derzeitigen Mathematikdidaktik

Der von Rödler verkörperte Typus des Lehrers, der eine eigene didaktische Konzeption entwickelt, begründet und umsetzt, ist nahezu ausgestorben. In den sechziger oder siebziger Jahren wäre so jemand vielleicht irgendwann Didaktikprofessor geworden und hätte sein Konzept umfassender – z. B. in einer Lehrbuchreihe – publizistisch umsetzen können. Heute werden solch didaktisch interessierten Personen frühzeitig von der Mathematikdidaktik aus den Schulen abgesaugt und von ihrer Design-Arbeit weggeführt – oder sie fallen tendenziell aus dem Diskursraster der Kommunität.

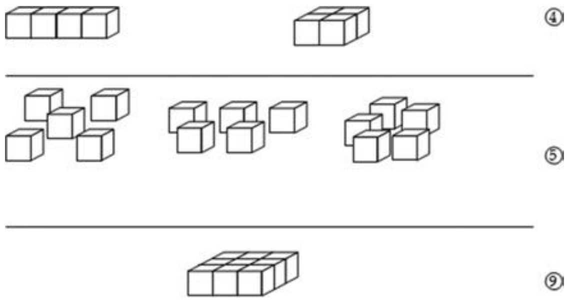
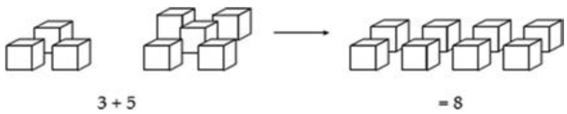
Dass Rödler trotz diverser Publikationen beim Kallmeyer-Verlag in der mathematikdidaktischen Debatte weitgehend ignoriert wird, liegt sicherlich auch daran, dass seine Konzeption einige Reizaussagen enthält. Da die Grundschul-Mathematikdidaktik eine Kultur der Debatte nicht pflegt, sondern gegenläufige Positionen ignoriert oder glättet, bleiben Nichtetablierte systematisch in Außenseiterpositionen gedrängt. Nichtsdestotrotz sollen hier einige der Reizpositionen angedeutet werden, weil die dahinterstehenden Argumente uns anregen, den innerdidaktischen Konsens zu befragen bzw. auszudifferenzieren:

1. Der Zahlraum bis 20. In der Grundschul-Mathematikdidaktik hat sich die Position etabliert, dass in der ersten Klasse sehr schnell der Zahlraum bis 20 erschlossen wird. Dies führt – nicht nur praktisch, sondern auch konzeptionell – dazu, dass sehr früh jenseits der 10 gerechnet wird. Rödlers Ansatz hat nichts mit jenen früheren Ansätzen zu tun, welche die Schüler lange in die Räume bis 5, bis 6, bis 10 oder bis 12 verweisen, aber er *rechnet* eben auch nicht sofort jenseits der 5, sondern erst nach den Herbstferien, und er arbeitet sehr offen mit dem Thema des Zehnerübergangs, indem er dem Schülertempo folgt und den Zehnerübergang durch die konsequente Arbeit mit den Fünferstangen aus dem Rechnen im Zwanzigerraum heraushält. Die Idee ist dabei, Zeit gewinnen, bis die Voraussetzungen für das Verstehen und Routinisieren des Teilschrittverfahrens vorhanden sind.

2. Verbot des Fingerrechnens. Ich selbst stehe für ein „Lob des Fingerrechnens“ (vgl. SWZ Nr. 104, September 2009) und würde sagen, dass ich damit eher im Mainstream der derzeitigen Grundschuldidaktik stehe. Rödler fordert hingegen, das Fingerrechnen „strikt zu unterbinden“, und bringt auch dafür durchaus einleuchtende Argumente:

> Die Würfel haben gegenüber den Fingern zahlreiche Vorteile. Die drei wichtigsten sind: Der Zahlraum ist bei den Würfeln im Prinzip unbeschränkt. Das Fingerrechnen provoziert beim Rechnen über die ‚10‘ und auch bei Subtraktionen Fehler, die bei den Würfeln nicht vorkommen. Und strukturelle Momente wie Tauschaufgabe und Gegenoperation werden beim gelegten Material sichtbar, während sie beim Fingerzählen unsichtbar bleiben. Die Rechnung findet auf einer Teppichfliese (20 cm × 25 cm) statt, was die Fokussierung auf den Vorgang fördert. (S. 18)

3. Nicht Zahlen in Mustern legen. Auch Rödler arbeitet mit bestimmten Mustern, aber er fordert, Zahlenmuster im Rahmen der Addition, Subtraktion und beim Aufbau der Zahlreihe eher zu meiden (S. 22). Seine Begründung zeigt, dass er sich im Grunde gegen die undifferenziert als positiv angenommene Verwendung von Zahlen in Musterformen richtet:

> Wenn man versucht, Anzahlen durch Anordnung sichtbar zu machen, so entstehen typische Muster, wie die folgenden.
>
> 
>
>
> Beim Rechnen mit diesen Zahlen zeigt sich aber, dass man Aufgaben, die in dieser Form gelegt worden sind, entweder abzählend rechnen oder die Muster im Rechenvorgang auflösen und verändern muss. Die ‚3‘ und die ‚5‘ sind in der ‚8‘ in gewissem Sinne nicht mehr vorhanden. (Siehe Abb.) (S. 22)
>
> 
>

Ein anderes Beispiel wäre die beliebte Verwendung von Würfelmustern: Eine Würfel-Zwei und eine Würfel-Vier ergeben eben keine Würfel-Sechs. Die Würfel-Muster sind nun einmal nicht für additive oder relationale Betrachtungen geschaffen worden. Es ist nicht undifferenziert jedes Zahl-Muster verständnisfördernd.

4. Frühe Nutzung multiplikativer Strukturen. Auch die frühe Nutzung multiplikativer Strukturen – und von Ausblicken in die Division – entfernen sich deutlich vom gegenwärtigen didaktischen Hauptstrom, erscheinen gleichwohl in ihrer Begründung (siehe oben, im Buch S. 20 f., S. 25 f., S. 35 f.) und in ihrer konkreten Ausgestaltung sinnvoll.

Im Ganzen legt Klaus Rödler ein praktisch bewährtes, stimmiges und originelles Konzept für den Mathematikunterricht der Klasse 1 vor, das auch für die Theoriearbeit interessante Fragen und Thesen aufwirft.

Klaus Rödler: *Das Handbuch „Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen“. Rechnen durch Handeln. Das Material für das 1. Schuljahr.* 2. Erweiterte Auflage 2013, 56 S., ISBN 978-3-00-043311-5, EUR 9,80.

Wolfram Meyerhöfer, Universität Paderborn, Warburger Straße 100, 33098 Paderborn, Email: meyehof@math.upb.de

Uwe Saint-Mont: Die Macht der Daten. Wie Information unser Leben bestimmt

Rezensiert von Philipp Ullmann

Ziel des Autors ist es, „ein Bild dessen zu vermitteln, was gute angewandte Statistik und Informatik sowie empirisch fundierte Wissenschaft und Philosophie vermögen“ (S. X). Anhand dieser vier Begriffe ist das Buch strukturiert. Doch bevor der Inhalt referiert wird, scheint eine methodische Vorbemerkung notwendig.

„Dieses Buch wurde mit dem Anspruch geschrieben, allgemein verständlich zu sein“ und will „einer breiten Leserschaft wichtige Zusammenhänge verdeutlichen“ (S. 233). Das führt zu Grundsatzentscheidungen, von denen zwei besonders augenfällig sind: Zum einen verzichtet der Autor, der sich als „philosophierender Statistiker“ (S. 242) versteht, nahezu durchgehend auf die Verwendung der einschlägigen Fachliteratur und stützt sich stattdessen – neben zahlreichen eklektischen Quellen – auf leicht zugängliches Internetmaterial und den gesunden Menschenverstand. Zum anderen werden einschlägige Fachbegriffe (etwa Sensitivität, Spezifität und Effizienz (S. 31), Zufallsstrichprobe (S. 44) oder Validität und Reliabilität (S. 54 f.)) nicht präzisiert, sondern lediglich im beispielhaften Gebrauch fixiert, getreu der Maxime „allgemeine ‚Weisheiten‘ ausgehend von einfachen, anschaulichen Beispielen zu erläutern“ (S. XVII). Zitate aus dem Englischen sind konsequent ins Deutsche übersetzt.

Nun zum Inhaltlichen. Das erste Kapitel *Statistik: In Daten lesen* entfaltet das Argument, dass Daten das (einzige) Fundament belastbaren Wissens bilden – eine Position, die durchaus Widerspruch hervorrufen mag. Anhand einer Vielzahl von Themen – um nur einige Schlagworte zu nennen: Vogelzählung, Prostitution, HIV-Test, Flugangst, Meinungsforschung, Gesundheitssystem, EHEC-Epidemie 2011 (die in einiger Ausführlichkeit besprochen wird) sowie das obligatorische Ziegenproblem – wird das kleine Einmaleins der Statistik erläutert. Die zum Teil bedenkenswerten Analysen dienen dem Beleg, dass Daten „die empirische Basis [bilden], auf die wir uns stützen, mit deren maßgeblicher Hilfe wir hoffen, Wissen zu generieren“ (S. 73) – natürlich gepaart mit gesundem Menschenverstand.

Im zweiten Kapitel *Informatik: Mit Daten umgehen* werden die Vor- und Nachteile des Internets diskutiert, wobei der Schwerpunkt auf Fragen der Datensicherheit liegt. Unter Verweis auf den gesunden Menschenverstand kommt der Autor zu dem Schluss, „dass sich Regeln, die sich im tradierten Umfeld bewährt haben, auch auf die (neue) elektronische Welt übertragen lassen“ (S. 117), die Probleme – als eine Art Übergangsphänomen – mithin nicht besonders groß seien.

Das dritte Kapitel *Wissenschaft: Aus Daten lernen* löst sich vom unparteiischen Referieren und setzt auf „klare persönliche Wertungen“ (S. 123). Im Zentrum der Diskussion stehen wirtschaftliche und gesellschaftliche Fragen, vor allem das Bildungssystem und die Finanzwirtschaft. Themen wie Lehrevaluation, Investment-Banking, Treuhand, Finanztransaktionssteuer, Finanzkrise und Rettungsschirme werden abgehandelt, nicht ohne dabei mit der Finanzmathematik und der Volkswirtschaftslehre abzurechnen, insofern sie den Bezug zur Realität verloren habe (vgl. S. 166-176). Als Positivbeispiele mit Bodenhaftung dienen z. B. die Versicherungswirtschaft, die Wettervorhersage und der Klimawandel. Mathematisch kommt der Autor in der gesamten Diskussion mit dem Dreisatz aus.

Das vierte Kapitel *Philosophie: Auf Daten aufbauen* entfaltet schließlich die Vision einer Wissenschaft, die sich rückbesinnt auf „die gründliche, unaufgeregte, empirisch-experimentell-quantitativ-rationale ‚wissenschaftliche Methode‘, die uns echten und dauerhaften Fortschritt gebracht hat“. (S. 214) Die Statistik spielt in diesem Zusammenhang eine zentrale Rolle, nicht zuletzt durch die mögliche Nutzung großer Datensammlungen, die heutzutage allenthalben vorliegen (vgl. S. 223). Auch hier wird noch einmal der gesunde Menschenverstand angemahnt.

Als Fazit lässt sich zweierlei festhalten: Ohne Statistik – als mathematisierter gesunder Menschenverstand – gibt es keine adäquate Datenanalyse; und ohne Datenanalyse gibt es keine Erkenntnis. Auch wenn die (gelegentlich sehr einseitige) Argumentation nicht immer zu überzeugen vermag und die Zielgruppe des Buches nicht wirklich ersichtlich ist – anregend ist die Lektüre allemal. So etwa die Bildungsvision: „Heute könnten wir mittels netzbasierter Initiativen dem Ideal der ‚Bildung für alle' näher kommen als jemals zuvor in der Geschichte. Womöglich werden Wikipedia und Google sogar mehr bewirken als alle pädagogischen Bewegungen seit Pestalozzi (1746–1827) zusammen" (S. 232). Eigentlich ist eben alles ganz einfach – oder?

Saint-Mont, Uwe: *Die Macht der Daten. Wie Information unser Leben bestimmt.* Berlin: Springer. (ISBN 978-3-642-35116-7; 978-2-642-315117-4/ebook). 24,99 EUR (D); 25,69 EUR (A); CHF 31.50 (2013).

Philipp Ullmann, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Frankfurt, Email:
ullmann@math.uni-frankfurt.de

Schmitt-Hartmann, Reinhard und Herget, Wilfried: Moderner Unterricht – Papierfalten im Mathematikunterricht 5–12

Rezensiert von Bernd Wollring

Zuerst. Es ist begrüßenswert, dass Reinhard Schmitt-Hartmann und Wilfried Herget ein Buch zur Papierfaltgeometrie vorlegen, noch dazu für die Sekundarstufe. Das klingt zunächst ein wenig nach „Basteln in der Mathematik", nach der Ankündigung speziellen Lustgewinns beim Befassen mit einer bestimmten Art von Mathematik, ganz ähnlich, wie es auch bei den „etwas anderen Aufgaben" der Fall ist, für die Wilfried Herget bekannt ist.

Aber das ist nicht so, denn Papierfalten ist eine Artikulation geometrischer Prozesse, es ist ein händisches Darstellen von Abbildungen an Figuren, wie es in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz im Inhaltsbereich „Raum und Form" sowohl für die Sekundarstufe I als auch für die Primarstufe angesprochen wird. Papierfalten schafft eine mächtige Handlungs-Sprache zu geometrischen Konstruktionen. Vielen Menschen, Jugendlichen wie Erwachsenen, mathematikfernen wie mathematiknahen, macht es erhebliche Schwierigkeiten, Papierfaltkonstruktionen mit gesprochenen oder geschriebenen Texten zu begleiten. Das erfordert eine fundierte situative Sprache auf der Basis alltäglicher Erfahrung oder eine elaborierte und trainierte Fachsprache. Man versuche einmal, das Falten der vielen Kindern geläufigen Figur „Himmel und Hölle" ohne Benutzen der Hände in einen gesprochenen oder geschriebenen Text zu fassen. Deutlich wird, welch starke Sprache in den handelnden Händen steckt.

In diesem Buch werden ausschließlich Faltungen vorgestellt, die gradlinige Faltlinien erzeugen, die dargestellten Figuren bestehen aus gefalteten Strecken, Strahlen oder Graden. Das ist eine deutliche, wenn auch sehr zweckmäßige Einschränkung. Man findet durchaus Verpackungen, bei denen krummlinige Faltkanten im dreidimensionalen Raum entstehen. Kreise und Kurven sind also Figuren, die das hier vorgestellte Papierfalten nicht erschließt, wohl aber gerade Linien und gradlinig begrenzte Vielecke.

Die Kraft des Papierfaltens liegt darin, dass viele seiner Konstruktionen auf Achsenspiegelungen beruhen. Versuche zum Axiomatisieren des Papierfaltens ähnlich den Axiomen der euklidischen Geometrie zeigen, dass man mit Papierfaltungen mehr konstruieren kann als mit Zirkel und Lineal. Bereits ein Blick in das Inhaltsverzeichnis des Buches belegt dies: Unter den Aufgaben ab Klasse 7/8 findet sich die „Dreiteilung eines Winkels", euklidisch nicht lösbar. Das wirft die Frage auf, ob hier eine Art probierende Konstruktion vorliegt oder eine Konstruktion, die das gesuchte Objekt lediglich näherungsweise darstellt. Beides ist nicht der Fall, denn das Papierfalten erlaubt weitergehende Konstruktionsmuster als das Konstruieren mit Zirkel und Lineal. Lässt man diese ebenfalls zu, dann sind mit Papierfaltgeometrie tatsächlich mehr Probleme exakt zu lösen als mit euklidischer

Geometrie. Zwei dieser in der euklidischen Geometrie nicht lösbaren Probleme finden sich denn auch in diesem Buch:

- Auf Seite 74 findet sich die „Dreiteilung des Winkels“ mit einer Begründung, die genau die erweiterten „Axiome“ aufnimmt, welche durch die Papierfaltgeometrie modelliert werden. Diese Konstruktion schlagen die Autoren mutiger weise bereits für die Jahrgangsstufen 7 oder 8 vor, und ich teile diese Einschätzung: Da ist sie richtig platziert.
- Auf Seite 130 findet sich das „Delische Problem“, bei dem es darum geht zu einem gegebenen Würfel einen zweiten mit doppeltem Rauminhalt zu konstruieren. Hier waren die Autoren etwas vorsichtiger und haben diese Aufgabe als etwas schwieriger den Jahrgangsstufen 9 oder 10 gewidmet.

Diese beiden Konstruktionen haben eher grundsätzliche Bedeutung und dienen der Schulung des Argumentierens auf einer angenommenen Argumentationsbasis. Das Buch stellt eine Fülle von Aufgaben vor, nicht nur zahlenmäßig viele, sondern auch vom Schwierigkeitsgrad und vom ästhetischen Reiz her viele.

Man könnte sich natürlich mehr Fotos anstelle von Zeichnungen wünschen, weil diese die Papierfaltobjekte schöner und plastischer darstellen als Zeichnungen dies vermögen. So benötigt man schon eine spezifische Kompetenz, um die Zeichnungen korrekt lesen zu können. Auch hätte es das ganze Buch attraktiv gemacht, wenn man zumindest bei einigen Seiten einen farbigen Druck spendiert hätte, nicht nur aus Gründen der Ästhetik, sondern auch, weil mit Hilfe von Farben manche Unterscheidungen von Objekten leichter und schöner gelingen als mit den typischen Grauschattierungen.

Viele der Darstellungen zu den Faltungen ähneln Konstruktionsbeschreibungen, wie man sie aus Schulbüchern zur Geometrie kennt: Die ikonische Darstellung ist durch Bezeichnungen ergänzt und die Bezeichnungen werden im begleitenden Text wieder aufgenommen. Damit fordert dieses Buch zwei Kompetenzen:

- Es fordert zum einen die Kompetenz, die jeweilige Papierfaltung nachvollziehen und das zugrunde liegende mathematische Phänomen erklären und begründen zu können.
- Es fordert aber darüber hinaus die Kompetenz, eine bestimmte verschriftlichte ikonische Darstellung lesen und in eine Handlung übersetzen zu können. Wenden wir es ins Positive: Vielleicht hat ja diese oder jene Lehrkraft Interesse, einige dieser Faltungen durch Videoclips zu dokumentieren oder ihre Bearbeitung mit Hilfe vorgefalteter Musterstücke zu unterstützen, die dann von den Lernenden zu analysieren und nachzubauen sind.

Betrachten wir nun die einzelnen Abschnitte:

Klasse 5/6
Dort finden sich elementare Faltungen, die in reizvolle Objekte oder bedeutsame Konstruktionen münden, zum einen etwa die Konstruktionen von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden auf der Basis von Achsensymmetrie, zum anderen der „Puste-Würfel“, der zwar reizvoll aber möglicherweise mathematisch von sehr begrenzter Bedeutung ist. Faltungen zur Betrachtung der Flächeninhalte bei Drei- und Vierecken dagegen generieren flexible Darstellungen zum Unterstützen von Beweisideen. Besonders reizvoll und typisch für Aufgaben vom Stil der Autoren ist die Aufgabe „Die dicke Säule“, bei der es um experimentelles Herstellen von Säulen mit gegebenem Mantel geht und gefragt ist, welche Rauminhalte diese Säulen denn haben.

Klasse 7/8
Wie im vorhergehenden Abschnitt finden sich hier schulbedeutsame ebene Konstruktionen, die ausweisen, dass sich Papierfaltgeometrie begleitend und unterstützend zur ebenen euklidischen Geometrie nutzen lässt, wie sie in der Mittelstufe gewöhnlich stattfindet. Die Faltungen zu Würfeln und Tetraedern dagegen machen auf den ersten Blick den Eindruck, es gehe hier um das Herstellen von Spielzeug. Das ist meines Erachtens nicht so, vielmehr geht es darum, Symmetrien an dreidimensionalen Körpern handelnd zu erkunden und dazu einen Erfahrungsraum zu schaffen, welcher der Versprachlichung vorausgeht. Selbstverständlich naheliegend ist es, die Geometrie eines Industrieproduktes, wie es Papierbögen der Formate DIN A sind, auch an den originalen Objekten handelnd zu erkunden. Dazu sind Papierfaltkonstruktionen prädestiniert, und die beiden Aufgabenvorschläge zu DIN-Formaten sollten im Sinne einer technischen Elementarbildung jeder Schülerin und jedem Schüler der ausgehenden Mittelstufe bekannt sein.

Klasse 9/10
Hier werden die vorgestellten Projekte schon anspruchsvoller. Es wird ein Katalog von Problemen dargestellt, der in der Mathematik in der ausgehenden Mittelstufe nicht allein der Geometrie zuzuordnen ist. Vielmehr sind die Objekte gebietsverbindend in der Mathematik der Jahrgangsstufen 9 und 10. Drei Beispiele sollen dies belegen:

- Bedeutsam innerhalb der Geometrie, aber mit algebraischer Anreicherung, sind die beiden

Probleme „Parallelogramm im Quadrat" I und II. Dort geht es um besondere Eigenschaften von Figuren im Quadrat, deren Winkelsummen und deren Seitenverhältnisse. Diese Aufgaben bündeln alle Kompetenzen die man in der Geometrie der Mittelstufe zusammengetragen hat.
- Eine wundervolle Konstruktion ist die „Kasahara-Faltung des goldenen Schnitts" auf Seite 116, leider ohne Zitat angegeben. Diese Faltung ist derart schön und genial, dass man an ihrer Eleganz die ganze Macht der Papierfaltgeometrie denen demonstrieren kann, die sich für Schönheit in der Mathematik begeistern können. Natürlich muss man die Argumente wieder nahezu im ganzen Bereich der Mittelstufengeometrie zusammensuchen und sie treten auch durchaus verdichtet auf, aber die unmittelbare Zugänglichkeit des golden Rechtecks mit dieser Konstruktion ist meines Wissens nur noch bei der berühmten Freimaurerkonstruktion des „Secret Cut" für das regelmäßige Achteck zu finden. Es lohnt sich, im Internet einmal nach Kasahara und seiner Bedeutung für die Papierfaltgeometrie zu suchen.
- Eine weitere attraktive Konstruktion ist das „Falten des regelmäßigen Achtecks im Quadrat" auf Seite 128. Sie steht stellvertretend für explorative Konstruktionen zu regelmäßigen Vielecken. Vorgestellt wird ein Weg, das größte regelmäßige Achteck zu falten, das in ein Quadrat passt. Es liegt mit vier seiner Seiten auf den Quadratseiten. Eine dazu verwandte komplementäre Konstruktion ist das Falten eines regelmäßigen Achtecks im Quadrat, das mit vier seiner Ecken auf den Seitenmitten des Quadrates liegt. Diese Konstruktion ist verwandt zu der hier gezeigten und möglicherweise deshalb von den Autoren fortge- und dem Leser als Hausaufgabe überlassen.

Ein Klassiker ist ebenfalls die Umsetzung des Strahlensatzes in ein Faltprinzip, mit dessen Hilfe eine Strecke gegebener Länge in eine gegebene Anzahl gleichlanger Teilstrecken zu zerlegen ist. Diese Faltung auf Seite 86 ist gewissermaßen eine „Aufgabe ohne Jahrgang", sie lässt sich mit minimalen Anpassungen in allen Jahrgangsstufen von der Grundschule bis in die hohe Sekundarstufe einsetzen.

Jahrgangsstufe 11 und 12

Hier sind in erster Linie Probleme aufgenommen, die mit anderen Veranschaulichungen bereits in der Analysis thematisiert werden. Genutzt wird im Wesentlichen die Option, bestimmte Gestalten leicht variieren zu können oder Folgen von Faltfiguren herzustellen, deren Struktur algebraisch zu erkunden ist. Das allerdings setzt doch etwas Routine zur Papierfaltgeometrie aus dem Programm für die vorhergehenden Jahrgänge voraus. Möglicherweise lassen sich diese Probleme aber auch mit anderen Darstellungen, etwa mit hinreichend mächtiger Software ebenso gut darstellen. Der Vorteil der Darstellung mit Papierfalten liegt hier eher in der schnellen und unkomplizierten Verfügbarkeit, ähnlich der bei „Hands-on-Experimenten" in der Naturwissenschaft.

Überlegungen zur Geometrie des Papierfaltens

Wer mit der Voreinstellung in das Lesen dieses Buches einsteigt, es gehe beim Papierfalten um eine Art Schwierigkeitsausgleich zu den formalen und beweisbestimmten Teilen der Mathematik, dem sei empfohlen das Lesen dieses wunderbaren Buches auf Seite 156 zu beginnen. Dort findet man zunächst die euklidischen Axiome, korrekterweise fehlt das Parallelenaxiom. Diesen wird ein Axiomen-System zur Papierfaltgeometrie gegenüber gestellt, das auf die japanischen Mathematiker Huizita und Hatori zurückgeht. Es kennzeichnet die elementaren Faltungen mit Axiomen, deren Grundbegriffe Punkte und Faltlinien sind. Kreise sind darin nicht explizit als Objekte benannt. Dieses Axiomen-System ist mächtiger als das Axiomen-System der euklidischen Geometrie, wie bereits oben vermerkt ist. Eine kurze vergleichende Betrachtung zeigt an den Beispielen der beiden herausragenden Probleme „Winkeldreiteilung" und „Würfelverdopplung" woran das liegt: Es stehen in der Papierfaltgeometrie sogenannte „Einschiebe-Konstruktionen" zur Verfügung, die in der euklidischen Geometrie nicht darstellbar sind. Einen der zentralen Gedanken von Carl Friedrich Gauß aufnehmend wird zudem begründet weshalb: Beschreibt man die Objekte der euklidischen Geometrie und die der Papierfaltgeometrie durch algebraische Modelle, so zeigt sich, dass die Konstruktionen der euklidischen Geometrie dem Lösen von Gleichungen zweiten Grades entsprechen, die der Papierfaltgeometrie aber Gleichungen dritten Grades.

Betrachtung insgesamt

Papierfaltgeometrie muss man mögen. Eine motorische Grundkompetenz ist zudem erforderlich, denn nicht alle hier vorgestellten Faltungen sind robust im Sinne des „forgiving origami", bei dem kleinere Ungenauigkeiten beim Falten ein schönes Gesamtergebnis nicht beeinträchtigen. Manche Faltungen erfordern eine gewisse Routine zur Präzision. Andererseits ist festzuhalten, dass das Gestalten geometrischer Figuren durch Papierfalten teilweise flexibler ist als das mit Hilfe von Zeichnungen. Die Versuche führen teilweise schneller auf ergiebige experimentelle Ergebnisse als beim

Zeichnen. Künstlerischen Ideen zugewandte Menschen würden auch das taktile Erlebnis beim Papierfalten hervorheben. Leider fehlen Bezugnahmen auf die Bedeutung des Papierfaltens in den Ingenieurwissenschaften, aber das ist ein weites Feld. Eines noch ist mir abschließend wichtig: Papierfalten sollte man würdigen, und zwar nicht primär als ein Werkzeug zur Mathematik, sondern als einen substanziellen Beitrag japanischer Kultur an der Schnittstelle zwischen Kunst und Mathematik. Denn seinen Ursprung hat das Papierfalten nicht als Ausdrucksform für Mathematisches, sondern als künstlerische Ausdrucksform einer Kultur, die dieses nicht nur zielgerichtet konstruierend, sondern introvertiert und kontemplativ begreift. Dieses über das in diesem Buch Dargestellte hinausgehende Papierfalterlebnis wünsche ich allen, die dieses Buch zur Hand nehmen.

Schmitt-Hartmann, Reinhard & Herget, Wilfried (2013): *Moderner Unterricht: Papierfalten im Mathematikunterricht. 5. bis 12. Schuljahr*. Stuttgart: Ernst-Klett Verlag, 2013, ISBN 978-3-12-720062-1, EUR 23,95.

Bernd Wollring, FB 10 Mathematik u. N., Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel, Email:
wollring@mathematik.uni-kassel.de

Hans-Joachim Vollrath und Jürgen Roth: Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe

Rezensiert von Franz Picher

Das Buch „Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe" liegt nun in der überarbeiteten zweiten Auflage vor. Hinzugekommen sind der Blick eines zweiten Autors, aktualisierte Literaturhinweise und einige Ergänzungen – insbesondere zum Einsatz von Technologie und neuen Unterrichtsformen –, außerdem eine Website zum Buch mit Informationsmaterialien und weiterführenden Lesehinweisen zu den Kapiteln 3, 4 und 5 sowie zudem noch Aufgaben am Ende eines jeden Kapitels.

Wie man im Vorwort zur ersten Auflage lesen kann, richtet sich das Werk an Studierende des Lehramts der Mathematik in der Sekundarstufe I sowie an Lehrerinnen und Lehrer – und zwar explizit auch an erfahrene und insbesondere an solche, die ihre Erfahrungen reflektieren wollen. Man liest weiter, dass das Buch „zum Nachdenken über den Mathematikunterricht anregen, Grundlagen des Lernens und Lehrens von Mathematik aufzeigen, Modelle der Unterrichtsplanung entwerfen und Wege für die Erarbeitung [...] mathematischer Inhalte weisen" wolle. Diese Reihenfolge scheint nicht zufällig gewählt: Ein Blick in das Inhaltsverzeichnis zeigt eine Fülle an Themen. Naturgemäß kann daher bei keinem der Inhalte besonders in die Tiefe gegangen werden. Im Zentrum steht vielmehr der erstgenannte Anspruch, zum Nachdenken anzuregen: insbesondere zum Reflektieren eigener Kenntnisse und Erfahrungen und zum Weiterdenken, aber auch zum Weiterlesen. Die Autoren selbst sagen, sie wollten „Wege aufzeigen, wie im Unterricht eine lebendige und intensive Beziehung zwischen der Mathematik und den Lernenden aufgebaut werden kann" (Umschlagtext zur 2. Auflage). Eine solche Beziehung lebt von der Beschäftigung mit Fragen, die sich (angehende) Lehrende stellen (sollten), und diese stehen im Mittepunkt des Buches. In der zweiten Auflage wird dies durch explizite Anregungen in Form von Aufgaben am Ende eines jeden Kapitels nun auch äußerlich betont.

Im Folgenden soll ein Eindruck davon vermittelt werden, welche Fragen in den einzelnen Abschnitten teils explizit aufgeworfen und teils implizit bearbeitet werden – natürlich ohne Anspruch auf Vollständigkeit. Kapitel 1 beschäftigt sich mit der „Mathematik als Unterrichtsfach" und dabei mit Fragen wie: Wieso Mathematikunterricht? Was ist Mathematik? Welche Inhalte sollen unterrichtet werden? Warum? Kapitel 2 ist mit „Mathematik lernen" übertitelt, dort werden etwa die folgenden Fragen behandelt: Unter welchen Aspekten kann Lernen von Mathematik betrachtet werden? Welche Anlässe für Lernen sind denkbar? Kapitel 3 betrachtet die andere Seite, nämlich „Mathematik lehren". Dort gehen die Autoren etwa ein auf: Was bedeutet es, Mathematik zu lehren? Welche Grundmuster des Lehrens gibt es? Was ist genetischer Mathematikunterricht? Was versteht man unter offenem Mathematikunterricht? Welche Rolle spielt Kommunikation im Mathematikunterricht? Welche Rolle können Werkzeuge im Mathematikunterricht spielen? (In der 2. Auflage wurde hier einiges zum Computereinsatz ergänzt.) Darauf folgt Kapitel 4, „Mathematikunterricht planen", und die Autoren beschäftigen sich mit Fragen wie den folgenden: Wie plant man Mathematikunterricht? Welche Entscheidungen sind zu treffen? Welche Struktur kann Mathematikunterricht haben? Auf welcher Grundlage kann man Inhalte auswählen? Wie ordnet man sie (sinnvollerweise) an? Wie kann man ein Projekt planen? Welches sind wichtige Unterrichtsphasen? Wie kann man mit computerunterstützten Lernumgebungen arbeiten? (Wie) soll man Computer einsetzen? (Wie) soll man üben? Kapitel 5 schließlich ist benannt als „Mathematik erarbeiten". Dort wird etwa behandelt: Welche Handlungsmuster sind beim Erarbeiten von Mathematik denkbar? Wie können Begriffe erarbeitet werden? Welche Rolle kann hierbei der Computer spielen? Kann man Problemlösen lehren (lernen)?

Die genannten Fragen sind zwar zum Teil solche, auf die es klar zu benennende Antworten gibt. Viele sind aber eher offen und laden zur eigenen Auseinandersetzung mit den Inhalten und zur Diskussion ein. Eine solche scheint mit wenig Vorkenntnissen – etwa in einer Einführungslehrveranstaltung zur Mathematikdidaktik – aber auch mit breiterem Vorwissen auf Grundlage des Buches gut möglich. Dies bewog mich zum Einsatz des Buches in einem Konversatorium für Didaktik der Mathematik für Studierende des Lehramts Mathematik (an allgemein bildenden höheren Schulen in Österreich) im zweiten Studienabschnitt. Im Rahmen dieser Lehrveranstaltung sollten sich die Studierenden mit grundlegenden Fragen, die sie selbst beschäftigen, und möglichen Antworten in Bezug auf den Mathematikunterricht reflektierend auseinandersetzen und begründet Position beziehen. Im Mittelpunkt stand neben dem verständigen Rezipieren und Konkretisieren von Fachliteratur (auch im Hinblick auf eine spätere Diplomarbeit oder Dissertation) insbesondere eine – häufig auch kontroverse – Diskussion der „Grundlagen des Mathematikunterrichts". Das hier besprochene Buch erwies sich als sehr gut geeignete, umfassende Grundlage für das genannte Vorhaben. (In der Lehrveranstaltung wurden die ersten drei Kapitel des Buches aufgegriffen.)

Abschließend sollen einige der Studierenden, die ja als eine Zielgruppe des Buches genannt werden, zu Wort kommen. (Die folgenden Zitate stammen aus einem Reflexionsteil in den Abschlussarbeiten zur genannten Lehrveranstaltung, in dem sich einige Studierende auch zur verwendeten Literatur äußerten. Die Zitate sind bis auf das Layout unverändert wiedergegeben.)

> Im Allgemeinen finde ich, dass der Text einen sehr guten „roten Faden" zum Thema verfolgt und den Einzelnen zum genaueren Weiterlesen verschiedener Bereiche durchaus anregen kann.

> [...] in viele wichtige Aspekte der Mathematikdidaktik eingeführt, ohne zu sehr in die Tiefe zu gehen (nur an manchen Stellen, wohl abhängig von persönlichen Präferenzen, hätte man es gerne etwas ausführlicher gehabt) – dieser Querschnitt hat mir insgesamt gut gefallen.

> Ich sehe den Text als Motivation zum Weiterdenken. Es werden sehr viele Aspekte angesprochen und um den eigenen Unterricht wirklich danach zu gestalten und allen angesprochenen Tatsachen gerecht zu werden, muss man sehr viel weiterdenken, als es der Text bereits getan hat. Ich muss für jedes Themengebiet erneut entscheiden, was zur Beantwortung der Fragen beiträgt und was das Sinnvolle, wie es Vollrath und Roth bezeichnet haben, ist. Des Weiteren sehe ich den Text als Aufforderung, sich als Lehrerin auch weiterhin aktiv mit den einzelnen Gebieten der Mathematik und auch der Mathematik auseinanderzusetzen.

> Die Kritik am [...] Buch „Grundfragen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe" von Vollrath und Roth beläuft sich auf die Oberflächlichkeit, das nur in ganz wenigen Situationen die Hintergründe für Schwierigkeiten erläutert oder die Problemauslöser thematisiert wurden. Diese Kritik relativiert sich allerdings in Anbetracht dessen, dass im Falle einer genauen Erläuterung der inhaltliche Rahmen gesprengt werden würde.

> Der Text greift viele wichtige Punkt auf, mit denen ich mich noch weiter beschäftigen werde, da ich sie für wertvolle Grundideen für einen guten Unterricht halte. [...] Der Text bietet einen kurzen, aber doch sehr guten Überblick über die Möglichkeiten, die man beim Einsatz von Werkzeugen im Unterricht hat.

> Insgesamt kann man sagen, dass dieser Text eine sehr gute Mischung aus theoretischen Inhalten und praktischen Hinweisen ist. Durch recht viele Beispiele wird einem sofort klar, was der Autor darlegen will [...]
>
> Die darin enthaltenen Texte gehen zwar nicht in die Tiefe, geben aber [einen] guten Überblick und Denkanstöße, sowie Literaturhinweise und Internetlinks zum eigenständigen Weiterlesen und Vertiefen.

Website zum Buch:
www.mathematikunterricht.net

Vollrath, Hans-Joachim & Roth, Jürgen: *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage 2012, ISBN 978-3-8274-2854-7, EUR 22,95

Franz Picher, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9010 Klagenfurt, Österreich, Email: franz.picher@aau.at

Neuerscheinungen im Jahr 2013

Zusammengestellt von Martin Stein und Alexandra Theilenberg

Ableitinger, C., Kramer, J., Prediger, S.: Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Allmendinger, H., Lengnink, K., Vohns, A., Wickel, G.: Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Baptist, P., Raab, D.: Implementing Inquiry in Mathematics Education. The Fibonacci Project. Universität Bayreuth 2012

Basendowski, S.: Die soziale Frage an (mathematische) Grundbildung: eine empirische Studie zu dem Wesen, der Funktion und der Relevanz mathematischer Kompetenzen in einfachen Erwerbstätigkeiten sowie Analysen für didaktische Implikationen. Julius Klinkhardt Verlag, Bad Heilbrunn 2013

Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., Schreiber, S., Wassong, T.: Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2014

Bedürftig, T.: Zahlen und Zahlbegriff. Mathematisch-didaktische Studien. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Behnke, I.: Erfolgreicher Mathematikunterricht durch Kooperatives Lernen. Kompetenzorientiert und schüleraktivierend. Neue-Deutsche-Schule-Verlagsgesellschaft, Essen 2013

Böhm, U.: Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern. Tätigkeitstheoretische Analyse des mathematischen Modellierens in der Sekundarstufe I (Perspektiven der Mathedidaktik). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Borromeo Ferri, R., Greefrath, G., Kaiser, G.: Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Bos, W., Wendt, H., Köller, O., Selter, C.: TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Waxmann Verlag, Münster 2012

Brunner, E.: Innermathematisches Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I. Mögliche Erklärungen für systematische Bearbeitungsunterschiede und leistungsförderliche Aspekte. Waxmann Verlag, Münster 2013

Cohors-Fresenborg, E., Kaune, C.: Von Anweisungen zu Funktionen. Arbeitsbuch für Schülerinnen und Schüler. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück 2012

Diephaus, A.: Zahlengefühl 2000. WTM-Verlag, Münster 2013

Ehrlich, N.: Strukturierungskompetenzen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchungen zu Niveaus und Herangehensweisen. WTM-Verlag, Münster 2013

Eichler, A., Vogel, M.: Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Filler, A., Ludwig, M.: Vernetzungen und Anwendungen im Geometrieunterricht. Ziele und Visionen 2020. Vorträge auf der 28. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 09. Bis 11. September 2011 in Marktbreit.Verlag Franzbecker, Hildesheim 2012

Fried, A.: Mathematische Erfahrungen im Kindergarten. Eine Fragebogenstudie in niedersächsischen Kindertageseinrichtungen. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Fritzlar, T., Käpnick, F.: Mathematische Begabungen. WTM-Verlag, Münster 2013

Gächter, A. A.: Aufgabenkultur. Anregungen für den Mathematikunterricht. mefi-Verlag, 2012

Gächter, A. A.: Figurenzahlen. Anregungen für den Mathematikunterricht. mefi-Verlag, 2012

Gallin, P.: Die Praxis des Dialogischen Mathematikunterrichts in der Grundschule, Handreichung für den Mathematikunterricht der Grundschule, Programm SINUS an Grundschulen. IPN, Kiel 2012

Ganter, S.: Experimentieren – ein Weg zum Funktionalen Denken. Empirische Untersuchung zur Wirkung von Schülerexperimenten. Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2013

Graumann, G.: Abbildungen der elementaren und analytischen Geometrie. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Greefrath, G., Käpnick, F., Stein, M.: Beiträge zum Mathematikunterricht 2013: Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 04.03.2013 bis 08.03.2013 in Münster. WTM-Verlag, Münster 2013

Hasemann, K., Gasteiger, H.: Anfangsunterricht Mathematik (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin Heidelberg 2014

Heckmann, K., Padberg, F.: Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe, Band 2 (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin 2014

Henn, H.-W., Meyer, J.: Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 1 (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2014

Henning, H.: Modellieren in den MINT-Fächern. WTM-Verlag, Münster 2013

Hermes, C., Vaßen, P.: Entwicklung kompetenzorientierter Aufgaben für den Mathematikunterricht. Cornelsen Verlag, Berlin 2012

Heymann, H. W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Beltz Verlag, Weinheim Basel 2013

Hübner-Schwartz, C.: Vom Lehrplan zum Unterricht. Die Implementation einer Lehrplaninnovation an Grundschulen in Nordrhein-Westfalen am Beispiel des Fachs Mathematik. Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat, Münster 2013

Huhmann, T.: Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 13). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Jörissen, S.: Mathematik multimodal. Eine sprachwissenschaftliche Untersuchung kommunikativer Verfahren im Hochschulunterricht. Waxmann Verlag, Münster 2013

Jütz, A.: Förderung der Fachsprache insbesondere von Schülern nichtdeutscher Herkunftssprache im Mathematikunterricht der Klassenstufen 5 und 6 bei der Lösung von Sachaufgaben im Themenbereich „Größen". Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Käpnick, F.: Mathematiklernen in der Grundschule (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin Heidelberg 2014

Kaune, C., Griep, M.: Förderung von metakognitiven und diskursiven Kompetenzen im Mathematikunterricht der Klasse 7. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück 2013

Kienle, L.: Größenkalkül der Dimensionsanalyse als Rechnen mit Funktionen – eine Einführung. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2012

Komorek, M., Prediger, S.: Der lange Weg zum Unterrichtsdesign. Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme. Waxmann Verlag, Münster 2013

Kramer, M.: Mathematik als Abenteuer – Band 1: Geometrie und Rechnen mit Größen. Aulis Verlag, Hallbergmoos 2013

Kuhnke, K.: Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel. Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 10). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Laakmann, H.: Darstellungen und Darstellungswechsel als Mittel zur Begriffsbildung. Eine Untersuchung in rechnerunterstützten Lernumgebungen (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 11). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Lange, D.: Inhaltsanalytische Untersuchung zur Kooperation beim Bearbeiten mathematischer Problemaufgaben. Waxmann Verlag, Münster 2013

Mehringer, V.: Weichenstellungen in der Grundschule. Sozial-Integration von Kindern mit Migrationshintergrund. Waxmann Verlag, Münster 2013

Meyer, M., Müller-Hill, E., Witzke, I.: Wissenschaftlichkeit und Theorieentwicklung in der Mathematikdidaktik. Festschrift zum sechzigsten Geburtstag von Horst Struve. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Pant, H. A., Stanat, P., Schroeders, U., Roppelt, A., Siegle, T., Pöhlmann, C.: IQB-Ländervergleich 2012. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I. Waxmann Verlag, Münster 2013

Philipp, K.: Experimentelles Denken. Theorie und empirische Konkretisierung einer mathematischen Kompetenz (Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Plackner, E.-M., Wörner, D.: Aufgaben öffnen. MaMut – Materialien für den Mathematikunterricht Band 1. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Rathgeb, M., Helmerich, M., Krömer, R., Lengnink, K., Nickel, G.: Mathematik im Prozess. Philosophische, Historische und Didaktische Perspektiven. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Rau, M.: Geschlechtsbezogene Bildungsdisparitäten. Die Bedeutung der Zuschreibung gendertypisierter Merkmale und des ambivalenten Sexismus bei Jugendlichen für ihren Bildungserfolg. Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2013

Reiter, S.: Musikalische Graphen. Entwicklung eines Verständnisses graphischer Darstellungen im fächerübergreifenden Mathematik- und Musikunterricht. Waxmann Verlag, Münster 2013

Richter, K., Schöneburg, S.: Mathematische Forschung und Lehre an der Universität Wittenberg. Band 3. Astronomische Lehre an der Universität Wittenberg – Quellen und Schriften zu den Anfangsgründen der Astronomie. Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2013

Riebling, L.: Sprachbildung im naturwissenschaftlichen Unterricht. Eine Studie im Kontext migrationsbedingter sprachlicher Heterogenität. Waxmann Verlag, Münster 2013

Riegel, U., Macha, K.: Videobasierte Kompetenzforschung in den Fachdidaktiken. Waxmann Verlag, Münster 2013

Rink, R.: Zum Verhältnisbegriff im Mathematikunterricht. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Rott, B.: Mathematisches Problemlösen. Ergebnisse einer empirischen Studie. WTM-Verlag, Münster 2013

Royar, T.: Handlung – Vorstellung – Formalisierung. Entwicklung und Evaluation einer Aufgabenreihe zur Überprüfung des Operationsverständnisses für Regel- und Förderklassen. Verlag Dr. Kovac, Hamburg 2013

Ruppert, M., Wörler, J.: Technologien im Mathematikunterricht – Eine Sammlung von Trends und Ideen. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Scherres, C.: Niveauangemessenes Arbeiten in selbstdifferenzierenden Lernumgebungen. Eine qualitative Fallstudie am Beispiel einer Würfelnetz-Lernumgebung (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 12). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Schindler, M.: Auf dem Weg zum Begriff der negativen Zahl. Empirische Studie zur Ordnungsrelation für ganze Zahlen aus inferentieller Perspektive (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 15) Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2014

Schink, A.: Flexibler Umgang mit Brüchen. Empirische Erhebung individueller Strukturierungen zu Teil, Anteil und Ganzem (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 9). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Schneider, W., Küspert, P., Krajewski, K.: Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen (StandardWissen Lehramt). UTB Verlag, Paderborn 2013

Schnell, S.: Muster und Variabilität erkunden. Konstruktionsprozesse kontextspezifischer Vorstellungen zum Phänomen Zufall (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 14). Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2014

Schreiber, A.: Die enttäuschte Erkenntnis. Paramathematische Denkzettel. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig 2013

Schuler, S.: Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs. Waxmann Verlag, Münster 2013

Sprenger, J., Wagner, A., Zimmermann, M.: Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Stecken, T.: Diagrammkompetenz von Grundschülern. Entwicklung, Validierung und Auswertung eines Diagrammverständnistests auf Basis eines Kompetenzmodells für den Mathematikunterricht. WTM-Verlag, Münster 2013

Stein, M.: Mathematik Online. Studien zu mathematischen Self-Assessment-Tests und Übungsplattformen im Internet. WTM-Verlag, Münster 2013

Steinweg, A. S.: Algebra in der Grundschule. Muster und Strukturen – Gleichungen – funktionale Beziehungen (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin Heidelberg 2013

Stiftung Rechnen: Mathe Forscher. Entdecke Mathematik in deiner Welt. WTM-Verlag, Münster 2013

Thom, S.: Historisch-genetisches Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule. Verlag Franzbecker, Hildesheim 2013

Ulfig, F.: Geometrische Denkweisen beim Lösen von PISA-Aufgaben. Triangulation quantitativer und qualitativer Zugänge. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2013

Vollrath, H.-J., Roth, J.: Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2012

Wassong, T., Frischemeier, D., Fischer, P.R., Hochmuth, R., Bender, P.: Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen – Using Tools for Learning Mathematics and Statistics. Springer Spektrum Verlag, Wiesbaden 2014

Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., Wittmann, G.: Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Springer Spektrum Verlag, Berlin Heidelberg 2014

Stand: 06.12.2013. Die aktuelle Liste ist im Netz unter http://www.booknews-madi.de abrufbar.
Wenn Sie Ihre eine eigene Veröffentlichung nicht finden, wenden Sie sich bitte an Martin Stein, Email: steinm@wwu.de.

Nachruf auf Arnold Kirsch

Werner Blum

Arnold Kirsch (Foto: Privat)

Am 14. 10. 2013 ist der Kasseler Mathematikdidaktiker *Prof. Dr. Arnold Kirsch* gestorben. Wie nur wenige hat er seit den 1960er Jahren die mathematikdidaktische Diskussion in Deutschland geprägt und die Praxis des Mathematikunterrichts beeinflusst. Wer heutige Schulbücher aufschlägt, findet in jedem Werk Ideen, die direkt auf Arnold Kirsch zurückgehen und uns heute fast selbstverständlich erscheinen, sei es zum Thema Funktionen (z. B. bei der „Dreisatzrechnung" oder bei den Exponentialfunktionen), zu den Zahlbereichen (z. B. bei den ganzen oder bei den reellen Zahlen) oder zur Analysis (z. B. beim Integralbegriff oder beim Hauptsatz). Im Folgenden soll sein Wirken noch einmal zusammenfassend gewürdigt werden.

Arnold Kirsch studierte Mathematik und Physik in Göttingen und in Bern, wo er 1951 bei H. Hadwiger promovierte. Nach dem Referendariat unterrichtete er von 1953 bis 1963 als Studienrat an Gymnasien in Soltau und in Göttingen. Bis 1966 war er als Studienrat i. H. bei G. Pickert an der Universität Gießen tätig, dann bis 1971 als Professor für Mathematik und Mathematikdidaktik an der PH Göttingen. 1971 folgte er einem Ruf an die – in jenem Jahr neu gegründete – Gesamthochschule (später Universität) Kassel, wo er bis zu seiner Emeritierung 1987 als Professor für Mathematik-Didaktik gearbeitet hat.

Zu den wichtigsten Arbeiten Arnold Kirschs gehören seine scharfsinnigen didaktisch orientierten *mathematischen Sachanalysen*, mit denen Lernenden und Lehrenden ein tiefer Einblick in mathematische Stoffinhalte verschafft werden soll. Dies ist der Kern dessen, was üblicherweise „Stoffdidaktik" genannt wird. Dank Arnold Kirsch und Heinz Griesel, der zusammen mit Kirsch 1971 nach Kassel gekommen war, ließ diese Arbeitsrichtung die Kasseler Hochschule schon in den 70er Jahren zu einem allseits anerkannten Zentrum der Mathematik-Didaktik werden (die „Kasseler Schule der Mathematik-Didaktik"). Es ging Arnold Kirsch bei diesen stoffdidaktischen Arbeiten immer darum, natürliche Zugänge zu erschließen, Grundvorstellungen herauszuarbeiten und inhaltliches Argumentieren zu ermöglichen; kurz: Lernende und Lehrende sollten, so war immer sein Anspruch, *Mathematik wirklich verstehen*. So lautet auch programmatisch der Titel eines 1987 veröffentlichten Buchs von Kirsch (2. Auflage 1994). Insbesondere seine grundlegenden Analysen zu Proportionalitäten und Antiproportionalitäten (letzteres übrigens eine von ihm kreierte Bezeichnung), zu Wachstumsprozessen und Exponentialfunktionen sowie zu den natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen haben Schulbücher, Lehrpläne und die Praxis des Mathematikunterrichts in allen Schulformen bis heute nachhaltig beeinflusst, ebenso wie seine zahlreichen Arbeiten zur Analysis, so zum Integralbegriff oder zum Hauptsatz.

In den meisten stoffdidaktischen Arbeiten Arnold Kirschs sind auch grundlegende *allgemeine fachdidaktische Aspekte* enthalten, teils implizit, teils explizit. Hier sind in erster Linie die „Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht" zu nennen, die er in seinem Hauptvortrag 1976 in Karlsruhe auf der ICME-3 vorstellte. Mit diesem Vortrag ist Arnold Kirsch einer von bisher erst drei deutschen Mathematikdidaktikern, welche zu einem Hauptvortrag auf einem der ICME-Kongresse eingeladen waren. Beim Karlsruher Vortrag ging es um Möglichkeiten des *Zugänglichmachens* mathematischer Inhalte, was überhaupt die zentrale Fragestellung in Kirschs Werk darstellt. Weitere solche stoffübergreifenden Themen sind z. B. das präformale Beweisen oder das Modellieren.

Arnold Kirschs Hauptinteresse hat stets in erster Linie der intensiven Beschäftigung mit ihn fesselnden Problemen und deren ausgereiften Darstellung gegolten. Insofern war er sicherlich immer ebenso sehr *Mathematiker* wie Mathematikdidaktiker. Insbesondere zur Geometrie hat er neben fachdidaktischen auch mehrere vielbeachtete fachinhaltliche Arbeiten publiziert, u. a. über eine geometrische Charakterisierung des Differenzierbarkeitsbegriffs. Weiter hat er Arbeiten über lineare Ordnungen und Punktbewertungen veröffentlicht, die u. a. auch eine überraschende Anwendung in der Stochastik erfahren haben.

Neben dem Wissenschaftler war auch der *Lehrer* Arnold Kirsch immer beeindruckend, der hervorragende und anspruchsvolle *Pädagoge,* der sich sowohl in seinem Schulunterricht als auch in seinen Hochschulveranstaltungen stets engagiert darum gekümmert hat, dass seine Schülerinnen und Schüler bzw. seine Studentinnen und Studenten *Mathematik wirklich verstehen* können. Zur Lehrerbildung hat sich Arnold Kirsch auch konzeptionell mehrfach geäußert und dabei betont, wie wichtig die fachliche Souveränität der Lehrkräfte ist und dass Lehrer den intellektuellen Umgang mit Mathematik, den sie ihren Schülern nahebringen sollen, zuvörderst selber so praktizieren müssen. Auch in seinen zahllosen Vorträgen haben immer die Prägnanz und Klarheit seiner Argumentation und sein Engagement für die Sache beeindruckt und die Zuhörer inhaltlich überzeugt. In diesen Zusammenhang gehört auch seine jahrzehntelange Mitarbeit beim Schulbuchwerk „Mathematik heute". Hier sind viele Innovationen entstanden, die – zum Teil auch über andere Schulbücher, die Kirschs Ideen vielfach übernommen haben – dann unterrichtlich fruchtbar geworden sind; dies gilt vor allem für die Dreisatzrechnung (Klasse 7), die reellen Zahlen (Klasse 9), die Exponentialfunktionen (Klasse 10) und die Integralrechnung (Klasse 12). Die von Arnold Kirsch verantworteten Schulbuchkapitel waren immer und sind auch heute noch eine Fundgrube für geistreiche Stufengänge wie auch für substanzhaltige Aufgaben (die freilich, da sie teilweise ungewohnt und nicht schematisch zu lösen sind, von Lehrern oft als „zu schwer" eingestuft werden). Die heute viel beschworene breite „Kompetenzorientierung" hat sich in diesen Schulbuchkapiteln und den zugehörigen Aufgaben schon substantiiert, lange bevor dieses Wort Einzug in die didaktische Diskussion gehalten hat.

In der *Wissenschaftsorganisation* war Arnold Kirsch als Herausgeber wissenschaftlicher Zeitschriften (Mathematische Semesterberichte, Journal für Mathematik-Didaktik) und Bücher („blaue Reihe" bei Vandenhoeck & Ruprecht) oder als Mitglied wissenschaftlicher Beiräte (u. a. bei ZDM, DIFF, GDM und IDM) tätig. Dieses Engagement ist neben dem wissenschaftlichen Werk einer der Gründe, weshalb die GDM sein Wirken 2011 mit der *Ehrenmitgliedschaft* gewürdigt hat.

Arnold Kirsch war bis ins hohe Alter hinein geistig frisch und trotz seiner durch einen Schlaganfall hervorgerufenen Einschränkungen immer auch körperlich aktiv mit täglichen Spaziergängen. Ein schwerer Sturz und die folgende Operation haben ihn nun zu sehr geschwächt. Seine Freunde, seine Kolleginnen und Kollegen wie auch seine ehemaligen Schülerinnen und Schüler in Schule und Hochschule denken gerne an die so überaus anregenden Gespräche mit ihm zurück, an seine ansteckende Begeisterung für Mathematik, an seine mit unübertroffener Klarheit dargelegten Gedanken zum Lernen von Mathematik. Alle, die Arnold Kirsch begegnen durften, werden sich dankbar an diese Begegnungen erinnern und ihm ein ehrendes Angedenken bewahren.

Werner Blum, Universität Kassel, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 Kassel, Email: blum@mathematik.uni-kassel.de

Grußwort des 1. Vorsitzenden für Rolf Biehler zum 60. Geburtstag
Paderborn am 28. 6. 2013

Rudolf vom Hofe

Übergabe der Festschrift an Rolf Biehler. Im Bild v.l.n.r.: Pascal Fischer, Reinhard Hochmuth, Daniel Frischemeier, Peter Bender, Rolf Biehler, Thomas Wassong (Foto: Laura Ostsieker)

Lieber Rolf, liebe Familie Biehler, Herr Präsident, liebe Festgesellschaft,

ich danke sehr für die Einladung und freue mich, heute als Vorsitzender der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik anlässlich dieses 60. Geburtstags einige Worte zum wissenschaftlichen Wirken von Rolf Biehler sagen zu können. Ich möchte mich dabei vor allem auf zwei Themen konzentrieren, die zwar in einem Gegensatz stehen, jedoch eine gewisse Verbindung in den Arbeiten Rolf Biehlers finden: *Unsicherheit* und *Verlässlichkeit*.

1 Unsicherheit

Die Welt ist voller *Unsicherheit*, dies gilt für das tägliche Leben, für private Planungen, deren Ziele in der Zukunft liegen, aber auch für viele Bereiche in Wissenschaften und Technik.

Es ist eigentlich erstaunlich, dass der Mathematikunterricht in der Schule lange Zeit davon ausgenommen schien. Zwar war auch der Schulverlauf für manche Schülerin und manchen Schüler bisweilen wenig kalkulierbar, aber im Mathematikunterricht spielte das Thema *Unsicherheit und wie man diese mit mathematischen Mitteln kalkulierbarer und vorhersehbarer machen kann*, lange Zeit keine Rolle. Mathematik erschien vielmehr als ein Fach, vielleicht das einzige Fach, wo alles sicher, kalkulierbar und eindeutig ist.

Rolf Biehler hat sich die *Thematisierung von Unsicherheit und ihre Bewältigung mit stochastischen Methoden* zur wissenschaftlichen und pädagogischen Aufgabe gemacht. Er hat sich mit Energie und Kreativität für die seit den siebziger Jahren einsetzende Entwicklung des Stochastikunterrichts an allgemeinbildenden Schulen eingesetzt, und das auf vielen unterschiedlichen Ebenen:

- im Verein zur Förderung des schulischen Stochastikunterrichts, dessen 1. Vorsitzender er ist,
- im Herausgebergremium der Zeitschrift Stochastik in der Schule,
- in zahlreichen Lehrerfortbildungen
- und in einer Vielzahl von wissenschaftlichen Projekten und Arbeiten mit einer thematischen Vielfalt und internationalen Reichweite, wie man sie in diesem Bereich selten findet.

Internationale wissenschaftliche Präsenz und Expertise bedeuten aber nicht automatisch auch Einfluss auf die reale Unterrichtsentwicklung im eigenen Land. Doch auch in diesem Bereich war und ist Rolf Biehler außerordentlich erfolgreich.

Es gelang ihm, zu wichtigen innovativen und schulrelevanten Themen praktikable Materialien zu entwickeln und dem Unterricht zugänglich zu machen. Dies gilt insbesondere für die Entwicklung und den Einsatz digitaler Medien für den Stochastikunterricht.

Weitere Schwerpunkte seines wissenschaftlichen Arbeitens, die auch das Gebiet Stochastik beinhalten, aber weit darüber hinausgehen, sind die Themen *Hochschuldidaktik* und der *Übergang von der Schule zur Hochschule*.

Von seinen zahlreichen Projekten möchte ich hier vor allem zwei umfangreiche und besonders gewichtige Drittmittelprojekte nennen:

- die Gründung des Kompetenzzentrums Hochschuldidaktik Mathematik, dessen geschäftsführender Direktor er ist
- und die erfolgreiche Einwerbung des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik, hier ist er Mitglied im Vorstand der Abteilung Sekundarstufe I.

2 Verlässlichkeit

Bei der Würdigung dieser Projekte habe ich das Thema Unsicherheit und ihre Strukturierung durch mathematische Mittel bereits verlassen und nähere mich dem zweiten anfangs angekündigten Thema, der Verlässlichkeit.

Sie zeigt sich nicht nur in Rolf Biehlers Arbeit in den eben genannten Bereichen und Projekten und in seinen internationalen herausgeberischen Tätigkeiten, sondern insbesondere auch in seinen Aktivitäten innerhalb der GDM. Auch hier kann ich in der kurzen Zeit nur einige wichtige Arbeitsfelder nennen: Rolf Biehler

- war prägend für den Arbeitskreis Stochastik;
- ist Mitglied der gemeinsamen Kommission zum Übergang Schule-Hochschule
- und ist seit mehreren Jahren geschäftsführender Herausgeber des Journals für Mathematikdidaktik.

Und wenn es eine persönliche Eigenschaft Rolf Biehlers gibt, die ganz besonders typisch für ihn ist und von der die GDM in den letzten Jahren viel profitiert hat, dann ist das seine Verlässlichkeit.

Sie zeigt sich z. B. in seinen Gutachten und in den vielen Arbeitsschritten, die mit seiner Herausgebertätigkeit des JMD zusammenhängen. Während viele vom Begriff „Deadline" ein eher liberales Verständnis haben – etwas als einen Zeitpunkt, den man auch gut überschreiten kann bzw. der angibt, dass man nicht mehr ganz so viel Zeit hat -–, ist für Rolf Biehler eine Deadline tatsächlich eine Deadline und wenn es bei ihm einmal vorkommt, das z. B. eine Gutachten nicht fertig ist, so kommt zumindest rechtzeitig eine Nachricht, dass es aus einem wichtigen Grund ein paar Tage länger dauert. Diese Verlässlichkeit zeichnet ihn und seine Arbeit aus, nicht nur aber auch ganz besonders bei seinen Arbeiten für die GDM.

Ein anderes Wesensmerkmal Rolf Biehlers – das ich nur kurz erwähnen möchte – hängt wohl damit zusammen. Denn er erwartet die von ihm eingehaltene Verlässlichkeit im Prinzip auch von anderen – von Kollegen, Mitarbeitern seiner Arbeitsgruppen und von den beteiligten Institutionen. Und falls diese sich in wichtigen Angelegenheiten als unzuverlässig erweisen, kann das bei dem sonst immer sachlich und kollegial agierenden Rolf Biehler dazu führen, dass sich seine Freundlichkeit in eine gewisse Ungnädigkeit verwandelt, die für manche der beteiligten Personen dann sogar ungemütlich werden kann – von dem einen oder anderen wird sogar berichtet, dass es dann Zeiten gibt, in denen man ihm besser nicht persönlich begegnen sollte.

Lieber Rolf Biehler, ich möchte Dir hiermit nochmals ganz herzlich für Deinen Einsatz und für die Unterstützung der GDM danken und der Hoffnung Ausdruck geben, dass Du und Deine Verlässlichkeit uns auch weiter erhalten bleiben. In diesem Sinne wünsche ich Dir nicht nur einen schönen Geburtstag, sondern auch glückliche und erfolgreiche weitere Jahre.

Rede des 1. Vorsitzenden zur Verabschiedung von Werner Blum

Kassel am 14.06.2013

Rudolf vom Hofe

Sehr geehrte Ehrengäste, sehr geehrte Damen und Herren, liebe Kolleginnen und Kollegen, lieber Werner Blum,
ich danke sehr für die Einladung und freue mich, heute einige Worte zum vielfältigen wissenschaftlichen Wirken von Werner Blum sagen zu können. Zunächst möchte ich dies als GDM-Vorsitzender tun, dann als ehemaliger Student und Schüler der stoffdidaktischen Kasseler Zeit und schließlich – mit einem hoffnungsvollen Blick in die Zukunft – als Kollege aus Bielefeld.

1 GDM und die Entwicklung der Mathematikdidaktik

An einem Tage im März 1975 traf sich eine Gruppe von Mathematikdidaktikern bei einer Tagung in Saarbrücken und dann später in Karlsruhe und gründete einen neuen Verband, die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM).

Eines der Gründungsmitglieder war ein junger Wissenschaftler, der in Karlsruhe studiert und promoviert hatte, nun seit kurzem Professor für Mathematik und ihre Didaktik in Kassel war, Werner Blum.

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik hatte in den ersten beiden Jahrzehnten nach ihrer Gründung noch nicht so einen gefestigten Stand wie heute. Weder die Mathematik als Schulfach noch die Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin waren damals unumstritten.

Die Bedeutung des Faches in der Schule wurde zwar nicht völlig infrage gestellt, dennoch gab es immer wieder Diskussionen, ob der Mathematik nach wie vor der Stellenwert eines exponierten Hauptfaches eingeräumt werden sollte oder ob die Unterrichtszeit für Mathematikunterricht nicht im Sinne einer Gleichbehandlung aller Fächer reduziert werden sollte oder ob der Mathematikunterricht nicht überhaupt nach der Klasse 7 enden sollte.

Umstritten war auch der Stellenwert von Didaktik in Lehre und Forschung. War die Didaktik eigentlich wirklich eine Wissenschaft oder vielleicht eher eine Art von methodischer oder pädagogischer Unterstützung der Praxis? Vorbehalte kamen hier von vielen Seiten, ganz besonders von manchen Mathematikern.

So konnte man in den siebziger Jahren in einer großen Anzeige in der Zeit an exponierter Stelle lesen, *dass Didaktik keine Wissenschaft sei und dass sie auch nicht auf dem Wege sei, eine solche zu werden.* Diese Anzeige stammte von Mathematikprofessoren einer deutschen Universität (den Namen möchte ich hier nicht nennen).

Anlass für diese Anzeige war, dass dieser Fakultät durch staatliche Verordnung ein Lehrstuhl für Mathematikdidaktik zugeordnet wurde, den diese am liebsten sofort wieder eliminieren oder, wenn das schon nicht möglich war, wenigstens an die Erziehungswissenschaften weiterreichen wollte.

Heute finden wir – ganz aktuell – eine Annonce derselben Universität (deren Namen ich immer noch nicht sage), in der eine W3-Professur für Didaktik der Mathematik ausgeschrieben ist, worin ein Didaktiker mit empirischer Expertise gesucht wird, explizit steht sogar dabei: Erfahrung in large-scale-studies wie PISA oder COAKTIV – Schüler von Werner Blum haben hier sicher keine schlechte Chance.

Diese beiden Zeitungsanzeigen machen mehr als viele Worte deutlich, dass sich in dieser Zeit viel getan hat: Heute wird die Bedeutung von Mathematik als Unterrichtsfach in weiten Kreisen akzeptiert und die Mathematikdidaktik hat sich als eigenständige wissenschaftliche Disziplin positioniert. Hierzu haben viele beigetragen, einer von ihnen, der unseren Verband und damit die Entwicklung der Mathematikdidaktik wesentlich mitbestimmte, war Werner Blum.

Er war 12 Jahre Beiratsmitglied, sechs Jahre Herausgeber des Journals für Mathematikdidaktik und von 1995 bis 2001 sechs Jahre lang 1. Vorsitzender der GDM.

Werner Blum versuchte in seiner Zeit als Vorsitzender gezielt den Verband zu stärken. Und das mit Erfolg. Seine Ziele hierzu waren:

1. mehr Sichtbarkeit und Einfluss in der Bildungspolitik,
2. Förderung des Nachwuchses (Promotionsmöglichkeiten waren damals keineswegs selbstverständlich) und
3. Internationalisierung.

Hierzu war es zunächst erforderlich, wichtige Bündnispartner zu gewinnen: die MNU sollte uns nicht als Konkurrenz, sondern als Partner für den wissenschaftlichen Bereich akzeptieren. Dies gelang recht gut. Schwieriger war es, gute Kontakte zur DMV aufzubauen. Die Stimmen, dass Mathematikdidaktik eine unnütze modische Fehlentwicklung sei, gab es nicht nur in der soeben erwähnten bzw. nicht erwähnten Universität.

Hier war viel Überzeugungs- und Entwicklungsarbeit erforderlich. Werner Blum war mit seiner Energie, Effizienz und wenn es nötig war auch mit einem gehörigen Schuss Pragmatismus dafür der richtige Mann zur richtigen Zeit. Er suchte den Kontakt zur DMV, die uns zunächst als Abspaltung betrachtete, gemeinsame Arbeitsgruppen mit DMV und MNU wurden ins Leben gerufen, und in wichtigen bildungspolitischen Fragen wurden gemeinsame Positionen erarbeitet.

Diese Strukturen wurden in der Folgezeit weitergeführt. Heute ist unsere Vernetzung mit anderen Verbänden ein wichtiges Merkmal unserer Gesellschaft, das wir weiterhin pflegen. Dank der Zusammenarbeit mit der DMV und der MNU haben unsere Arbeitsgruppen erfolgreich dazu beigetragen, dass unsere Positionen die bildungspolitischen Handlungsträger erreichen und nicht nur zu Kenntnis genommen werden, sondern auch sichtbar in Entscheidungsprozesse hineinwirken.

Eine weitere Entwicklung, die zu einer besseren Positionierung von Mathematik im Bildungsbereich führte, war der mit den Studien TIMS und PISA verbundene bildungspolitische Aufbruch, auch er fiel in die Zeit des GDM-Vorsitzenden Werner Blum: Er nutzte sie als Chance zur Stärkung der Mathematikdidaktik und zu einer Intensivierung der Zusammenarbeit mit Bildungswissenschaftlern aus Erziehungswissenschaften und Psychologie (hierüber werden andere heute noch näher berichten).

Lieber Werner, als heutiger Vorsitzender und dein Nachfolger danke ich dir im Namen der GDM ganz herzlich für deinen Einsatz und deine Leistungen für unsere Gesellschaft.

Ich möchte nun noch einen Blick auf die frühe stoffdidaktische Kasseler Zeit werfen und auf die Arbeiten, die sich in der damaligen Kasseler Arbeitsgruppe um Arnold Kirsch, Heinz Griesel und Werner Blum entwickelten. Was war das besondere an diesen Arbeiten?

2 Stoffdidaktische Zeit in Kassel

Ich hatte das Glück, diese Kasseler Zeit in den siebziger Jahren als junger Student Werner Blums miterleben und einige Jahre später in den achtziger Jahren als Pädagogischer Mitarbeiter und Doktorand. Es war zunächst eine Zeit, die von der Neuen Mathematik geprägt war, von der Mengenlehre in der Grundschule und von einer Phase wissenschaftlicher Strenge in der Sekundarstufe, die sich in Lehrplänen, Schulbüchern und auch im Unterricht niederschlug. Brüche wurden sogar in manchen Realschulbüchern nicht mehr mit Torten und Pizzas eingeführt, sondern über Äquivalenzklassen von Zahlenpaaren, ähnlich wie in einer Algebravorlesung. Und in Analysiskursen gehörten die Epsilon-Delta-Definitionen für Grenzwerte zum Standard. Es zeigte sich jedoch bald, dass Übertragungen und Adaptionen aus der wissenschaftlichen Mathematik von der Universität in die Schule nicht per se dazu führten, dass auch das mathematische Verständnis bei den Lernenden wuchs. So gab es nicht wenige Schülerinnen und Schüler, die die Epsilon-Delta-Definitionen aufsagen konnten, aber keine Ahnung davon hatten, was diese kryptischen Zeichen bedeuten und wozu man diese eigentlich brauchte.

In diese Phase kamen nun die stoffdidaktischen Arbeiten. Ihr Ziel war es, nicht einfach mehr exakte Mathematik in die Schule zu verlagern, sondern Konzepte zu entwickeln, wie sich mathematische Begriffe und Verfahren auf einem Niveau darstellen lassen, das zum einen den kognitiven Möglichkeiten und dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler entspricht, und das zum anderen die mathematischen Inhalte in einer vereinfachten, aber nicht verfälschten Form darstellt. Dies war nicht gerade einfach: Wonach sollte man sich hier richten und ist nicht jede Ungenauigkeit bereits eine Verfälschung?

Muss man beispielsweise bei Beweisen explizit auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit eingehen oder kann man in einem ersten Zugang naiver Weise von stetigen Funktionen ausgehen ohne das zu thematisieren? Wie ist es mit Eindeutigkeit und Existenz? Und wie rigoros dürfen Vereinfachungen sein?

Zu diesen Fragen entwickelten die Kasseler Mathematikdidaktiker wichtige Prinzipien, die noch heute richtungsweisend sind und konkretisierten sie mit praktischen Vorschlägen. Vereinfachungen sollen „intellektuell ehrlich" und „aufwärtskompatibel" sein. Das heißt: Es sollten Begriffe und Erklärungen gelehrt werden, an die Lernende auf einer höheren mathematischen Stufe bei der Erweiterung ihres Wissens anknüpfen konnten. Es sollte vor allem verhindert werden, dass Begriffe und Vorstellungen später völlig revidiert werden müssen, nach dem bekannten Motto: „Vergesst, was ihr in der Schule gelernt habt".

„Eine Nullfolge ist eine Folge, bei der die Glieder immer kleiner werden" ist eine von diesen wenig hilfreichen Vorstellungen, die bereits in der Schule nicht tragen, weil dann die absteigende Folge der negativen Zahlen auch eine Nullfolge wäre. „Eine Nullfolge ist eine Folge, bei der fast alle Folgenglieder in jeder noch so kleinen Umgebung um Null liegen" ist dagegen eine Erklärung, die ohne Formalismen auskommt, die man sich an Beispielen leicht klar machen kann und die den mathematischen Sachverhalt im Kern trifft.

Es ging also nicht um eine frühe exakte Formalisierung von Begriffen und Verfahren. Wichtiger war vielmehr, dass tragfähige Vorstellungen – Grundvorstellungen – aufgebaut werden, die mathematische Begriffe und Verfahren auf der mentalen Ebene repräsentieren. Sie sollen zum einen schülergerecht sein, also an die kognitiven Voraussetzungen anknüpfen, zum anderen sollen sie sachgerecht sein, das heißt, den Kern mathematischer Inhalte treffen.

In diesem Geiste entstanden Arbeiten zur Analysis von Werner Blum, häufig zusammen mit Arnold Kirsch. Ein besonderes Merkmal dieser Arbeiten war die Differenziertheit der Sachanalyse, mir der hier grundlegende stoffliche Fragen untersucht wurden, mit dem Ziel, jeweils adäquate Lösungen zu finden, die akzeptable Konzepte zwischen Mathematik und Lernprozess darstellen.

Wie ist das zum Beispiel mit der Tangente? In der Mittelstufe wird sie als Berührgerade an den Kreis eingeführt. Ist das nicht falsch? Wenn doch später in der Analysis Tangenten nur in lokalen Umgebungen Berührgeraden sind und andere Teile des Graphen durchaus schneiden können? Und was heißt eigentlich genau „berühren"?

Werner Blums Arbeiten brachten uns hier in vielen Punkten Klärung, z. B. durch das Konzept, bei der Entwicklung das Ableitungsbegriffs zunächst mit einer naiven Vorstellung von Tangente als Berührgerade zu arbeiten, um danach mit den neuen Mitteln die Tangente im Sinne der Analysis neu und nun exakt zu definieren. Dabei sollten Existenz- und Eindeutigkeitsfragen zunächst ausgeklammert und zurückgestellt werden – nach dem Motto: Wenn ein Forscher auf einer bis dahin wenig bekannten Insel einen neuen bunten Vogel entdeckt, dann hält er auch nicht erst mal inne, um zu klären ob und in welchem Sinne der Vogel eigentlich existieren kann und ob die Spezies auch eindeutig ist. Er wird den bunten Vogel zunächst beobachten und dann versuchen, sich ihm zu nähern, um zu erkunden, wie er sich so verhält.

3 Wirkung und Perspektiven

Viele der stoffdidaktischen Erkenntnisse dieser Zeit sind mittlerweile zu didaktischem Allgemeingut geworden. So zum Beispiel die unterschiedlichen Zugänge zum Ableitungsbegriff von Werner Blum oder die Arbeiten von Arnold Kirsch zur Proportionalität; ihre Niederschläge finden sich heute in jedem Schulbuch.

Gegen Ende der neunziger Jahre wandte sich Werner Blum neuen und anderen Themen zu, insbesondere der empirischen Bildungsforschung. Die Zeit der großen Bildungsstudien begann, mit vielen neuen Fragestellungen, auf die andere heute noch eingehen werden.

Auch hier spielten die stoffdidaktischen Grundlagen eine wichtige Rolle, z. B. beim Entwickeln von Testitems, bei der Auswertung empirischer Daten oder bei der Formulierung von Standards.

Doch mit der Umgestaltung des Mathematikunterrichts im Sinne der Kompetenzorientierung änderte sich auch vieles und die Schwerpunkte verschoben sich. Bei allen Fortschritten, die diese Entwicklung brachte, entstanden auch neue Herausforderungen und Probleme.

Das gilt insbesondere für die Analysis: Die neuen kompetenzorientierten Lehrgänge sollen mehr Anwendungsorientierung und mehr Verständnis vermitteln – aber das unter den Bedingungen von weniger Zeit und reduziertem mathematischen Stoff. Viele Lehrgänge verzichten heute beispielsweise auf Folgen und Reihen, die früher zum Kern eines Analysiskurses gehörten, und viele empfehlen sogar einen grenzwertfreien Zugang zum Ableitungsbegriff.

Aber was heißt eigentlich genau: ein grenzwertfreier Zugang zum Ableitungsbegriff und wie ist dieser „intellektuell ehrlich" zu gestalten und so, dass die dabei entwickelten Vorstellungen „aufwärtskompatibel" sind?

Mit reduzierten mathematischen Mitteln werden „intellektuell ehrliche" Vereinfachungen nicht einfacher, eher schwieriger.

Dies merken wir in der Schule und auch in der Lehrerausbildung. Vor zwei Wochen hielt ein an sich ganz guter Bielefelder Student in einem Seminar zur Didaktik der Analysis ein Referat, wo es um unterschiedliche Wege zur Exponentialfunktion ging. Darin setzte er gleich zu Anfang den Ausdruck $f'(x)$ mit dem Differenzenquotienten gleich. Auf meine Frage, ob er da nicht etwas vergessen hätte, nämlich den Ausdruck „limes" vor dem Differenzenquotienten, sagte er: „Nein, das wollte ich hier an der Stelle eigentlich nicht schreiben." Und auf die Frage, ob das dann nicht falsch sei, antwortete er: „Wieso falsch? Bei Grundkursen brauchen wir doch keinen Grenzwert mehr und außerdem ist das doch nur eine Schreibweise".

Werner Blum mit dem GDM-Vorsitzenden beim abschließenden gemeinsamen Song (Foto: Privat)

Der Grenzwert als Schreibweise. Ist das eine akzeptable Vereinfachung? Eine neue Grundvorstellung? Oder eine fatale Fehlvorstellung?

Nicht jede Vereinfachung ist sinnvoll. Wenn man auf der unbekannten Insel von Ferne den bunten Vogel entdeckt hat, ist nicht jede Abkürzung eine gute Idee. Wählt man dabei z. B. den Weg durch ein Sumpfgebiet, um schneller ans Ziel zu kommen, so ist die Gefahr groß, dass man in einen Tümpel fällt. Und wenn man dann vor Schlamm triefend aus dem Tümpel wieder heraussteigt, kann es sein, dass man statt des bunten Vogels eine braune Kröte in den Händen hält und – weil die Augen durch die braune Brühe noch getrübt sind – die Kröte für den bunten Vogel hält. Selbst bei großzügiger Beurteilung wird man hier einräumen müssen, dass bei dieser Expedition doch etwas Wesentliches schief gelaufen ist.

Lieber Werner, wir feiern heute deine Verabschiedung, aber keiner, der dich kennt, glaubt, dass du morgen aufhörst zu arbeiten. Vielleicht werden aber mit der Zeit die Termine und Verpflichtungen in den großen bildungspolitischen Aufgaben etwas weniger, so dass du vielleicht etwas Zeit gewinnst, um dich wieder mit Analysis zu befassen. Der „Blum Törner", damals ein bahnbrechendes Lehrbuch für Didaktik der Analysis, ist nun schon 30 Jahre alt und vieles, was darin steht, entspricht nicht mehr der heutigen Unterrichtsrealität. Für viele Studierende und Lehrende wäre es ein großer Gewinn, wenn es eine Neubearbeitung dieses Buches gäbe, auf der Basis des heutigen kompetenzorientierten Unterrichts mit Wegen für einen schülergemäßen und gleichzeitig intellektuell ehrlichen Analysisunterricht. Wer könnte uns besser am Sumpf vorbeiführen und dem bunten Vogel etwas näher bringen als du?

Lieber Werner, mit dieser Hoffnung und mit ganz herzlichem Dank, den ich dir hier als dein Schüler, als Kollege und als GDM-Vorsitzender aussprechen darf, möchte ich schließen. Herzlichen Dank.

Felix Klein and Hans Freudenthal Awards 2013

Ferdinando Arzaello and Lena Koch

We take great pleasure in announcing that the ICMI Award Committee has decided on the ICMI Medallists for 2013. The recipients for 2013 of the Felix Klein and Hans Freudenthal Awards are:
Michèle Artigue (Paris) – The Felix Klein Medal for lifetime achievement
Frederick Leung (Hong Kong) – The Hans Freudenthal Medal for a major cumulative programme of research

Please join with us in congratulating both Michèle and Frederick, and acknowledging their fine contributions to mathematics education and therefore to the mathematics education community. We look forward to honouring them at ICME-13 in Hamburg in 2016.

The Felix Klein Medal for 2013 goes to Michèle ARTIGUE, Université Paris Diderot – Paris 7, France


Michèle Artigue (© ICMI)

It is with great pleasure that the ICMI Awards Committee hereby announces that the Felix Klein Medal for 2013 is given to Michèle Artigue, Emeritus Professor, Université Paris Diderot – Paris 7, France, in recognition of her more than thirty years of sustained, consistent, and outstanding lifetime achievements in mathematics education research and development. Michèle Artigue's research, which was initially in the area of mathematics, progressively moved toward mathematics education during the mid-to-late 1970s. She has been a leading figure in developing and strengthening new directions of research inquiry in areas as diverse as advanced mathematical thinking, the role of technological tools in the teaching and learning of mathematics, institutional considerations in the professional development of teachers, the articulation of didactical theory and methodology, and the networking of theoretical frameworks in mathematics education research. Michèle Artigue's theoretical contributions to the instrumental approach to tool use and her elaboration of the methodological tool of didactic engineering have had a significant impact and are but two examples of the way in which her work has advanced the field's collective expertise. Her research is internationally acclaimed with more than 100 groundbreaking articles and books published nationally and internationally, and with no fewer than 40 invited lectures outside France within the past five years alone. A seminal characteristic of Michèle Artigue's research is that it is always supported by deep mathematical and epistemological reflection. This reflective orientation, combined with her remarkable ability to build bridges between various issues, to identify fruitful directions for research, to clarify and discuss different approaches, and ultimately to enrich theoretical frameworks, make her contributions to the field of mathematics education research extraordinary in both their scope and coherence.

Michèle Artigue's distinguished scholarly work is matched by a record of outstanding service to the international mathematics education community. In addition to the strong leadership she has demonstrated within the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), she has played a central role in ICMI's program of international cooperation, the Developing Countries Strategic Group. She has also built relationships with UNESCO for both the International Mathematical Union and ICMI, which have given rise to her authoring the document "Challenges in Basic Mathematics Education", published in several languages by UNESCO, and serving as ICMI liaison officer for the development and launching of the Capacity and Networking Programme. Her international cooperation activity beyond ICMI has ranged from advising the European projects Fibonacci and PRIMAS to collaborating in program development with researchers in Spain, Brazil, Colombia, and Argentina. At the national level, Michèle Artigue has been active in the Institut National de Recherche Pédagogique, in the French Commission for the Teaching of Mathematics (a regional ICMI sub-commission), and within her own university. Another component of Michèle Artigue's service to the international community has been her editorial work over several years for the International Journal of Computers for Mathematical Learning, as well as her current co-editorship of the Encyclopedia of Mathematics Education, and her participation in the editorial boards of several prestigious research journals.

Michèle Artigue obtained her Ph.D. in mathematical logic in 1972 from the Université Paris 7. This was followed by a Doctorat d'État ès Sciences in 1984 and the *Habilitation à Diriger les Recherches* in 1987 from the Université Paris 7. During the years 1970–1991, she was Lecturer and then *Maître de Conférences* at the Université Paris 7, where she taught mathematics to undergraduate students. In 1991, she was named Professor of the IUFM (University Institute for Teacher Training) at Reims, where she remained until 1999, in charge of the training of future secondary school mathematics teachers. In 1999, she returned to the mathematics department of the Université Paris Diderot – Paris 7, as Professor and also Head of the Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. In September 2010, she was named Emeritus Professor.

When Michèle Artigue joined the newly created Université Paris 7, she was one of the first members of its Institute for Research on Mathematics Teaching (IREM). There she became interested in the developing theory of didactical situations and, for the thesis of her Doctorat d'État, conducted the first study in didactic engineering in an "ordinary" school. She found that the classroom as a dynamical system defied the then-current implicit models of reproducibility of didactical situations and thus was kindled her passion for theory building. When her research turned toward the integration of digital tools into the learning of upper secondary and university level mathematics, the need for theoretical foundations in this area was soon apparent to her. She and her research team sought to generate a framework that would avoid the traditional "technical-conceptual cut." Drawing on Chevallard's anthropological theory of the didactic and Rabardel's cognitive ergonomic approach, the framework of the *instrumental approach to tool use* emerged. Further theoretical development was to occur when she collaborated on the two successive European projects, TELMA and ReMath. One of her early initiatives within the ReMath project was the formulation of an integrative theoretical frame, using for the first time the language of *networking of theories*. This construct is one that she has been continuing to develop both theoretically and methodologically with a group of CERME researchers.

Some of Michèle Artigue's most highly-cited publications include: the now-classic article on the use of digital tools in mathematics education, *Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work* (2002); her seminal article on didactic engineering, *Ingénierie didactique* (1989); the article on epistemology and didactics, *Epistémologie et didactique* (1990); and her chapter on university-level teaching and learning, *What can we learn from educational research at the university level?* (2001). In addition to her published contributions, Michèle Artigue has supervised more than two dozen Ph.D.s and *Habilitations à diriger les recherches*, and has mentored several young researchers, especially from developing countries.

In summary, Michèle Artigue is an eminently worthy recipient of the Felix Klein Medal for 2013.

The Hans Freudenthal Medal for 2013 goes to Frederick Koon Shing LEUNG, The University of Hong Kong, SAR China

Frederick Koon Shing Leung (© ICMI)

It is with great pleasure that the ICMI Awards Committee hereby announces that the Hans Freudenthal Medal for 2013 is given to Professor Frederick K. S. Leung of The University of Hong Kong, in recognition of his research in comparative studies of mathematics education and on the influence of culture on mathematics teaching and learning. His groundbreaking work, for which he is internationally known, is the utilization of the perspective of the Confucian Heritage Culture to explain the superior mathematics achievement of East Asian students in international studies such as the IEA Trends in International Mathematics and Science Studies and the OECD Programme for International Student Assessment. His research extends to the use of the same cultural perspective to explain characteristics of classroom teaching in East Asia, and more recently in explaining differences in teacher knowledge between East Asian and Western countries. His research has contributed significantly to the cultural perspective of mathematics education and has produced a framework for understanding the relation between culture and mathematics education.

Frederick Leung's research and professional activities have had an important impact on policies and practices in mathematics education in East

Asian countries and beyond. He has been a pivotal figure in promoting understanding between mathematics educators in the East Asian region and the rest of the world through, for example, his co-chairing of the 13th ICMI Study on "Mathematics Education in Different Cultural Traditions: A Comparative Study of East Asia and the West" and his numerous research publications in comparative studies of East Asia and the West. In the East Asian region, he has been instrumental in organizing the East Asia Regional Conferences in Mathematics Education and has been the liaison person in many initiatives of collaboration among mathematics education scholars in East Asia, and between scholars in East Asia and the West. Frederick Leung has been invited to be the keynote speaker in major mathematics education conferences in the region and around the world. He has also served on prestigious international committees, as well as on the editorial teams of the Second and Third International Handbooks on Mathematics Education.

Frederick Leung's degrees include a B.Sc. (Mathematics) in 1977 and M.Ed. (Testing, Measurement and Evaluation) in 1984 from The University of Hong Kong, and a Ph.D. (Mathematics Education) in 1992 from the University of London, Institute of Education. From 1977 to 1982, he taught secondary school mathematics. He obtained the position of Lecturer at The University of Hong Kong in 1982, then Senior Lecturer in 1992, and Professor in 2006. Frederick Leung was awarded a Senior Fulbright scholarship in 2003 for research at UCLA and, from the Faculty of Education at The University of Hong Kong, both the Outstanding Researcher award in 2006 and the Outstanding Researcher Student Supervisor award in 2008.

Early in his academic career Frederick Leung became interested in comparative studies of mathematics education. His master's thesis, part of which was published in *Educational Studies in Mathematics* (1987), compared the mathematics curricula in Guangzhou and Hong Kong. This research interest was further developed in his Ph.D. study where he compared the mathematics curricula of China, Hong Kong, and England. He found that the data could not be fully accounted for without reference to the similarities and differences among the cultures of the three sites. In the 1990s, Frederick Leung participated in the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) as Principal Investigator and National Research Coordinator for Hong Kong. He recognized that the cultural explanation he used for his Ph.D. research afforded an appropriate framework to interpret the superior performance of the East Asian countries in the TIMSS study. Equally important, this framework of interpretation provided East Asian countries with a basis for exploring their own mathematics education identity, described in his highly-cited paper: *In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education* (2001).

Frederick Leung's research evolved from comparative study of student achievement in mathematics to comparative study of mathematics teaching in different countries, and led to the extension of his cultural explanation of mathematics achievement to interpreting results of classroom studies. An early publication reflecting this direction was his 1995 article: *The Mathematics Classroom in Beijing, Hong Kong and London*. His subsequent involvement in two international classroom video studies, the TIMSS 1999 Video Study and the Learner's Perspective Study, led to deeper development of his cultural perspective, as illustrated by his several publications related to these studies (e.g., *Some Characteristics of East Asian Mathematics Classrooms Based on Data from the TIMSS 1999 Video Study*, published in 2005). He elaborated further on the characteristics of the Confucian Heritage Culture in relation to mathematics teaching and learning in his scholarly presentation at the 2012 ICME-12 plenary panel. Frederick Leung's impressive research contributions include 21 funded research projects and more than 60 books, book chapters, and journal articles.

Frederick Leung's work has opened up a new dimension of looking at differences in mathematics achievement and classroom practices from the perspective of culture. His outstanding achievement in research, his contribution to mathematics education in the East Asian region, and his promotion of understanding between mathematics education communities in East Asian and western countries attest to the merit of Frederick Leung's receiving the Hans Freudenthal Medal for 2013.

Information provided by Ferdinando Arzarello (President of ICMI) and Lena Koch, International Mathematical Union (Secretariat).

Umstellung Einzugsermächtigung in ein SEPA-Lastschriftmandat

Christine Bescherer

Wie Sie sicherlich schon von verschiedenen Stellen erfahren haben, gelten ab 1. Februar 2014 (bzw. gemäß verlängerter Frist spätestens 1. August 2014) in Deutschland und in Europa die einheitlichen Regelungen für SEPA-Zahlungen, also Überweisungen und Lastschriften in Euro.

Dazu wird die von unseren meisten Mitgliedern aus Deutschland erteilte Einzugsermächtigung für den Mitgliedsbeitrag in ein SEPA-Basis-Lastschriftmandat umgewandelt.

Dieses Lastschriftmandat wird durch Ihre eindeutige *Mandatsreferenz* (eine Art Mitgliedsnummer), die Sie auf der Abbuchung des Mitgliedsbeitrags für das Jahr 2014 finden werden, und unsere *Gläubiger-Identifikationsnummer* DE35ZZZ00001081665 gekennzeichnet, die von uns bei allen Lastschrifteinzügen angegeben werden.

Da diese Umstellung durch uns erfolgt, brauchen Sie nichts weiter unternehmen.

Der Einzug der Mitgliedsbeiträge wird in Zukunft im Laufe des Monats April erfolgen. Die Mitglieder werden per Email mindestens sechs Tage vor der Abbuchung informiert.

Wenn Sie den Mitgliedsbeitrag nach dem 1. Februar 2014 selbst überweisen, verwenden Sie bitte die folgende Bankverbindung:

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik
Vereinigten Raiffeisenbanken Heroldsberg
IBAN-Nummer: DE05770694610003058700
BIC: GENODEF1GBF

In Zukunft werden wir auch Mitgliedern aus anderen EU-Ländern das SEPA-Lastschriftverfahren als Zahlungsweise anbieten können. Über die weiteren Details der Umstellung werden wir Sie per Rundmail rechtzeitig informieren, der wir auch die neuen Einzugsermächtigungsformulare beifügen.

Leserbrief

Ausgrenzung von Frauen in der GDM?
GDM-Mitteilungen *95 (2013)*

Bei der Lektüre des Heftes 95/Juli 2013 der *GDM-Mitteilungen* sind mir gleich zwei Fotos aufgefallen, in denen auf den Fotos abgebildete Frauen in der Beschreibung der Personen auf den Fotos schlichtweg weggelassen wurden. Werden also Frauen in der GDM ausgegrenzt?

Das erste Foto ist auf Seite 12 oben. Der Bildunterschrift nach zeigt es Otto Toeplitz und Heinrich Behnke. Tatsächlich ist aber zwischen den beiden eine Frau zu sehen, untergehakt bei Behnke und Toeplitz – beiden also wohl bekannt. Falls man eine Person auf einem Foto nicht kennt, gibt man in der Bild-Legende üblicherweise an: unbekannte Frau. In diesem Falle aber kann man in der angegebenen Quelle, dem Oberwolfacher Bildarchiv, suchen. Dort findet man ein Gruppen-Foto von 1930, u. a. mit Behnke und Toeplitz – und der gleichen Frau. Und dort gibt es eine Erklärung für sie: es ist Lisa Behnke.

Das zweite Foto ist ein ganz frisches: auf Seite 85, von der Preisverleihung an E. Wittmann: auch dort sind in der Bildunterschrift nur drei der vier Personen genannt und die Frau ist wiederum ohne Namen und Nennung. Ihr Name lässt sich sicher leicht feststellen.

Vermutlich wird das abgedruckt worden sein, was die Autoren gesendet haben. Wenn die Autoren aber so unvollständige Informationen geliefert haben, gehört es m. E. zu den Aufgaben der Redaktion, die Autoren zu vollständigen Angaben zu veranlassen.

Gert Schubring, Bielefeld

Anmerkung des Herausgebers: Bei der Nicht-Nennung der zwei weiblichen Personen handelt es sich um eine redaktionelle Unachtsamkeit. Wir werden künftig in ähnlichen Fällen darauf achten, unbekannte Personen (unabhängig vom Geschlecht) ggf. als solche zu kennzeichnen. Nachträgliche Recherchen ergeben, dass es sich bei der auf S. 85 abgebildeten, nicht genannten Person um Sybille Tochtermann (Klett-Verlag) handelt, bei der wir uns für die Nicht-Nennung herzlich entschuldigen möchten.

Die Autor(inn)en möchten wir bei dieser Gelegenheit erinnern, beigefügte Bilder möglichst mit vollständigen Informationen zu versehen (Bildunterschrift, abgebildete Personen, Name des Fotografen, ggf. Lizenzhinweise). In den o. g. Fällen wurden die Abbildungen vom Herausgeber aufgenommen, die Autoren trifft daher keine Schuld.

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM)

■ ***Vorstand***. *1. Vorsitzender:* Prof. Dr. Rudolf vom Hofe, Fakultät für Mathematik, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld. Tel. 0931 . 521106-5063, vomhofe@math.uni-bielefeld.de

■ *2. Vorsitzende:* Prof. Dr. Silke Ruwisch, Universität Lüneburg, Institut für Mathematik und ihre Didaktik, Scharnhorststraße 1 21335 Lüneburg. Tel. 04131 . 677-1731, ruwisch@leuphana.de

■ *Kassenführer:* Prof. Dr. Christine Bescherer, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Institut für Mathematik und Informatik, Reuteallee 46, 71634 Ludwigsburg. Tel. 07141 . 140-385, Fax. 07141 . 140-435, bescherer@ph-ludwigsburg.de

■ *Schriftführer:* Priv.-Doz. Dr. Andreas Vohns, Institut für Didaktik der Mathematik, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Sterneckstraße 15, 9010 Klagenfurt, Österreich. Tel. +43 (0)463 . 2700-6116, Fax. +43 (0)463 . 2700-99 6116, andreas.vohns@aau.at

■ *Bankverbindung:* Vereinigte Raiffeisenbanken Heroldsberg, Kto-Nr. 305 87 00, BLZ 770 694 61, IBAN DE05 7706 9461 0003 0587 00, BIC GENODEF1GBF.

■ *Homepage der GDM:* www.didaktik-der-mathematik.de

Impressum

■ Verleger: GDM ■ Herausgeber: Priv.-Doz. Dr. Andreas Vohns (Anschrift s. o.) ■ Gestaltung und Satz: Christoph Eyrich, Berlin (ceyrich@gmx.net) ■ Umschlagentwurf: Priv.-Doz. Dr. Andreas Vohns ■ Druck: Oktoberdruck AG, Berlin

Der Bezugspreis der GDM-*Mitteilungen* ist im Mitgliedsbeitrag der GDM enthalten.

Hinweise für Autor(inn)en

Zielgruppe/Inhalte

Die *Mitteilungen der GDM* werden halbjährlich an alle Mitglieder der GDM versandt. Redaktionsschluss ist jeweils der 15. 5. und der 30. 11. eines Jahres. Die Mitteilungen möchten über alles berichten, was einen deutlichen Bezug zur Mathematikdidaktik, zum Mathematikunterricht und zur Lehrer(innen)bildung im Fach Mathematik aufweist, insbesondere über alle Aktivitäten der GDM, ihrer Arbeitskreise und der von der GDM mitbestellten Kommissionen. Vor dem Schreiben eines freien Beitrags für die Mitteilungen (Rubriken: Magazin, Diskussion) wird empfohlen, zunächst mit dem Herausgeber abzuklären, in wie weit der geplante Beitrag für die Mitteilungen von Interesse ist.

Bilder/Illustrationen

Wir streben an, den Anteil schöner (schwarz-weiß) Illustrationen aller Art zu erhöhen. Alle Autoren sind dazu aufgerufen, sich hierzu Gedanken zu machen und möglichst qualitativ hochwertige Illustrationen mit ihrem Beitrag mitzuliefern (als Dateien oder Vorlagen zum Scannen) oder Vorschläge zu unterbreiten. Bei technischen Fragen oder Problemen steht Ihnen Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net) zur Verfügung.

Manuskripte/Umfang

Der Umfang eines Beitrags sollte zunächst mit dem Herausgeber abgestimmt werden. Er sollte in der Regel sechs Seiten (also zwölf Spalten) inklusive Illustrationen nicht überschreiten. In vielen Fällen darf/sollte es aber gerne auch kürzer sein. Beiträge sollten als weitestgehend unformatierte WORD- oder LaTeX-Files eingereicht werden – sie werden von uns dann professionell gesetzt. Bei Manuskripten mit einem hohen Anteil mathematischer Formeln helfen Sie uns mit einer Einreichung als LaTeX-File. Eine reine Textspalte in den Mitteilungen hat ca. 2 500 Anschläge (inklusive Leerzeichen).

Am Ende eines Beitrags drucken wir üblicherweise die Kontaktadresse des Autors (inkl. Emailadresse) ab.

Einreichung/Kontakt

Bitte senden Sie Manuskripte (mit Ausnahme der Rubrik: Rezensionen) an den Herausgeber (schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de). Wegen Rezensionen und Rezensionsanfragen wenden Sie sich bitte an Thomas Jahnke (jahnke@math.uni-potsdam.de), Anfragen zu Anzeigen oder technischer Natur an Christoph Eyrich (ceyrich@gmx.net).

Beitrittserklärung zur Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V.

Hiermit beantrage ich die Aufnahme in die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. (GDM).

Eintrittsdatum: ○ 1. Januar diesen Jahres oder
○ 1. Januar des folgenden Jahres (Zutreffendes bitte ankreuzen!)

Vorname, Name (mit Titel): ____________________

Geburtsdatum: ____________ Geburtsort: ____________

○ Adresse privat (mit Tel.-Nr.) ____________________

____

○ Adresse dienstlich (mit Tel.-Nr.): ____________________

____

____

(Versandadresse [Mitteilungen der GDM, JMD, Rundschreiben] bitte ankreuzen!)

○ Email (privat): ____________

○ Email (dienstlich): ____________

(Bevorzugte Emailadresse für Rundmails, Rückfragen der Schriftführung bitte ankreuzen!)

Ich bin damit einverstanden, dass diese Daten für vereinsinterne Zwecke in einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage gespeichert werden.

Ort, Datum: ____________ Unterschrift: ____________________

(Bitte an die Schriftführung senden, bevorzugt per Email/Fax)

Ass.-Prof. Dr. Andreas Vohns
– Schriftführer der GDM –
Institut für Didaktik der Mathematik
Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Sterneckstraße 15
9010 Klagenfurt
Österreich

Tel.: +43 (0)463 2700 6116
Tel.: +43 (0)463 2700 6162 (Sekretariat)
Fax: +43 (0)463 2700 996116
Email: schriftfuehrer@didaktik-der-mathematik.de

Teilprozesse der stoffdidaktischen Methode (in der Geometrie)

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Anselm Lambert, Universität des Saarlandes

(Weiter-)entwicklung von Unterricht lässt sich entlang einer Spirale beschreiben:
Planung – Gestaltung – Durchführung – Evaluation – Reflexion – Planung – ...

Die *n* mal fünf Schritte mathematikdidaktischer Analyse und Synthese

Überlegungen zu Inhalten von Mathematikunterricht werden ausgehend von (geometrisierbaren) vortheoretischen Phänomenen, ggf. in Anlehnung an historische Prozesse angelegt und ausgearbeitet.

Die Hauptlast der Planung, als theoretisch fundierte Basis einer konkreten praktischen Gestaltung vor Ort, wird von einer zeitgemäßen lernpsychologisch und mathematisch orientierten Stoffdidaktik getragen.

I. Planung d.h. Aufbereitung des Stoffes ist DIE Aufgabe der Stoffdidaktik.

Sie vollzieht sich in dem guten Dutzend hier benannter (wechselwirkender) Teilprozesse.

Stoffdidaktik

(1) Rezeptive unbewusste Anschauung und aufmerksame bewusste Betrachtung (HOLLAND, FÜHRER)

(2) (Geometrische) Verbegrifflichung prototypisch (ROSCH) bzw. logisch (FREGE)

(3) Analogisierung (Ebene vs. Raum)

(4) Codierung semantisch, syntaktisch, pragmatisch d.h. kontextabhängig (ECO)

a. *unter Berücksichtigung unterschiedlicher Darstellungen und Vorstellungen*
   i. Darstellungsebenen: Handlungen, Zeichen bzw. Symbole (BRUNER)
   ii. individuelle Zugänge:
      kognitiv — prädikativ vs. funktional (SCHWANK)
      epistemologisch — verbal-begrifflich bzw. konstruktiv-geometrisch bzw. formal-algebraisch (L.)

b. *und anderer Kriterien:* Einbettung in bestehende Konventionen, Verständlichkeit, Effizienz (FÜHRER)

c. mit Erinnerung an den Prozesscharakter (COLLINS & BROWN & NEWMAN) , speziell Heuristiken (POLYA)

(5) Elementarisierung des math. Apparates „Wie wenig Mathematik wird global benötigt?“ (PICKERT, KIRSCH)

(6) Reduzierung auf den mathematischen Kern „Wie wenig Mathe wird lokal benötigt?“ (BENDER)

(7) Altersgemäße Exaktifizierung von Objekten, Aussagen und Einsichten/Begründungen (VAN HIELE, FISCHER)

(8) Einordnung nach den sog. „Leitideen“ (KMK – BRUNER, BENDER & SCHREIBER, SCHWEIGER, SCHWILL ...) (Messen, Zahl, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall, Approximation)

(9) Strukturierung lokal und global, mathematisch bzw. spiralcurricular (AUSUBEL, BRUNER, FREUDENTHAL)

(10) Genetisierung historisch-genetisch bzw. psychologisch-genetisch (FRICKE, WITTMANN, WINTER)

(11) Inner- und außermathematische Vernetzung (FREUDENTHAL, FISCHER, SCHUPP)

(12) Schließlich Gewichtung gemäß allgemeinbildender Absichten (KLAFKI, WINTER, FÜHRER, HEYMANN, VON HENTIG)

Grundvorstellungen (BENDER, VOM HOFE) **und Grundbegriffe**

II. Gestaltung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht

Methodik

u.a. Auslotung der sog. „allgemeinen Kompetenzen“ (KMK) und sog. „Anforderungsniveaus“ (KMK)

Gezielter Umgang mit Wissen in Lernprozessen (SJUTS)

(a) Exploration (heuristisch, divergent, beziehungshaltig)
(b) Organisation (texterschließend, expositorisch, syntaktisch)
(c) Reflexion (fehleranalytisch, diskursiv, evaluativ)

Auswahl der Unterrichtsform im 3-dimensionalen Feld Moderation-Material-Sozialform (WITTMANN, WIECHMANN)

Berücksichtigung der Lernenden als Personen in der Gesellschaft (HEIMANN & OTTO & SCHULZ)

Entwicklung einer eigenen **Fach- und Unterrichtsmethodik** auf dem von Stoffdidaktik bis Pädagogik gelieferten Fundament ist Aufgabe der professionellen Lehrperson vor Ort

III. Durchführung im Mathematikunterricht

IV. Evaluation und V. Reflexion → Neue Runde in der Spirale

Konstruktiv auf Basis theoretischer Grundlagen, empirischer Erfahrungen und gemeinen Menschenverstandes

Poster auf der 30. Tagung des AK Geometrie 13.-15. September 2013 Marktbreit